Ποιοτικές μεταβλητές

ή

Ψευδομεταβλητές

Όταν ένα μέγεθος είναι αδύνατο να ***ποσοτικοποιηθεί*** αλλά πρέπει οπωσδήποτε να χρησιμοποιηθεί σε ένα υπόδειγμα προσεγγίζεται συνήθως με μια μεταβλητή η οποία ονομάζεται ***ποιοτική μεταβλητή*** ή ***ψευδομεταβλητή***. Π.χ. Το φύλο ενός ατόμου, το επάγγελμά του, η εθνικότητα μιας οικογένειας κ.λ.π.

Θα εξεταστούν μόνο οι περιπτώσεις των ψευδομεταβλητών που χρησιμοποιούνται σαν ***ανεξάρτητες*** μεταβλητές

Ποιοτικές μεταβλητές που επιδρούν στην σταθερά της συνάρτησης

Παράδειγμα:

Θέλουμε να διερευνήσουμε αν το ύψος των μισθών σε ένα κλάδο διαφέρει ανάμεσα σε άντρες και γυναίκες.

Σύμφωνα με την θεωρία ένας από τους βασικότερους προσδιοριστικούς παράγοντες είναι ο χρόνος προϋπηρεσίας

Τα στατιστικά στοιχεία αναφέρονται σε ένα αριθμό εργαζομένων όπου για κάθε εργαζόμενο έχουμε πληροφορίες για τον τον μισθό του, το χρόνο προϋπηρεσίας και το φύλο.

Το πρόβλημα είναι η δημιουργία μιας μεταβλητής που θα εκφράζει το ***φύλο***

$$WAGE_i = \beta_0 + \beta_1 EXPER_i + \beta_2 GENDER_i$$

μισθοί   προϋπηρεσία   φύλο

$$GENDER = \begin{cases} 1 & \text{Αν είναι } \underline{\textit{άντρας}} \\ 0 & \text{Αν είναι } \underline{\textit{γυναίκα}} \end{cases}$$

Όταν $GENDER = 1$ $\quad WAGE_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2\right) + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$

Όταν $GENDER = 0$ $\quad WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$

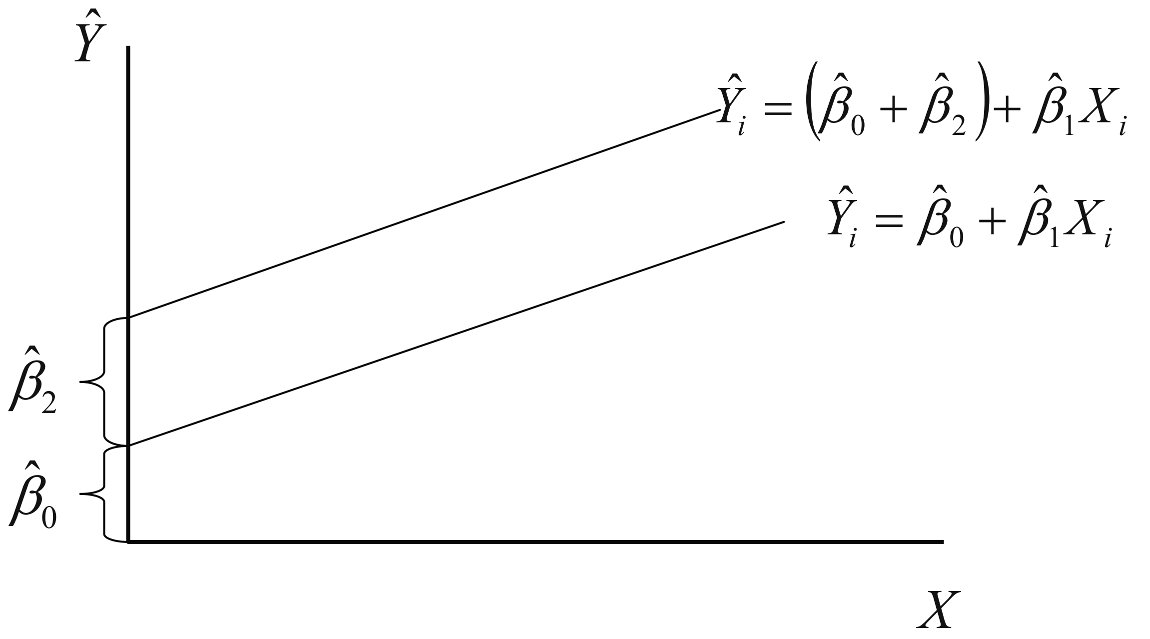
Η μεταβλητή $GENDER$ επηρεάζει μόνο τη ***σταθερά*** της εξίσωσης και εκφράζει την ***διαφορά*** στον μισθό μεταξύ ενός άνδρα και μιας γυναίκας που όμως έχουν τον ***ίδιο χρόνο προϋπηρεσίας*** .

Στην γενική περίπτωση του απλού υποδείγματος παλινδρόμησης

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 D + u_i$$

Όταν $D = 1$ $\quad \hat{Y}_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2\right) + \hat{\beta}_1 X_i$

Όταν $D = 0$ $\quad \hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$



Ένας συνηθισμένος έλεγχος είναι $H_0 : \beta_2 = 0 \qquad H_1 : \beta_2 \neq 0$

Στο παράδειγμα:

$$WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{\beta}_2 GENDER_i + \hat{u}_i$$

Αν η υπόθεση $H_0 : \beta_2 = 0$ δεν απορριφθεί

Δεν υπάρχει (στατιστικά σημαντική) διαφορά στους μισθούς ανδρών και γυναικών

Στην συνάρτηση $WAGE_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 GENDER_i + \hat{u}_i$

Ποια είναι η ερμηνεία των γ **?**

Παράδειγμα:

$$\hat{WAGE}_i = 1366{,}27 + 19{,}81EXPER_i + 525{,}63GENDER_i$$
$$(300{,}2) \quad (18{,}7) \qquad\qquad (100{,}4)$$

$$R^2 = 0{,}34$$
$$\bar{R}^2 = 0{,}28$$
$$n = 46$$
$$F_{0.05,2,43} = 3.2$$
$$\text{p-value} = 0.01$$

Ποιος είναι ο μέσος μισθός γυναίκας χωρίς προυπηρεσία;

Ποιος είναι ο μέσος μισθός άντρα με προυπηρεσία κοντά στο μέσο όρο του δείγματος (6 χρόνια);

Ποια είναι η διαφορά στους μισθούς ανδρών-γυναικών με τον ίδιο χρόνο προυπηρεσίας;

Ψευδομεταβλητές με περισσότερες από δύο κατηγορίες

Παράδειγμα:

Θέλουμε να εξετάσουμε αν, αντί για το φύλο, το επίπεδο εκπαίδευσης του εργαζομένου επηρεάζει το ύψος του μισθού.

Σύμφωνα με τα διαθέσιμα στοιχεία η εκπαίδευση του κάθε εργαζόμενου κατατάσσεται σε μια από τις τρείς κατηγορίες: (α) μέχρι και δημοτικό, (β) μέχρι και λύκειο, (γ) μέχρι και πτυχίο ΑΕΙ ή ΤΕΙ.

Η βασική συνάρτηση $WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$

Αφού έχουμε 3 βαθμίδες εκπαίδευσης δημιουργούμε 3 ψευδομεταβλητές [0, 1]

$$ED1 = \begin{cases} 1 & \text{μέχρι και Δημοτικό} \\ 0 & \text{άλλο} \end{cases}$$

$$ED2 = \begin{cases} 1 & \text{μέχρι και Λύκειο} \\ 0 & \text{άλλο} \end{cases}$$

$$ED2 = \begin{cases} 1 & \text{μέχρι και ΑΕΙ/ΤΕΙ} \\ 0 & \text{άλλο} \end{cases}$$

Αν εισάγουμε όλες τις ψευδομεταβλητές στην συνάρτηση θα έχουμε πρόβλημα τέλειας πολυσυγγραμικότητας. **Γιατι;**

Η μεταβλητή X_0 που αντιστοιχεί τον σταθερό όρο μπορεί να γραφεί:

$$X_0 = 1 = ED_1 + ED_2 + ED_3$$

Άρα η μήτρα $\mathrm{X'X}$ είναι ιδιάζουσα δηλαδή $|\mathrm{X'X}| = \mathbf{0}$, άρα δεν έχει αντίστροφη και επομένως το σύστημα $\mathbf{X'X\hat{\beta}} = \mathbf{X'Y}$ δεν έχει λύση.

Το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό ως παγίδα των ψευδομεταβλητών.

Η λύση είναι να παραλείψουμε μία από αυτές. Η επιλογή δεν έχει επίδραση στα αποτελέσματα.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα αποκλείουμε την *ED1*

Έτσι $$WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{\beta}_2 ED2_i + \hat{\beta}_3 ED3_i + \hat{u}_i$$

$$ED1 = 1 \Rightarrow ED2 = ED3 = 0 \qquad WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$$

$$ED2 = 1 \Rightarrow ED1 = ED2 = 0 \qquad WAGE_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2\right) + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$$

$$ED3 = 1 \Rightarrow ED1 = ED2 = 0 \qquad WAGE_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_3\right) + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$$

$\hat{\beta}_2$	Η διαφορά στο ύψος του μισθού ενός εργαζόμενου με εκπαίδευση μέχρι και επίπεδο λυκείου σε σχέση με ένα εργαζόμενο, κατά τ' άλλα όμοιο, αλλά με επίπεδο εκπαίδευσης μέχρι και δημοτικό (βάση)
$\hat{\beta}_3$	Η διαφορά στο ύψος του μισθού ενός εργαζόμενου με εκπαίδευση μέχρι και ΑΕΙ ή ΤΕΙ σε σχέση με ένα εργαζόμενο, κατά τ' άλλα όμοιο, αλλά με επίπεδο εκπαίδευσης μέχρι και δημοτικό (βάση)

$$WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{\beta}_2 ED2_i + \hat{\beta}_3 ED3_i + \hat{u}_i$$

Παραδείγματα υποθέσεων

$H_0 : \beta_2 = 0 \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$

Δεν υπάρχει διαφορά στο ύψος του μισθού μεταξύ δύο εργαζομένων, που είναι κατά τ΄ άλλα όμοιοι, αλλά το επίπεδο εκπαίδευσης του πρώτου είναι το Δημοτικό και του άλλου το Λύκειο.

$H_0 : \beta_3 = 0 \quad H_1 : \beta_3 \neq 0$

Δεν υπάρχει διαφορά στο ύψος του μισθού μεταξύ δύο εργαζομένων, που είναι κατά τ΄ άλλα όμοιοι, αλλά το επίπεδο εκπαίδευσης του πρώτου είναι το Δημοτικό και του άλλου ΑΕΙ ή ΤΕΙ.

$H_0 : \beta_2 = \beta_3 \quad H_1 : \beta_2 \neq \beta_3$

Δεν υπάρχει διαφορά στο ύψος του μισθού μεταξύ δύο εργαζομένων, που είναι κατά τ΄ άλλα όμοιοι, αλλά το επίπεδο εκπαίδευσης του πρώτου είναι το Λύκειο και του άλλου ΑΕΙ ή ΤΕΙ.

$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0 \quad H_1 : \beta_2 \neq 0$ ή $\beta_3 \neq 0$

Το επίπεδο εκπαίδευσης του εργαζόμενου δεν επηρεάζει το ύψος του μισθού.

Παράδειγμα:

$$WAGE_i = 1104,2 + 88,2EXPER_i + 223,1ED2_i + 299,2ED3_i$$
$$(347,1) \quad (31,1) \qquad\qquad (221,1) \qquad (50,2)$$

$$R^2 = 0,37$$
$$\bar{R}^2 = 0,29$$
$$n = 46$$
$$F_{0.05,3,42} = 2,82$$
$$\text{p-value} = 0,014$$

Ποιος είναι ο μέσος μισθός ατόμου με το χαμηλότερο εκπαιδευτικό επίπεδο και χωρίς προυπηρεσία;

Ποιος είναι ο μέσος μισθός αποφοίτου ΑΕΙ/ΤΕΙ με προυπηρεσία κοντά στο μέσο όρο του δείγματος (6 χρόνια);

Ποια είναι η διαφορά στους μισθούς ατόμων με εκπαίδευση λυκείου και δημοτικού αντίστοιχα;

Ποιος είναι ο μέσος μισθός ατόμου με το εκπαιδευτικό επίπεδο ΑΕΙ/ΤΕΙ και χωρίς προυπηρεσία;

Η εποχικότητα εκφρασμένη ως ψευδομεταβλητές

Παράδειγμα:

Θέλουμε να εξετάσουμε αν η δαπάνη για τρόφιμα εξαρτάται από την εποχή του χρόνου (άνοιξη, καλοκαίρι, φθινόπωρο, χειμώνας).

Αφού έχουμε 4 εποχές δημιουργούμε 4 ψευδομεταβλητές [0, 1] .

$$S_1 = \begin{cases} 1 & \text{Άνοιξη} \\ 0 & \text{Άλλη εποχή} \end{cases}$$

$$S_2 = \begin{cases} 1 & \text{Καλοκαίρι} \\ 0 & \text{Άλλη εποχή} \end{cases}$$

$$S_3 = \begin{cases} 1 & \text{Φθινόπωρο} \\ 0 & \text{Άλλη εποχή} \end{cases}$$

$$S_4 = \begin{cases} 1 & \text{Χειμώνας} \\ 0 & \text{Άλλη εποχή} \end{cases}$$

Εισάγουμε τις τρεις ψευδομεταβλητές στην εξίσωση:

$$Food_i = b_0 + b_1 S_{1i} + b_2 S_{2i} + b_3 S_{3i} + b_4 Income + u_i$$

Και παίρνουμε την εκτίμηση:

$$\hat{Food}_i = \underset{(5,5)}{152,3} - \underset{(7,8)}{25,4} S_{1i} - \underset{(6,4)}{27,8} S_{2i} + \underset{(4,1)}{4,3} S_{3i} + \underset{(0,05)}{0,2} Income$$

Το εκτιμημένο υπόδειγμα για κάθε μία εποχή θα είναι:

Χειμώνας: $\hat{Food}_i = 152,3 + 0,2 Income$

Άνοιξη: $\hat{Food}_i = 152,3 - 25,4 + 0,2 Income$

Καλοκαίρι: $\hat{Food}_i = 152,3 - 27,8 + 0,2 Income$

Φθινόπωρο: $\hat{Food}_i = 152,3 + 4,3 + 0,2 Income$

Τι θα σήμαινε εάν αντί για ψευδομεταβλητές χρησιμοποιούσαμε μια μόνο μεταβλητή για την εποχικότητα ως:

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{Άνοιξη} \\ 2 & \text{Καλοκαίρι} \\ 3 & \text{Φθινόπωρο} \\ 4 & \text{Χειμώνας} \end{cases}$$

$$\widehat{Food}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 S_i + \hat{b}_2 Income$$

Άνοιξη: $\widehat{Food}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 + \hat{b}_2 Income$

Καλοκαίρι: $\widehat{Food}_i = \hat{b}_0 + 2\hat{b}_1 + \hat{b}_2 Income$

Φθινόπωρο: $\widehat{Food}_i = \hat{b}_0 + 3\hat{b}_1 + \hat{b}_2 Income$

Χειμώνας: $\widehat{Food}_i = \hat{b}_0 + 4\hat{b}_1 + \hat{b}_2 Income$

Η υπόθεση είναι αρκετά περιοριστική: Η διαφορά μεταξύ των εποχών είναι σταθερή. Σφάλμα εξειδίκευσης;

Περισσότερες ψευδομεταβλητές στην ίδια συνάρτηση

Παράδειγμα:

Θέλουμε να εξετάσουμε την επίδραση του φύλου και της εκπαίδευσης

$$WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{\beta}_2 ED2_i + \hat{\beta}_3 ED3_i + \hat{\beta}_4 GENDER_i + \hat{u}_i$$

Ως *<u>βάση</u>* θεωρείται ο εργαζόμενος ο οποίος αντιπροσωπεύεται με την τιμή 0 σε όλες τις ψευδομεταβλητές.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση:
Γυναίκα με εκπαίδευση $\leq$ Δημοτικό

$$WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$$

Άλλες περιπτώσεις

Γυναίκα, Δημοτικό $<$ εκπαίδευση $\leq$ Λύκειο

$$WAGE_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2\right) + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$$

Άντρας, Δημοτικό $<$ εκπαίδευση $\leq$ Λύκειο

$$WAGE_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_4\right) + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$$

Ποιοτικές μεταβλητές που επιδρούν στην κλίση της ευθείας παλινδρόμησης

Στην συνάρτηση $WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{\beta}_2 GENDER_i + \hat{u}_i$

Το $\hat{\beta}_2$ επηρεάζει μόνο τον σταθερό όρο $\hat{\beta}_0$

$\hat{\beta}_1 = \dfrac{\partial(WAGE)}{\partial(EXPER)}$ σταθερό (δεν εξαρτάται από το $\hat{\beta}_2$)

Η διαφορά στους μισθούς αντρών και γυναικών είναι σταθερή. Δηλαδή ανεξάρτητη από τον χρόνο προϋπηρεσίας.

Ποια θα είναι η μορφή της συνάρτησης αν η διαφορά αυτή εξαρτάται και από τον χρόνο προϋπηρεσίας;

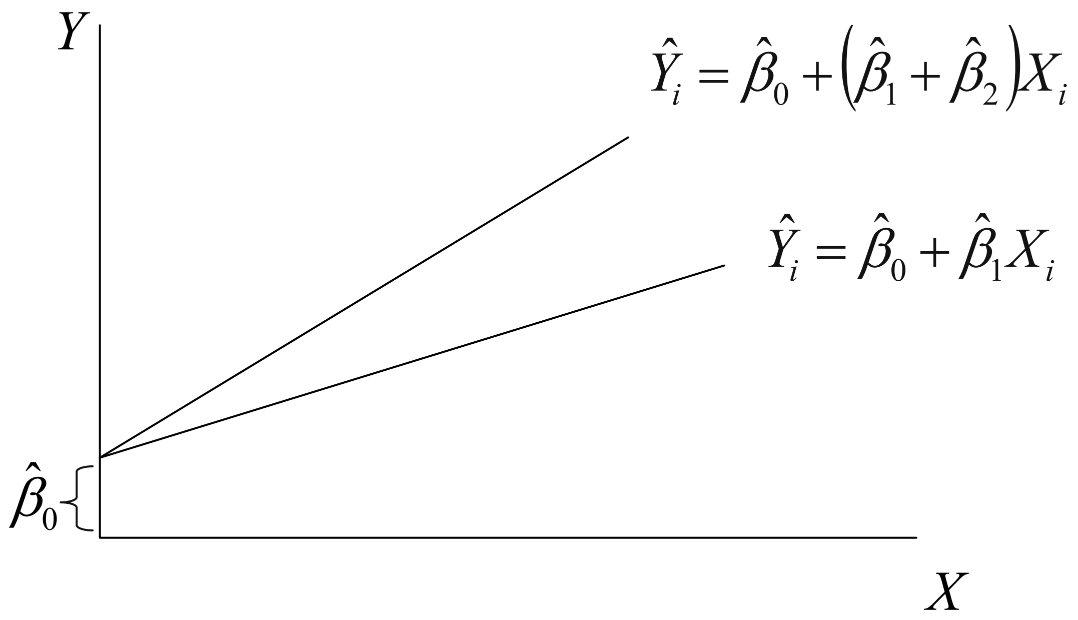
$$WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{\beta}_2 EXPER_i \cdot GENDER_i + \hat{u}_i$$

Όταν $GENDER = 1$ $\quad WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \left(\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2\right) EXPER_i + \hat{u}_i$

Όταν $GENDER = 0$ $\quad WAGE_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EXPER_i + \hat{u}_i$

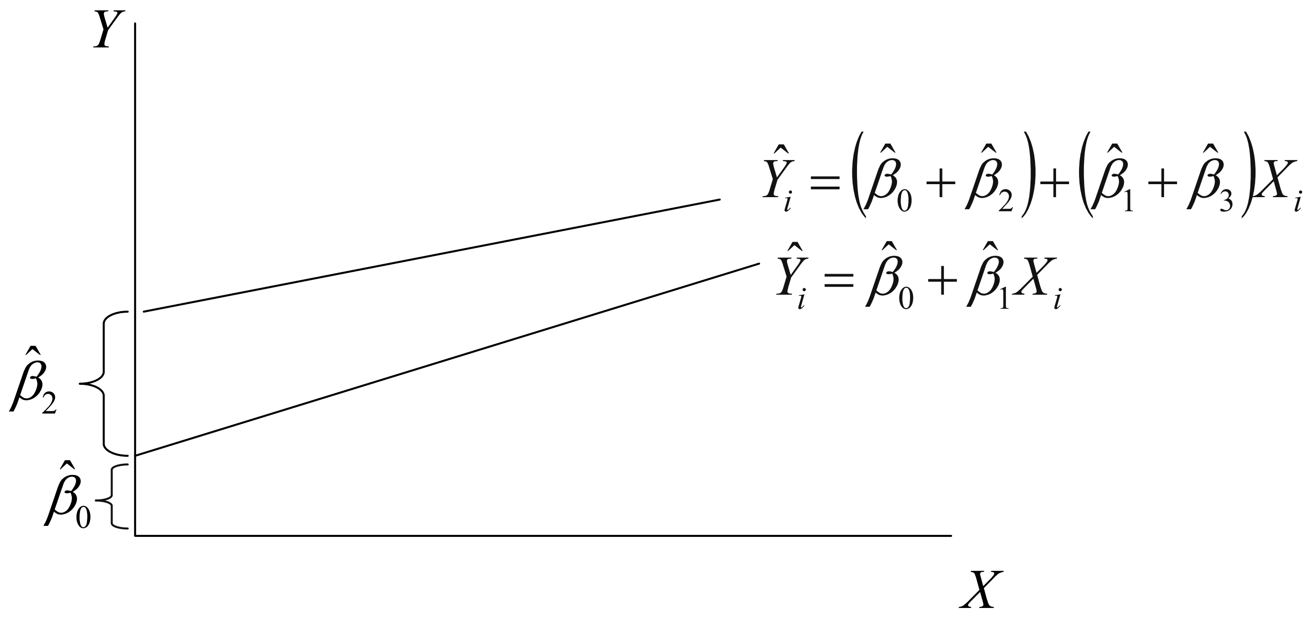
Στην γενική περίπτωση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i + \hat{\beta}_2 \left(D_i \cdot X_i\right)$$



Όταν η ψευδομεταβλητή επηρεάζει την σταθερά και την κλίση της εξίσωσης

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i + \beta_2 D + \hat{\beta}_3 \left(D_i \cdot X_i\right)$$



Μπορούμε να ελέγξουμε τις υποθέσεις $\beta_2=0$ ή $\beta_3=0$ ή $\beta_2=\beta_3=0$.

Παλινδρόμηση κατά τμήματα

Η σχέση που συνδέει δύο οικονομικές μεταβλητές μπορεί να είναι γραμμική αλλά να αλλάζει κλίση μετά από μια συγκεκριμένη τιμή της μεταβλητής.

π.χ. Οι αμοιβές ενός καρδιοχειρουργού (Y) αυξάνονται με ένα ρυθμό μέχρι ένα δεδομένο αριθμό επεμβάσεων και μετά αυξάνονται με υψηλότερο ρυθμό.

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + b_2 \left(X_i - X^* \right) D_i + u_i$$

Όπου X^* η τιμή στην οποία επέρχεται η μεταβολή,

$D = 1$ εάν $X_i > X^*$

$D = 0$ εάν $X_i \leq X^*$

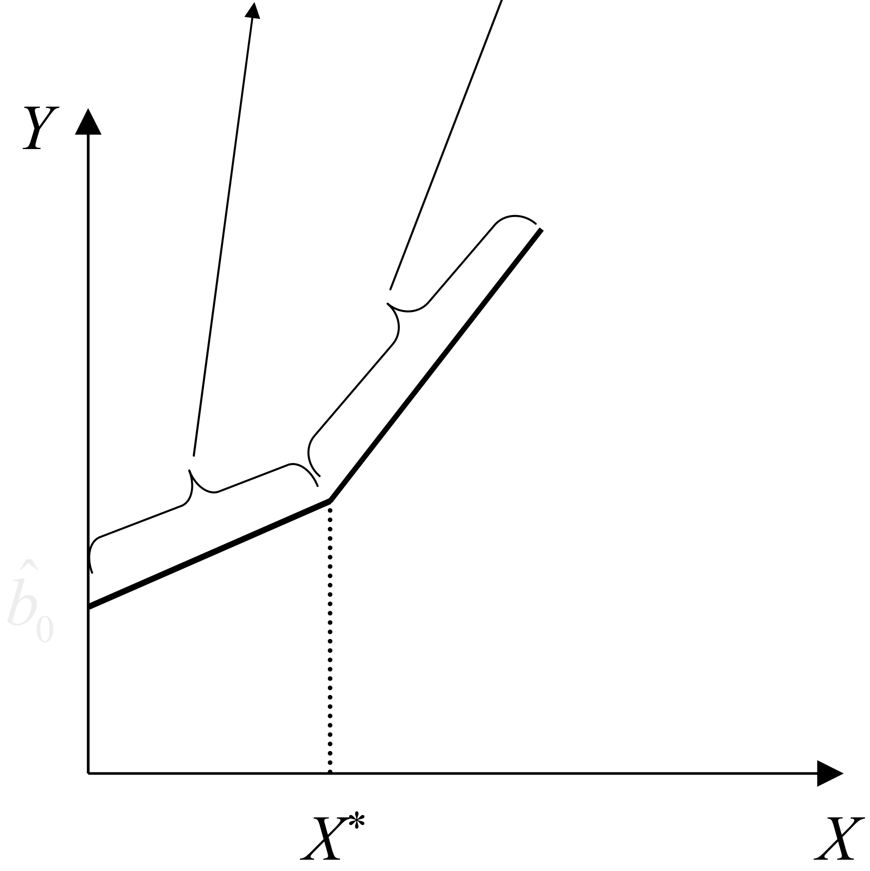
$$D = 1 \qquad \Rightarrow Y_i = \left(b_0 - b_2 X^* \right) + \left(b_1 + b_2 \right) X_i + u_i$$

$$D = 0 \qquad \Rightarrow Y_i = b_0 + b_1 X_i + u_i$$

Παλινδρόμηση κατά τμήματα

$$D = 1 \qquad \Rightarrow \hat{Y}_i = \left(\hat{b}_0 - \hat{b}_2 X^*\right) + \left(\hat{b}_1 + \hat{b}_2\right) X_i$$

$$D = 0 \qquad \Rightarrow \hat{Y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_i$$



Παράδειγμα

X	Y
5	1,0
6	1,3
7	1,7
8	2,0
9	2,7
10	3,6
11	4,9
12	6,2
13	7,6
14	8,9

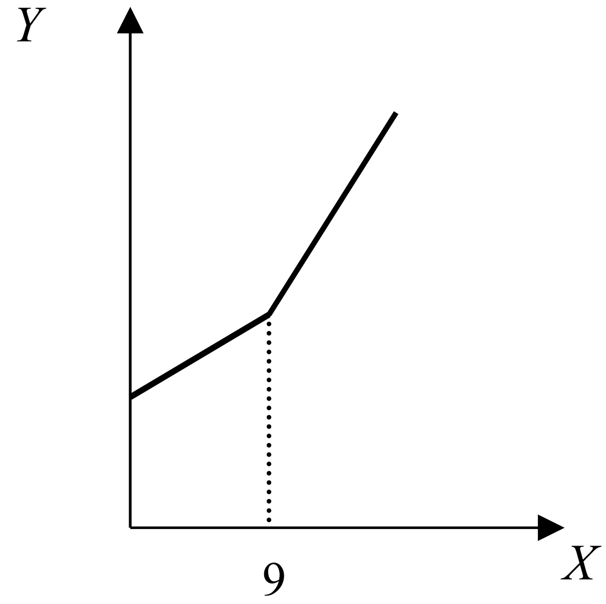
$$\hat{Y}_i = -4,49 + 0,893X_i \qquad R^2 = 0,938$$
$$(0,801) \quad (0,081)$$

Επέρχεται μεταβολή όταν $X^*=9$;

$$\hat{Y}_i = -0,911 + 0,373X_i + 0,902(X_i - 9)D_i \qquad R^2 = 0,998$$
$$(0,259) \quad (0,035) \quad (0,055)$$

$$D = 1 \Rightarrow \hat{Y}_i = -0,911 + 0,373X_i + 0,902(X_i - 9) = -9,029 + 1,275X_i$$

$$D = 0 \Rightarrow \hat{Y}_i = -0,911 + 0,373X_i$$



Έλεγχος μεταβολής στη δομή του υποδείγματος

Οι συντελεστές του υποδείγματος είναι διαφορετικοί σε διαφορετικές περιόδους.

Έλεγχος Chow

Το υπόδειγμα εκτιμάται ξεχωριστά για την κάθε περίοδο ➡ $ESS_U = ESS_1 + ESS_2$

Το υπόδειγμα εκτιμάται για ολόκληρη την περίοδο ➡ ESS_R

$$F = \frac{\left(ESS_R - ESS_U\right)/k}{ESS_U / n-2k}$$

Εάν $F > F_{a,k,n-2k}$ απορρίπτουμε την H_0 ότι δεν υπάρχει μεταβολή στην δομή του υποδείγματος.

Παράδειγμα:

Έστω τα στοιχεία κατανάλωσης και εισοδήματος.

$$D=0 \quad \Rightarrow \hat{C}=28279,65+0,711 I_i \qquad \mathrm{R}^2=0,99$$
$$(3745,03) \quad (0,017) \qquad \mathrm{ESS}_{D=0}=265167148$$

$$D=1 \quad \Rightarrow \hat{C}=21768,6+0,741 I_i \qquad \mathrm{R}^2=0,98$$
$$(12117,86) \quad (0,030) \qquad \mathrm{ESS}_{D=1}=116963786$$

$$D=0 \text{ ή } 1 \quad \Rightarrow \hat{C}=23958,2+0,734 I_i \qquad \mathrm{R}^2=0,997$$
$$(2299,1) \quad (0,007) \qquad \mathrm{ESS}_{R}=429820876$$

$$ESS_U = \mathrm{ESS}_{D=0}+\mathrm{ESS}_{D=1}=382130934$$

$$ESS_R = 429820876$$

$$F=\frac{\left(ESS_R-ESS_U\right)/k}{ESS_U/n-2k}=\frac{\left(429820876-382130934\right)/2}{382130934/\left(26-2\cdot 2\right)}=1,373$$

Έτος	C	I	D
1960	107808	112279	0
1961	115147	125028	0
1962	120050	130472	0
1963	126115	142352	0
1964	137192	155657	0
1965	147707	171643	0
1966	157687	182685	0
1967	167528	193022	0
1968	179025	204331	0
1969	190089	221966	0
1970	206813	240824	0
1971	218309	265555	0
1972	233551	293181	0
1973	251369	327993	0
1974	253051	309644	0
1975	266884	329598	1
1976	281066	350427	1
1977	293928	366730	1
1978	310640	390188	1
1979	318817	406857	1
1980	319341	401477	1
1981	325851	415887	1
1982	338507	421897	1
1983	339425	418380	1
1984	345194	434924	1
1985	358671	457290	1

$$F=1,373<F_{0,05,2,22}=3,44$$

δεχόμαστε την H_0 ότι δεν υπάρχει μεταβολή στην δομή του υποδείγματος

Έλεγχος με χρήση ψευδομεταβλητών

Αρχικό υπόδειγμα $Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{u}_i$

Θέλουμε να εξετάσουμε την περίπτωση δομικής μεταβολής στο υπόδειγμα μετά από μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή.

Δημιουργείται μια ψευδομεταβλητή D η οποία παίρνει την τιμή 0 για το διάστημα πριν από τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή και την τιμή 1 για την υπόλοιπη χρονική περίοδο.

Αν υποθέσουμε ότι όλοι οι συντελεστές μεταβάλλονται

$$Y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{b}_0 D + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{b}_1 D X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{b}_2 D X_{2i} + u_i$$

Το πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής σε σχέση με τη προηγούμενη είναι ότι μας δίνει τη δυνατότητα να ελέγξουμε την μεταβολή μέρους των συντελεστών.

Έλεγχος με χρήση ψευδομεταβλητών

Το εκτιμημένο υπόδειγμα για την περίοδο D=0 θα είναι:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i}$$

Το εκτιμημένο υπόδειγμα για την περίοδο D=1 θα είναι:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{b}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{b}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{b}_2 X_{2i}$$

$$\Rightarrow \hat{Y}_i = \left(\hat{\beta}_0 + \hat{b}_0\right) + \left(\hat{\beta}_1 + \hat{b}_1\right) X_{1i} + \left(\hat{\beta}_2 + \hat{b}_2\right) X_{2i}$$

Αν ελέγξουμε την υπόθεση $\mathrm{H}_0 : b_0 = b_1 = b_2 = 0$

και δεν απορρίψουμε την H_0, ισοδυναμεί με απόρριψη της υπόθεσης ότι υπάρχει μεταβολή στην δομή του υποδείγματος.

Παράδειγμα:

Έστω τα στοιχεία κατανάλωσης και εισοδήματος.

$$C = b_0 + b_1 D + b_2 I_i + b_3 D \cdot I_i + v_i$$

$$\hat{C} = 28279{,}65 - 6511{,}02D + 0{,}711 I_i + 0.031 D \cdot I_i$$

$$(3455{,}9) \quad (14429{,}3) \quad (0{,}016) \quad (0{,}038)$$

$$R^2 = 0{,}997$$

$$ESS_U = 382130935$$

$$\hat{C} = 23958{,}2 + 0{,}734 I_i \qquad R^2 = 0{,}997$$

$$(2299{,}1) \ (0{,}007) \qquad ESS_R = 429820876$$

$$F = \frac{\dfrac{ESS_R - ESS_U}{k-m}}{\dfrac{ESS_U}{n-k}} = \frac{\dfrac{429820876\text{-}382130935}{4-2}}{\dfrac{382130935}{26-4}} = 1{,}373$$

Έτος	C	I	D
1960	107808	112279	0
1961	115147	125028	0
1962	120050	130472	0
1963	126115	142352	0
1964	137192	155657	0
1965	147707	171643	0
1966	157687	182685	0
1967	167528	193022	0
1968	179025	204331	0
1969	190089	221966	0
1970	206813	240824	0
1971	218309	265555	0
1972	233551	293181	0
1973	251369	327993	0
1974	253051	309644	0
1975	266884	329598	1
1976	281066	350427	1
1977	293928	366730	1
1978	310640	390188	1
1979	318817	406857	1
1980	319341	401477	1
1981	325851	415887	1
1982	338507	421897	1
1983	339425	418380	1
1984	345194	434924	1
1985	358671	457290	1

$$F = 1{,}373 < F_{0{,}05,2,22} = 3{,}44$$

δεχόμαστε την H_0 ότι δεν υπάρχει μεταβολή στην δομή του υποδείγματος