

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

1. Ολοκληρωτικός τύπος Cauchy: $f^{(n)}(z_0) = \frac{n!}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, n=0,1,2,\dots$

2. Αν z_0 πόλος τάξης N , τότε: $\text{Res}(f, z_0) = \frac{1}{(N-1)!} \lim_{z \rightarrow z_0} \left[\left((z-z_0)^N f(z) \right)^{(N-1)} \right].$

3. Σειρές McLaurin γνωστών συναρτήσεων:

$$\eta\mu z = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)!} z^{2n-1}, (z \in \mathbb{C}), \sigma\upsilon\nu z = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} z^{2n}, (z \in \mathbb{C}), e^z = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}, (z \in \mathbb{C})$$

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{+\infty} z^n, |z| < 1, \quad \text{Log}(1+z) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} z^n, |z| < 1.$$

$$\sigma\upsilon\nu z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}, \quad \eta\mu z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$$

4. Τριγωνομετρικές ταυτότητες.

$$\eta\mu(z \pm w) = \eta\mu z \cdot \sigma\upsilon\nu w \pm \sigma\upsilon\nu z \cdot \eta\mu w$$

$$\sigma\upsilon\nu(z \pm w) = \sigma\upsilon\nu z \cdot \sigma\upsilon\nu w \mp \eta\mu z \cdot \eta\mu w$$

$$\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}, \quad \sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$$

5. Υπερβολικές συναρτήσεις.

$$\sinh(z \pm w) = \sinh z \cdot \cosh w \pm \cosh z \cdot \sinh w$$

$$\cosh(z \pm w) = \cosh z \cdot \cosh w \pm \sinh z \cdot \sinh w$$

$$\mathbf{6.} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{R \rightarrow +\infty} \int_{-R}^R f(x) dx = 2\pi i \cdot \sum_{k=1}^n \text{Res}(f, z_k) + \pi i \cdot \sum_{k=1}^m \text{Res}(f, r_k),$$

όπου z_1, \dots, z_n είναι απομονωμένα ανώμαλα σημεία της f στο άνω ημιεπίπεδο $\text{Im}(z) > 0$ και r_1, \dots, r_m είναι απλοί πόλοι της f πάνω στον πραγματικό άξονα. Προϋπόθεση: $\lim_{z \rightarrow \infty} (zf(z)) = 0$.

Γενική μορφή γραμμικής δ.ε. 1ης τάξης: $y'(x) + p(x)y(x) = q(x).$

Γενική λύση γραμμικής δ.ε. 1ης τάξης: $y(x) = e^{-\int p(x) dx} \left(c + \int q(x) e^{\int p(x) dx} dx \right), c \in \mathbb{R}.$
