

ΠΜΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Εργαλεία Προγραμματισμού – MATHEMATICA

ΑΣΚΗΣΕΙΣ 02.

1) Υπολογίστε το $\sqrt{e^\pi}$ με 1000 δεκαδικά ακρίβεια

2) Υπολογίστε το $\sum_{k=1}^{100} \frac{i}{1+i}$ με 1000 δεκαδικά ακρίβεια

3) Ορίστε και σχεδιάστε την συνάρτηση $f(k) = \sum_{i=0}^k \frac{1}{i+1}$

4) Βρείτε το όριο $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{i}\right)}{\ln(k)}$

5) Δίνονται οι συναρτήσεις

$$A = \frac{1}{2}(z^2 + u^2) + \frac{1}{4}(x + y)^2 + \frac{1}{4}(x - ky)^4$$

$$B = (z + u)^2 + (x + y)^2$$

Για ποια τιμή του k μηδενίζεται η παρακάτω παράσταση

$$C = \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} \frac{\partial B}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial u} \frac{\partial B}{\partial y}$$

6) Ορίστε την συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} e^x & , \quad x < 0 \\ (x+1)^2 & , \quad x \geq 0 \end{cases}$$

Σχεδιάστε την $f(x)$ στο διάστημα $-2 < x < 2$. Είναι η συνάρτηση συνεχής στο $x=0$; Είναι η συνάρτηση παραγωγίσιμη στο $x=0$;

7) Ορίστε και σχεδιάστε τη συνάρτηση τυχαίου βηματισμού (

$$R(k) = \sum_{i=1}^k \text{random}(1, -1)$$

Όπου η $\text{random}(-1,1)$ σε κάθε βήμα παίρνει τυχαία την τιμή 1 ή -1

- 8) Γεμίστε μια λίστα με 100 ψευδο-τυχαίους αριθμούς που προκύπτουν από την αναδρομική σχέση

$$x_{n+1} = (51x_n + 1) \bmod 100$$

Ξεκινήστε με κάποια τιμή για το x_0 στο διάστημα $[0,100]$ (σπόρος)

- 9) Τέλειοι ακέραιοι είναι αυτοί οι οποίοι ισούνται με το άθροισμα των διαιρετών τους (χωρίς τον εαυτό τους). Πχ ο 6 έχει διαιρέτες τους 1,2 και 3 και είναι τέλειος ακέραιος . αφού $6=1+2+3$. Βρείτε όλους τους τέλειους αριθμούς στο διάστημα $[1,1000]$.

- 10) Δίνεται η λίστα

{“ΠΑΟΚ”, “ΟΣΦΠ”, “ΑΕΚ”, “ΑΡΙΣ”, “ΑΕΛ”, “ΟΦΗ”}

Υπολογίστε ένα πρόγραμμα αγώνων έτσι ώστε η κάθε ομάδα να παίζει μια φορά με τις υπόλοιπες.

- 11) Δίνονται οι λίστες σημείων (x,y)

$$A = \{ \{1,1\}, \{3,4\}, \{-2,5\}, \{2,7\}, \{5,-2\}, \{-1,4\} \}$$

$$B = \{ \{0,3\}, \{-2,3\}, \{1,3\}, \{2,5\}, \{4,1\}, \{3,1\} \}$$

Υπολογίστε ποια σημεία (ένα της λίστας A και ένα της λίστας B) απέχουν την μικρότερη απόσταση.

- 12) Επιλύστε το πρόβλημα αρχικών τιμών

$$\ddot{x} + \frac{1}{4}\dot{x} + 2x = \sin(t) + \sin(2t), \quad x(0) = 1, \quad \dot{x}(0) = 0$$

και σχεδιάστε τη λύση στο διάστημα $0 < t < 20$

- 13) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{7}{2}x(1-x)$. Υπολογίστε την συνάρτηση

$$g(x) = f(f(f(x)))$$

Και βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $g(x)=0$.

- 14) Βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης

$$e^{x^2-x} - x^2 = 0$$

- 15) Βρείτε τις λύσεις του συστήματος

$$x - y^2 + z = 0$$

$$x^2 - y - z = 1, \text{ για } k=1 \text{ και } k=2$$

$$xy - z^k = -1$$

16) Βρείτε τις λύσεις του συστήματος εξισώσεων

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4 \\ \sin(2x) + \cos(3y) &= 1 \end{aligned} \quad 0 < x, y < \pi$$