$\int \tan u\, du = -\ln|\cos u|$

$\int \frac{1}{\tan u} du = \ln|\sin u|$

7. $\int \sec u\, du = \ln|\sec u + \tan u| = \ln|\tan(u/2 + \pi/4)|$

8. $\int \csc u\, du = \ln|\csc u - \cot u| = \ln|\tan u/2|$

9. $\int \sec^2 u\, du = \tan u$

10. $\int \csc^2 u\, du = -\cot u$

11. $\int \sec u \tan u\, du = \sec u$

12. $\int \csc u \cot u\, du = -\csc u$

$), a \neq 1$

15. $\int \sinh u\, du = \cosh u$

16. $\int \cosh u\, du = \sinh u$

17. $\int \tanh u\, du = \ln \cosh u$

18. $\int \coth u\, du = \ln|\sinh u|$

19. $\int \operatorname{sech} u\, du = \tan^{-1}(\sinh u)$

20. $\int \operatorname{csch} u\, du = -\coth^{-1}(\cosh u)$

21. $\int \operatorname{sech}^2 u\, du = \tanh u$

22. $\int \operatorname{csch}^2 u\, du = -\coth u$

23. $\int \operatorname{sech} u \tanh u\, du = -\operatorname{sech} u$

24. $\int \operatorname{csch} u \coth u\, du = -\operatorname{csch} u$

25. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \sin^{-1}\frac{u}{a}$ ή $-\cos^{-1}\frac{u}{a}$

26. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \ln|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}|$

27. $\int \frac{du}{u^2+a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{u}{a}$ ή $-\frac{1}{a}\cot^{-1}\frac{u}{a}$

28. $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right|$

29. $\int \frac{du}{u\sqrt{a^2 \pm u^2}} = \frac{1}{a}\ln\left|\frac{u}{a+\sqrt{a^2 \pm u^2}}\right|$

30. $\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a}\cos^{-1}\frac{a}{u}$ ή $\frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{u}{a}$

31. $\int \sqrt{u^2 \pm a^2}\, du = \frac{u}{2}\sqrt{u^2 \pm a^2} \pm \frac{a^2}{2}\ln|u + \sqrt{u^2 \pm a^2}|$

32. $\int \sqrt{a^2-u^2}\, du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{u}{a}$

33. $\int e^{au}\sin bu\, du = \frac{e^{au}(a\sin bu - b\cos bu)}{a^2+b^2}$

34. $\int e^{au}\cos bu\, du = \frac{e^{au}(a\cos bu + b\sin bu)}{a^2+b^2}$

ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΕΩΣ

1. **Ολοκλήρωση κατά παράγοντες.** Γενικά έχουμε

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du \qquad \text{ή} \qquad \int f(x)\,g'(x)\,dx = f(x)\,g(x) - \int f'(x)\,g(x)\,dx$$

όπου $u = f(x)$ και $v = g(x)$. Η αντίστοιχη σχέση για ορισμένα ολοκληρώματα στο διάστημα $[a, b]$ ισχύει βέβαια, αν οι $f(x)$ και $g(x)$ είναι συνεχείς και έχουν συνεχείς παραγώγους στο $[a, b]$. Βλέπε Προβλ. 18-20.

2. **Ανάλυση σε απλά κλάσματα.** Οποιαδήποτε ρητή συνάρτηση $\frac{P(x)}{Q(x)}$, όπου $P(x)$ και $Q(x)$ είναι πολυώνυμα με βαθμό του $P(x)$ μικρότερο από εκείνο του $Q(x)$, μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα ρητών συναρτήσεων της μορφής $\frac{A}{(ax+b)^r}$, $\frac{Ax+B}{(ax^2+bx+c)^r}$, όπου $r = 1, 2, 3, \ldots$, και μπορεί πάντοτε να ολοκληρωθεί με στοιχειώδεις συναρτήσεις.

Παράδειγμα 1. Είναι $\frac{3x-2}{(4x-3)(2x+5)^3} = \frac{A}{4x-3} + \frac{B}{(2x+5)^3} + \frac{C}{(2x+5)^2} + \frac{D}{2x+5}$.

Παράδειγμα 2. Είναι $\frac{5x^2-x+2}{(x^2+2x+4)^2(x-1)} = \frac{Ax+B}{(x^2+2x+4)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+2x+4} + \frac{E}{x-1}$.

Οι σταθερές A, B, C, κτλ., μπορούν να βρεθούν αν προσθέσουμε τα απλά αυτά κλάσματα στο δεύτερο μέλος και εξισώσουμε τους συντελεστές των ίδιων δυνάμεων των x και των δυο μελών της εξισώσεως ή με άλλες μεθόδους (βλέπε Πρόβλ. 21).