

ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι, - Ασκήσεις 5. 13 - 11 - 2003

1. Κατασκευάσετε προσεκτικά τα γραφήματα των συναρτήσεων

$$(a) f(x) = [x], \quad (b) g(x) = x - [x],$$

$$(c) h(x) = \sqrt{x - [x]}, \quad (d) k(x) = [x] + \sqrt{x - [x]},$$

2. (α) Εστω $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση που είναι φραγμένη, δηλ. υπάρχει $M \in \mathbb{R}$ ώστε $|f(x)| \leq M$ για κάθε $x \in [a, b]$. Αν $c \in [a, b]$ δείξτε προσεκτικά ότι η συνάρτηση $g(x) = (x - c)f(x)$ είναι συνεχής στο c .

(β) Αν $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχής και $f(x) = -f(-x)$ για κάθε $x \neq 0$ δείξτε ότι $f(0) = 0$.

3. (α) Βρείτε το πεδίο ορισμού A της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ και εξετάστε αν υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(β) Βρείτε το πεδίο ορισμού B της συνάρτησης

$$g(x) = \sin\left(\frac{1}{\sin\frac{1}{x}}\right),$$

και εξετάστε αν το 0 είναι σημείο συσσωρευσεως του B .