

ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι, - Ασκήσεις 3. 30-10-2003

1. Αν $\{a_n\}$ είναι ακολουθία θετικών αριθμών για την οποία έχουμε

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = s < 1,$$

δειξτε ότι $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

2. Βρείτε ποιες από τις σειρές είναι αθροισίμες

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 1}. \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} n^3 r^n, \quad |r| < 1. \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^2 + 1}. \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

3. Θεωρούμε την σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ όπου η ακολουθία a_n είναι

$$1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots, -\frac{1}{6}, \dots$$

Εξετάστε αν η σειρά συγκλίνει.