

ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι, - Ασκήσεις 1. 16-10-2003

1. (α) Δείξτε ότι το άθροισμα, το γινόμενο και το πηλίκο (με μη μηδενικό παρονομαστή) δυο ρητών αριθμών είναι ρητός αριθμός.

(β) Ισχύει το ίδιο για άρρητους αριθμούς;

2. (α) Αν $A \subset \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$, και θέσουμε $B = \{-a : a \in A\}$ δείξτε ότι

$$\sup B = -\inf A$$

(β) Αν $B \subset A \subset \mathbb{R}$ είναι μη κενά σύνολα δείξτε ότι

$$\inf A \leq \inf B \leq \sup B \leq \sup A$$

3. Αν $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $b > 0$, δείξτε ότι

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n} = \max\{a, b\}$$