

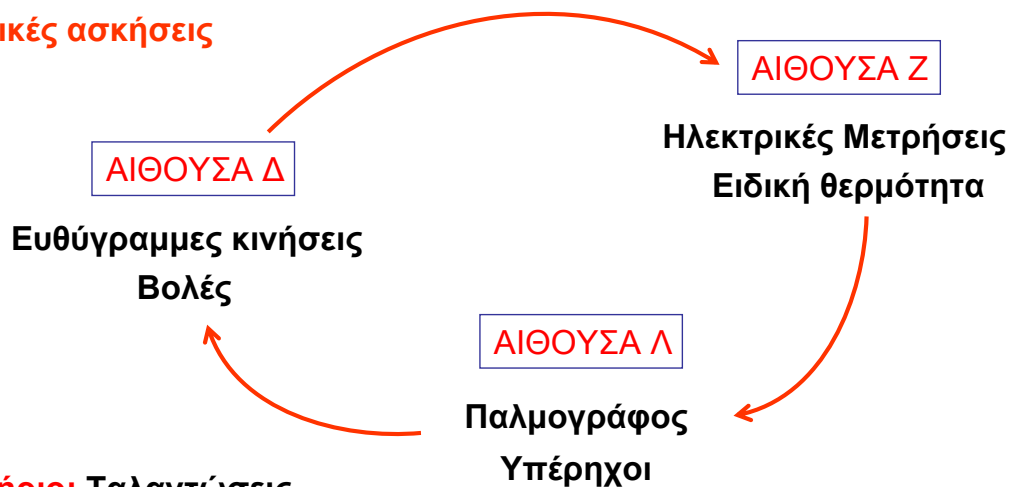
# ΓΕΝΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

Μαρία Κατσικίνη  
**E-mail:** katsiki@auth.gr  
**Web:** users.auth.gr/katsiki  
Τηλ: 2310 998500  
Γραφείο : Β' όροφος, Τομέας Φυσικής Στερεάς Κατάστασης

## Σειρά των ασκήσεων

- Θεωρία 1:** Σφάλματα
- Θεωρία 2:** Γραφικές παραστάσεις
- Θεωρία 3:** Μη-γραμμικός αντιστάτης

## 6 πειραματικές ασκήσεις



Εξετάσεις

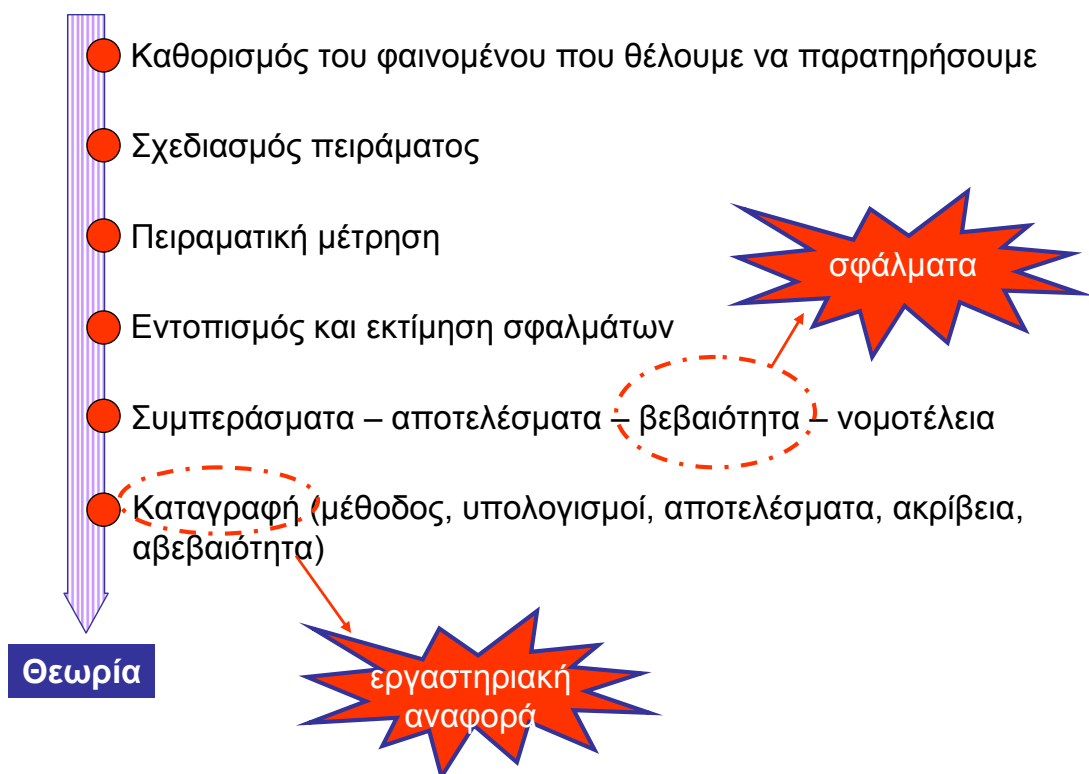
Διάρκεια ασκήσεων = 4 ώρες

## Κανονισμός εργαστηρίου

- Επαρκής προετοιμασία των φοιτητών πριν την εκτέλεση της άσκησης
- **Ατομική** γραπτή αναφορά (παράδοση στο επόμενο εργαστήριο)
- Τελικός βαθμός:
  - 40% βαθμός γραπτών αναφορών
  - 40% καθημερινή επίδοση (**ΤΕΣΤ**)
  - 20% τελική εξέταση
- Προσέλευση: το αργότερο 15 λεπτά μετά την ακέραια ώρα έναρξης
- Απουσίες: το πολύ 2 (1 στα θεωρητικά +1 στα πειραματικά)
- Περισσότερες των δύο (2) απουσιών → επανάληψη του μαθήματος
- Αναπλήρωση απουσιών: σε συμπληρωματικά εργαστήρια
  
- Υπολογιστής τσέπης (κομπιουτεράκι)
- Χαρτιά μιλιμετρέ
- Αναφορές χειρόγραφες ή όχι
- Γραφικές παραστάσεις προτιμότερο όχι στον υπολογιστή
- Ανταλλαγή τηλεφώνων με τον έτερο της ομάδας

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ: <http://genlab.physics.auth.gr/>

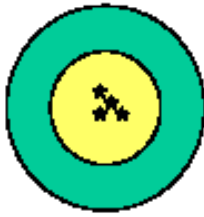
## Πείραμα



## Ευστοχία – Ακρίβεια

**Ευστοχία (accuracy):** Δηλώνει πόσο πλησιάζει η πειραματική τιμή την πραγματική

**Ακρίβεια (precision):** Δηλώνει το «πόσο επακριβώς» προσδιορίζω ένα μέγεθος (π.χ. με πόσα σημαντικά ψηφία), 2.1, 2.01, 2.155 V κλπ



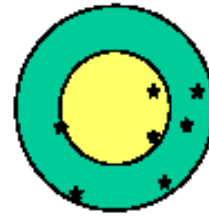
Καλή ευστοχία  
Καλή ακρίβεια



Κακή ευστοχία  
Καλή ακρίβεια



Καλή ευστοχία  
Κακή ακρίβεια

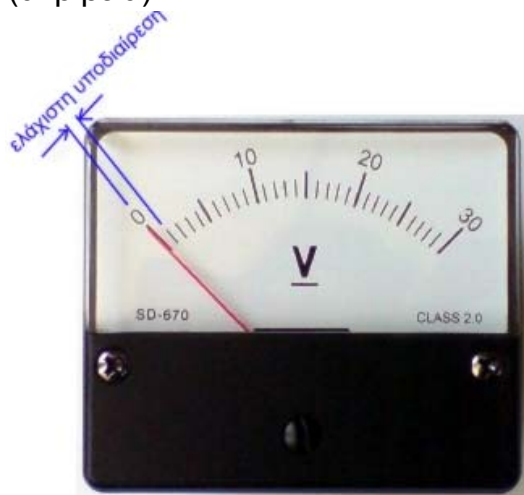


Κακή ευστοχία  
Κακή ακρίβεια

## Αβεβαιότητα

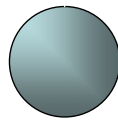
Στον πειραματικό προσδιορισμό ενός μεγέθους υπάρχουν πηγές **αβεβαιότητας** (uncertainties).

**Ελάχιστη υποδιαίρεση** των οργάνων που χρησιμοποιούνται (ακρίβεια)



**Διακυμάνσεις** στις επαναλαμβανόμενες μετρήσεις που πραγματοποιούμε για να προσδιορίσουμε ένα μέγεθος. (τυχαία σφάλματα, random errors)

## Εισαγωγή στα σφάλματα



## Εισαγωγή στα σφάλματα

Μέτρηση της ίδιου μεγέθους (π.χ. περίοδος ταλάντωσης ενός εκκρεμούς) περισσότερες από μία φορές → διαφορετικές τιμές...

- Ποια είναι η σωστή;
- Πώς είναι δυνατό να μετράω «το ίδιο πράγμα» πολλές φορές και να παίρνω διαφορετικές τιμές;



*Κάθε μέτρηση υπόκειται σε σφάλματα ακόμα και αν χρησιμοποιούμε τα τελειότερα όργανα...*

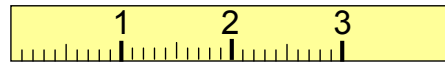
Μαθηματικός ορισμός του σφάλματος

$$\varepsilon = x - X$$

μετρούμενη  
τιμή

πραγματική  
τιμή

## Πως εκφράζονται τα σφάλματα



Απόλυτο σφάλμα :

$$L = 20.00 \pm 0.05 \text{ cm}$$

→ ακρίβεια του  
οργάνου

σφάλμα που  
προκύπτει από  
τη στατιστική  
επεξεργασία  
πολλών  
μετρήσεων

Σχετικό ή κλασματικό σφάλμα:

$$\frac{0.05}{20} \longrightarrow L = 20.0 \text{ cm} \pm 0.0025$$

Επί τοις εκατό σφάλμα:

$$\frac{0.05}{20} \times 100 \longrightarrow L = 20.0 \text{ cm} \pm 0.25\%$$

## Κατηγορίες σφαλμάτων

### Συστηματικά & Τυχαία

Κακή βαθμονόμηση οργάνων

#### Παράδειγμα 1: σφάλμα μηδενός

Η ένδειξη ενός βολτομέτρου που δεν είναι συνδεδεμένο στο κύκλωμα αντί για «0» είναι 0.2V → όταν θα χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση της τάσης σε ένα κύκλωμα, όλες οι μετρήσεις θα είναι μεγαλύτερες κατά 0.2V από την πραγματική τιμή.

#### Παράδειγμα 2: % σφάλμα

Κακή βαθμονόμηση βολτομέτρου: τάση 5V την μετράει για 4.9V →

$$\text{Σφάλμα στη μέτρηση της τάσης} = \frac{5 - 4.9}{5} \times 100 = 2\%$$

Δηλαδή όλες οι μετρήσεις της τάσης θα είναι μικρότερες κατά 2%

Κακή χρήση εξοπλισμού  
Παρατηρητής

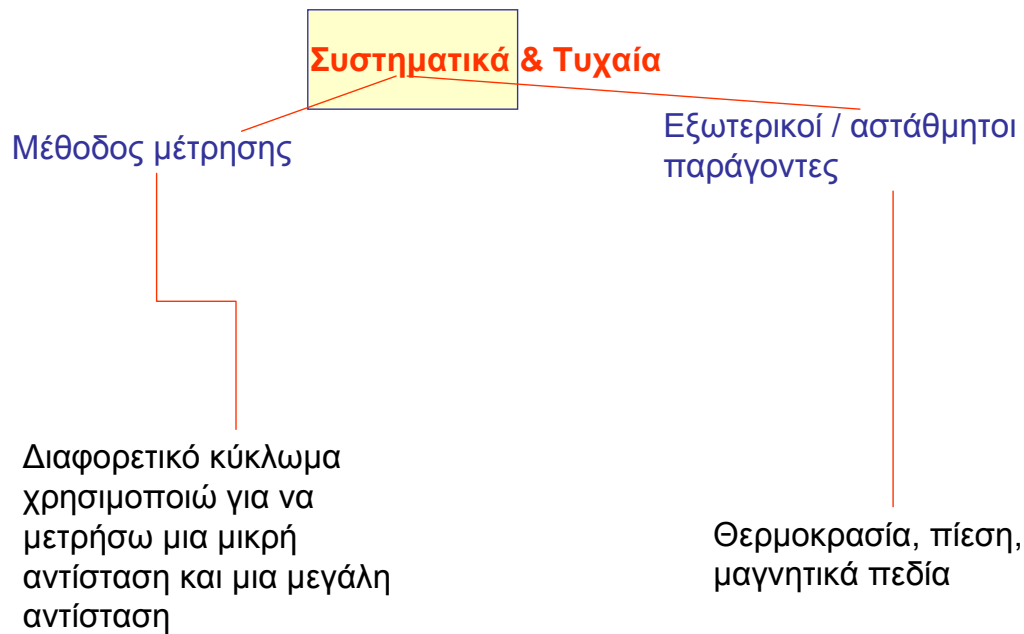
#### Παράδειγμα 1:

Δεν διαβάζω σωστά την ένδειξη ενός αμπερομέτρου

#### Παράδειγμα 2:

Ταχύτητα αντίδρασης κατά τη χρήση χρονομέτρου

## Κατηγορίες σφαλμάτων



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Για τη μέτρηση του μήκους ενός τραπεζιού χρησιμοποιείται ένα ατσάλινο μέτρο του οποίου η βαθμονόμηση έγινε στους 25°C. Ποιο είναι το % σφάλμα στον προσδιορισμό του μήκους του τραπεζιού όταν η μέτρηση γίνεται στους 20°C; Συντελεστής θερμικής διαστολής του ατσάλιου = 0.0005 °C<sup>-1</sup>.

Το μήκος της ατσάλινης ράβδου στους 25°C είναι :  $L_0=1\text{m}$ .

Το μήκος της στους 20°C είναι:  $L=L_0+\Delta L=L_0+L_0\alpha\Delta T=0.9975\text{m}$

Απόλυτο σφάλμα =  $1-0.9975=0.0025$

*μετρούμενο μήκος* ↑      ↑ *πραγματικό μήκος*

$$\% \text{ σφάλμα} = \frac{1-0.9975}{0.9975} \times 100 = 0.25\%$$

## Κατηγορίες σφαλμάτων

### Συστηματικά & Τυχαία

Εμφανίζονται με τυχαίο τρόπο και μεταβάλλονται από μέτρηση σε μέτρηση

Π.χ. Μέτρηση της περιόδου ταλάντωσης ενός εκκρεμούς με τη χρήση χρονομέτρου

Ελαχιστοποιούνται: όταν μετράμε το ίδιο μέγεθος πολλές φορές  
Υπολογίζονται: με τη βοήθεια στατιστικών μεθόδων

## Θεωρία σφαλμάτων (για τυχαία σφάλματα)

## Συμβολισμοί - ορισμοί

Έστω ότι πραγματοποιώ  $n$  μετρήσεις ενός μεγέθους με γνωστή τιμή  $X$

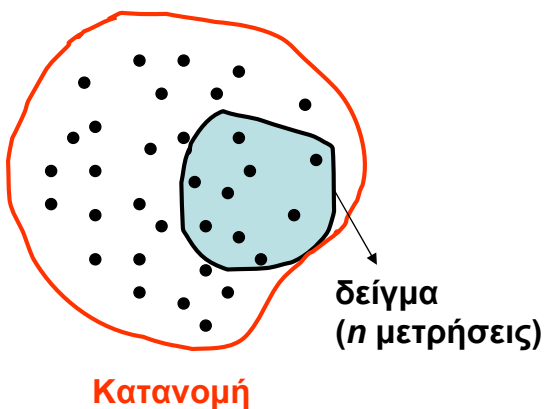
**Δείγμα** → η συλλογή, το σύνολο των  $n$  μετρήσεων

**Κατανομή** → το σύνολο των μετρήσεων που θα μπορούσα να είχα κάνει (έστω  $N$ ).

**Συχνότητα επανάληψης,  $\nu$**  → πόσες φορές επαναλαμβάνεται μία τιμή

**Πιθανότερη τιμή** → Μέσος όρος:  $\bar{x}$

**Σφάλμα μεμονωμένης μέτρησης  $x_i$**  →  $\varepsilon_i = x_i - X$



### Πραγματική τιμή

ΟΣΟ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΕΣ  
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΠΑΡΩ ΓΙΑ ΤΟ ΙΔΙΟ  
ΜΕΓΕΘΟΣ,  
ΤΟΣΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΩ ΤΟ  
ΣΦΑΛΜΑ, ΔΗΛΑΔΗ ΑΥΞΑΝΩ  
ΤΗΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ  
ΣΥΜΠΤΩΣΗΣ ΤΗΣ  
ΠΙΘΑΝΟΤΕΡΗΣ ΤΙΜΗΣ ΜΕ ΤΗΝ  
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ

## Θεωρία σφαλμάτων (για τυχαία σφάλματα)

- Σφάλμα μεμονωμένης μέτρησης  $x_i$   $\varepsilon_i = x_i - X$

- Τυπική απόκλιση της κατανομής

$$\sigma = \sqrt{\langle \varepsilon^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - X)^2}{N}}$$

Εκφράζει πόσο αποκλίνουν οι μετρήσεις από την πραγματική τιμή

$\langle \rangle \rightarrow$  μέση τιμή

- Μέση τιμή κατανομής

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Θεωρούμε ότι είναι η πιθανότερη τιμή

Γενικά:  $\mu \neq X$

αλλά για  $N \rightarrow \infty$  τότε  $\mu \rightarrow X$

- Μέσος όρος δείγματος

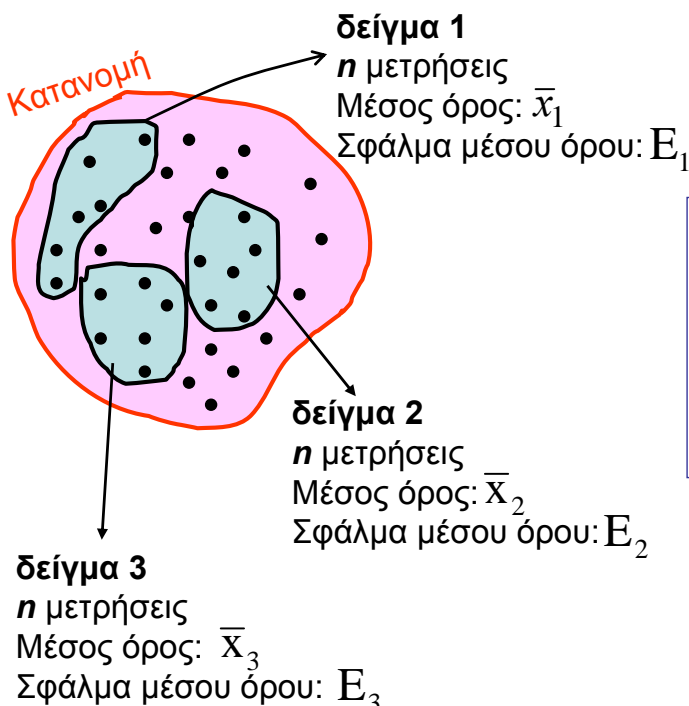
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

- Σφάλμα του μέσου όρου

$$E = \bar{x} - X$$

## Θεωρία σφαλμάτων (για τυχαία σφάλματα)

- Τυπικό σφάλμα στο μέσο όρο



Έστω ότι παίρνω  $k$  δείγματα από την κατανομή με  $n$  μετρήσεις το καθένα.

Κάθε δείγμα έχει το δικό του μέσο όρο  $\bar{x}_k$

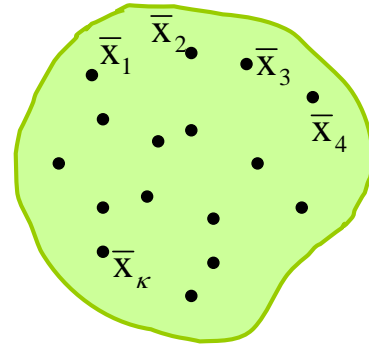


## Θεωρία σφαλμάτων (για τυχαία σφάλματα)

Όλοι οι μέσοι όροι  $\bar{X}_k$  σχηματίζουν μια νέα κατανομή. →

Κατανομή μέσων όρων

Η τυπική απόκλιση αυτής της κατανομής ονομάζεται **ΤΥΠΙΚΟ ΣΦΑΛΜΑ ΣΤΟ ΜΕΣΟ ΟΡΟ**.



$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^K E_i^2} \quad E_i = \bar{X}_i - \bar{X}$$

mean (μέσος όρος)

Ισχύει ότι:

τυπικό σφάλμα στο μέσο όρο

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

→ τυπικό σφάλμα της κατανομής

→ πληθυσμός δείγματος

## Υπολογισμός τυχαίων σφαλμάτων όταν δεν γνωρίζουμε την πραγματική τιμή

1 Παίρνουμε μία ομάδα  $n$  μετρήσεων (δείγμα)

2 Ο μέσος όρος αποτελεί την καλύτερη εκτίμηση του  $X \rightarrow$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

3 Απόκλιση της  $i$  μέτρησης  $\rightarrow d_i = x_i - \bar{x}$

4 Τυπική απόκλιση δείγματος  $\rightarrow$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_i^2}$$

Ισχύει:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_i^2} \cong \sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2}$$

↓ τυπική απόκλιση του δείγματος  
 ↓ υπολογίζεται βάσει του μέσου όρου του δείγματος  
 ↓ τυπική απόκλιση της κατανομής  
 ↓ υπολογίζεται βάσει της μέσης τιμής της κατανομής

## Υπολογισμός τυχαίων σφαλμάτων όταν δεν γνωρίζουμε την πραγματική τιμή

5 Τυπικό σφάλμα στο μέσο όρο →

$$\sigma_m \approx \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)}}$$

6 % σφάλμα στο Μ.Ο. →  $\pi = \frac{\sigma_m}{\bar{x}} 100$

7 Αποτέλεσμα μέτρησης:  $\bar{x} \pm \sigma_m$  ή  $\bar{x} \pm \pi\%$

\* Τα παραπάνω ισχύουν για μετρήσεις που ικανοποιούν μια κανονική κατανομή

### Παράδειγμα

$a/\alpha$	$x_i$	$d_i$	$d_i^2$
1	17	2	4
2	15	0	0
3	15	0	0
4	18	3	9
5	16	1	1
6	13	-2	4
7	13	-2	4
8	12	-3	9
9	17	2	4
$\Sigma$	136		35

Μέσος όρος

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{136}{9} = 15$$

Τυπική απόκλιση

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n d_i^2} = \sqrt{\frac{35}{9-1}} = 2.1$$

Τυπικό σφάλμα στο Μ.Ο.

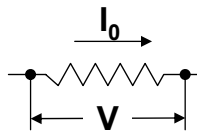
$$\sigma_m = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2.1}{\sqrt{9}} = 0.7$$

% σφάλμα στο Μ.Ο.

$$\pi = \frac{\sigma_m}{\bar{x}} 100 = \frac{0.7}{15} 100 = 4.7\%$$

## Διάδοση σφαλμάτων

Πολλές φορές ένα μέγεθος προκύπτει ως συνδυασμός άλλων μεγεθών τα οποία έχουν προσδιοριστεί με κάποιο σφάλμα, π.χ.:



$V = 5.0 \pm 0.1V$   
 $I = 0.5 \pm 0.02mA$   
 $R = V/I = 10K\Omega \pm ???$

Μέγεθος:  $Z=f(A,B,C\dots)$

Σφάλμα  $\Delta Z$ : 
$$\Delta Z^2 = \left(\frac{\partial Z}{\partial A} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial B} \Delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial C} \Delta C\right)^2 + \dots$$

## Διάδοση σφαλμάτων

$$Z = A + B \rightarrow (\Delta Z)^2 = (\Delta A)^2 + (\Delta B)^2$$

$$Z = A - B \rightarrow (\Delta Z)^2 = (\Delta A)^2 + (\Delta B)^2$$

$$Z = nA \rightarrow (\Delta Z) = n(\Delta A)$$

$$Z = A^n \rightarrow \frac{\Delta Z}{Z} = n \frac{\Delta A}{A}$$

$$Z = A \cdot B \rightarrow \left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)^2 = \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2$$

$$Z = \frac{A}{B} \rightarrow \left(\frac{\Delta Z}{Z}\right)^2 = \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2$$

$$Z = e^A \rightarrow \Delta Z = e^A \cdot \Delta A$$

$$Z = \log A \rightarrow \Delta Z = \frac{\Delta A}{A}$$

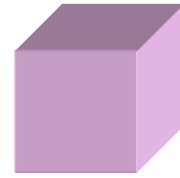
### ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ

→ Προσθέτω τα τετράγωνα των απόλυτων σφαλμάτων

### ΔΙΑΙΡΕΣΗ & ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ

→ Προσθέτω τα τετράγωνα των σχετικών σφαλμάτων

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Πόσος είναι ο όγκος κύβου ακμής  $a=10.2\pm 0.2\text{cm}$ ;

$$V = a^3 \rightarrow \frac{\Delta V}{V} = 3 \frac{\Delta a}{a} \Rightarrow \Delta V = 3V \frac{\Delta a}{a} = 3a^3 \frac{\Delta a}{a} = 3a^2 \Delta a = 62.64$$

$$V = 1061 \pm 63\text{cm}^3$$

N	R(KΩ)
1	5,75
2	6,41
3	5,94
4	5,16
5	4,96
6	5,84
7	5,14
8	5,51
9	5,71
10	4,98
11	5,61
12	4,50
13	5,54
14	5,70
15	5,41
16	5,73
17	5,59
18	5,52
19	5,30
20	5,18

### Ιστογράμμα – Πολύγωνο συχνοτήτων

#### Μέτρηση της αντίστασης ενός αντιστάτη

Μέγιστη τιμή = 6,5KΩ

Ελάχιστη τιμή = 4,5KΩ

Μέσος όρος = 5,47KΩ

Εύρος τιμών: 6,5-4,5=2 KΩ

Κλάσεις =  $k=1+3.3\log(n)\sim 5$

Πλάτος κλάσης =  $2/5 = 0,4\text{K}\Omega$

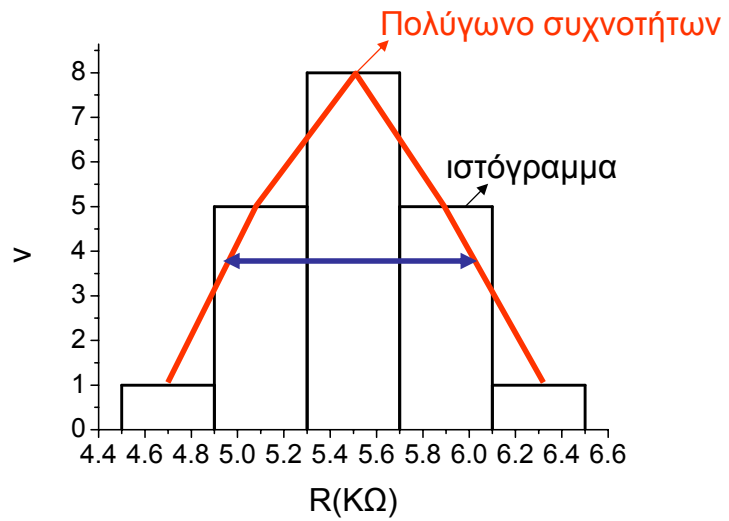
#### ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Αντίσταση (KΩ)	v
4.5 – 4.9	1
4.9 – 5.3	5
5.3 – 5.7	8
5.7 – 6.1	5
6.1 – 6.5	1

## Ιστόγραμμα – Πολύγωνο συχνοτήτων

### ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Αντίσταση (ΚΩ)	v
4.5 – 4.9	1
4.9 – 5.3	5
5.3 – 5.7	8
5.7 – 6.1	5
6.1 – 6.5	1



N	R(ΚΩ)	d <sub>i</sub> (ΚΩ)
1	5,75	0.28
2	6,41	0.94
3	5,94	0.47
4	5,16	-0.31
5	4,96	-0.51
6	5,84	0.37
7	5,14	-0.33
8	5,51	0.04
9	5,71	0.24
10	4,98	-0.49
11	5,61	0.14
12	4,50	-0.97
13	5,54	0.07
14	5,70	0.23
15	5,41	-0.06
16	5,73	0.26
17	5,59	0.12
18	5,52	0.05
19	5,30	-0.17
20	5,18	-0.29

## Κανονική κατανομή (Γκαουσιανή)

d <sub>i</sub> (ΚΩ)	v
-1 ως -0,6	1
-0,6 ως -0,2	5
-0,2 ως 0,2	7
0,2 ως 0,6	6
0,6 ως 1	1

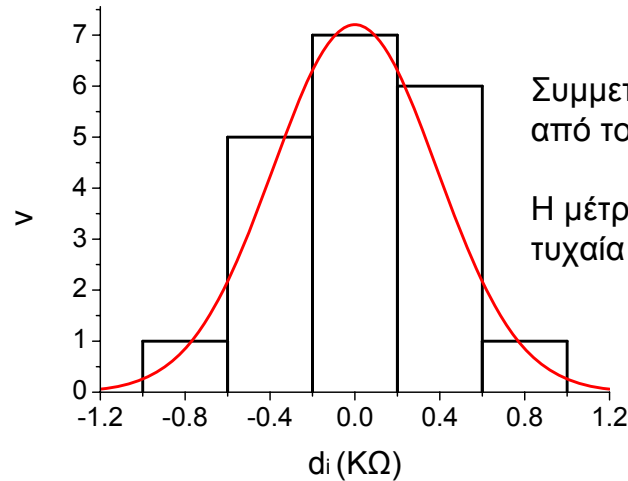
$$\sum_{\text{αρνητικές}} d_i = \sum_{\text{θετικές}} d_i$$

↓  
συμμετρική καμπύλη

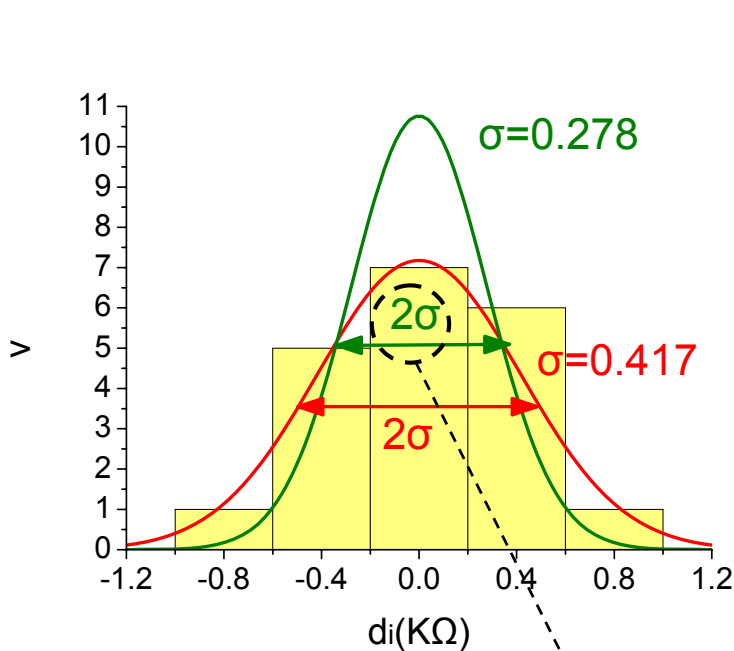
## Κανονική κατανομή (Γκαουσιανή)

$d_i$ (ΚΩ)	$v$
-1 ως -0,6	1
-0,6 ως -0,2	5
-0,2 ως 0,2	7
0,2 ως 0,4	6
0,4 ως 1	1

καμπύλη Gauss  
κωδωνοειδής ή κανονική κατανομή



## Κανονική κατανομή (Γκαουσιανή)



Εμβαδό κάτω από την κορυφή

$$f(z) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \frac{z^2}{\sigma^2}}$$

Πιθανότητα μία νέα μέτρηση να είναι στο διάστημα  $\pm\sigma = 68\%$

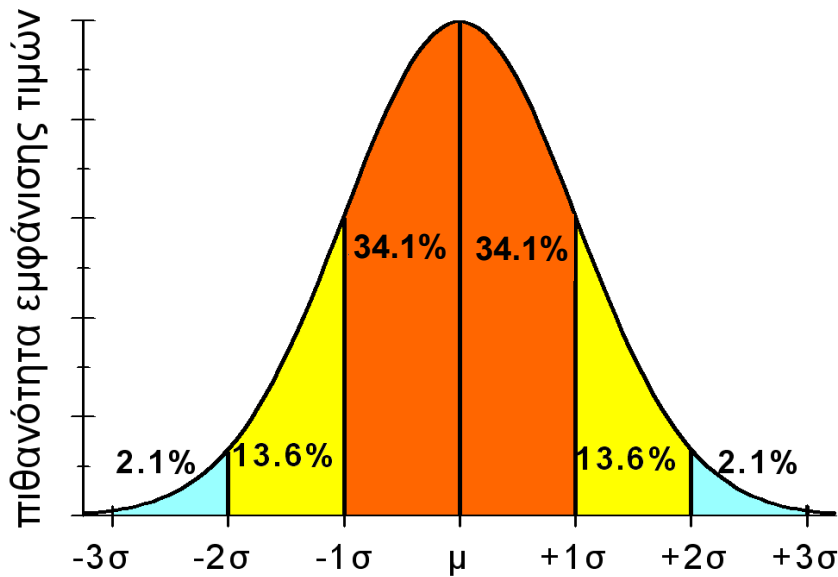
Πιθανότητα μία νέα μέτρηση να είναι στο διάστημα  $\pm 2\sigma = 95\%$

FWHM (πλήρες εύρος στο μισό του ύψους)

$$FWHM = 2\sqrt{2 \cdot \ln 2} \sigma = 2.35\sigma$$

$$\rightarrow FWHM \sim 2\sigma$$

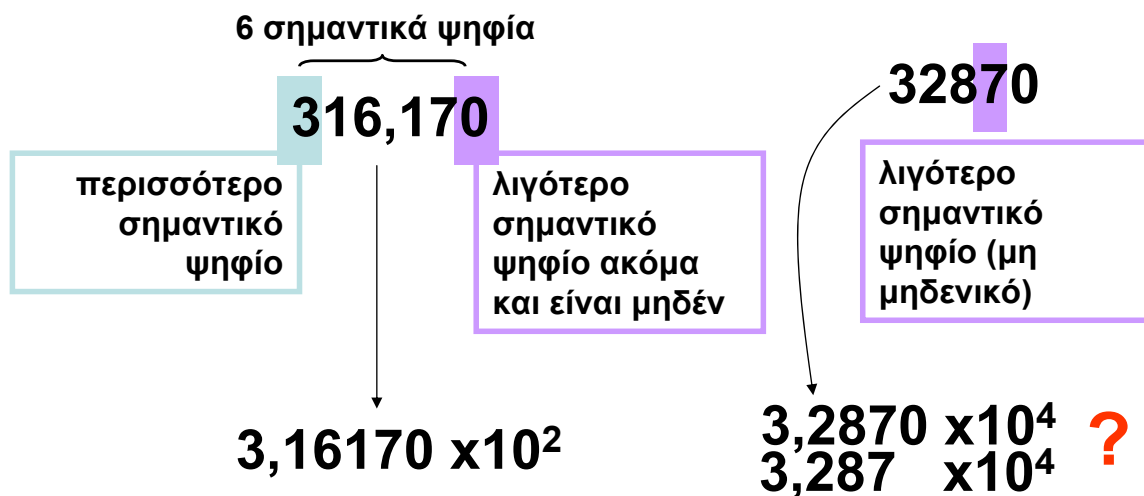
## Κανονική κατανομή (Γκαουσιανή)



Εάν γίνει μία νέα μέτρηση η πιθανότητα να βρίσκεται μεταξύ  $\mu \pm 2\sigma$  είναι 95%

## Σημαντικά ψηφία

Αριθμός ψηφίων που αναγράφονται για να δηλωθεί σωστά η ακρίβεια στον προσδιορισμό ενός μεγέθους.



**σημαντικά ψηφία  $\neq$  δεκαδικά ψηφία**

## Σημαντικά ψηφία

Μικρότερη υποδιαίρεση = ακρίβεια του οργάνου (=1 A)

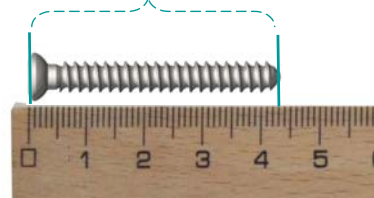


Τρία σημαντικά ψηφία (ένα δεκαδικό)

### ΠΡΟΣΟΧΗ:

- Ακόμη και αν το θερμόμετρο δείξει  $24.0^{\circ}\text{C}$  πρέπει να γράψω 24.0 και όχι απλά 24 γιατί έτσι δηλώνω και την ακρίβεια του οργάνου
- Μετρήσεις με το ίδιο όργανο δίνονται με την ίδια ακρίβεια

$4.30 \pm 0.05 \text{ cm}$



## Σημαντικά ψηφία και πράξεις

**ΠΡΟΣΘΕΣΗ & ΑΦΑΙΡΕΣΗ:** κρατάω τόσα **δεκαδικά** όσα **δεκαδικά** έχει ο αριθμός με τα λιγότερα **δεκαδικά**

**ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ & ΔΙΑΙΡΕΣΗ:** κρατάω τόσα **σημαντικά** όσα **σημαντικά** έχει ο αριθμός με τα λιγότερα **σημαντικά**

$$\begin{array}{r} 3,15 \\ + 1,147 \\ \hline 4,297 \\ \downarrow \\ 4,30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,15 \\ \times 1,147 \\ \hline 3,61305 \\ \downarrow \\ 3,61 \end{array}$$

## Στρογγυλοποιήσεις

$$42,63 \rightarrow 42,6$$

$$42,67 \rightarrow 42,7$$

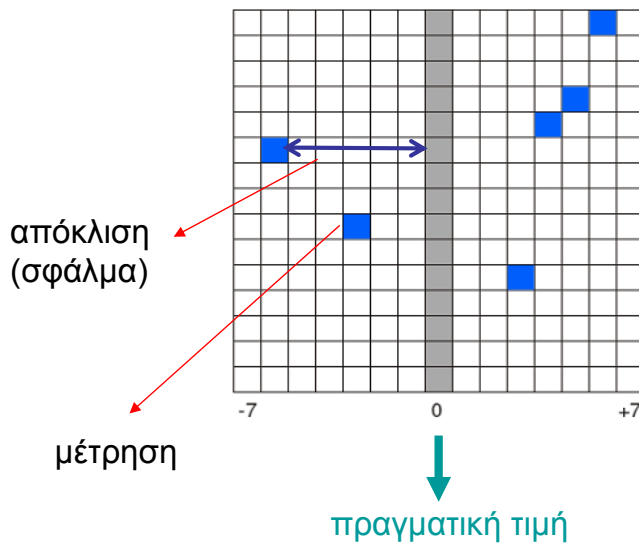
$$42,65 \rightarrow 42,6$$

$$42,55 \rightarrow 42,6$$



## Βολή σε στόχο

Στόχος φωτοευαίσθητος σε laser



→ Η σκοπευτική ικανότητα καθορίζεται από τη **θέση του μέσου όρου** (πόσο αποκλίνει από το κέντρο) και από τη **διασπορά των μετρήσεων** (τυπική απόκλιση)

→ Η εκτίμηση της σκοπευτικής ικανότητας γίνεται χρησιμοποιώντας ένα δείγμα (N μετρήσεων) από την κατανομή των άπειρων μετρήσεων που μπορούν να γίνουν.

## Υπόδειγμα εργαστηριακής αναφοράς

1. (1<sup>η</sup> σελίδα) Ονοματεπώνυμο, ομάδα, τμήμα, ημερομηνία που έγινε η άσκηση
  2. Τίτλος της άσκησης.
  3. Περίληψη
  4. Θεωρητική εισαγωγή
  5. Πειραματικό μέρος (όργανα, οι πειραματικές διατάξεις (με σχήματα), μεταβλητές, διαδικασία μέτρησης).
  6. Επεξεργασία (πίνακες, διαγράμματα, υπολογισμοί)
  7. Συμπεράσματα
- Όλες οι σχέσεις αριθμούνται και αναφέρονται στη συνέχεια με τους αριθμούς τους.
  - Οι πίνακες αριθμούνται χωριστά (1,2,3... ή I, II, III, IV, V...) και περιλαμβάνουν λεζάντα.
  - Τα σχήματα (π.χ. πειραματικές διατάξεις, γραφικές παραστάσεις) αριθμούνται χωριστά με κανονική αρίθμηση (1,2 3,..) και περιλαμβάνουν λεζάντα.
  - Οι γραφικές παραστάσεις γίνονται στο κατάλληλο χαρτί
  - Το τελικό αποτέλεσμα κάθε αριθμητικής επεξεργασίας παρουσιάζεται με την μορφή  $x = (x \pm \sigma_m)$  μονάδες, π.χ.  $R = (8,2 \pm 0,3) \Omega$