

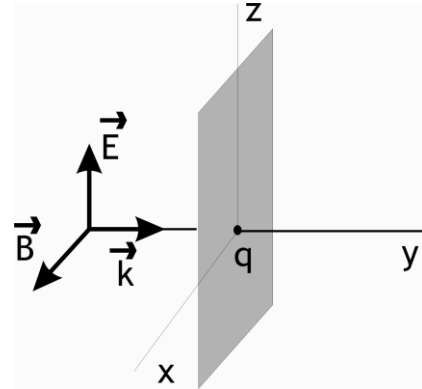
**Ορμή και πίεση ακτινοβολίας**  
(βλ. “waves”, Berkeley Physics Course vol.3).

Εάν μια δέσμη η/μ ακτινοβολίας προσπέσει σε πλήρως απορροφητική επιφάνεια προσδίδει σε αυτή ενέργεια  $U$  και ορμή  $p$  κατά τη διεύθυνση διάδοσης. Η δύναμη που αντιστοιχεί σε αυτή την ορμή αν διαιρεθεί με το εμβαδό της επιφάνειας πρόσπτωσης ισοδυναμεί με πίεση,  $\pi$ .

Θεωρήστε ένα σωματίδιο με φορτίο  $q$  ( $>0$ ) πάνω στο οποίο προσπίπτει οδεύον επίπεδο η/μ κύμα. Έστω ότι το σωματίδιο τη χρονική στιγμή  $t=0$  βρίσκεται σε ηρεμία. Η δύναμη Lorentz που δέχεται λόγω του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου ( $\vec{E}$  και  $\vec{B}$ , αντίστοιχα) του φωτός είναι:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Σύμφωνα με το σχήμα 1, επειδή το φορτίο είναι θετικό η δύναμη  $F$  λόγω του ηλεκτρικού πεδίου θα είναι ομόρροπη του  $E$  το οποίο, στη συχνοτική περιοχή του φωτός μεταβάλλεται (ημιτονοειδώς) ταχύτητα χρονικά. Κατά τη διάρκεια των αρχικών ταλαντώσεων η ταχύτητα  $\vec{v}$  του σωματιδίου είναι μικρή και ακολουθεί τις μεταβολές του  $\vec{E}$ . Λόγω της καθετότητας της ταχύτητας με το  $\vec{B}$ , ο όρος  $\vec{v} \times \vec{B}$  είναι μη μηδενικός και μάλιστα έχει πάντα το ίδιο πρόσημο γιατί όταν αλλάζει φορά το  $\vec{v}$  αλλάζει και το  $\vec{B}$ . Σύμφωνα με τον κανόνα των 3 δακτύλων προκύπτει ότι η φορά της δύναμης  $F$  είναι κατά τη διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας. Το σωματίδιο λοιπόν εκτελεί δύο κινήσεις: η μία συνιστώσα της κίνησης είναι ταλάντωση κατά μήκος του  $z$  και η άλλη συνιστώσα, της οποίας η ταχύτητα συνεχώς αυξάνει, είναι κατά μήκος του  $y$ .



Σχήμα 1

Έστω ότι η προσπίπτουσα δέσμη είναι πολωμένη με  $\vec{E} = \hat{z}E_z$ ,  $\vec{B} = \hat{x}B_x$   $B_x = E_z/c$  και η ταχύτητα του φορτισμένου σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{v} = \hat{x} \frac{dx}{dt} + \hat{y} \frac{dy}{dt} + \hat{z} \frac{dz}{dt} \quad \text{όπου} \quad \hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}, \quad \hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}, \quad \hat{x} \times \hat{x} = 0. \quad \text{Άρα η (1) γίνεται:}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q\hat{z}E_z + q \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{dx}{dt} & \frac{dy}{dt} & \frac{dz}{dt} \\ B_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = q\hat{z}E_z + q\hat{y}B_x \frac{dz}{dt} - q\hat{z}B_x \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

Για τον υπολογισμό της μέσης τιμής της δύναμης σε διάστημα μιας περιόδου, ο πρώτος όρος έχει μέση τιμή  $=0$  και ο τελευταίος όρος μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος γιατί κατά τη διάρκεια μιας περιόδου η τιμή της ταχύτητας κατά τη διεύθυνση πρόσπτωσης της ακτινοβολίας αυξάνει πολύ λίγο. Η μέση τιμή του δεύτερου όρου δεν είναι μηδέν γιατί η ταχύτητα κατά μήκος του  $z$  μεταβάλλεται με τον ίδιο ρυθμό με τον οποίο μεταβάλλεται το  $\vec{B}$  καθώς ακολουθεί τις μεταβολές του  $\vec{E}$ .

Αν τώρα λάβουμε υπόψη ότι η δύναμη είναι ορμή ανά μονάδα χρόνου, τότε η μέση τιμή της  $F$  σε χρόνο μιας περιόδου θα είναι:

$$\langle \vec{F} \rangle = \left\langle \frac{d\vec{p}}{dt} \right\rangle = q\hat{y} \left\langle B_x \frac{dz}{dt} \right\rangle \quad (3)$$

Όμως το έργο  $W$  που παράγεται στο φορτίο από την η/μ ακτινοβολία (η ενέργεια αυτή μεταφέρεται στο υλικό μέσω των δυνάμεων αντίστασης που ασκούνται από το υλικό στο φορτίο) είναι:

$$\frac{dW}{dt} = \bar{v} \cdot \bar{F} = \bar{v} (q\bar{E} + q\bar{v} \times \bar{B}) = q\bar{v} \cdot \bar{E} = q \frac{dz}{dt} E_z$$

και η μέση τιμή σε διάστημα μιας περιόδου θα είναι:

$$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = q \left\langle \frac{dz}{dt} E_z \right\rangle \quad (4)$$

Συγκρίνοντας την (3) με την (4) και λαμβάνοντας υπόψη ότι  $B_x = E_z/c$  προκύπτει ότι:

$$\left\langle \frac{d\bar{p}}{dt} \right\rangle = \frac{q}{c} \hat{y} \left\langle E_z \frac{dz}{dt} \right\rangle = \frac{1}{c} \hat{y} \left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle \quad (5)$$

Δηλαδή κατά το χρονικό διάστημα στο οποίο το ηλεκτρόνιο απορροφά ενέργεια  $U=W$  από το οδεύον κύμα αφαιρείται ορμή  $\bar{p} = \frac{U}{c} \hat{y}$ , δηλαδή  $p=U/c$  κατά τη διεύθυνση διάδοσης της ακτινοβολίας.

Αντίστοιχη σχέση προκύπτει αν θεωρήσουμε ότι το φως αποτελείται από σχετικιστικά σωματίδια τα φωτόνια (τα οποία είναι τα κβάντα ενέργειας της φωτεινής ακτινοβολίας και συμπεριφέρονται ως μποζόνια), δηλαδή:

$$U = \sqrt{(cp)^2 + (mc^2)^2} \quad \text{όπου για } m=0 \text{ προκύπτει ότι } U=cp.$$

Αποδεικνύεται ότι σε περίπτωση πλήρους ανακλαστικής επιφάνειας η ορμή είναι  $p=2U/c$ .

Τέλος λαμβάνοντας υπόψη ότι η πίεση είναι δύναμη ανά μονάδα επιφανείας  $A$ , προκύπτει ότι η πίεση της ακτινοβολίας  $\pi$  είναι:

$$\pi = \frac{F}{A} = \frac{dp}{dt} \frac{1}{A} = \frac{dW}{dt} \frac{1}{cA}$$

Αλλά  $\frac{dW}{dt} \frac{1}{A}$  είναι η ένταση της ακτινοβολίας  $I$  (μ.μ.  $W/m^2$ ) και συνεπώς  $\pi = \frac{I}{c}$

για πλήρως απορροφητική επιφάνεια και  $\pi = \frac{2I}{c}$  για πλήρως ανακλαστική. Αν λάβουμε υπόψη ότι  $I=cu$ , όπου  $u$  είναι η πυκνότητα ενέργειας, τότε προκύπτει ότι η πίεση της ακτινοβολίας (μ.μ. Pa) ισοδυναμεί με την πυκνότητα ενέργειας (=ενεργεια ανά μονάδα όγκου στο χώρο όπου διαδίδεται το κύμα).