

# ΓΕΝΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γραφικές παραστάσεις

Μαρία Κατσικίνη  
**E-mail:** [katsiki@auth.gr](mailto:katsiki@auth.gr)  
**Web:** [users.auth.gr/katsiki](http://users.auth.gr/katsiki)

## Παρουσίαση αποτελεσμάτων με τη μορφή πινάκων

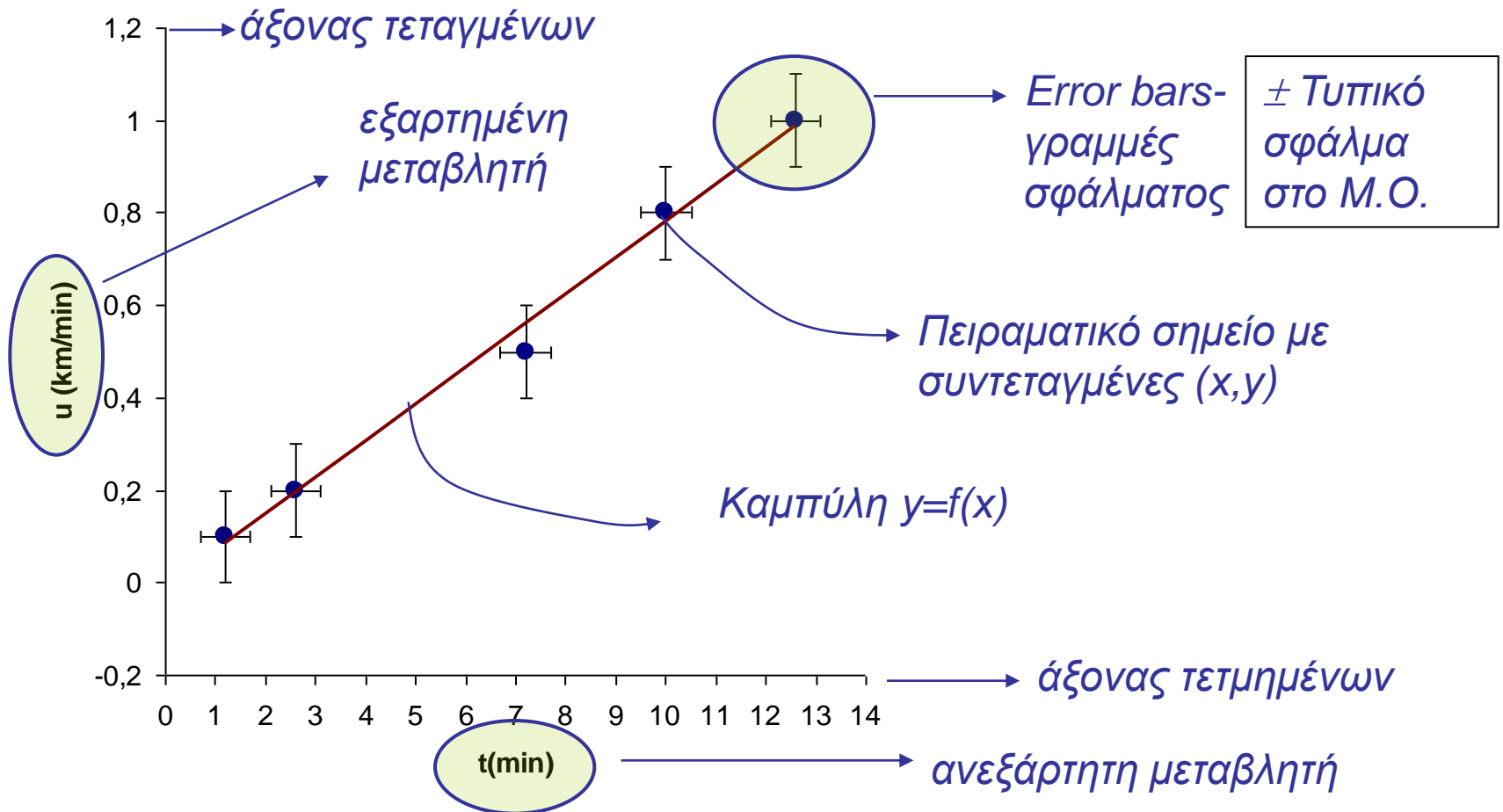
**Πίνακας 1:** χρόνος και ταχύτητα του κινητού Κ που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση

$\alpha/\alpha$	$v$ (km/min)	$t$ (min)
1	1,2	0,1
2	2,6	0,2
3	7,2	0,5
4	10,0	0,8
5	12,6	1,0

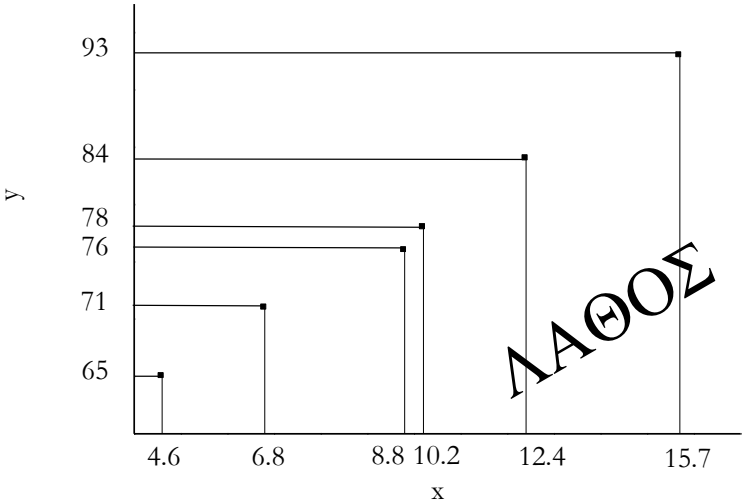
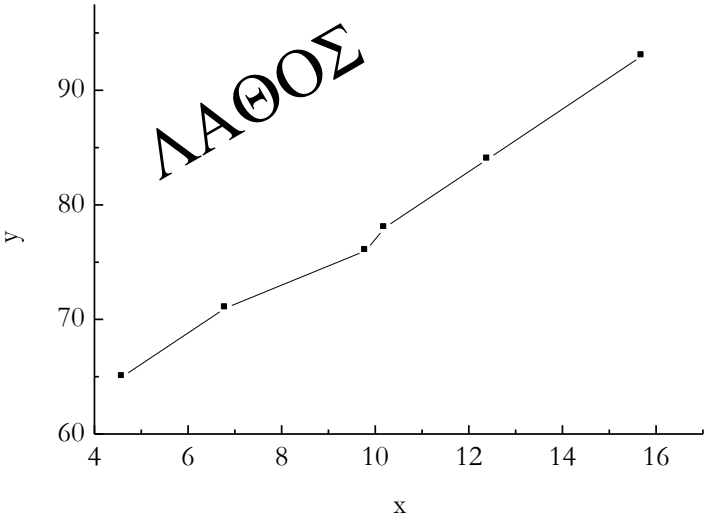
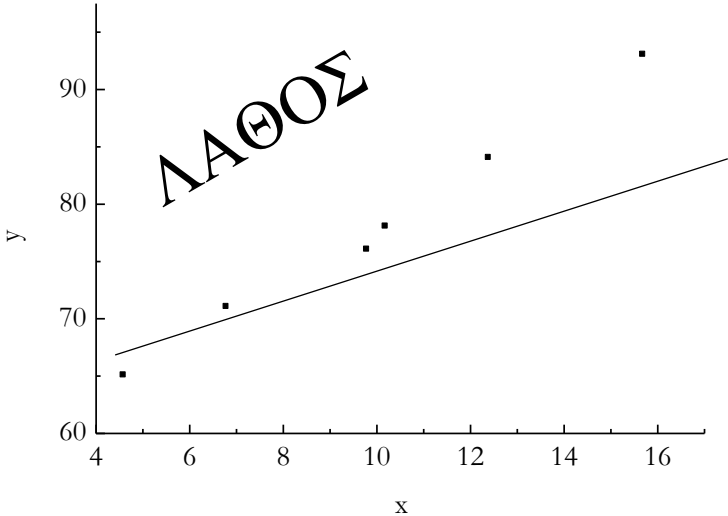
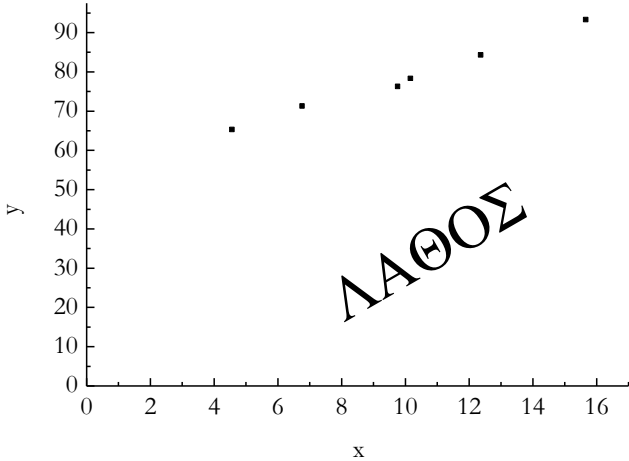
$\alpha/\alpha$	$f$ (Hz) $\times 10^2$	$I$ (A) $\times 10^{-2}$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
.	.	.

# Παρουσίαση αποτελεσμάτων με τη μορφή γραφικών παραστάσεων

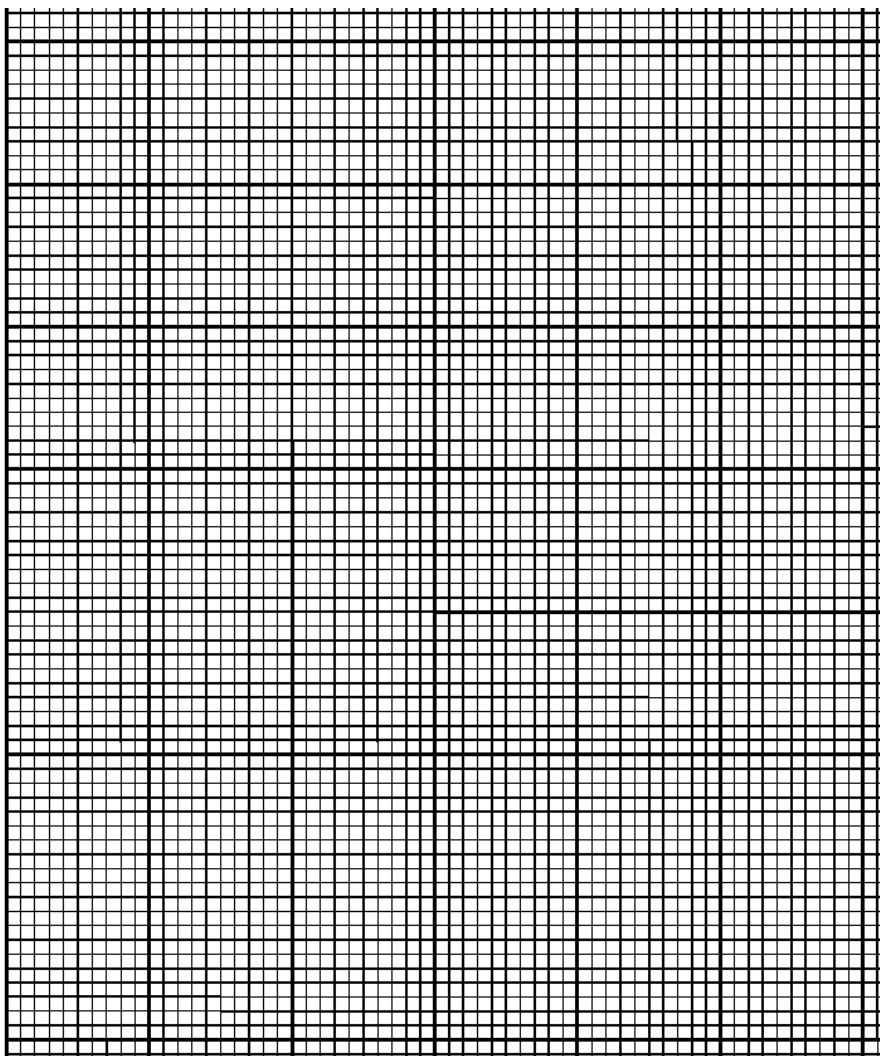
**Σχήμα 1:** Γραφική παράσταση της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου για το κινητό Κ που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση



# Λάθη που θα πρέπει να αποφεύγονται



## Χιλιοστομετρικό (millimetre) χαρτί



## Εξίσωση ευθείας

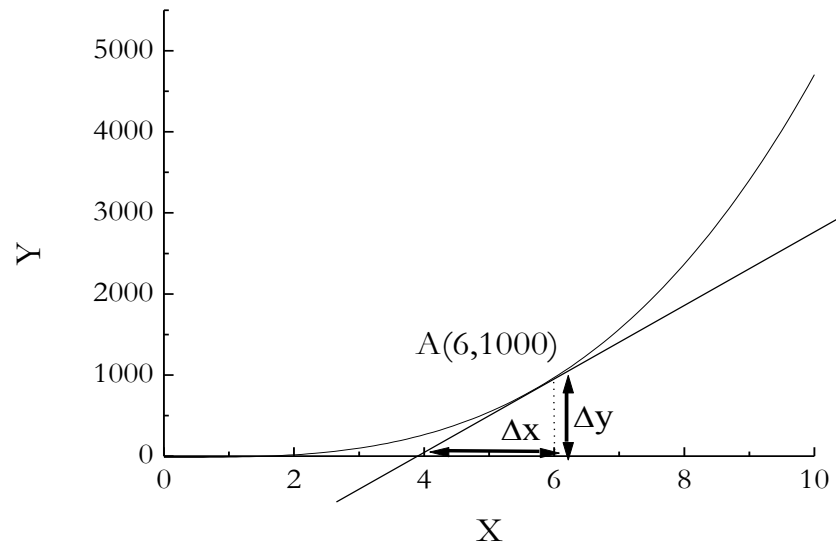
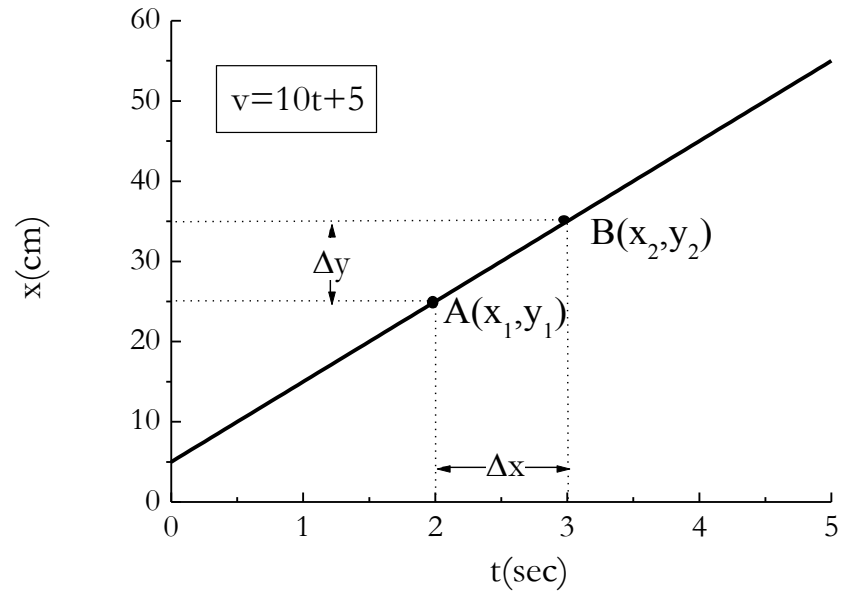
$$y = a_0 \cdot x + a_1$$

Κλίση της ευθείας

$$a_0 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Τεταγμένη επί την αρχή

$$a_1 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$



## Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Καλύτερη ευθεία είναι αυτή για την οποία το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των σημείων από αυτή είναι ελάχιστο

$$\sum \delta_i^2 = \sum [y_i - (a_0 + a_1 x_i)]^2 = \min$$

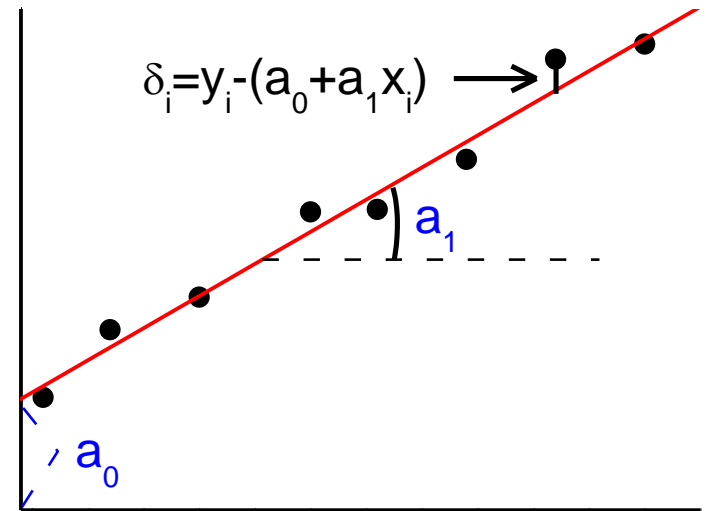
$$y = a_0 + a_1 x$$

$$a_0 = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a_1 = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$r = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{N \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

N: αριθμός παρατηρήσεων  $(x_i, y_i)$ ,  $i=1 \dots N$



Συντελεστής αυτοσυσχετισμού

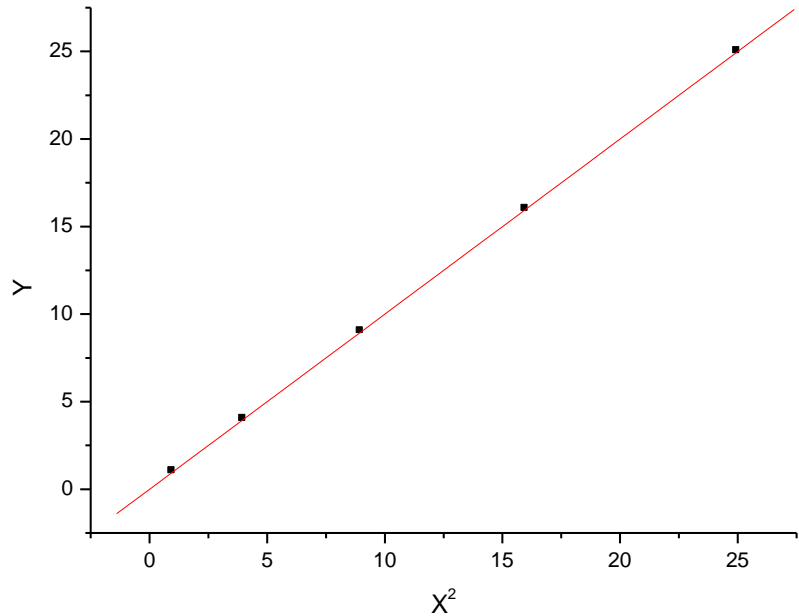
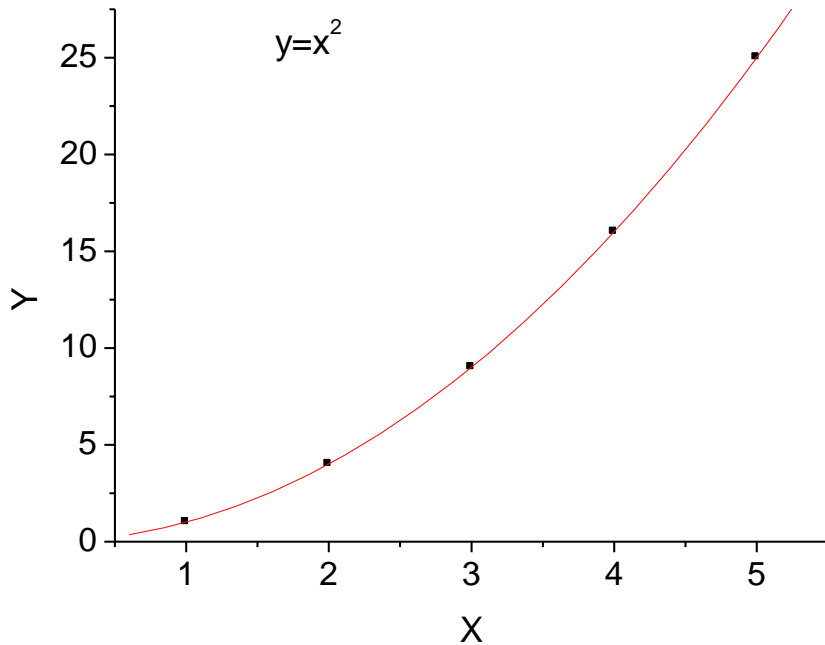
## Άλλες εξισώσεις καμπυλών – αλλαγή μεταβλητών

$$y = Cx^n \longrightarrow \log(y) = \log(C) + n\log(x)$$

$$y = De^{kx} \longrightarrow \ln(y) = \ln(D) + kx \quad e=2.718$$

$$y = D10^{kx} \longrightarrow \log(y) = \log(D) + kx$$

$$Y = A + BX$$





## Εκθετική συνάρτηση

$$y = D10^{kx} \longrightarrow \log(y) = \log(D) + kx$$

$$y = De^{kx} \longrightarrow \ln(y) = \ln(D) + kx$$

$$\log(y) = \log(D) + \frac{k}{2.303} x$$

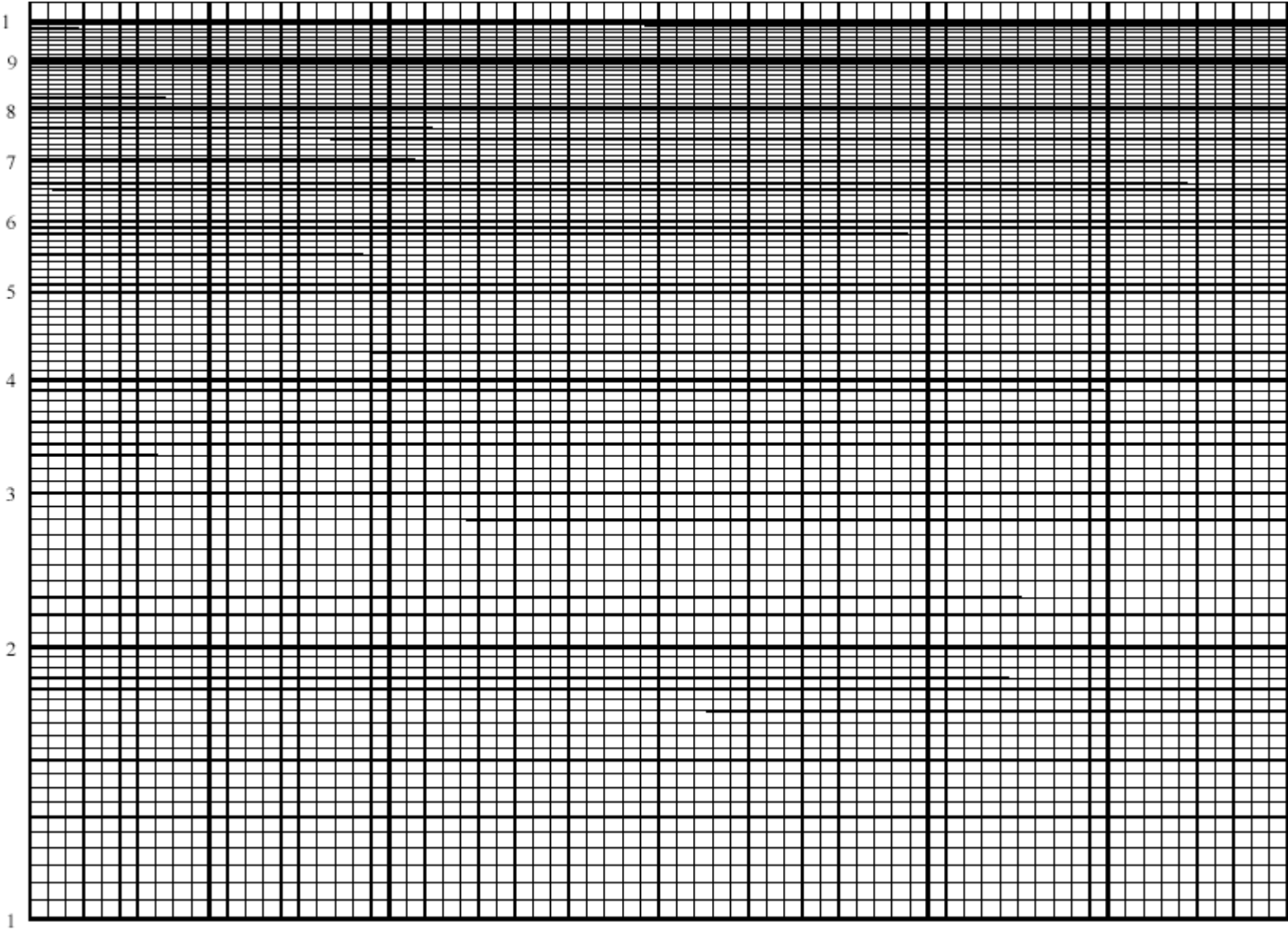
$$Y = A + BX$$

ή

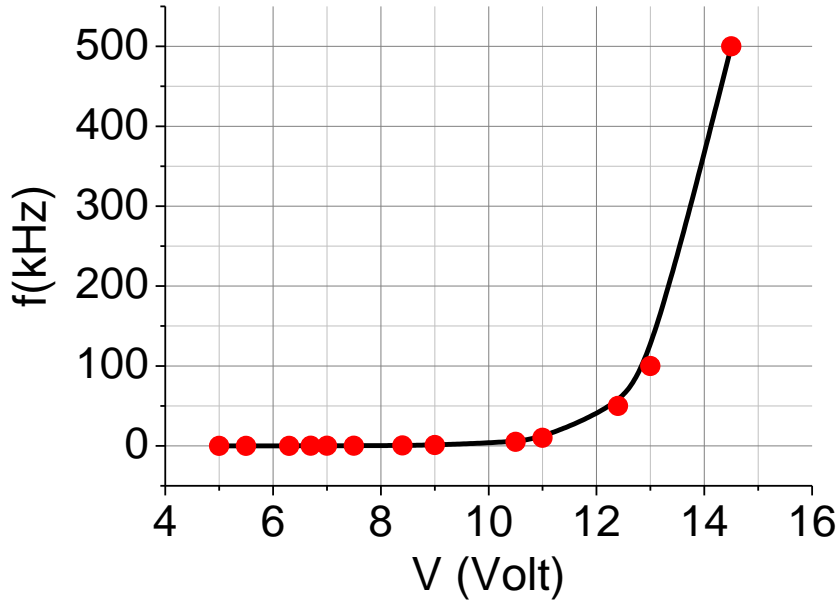
Γραφική παράσταση **y** συναρτήσει του **X** σε  
**ημιλογαριθμικό** χαρτί

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)} \Rightarrow$$
$$\ln(x) = \frac{\log(x)}{\log(e)} = 2.303 \log(x)$$

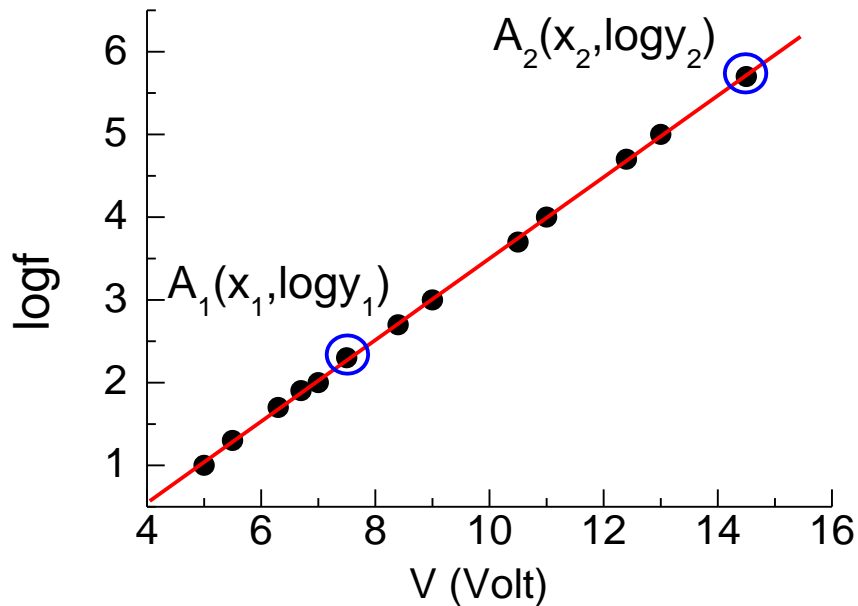
# Ημιλογαριθμικό χαρτί



## Ημιλογαριθμικό χαρτί



Πολλές φορές τα δεδομένα καλύπτουν πολλές τάξεις μεγέθους και δεν διακρίνονται ευκρινώς σε διάγραμμα σε χιλιοστομετρικό χαρτί



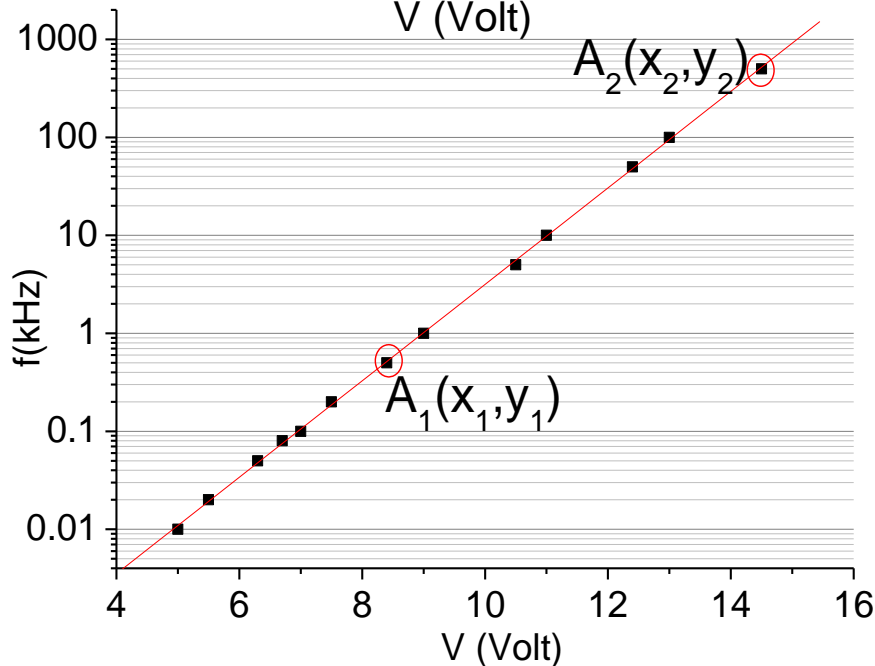
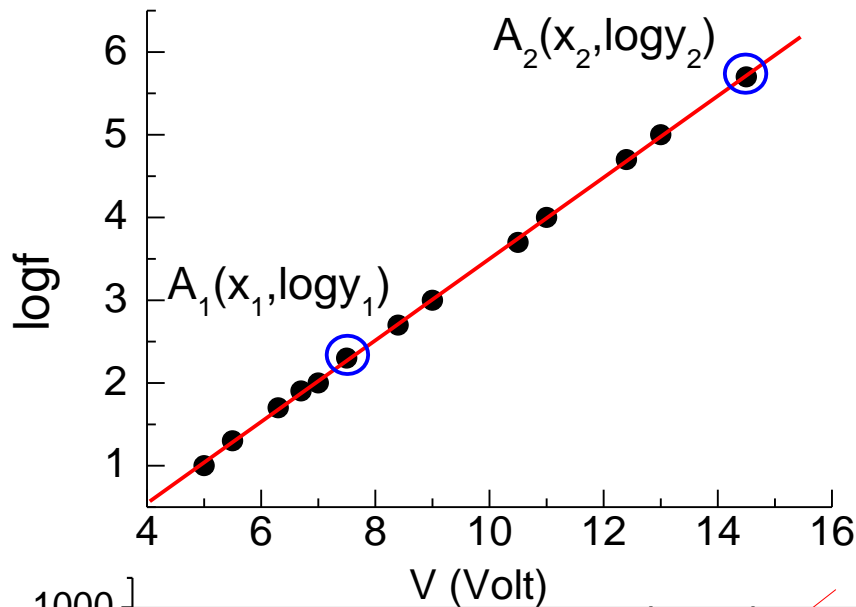
$$y = D10^{kx}$$

$$\log(y) = \log(D) + kx$$

$$Y = A + BX$$

Αλλαγή μεταβλητής & γραφική παράσταση σε χιλιοστομετρικό χαρτί

## Ημιλογαριθμικό χαρτί



Εφαρμογή ελαχίστων τετραγώνων για  
**x , log y**

Κλίση

$$a1 = \frac{\log y_2 - \log y_1}{x_2 - x_1}$$

Για να σχεδιάσω την ΕΕΤ στο ημιλογαριθμικό χαρτί πρέπει να βρω τις συντεταγμένες 2 σημείων βάσει της εξίσωσης της ΕΕΤ.

$$Y = A + B X$$
$$\log(y) = \log(D) + kx$$

→ Για  $X_1 \rightarrow$  προκύπτει  $Y_1 = \log(y_1)$   
για να σχεδιάσω το σημείο στο ημιλογαριθμικό χαρτί  $y_1 = 10^{Y_1}$

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** τοποθετώ τα πειραματικά σημεία στο διάγραμμα χωρίς να λογαριθμήσω **αλλά** εφαρμόζω ΕΕΤ για **x, log y**

## Εκθετική συνάρτηση

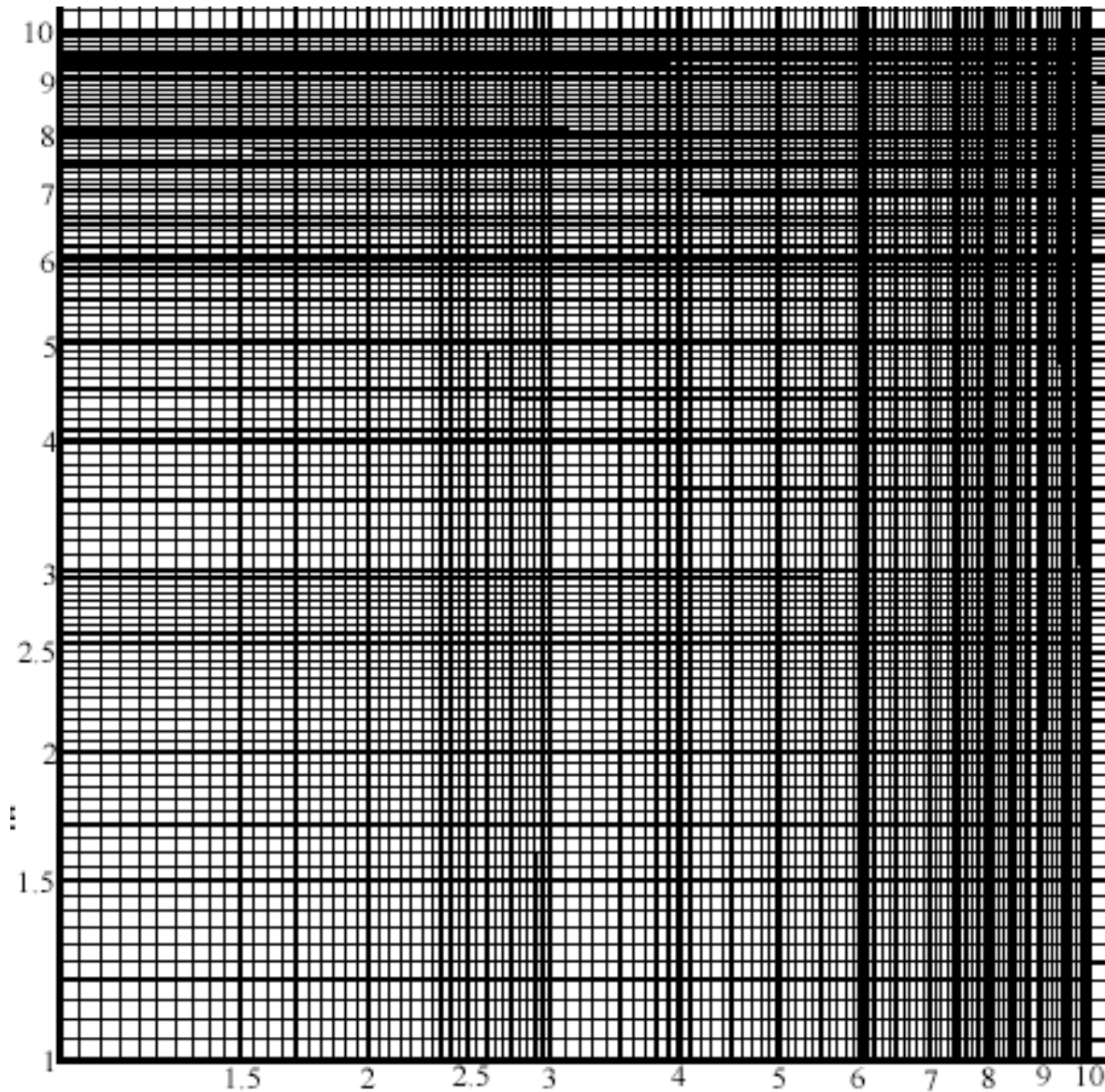
$$y = Cx^n \longrightarrow \log(y) = \log(C) + n\log(x)$$

$$Y = A + B X$$

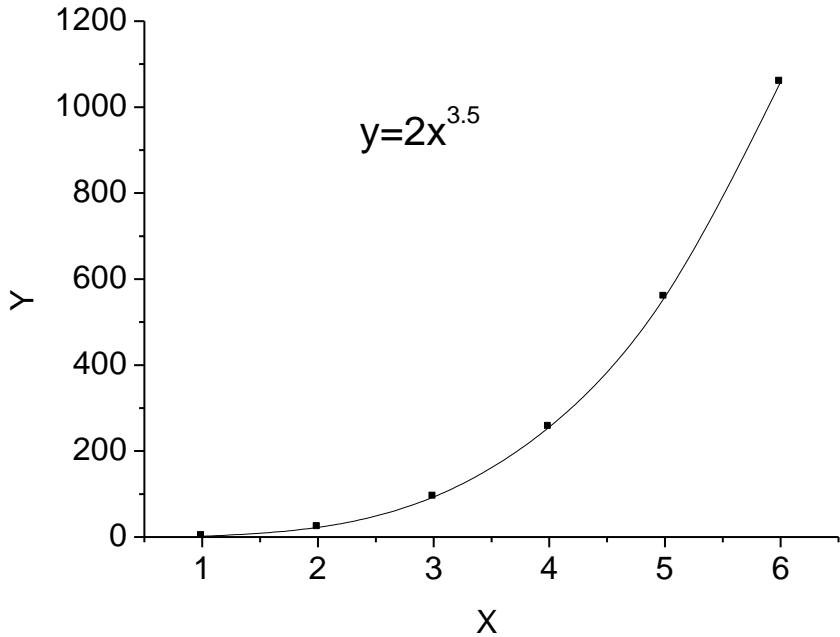
ή

Γραφική παράσταση **y** συναρτήσεως του **x**  
σε **λογαριθμικό** χαρτί

# Λογαριθμικό χαρτί



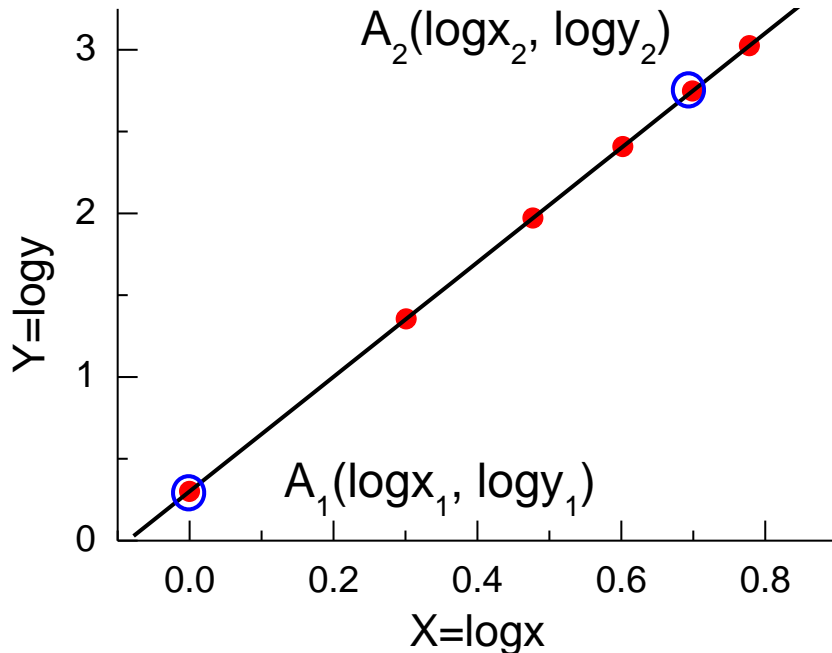
# Λογαριθμικό χαρτί



$$y = Cx^n$$

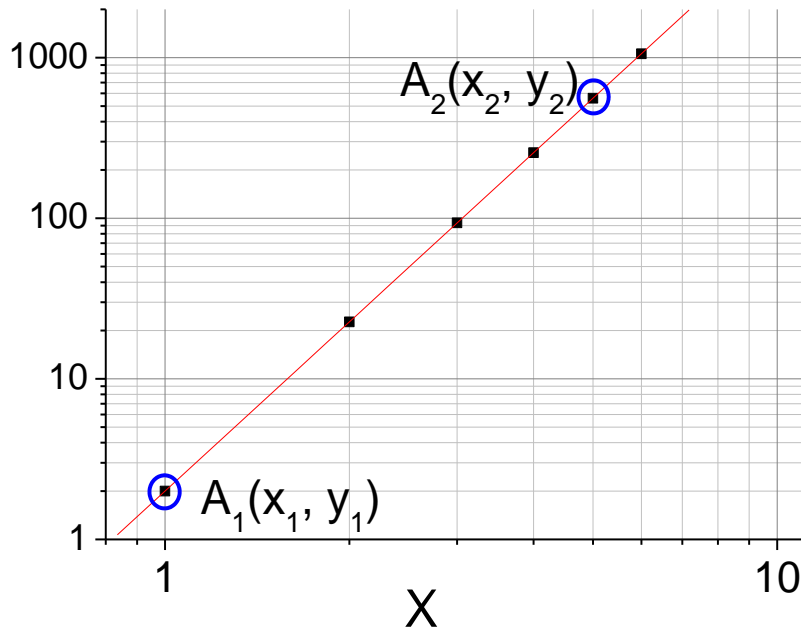
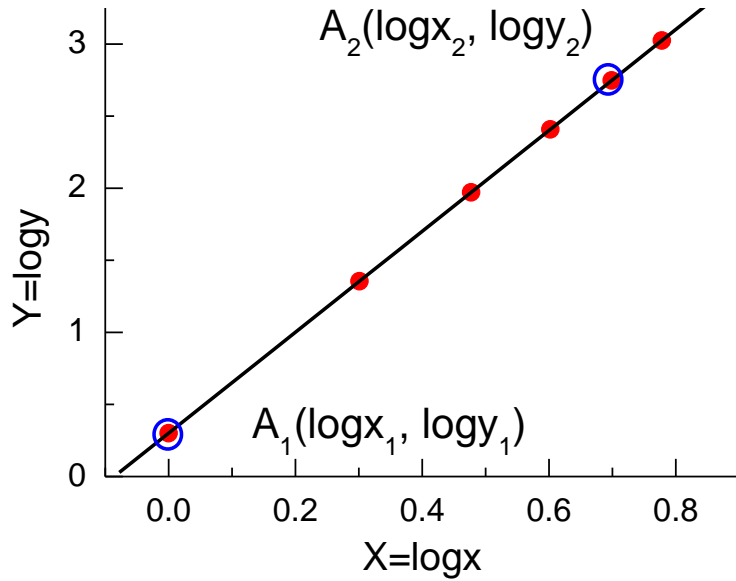
$$\log(y) = \log(C) + n \log(x)$$

$$Y = A + B X$$



Αλλαγή μεταβλητής & γραφική παράσταση σε χιλιοστομετρικό χαρτί

## Λογαριθμικό χαρτί



Εφαρμογή ελαχίστων τετραγώνων για  
**logx , logy**

Κλίση

$$a1 = \frac{\log y_2 - \log y_1}{\log x_2 - \log x_1}$$

Για να σχεδιάσω την ΕΕΤ στο λογαριθμικό χαρτί πρέπει να βρω τις συντεταγμένες 2 σημείων βάσει της εξίσωσης της ΕΕΤ.

$$\log(y) = \log(C) + n \log(x)$$

$$Y = A + B X$$

→ Για  $X_1 = \log(x_1)$  προκύπτει  $Y_1 = \log(y_1)$ .

Για να σχεδιάσω το σημείο στο λογαριθμικό χαρτί  $x_1 = 10^{X_1}$

$$y_1 = 10^{Y_1}$$

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** τοποθετώ τα πειραματικά σημεία στο διάγραμμα χωρίς να λογαριθμήσω **αλλά** εφαρμόζω ΕΕΤ για **logx, logy**



## Υπόδειγμα εργαστηριακής αναφοράς

1. (1<sup>η</sup> σελίδα) Ονοματεπώνυμο, ομάδα, τμήμα, ημερομηνία που έγινε η άσκηση
  2. Τίτλος της άσκησης.
  3. Περίληψη
  4. Θεωρητική εισαγωγή
  5. Πειραματικό μέρος (όργανα, οι πειραματικές διατάξεις (με σχήματα), μεταβλητές, διαδικασία μέτρησης).
  6. Επεξεργασία (πίνακες, διαγράμματα, υπολογισμοί)
  7. Συμπεράσματα
- Όλες οι σχέσεις αριθμούνται και αναφέρονται στη συνέχεια με τους αριθμούς τους.
  - Οι πίνακες αριθμούνται χωριστά (1,2,3... ή I, II, III, IV, V...) και περιλαμβάνουν λεζάντα.
  - Τα σχήματα (π.χ. πειραματικές διατάξεις, γραφικές παραστάσεις) αριθμούνται χωριστά με κανονική αρίθμηση (1,2 3,..) και περιλαμβάνουν λεζάντα.
  - Οι γραφικές παραστάσεις γίνονται στο κατάλληλο χαρτί
  - Το τελικό αποτέλεσμα κάθε αριθμητικής επεξεργασίας παρουσιάζεται με την μορφή  $x = (x \pm \sigma_m)$  μονάδες, π.χ.  $R = (8,2 \pm 0,3) \Omega$