

A

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ, Διαγώνισμα 1

11.03.13

Να αιτιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

Θα εφαρμοσθεί αρνητική βαθμολογία.

1. (10/20) Έστω ότι

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix},$$

- (1) Να βρείτε τις ιδιοτιμές και τους ιδιοχώρους του πίνακα A .
- (2) Υπάρχει αντιστρέψιμος πίνακας P έτσι ώστε $P^{-1}AP$ να είναι διαγώνιος;

2. (5/20) Έστω ότι $D = QAQ^{-1}$ είναι διαγώνιος πίνακας. Να αποδείξετε ότι οι τιμές της διαγωνίου του D είναι ιδιοτιμές του A .

3. (5/20) Έστω ότι $\phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ είναι η γραμμική συνάρτηση που προβάλλει τα διανύσματα του \mathbb{R}^3 ως προς το xy επίπεδο. (Κάντε την εικόνα!). Να βρεθούν όλες οι ιδιοτιμές της ϕ και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα. Να βρεθεί το χαρακτηριστικό πολυώνυμο του πίνακα που αντιστοιχεί στη ϕ .