

## Εισαγωγή στην Άλγεβρα

ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΡΟΟΔΟΣ, 15.1.2015, ΤΜΗΜΑ Β, Ομάδα II

### ΟΝΟΜΑ

**Οδηγίες:** Θα υπάρξει ΑΡΝΗΤΙΚΗ βαθμολογία. Το πρώτο θέμα αντιστοιχεί σε 4 μονάδες, το δεύτερο και τρίτο σε 3.

1. Για κάθε ένα από τα ερωτήματα πρέπει να κυκλώσετε ένα από τα τρία: **Σ** (Σωστό), **Λ** (Λάθος), **Ε** (Δε γνωρίζω).

- (Α) Υπάρχει ισομορφισμός  $\phi : \mathbb{Z}_7 \rightarrow \mathbb{Z}_7$ , έτσι ώστε  $\phi(\bar{1}) = \bar{4}$  και  $\phi(\bar{4}) = \bar{1}$ .  
**Σ, Λ, Ε.**
- (Β) Αν μία ομάδα έχει λιγότερο από 6 στοιχεία τότε είναι σίγουρα κυκλική. **Σ, Λ, Ε.**
- (Γ) Το σύνολο των αντιστρέψιμων  $2 \times 2$  πινάκων πάνω από τον  $\mathbb{R}$  με πράξη τη πρόσθεση είναι ομάδα. **Σ, Λ, Ε.**
- (Δ) Το σύνολο  $(2\mathbb{Z}, +)$  είναι ομάδα. **Σ, Λ, Ε.**

2. Να αποδείξετε ότι 15 διαιρεί  $4^{123456} - 1$ .

**Απόδειξη**

3. Να αποδείξετε ότι αν  $q$  είναι πρώτος, τότε το σύνολο  $\mathbb{Z}_q \setminus \{0\}$  με πράξη τον πολλαπλασιασμό είναι ομάδα. Να βρείτε τη τάξη του  $\bar{1}$  και του  $\overline{q-1}$ .

**Απόδειξη**