

## Εισαγωγή στην Άλγεβρα

ΔΕΥΤΕΡΗ ΠΡΟΟΔΟΣ, 8.1214, ΤΜΗΜΑ Β Ομάδα Ι

### ΟΝΟΜΑ

**Οδηγίες:** Θα υπάρξει ΑΡΝΗΤΙΚΗ βαθμολογία. Το πρώτο και δεύτερο θέμα αντιστοιχούν σε 3 μονάδες, το τρίτο σε 4.

1. Στο θέμα αυτό θα εξετάσετε τη σχέση  $6x \equiv 10 \pmod{m}$  για διάφορα  $m$ . Θα πρέπει να κυκλώσετε ένα από τα τρία: **Σ** (Σωστό), **Λ** (Λάθος), **Ε** (Δε γνωρίζω).
  - (Α) Αν  $m = 3$  τότε υπάρχει ακέραιος  $x$  που να ικανοποιεί τη παραπάνω σχέση.  
**Σ, Λ, Ε.**
  - (Β) Αν  $m = 5$  τότε δεν υπάρχει ακέραιος  $x$  που να ικανοποιεί τη παραπάνω σχέση.  
**Σ, Λ, Ε.**
  - (Γ) Αν  $m = 8$  τότε υπάρχουν άπειροι ακέραιοι  $x$  που να ικανοποιούν τη παραπάνω σχέση. **Σ, Λ, Ε.**
2. Να δείξετε ότι αν  $p \geq 5$  πρώτος, τότε υπάρχει πρώτος  $q$  μεγαλύτερος του  $p$  και μικρότερος του γινομένου  $p \cdot (p - 1) \cdots 2 \cdot 1$ .

### Απόδειξη

3. Να βρείτε τον μέγιστο κοινό διαιρέτη  $d = (12345, 1234)$  χρησιμοποιώντας τον Ευκλείδειο αλγόριθμο. Στη συνέχεια να βρείτε δύο ζεύγη ακεραίων  $(x_i, y_i)$  έτσι ώστε  $d = x_i 12345 + y_i 1234$  για  $i = 1, 2$ .