

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ Ένατο σετ Ασκήσεων Τμήμα Β

1. Να βρείτε δύο 1-1 και επί συναρτήσεις $\mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$ που να είναι ισομορφισμοί και άλλες δύο 1-1 και επί συναρτήσεις $\mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$ που να μην είναι ισομορφισμοί.
2. Έστω $G = \mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}$ με πράξη τον πολλαπλασιασμό στο \mathbb{Z}_5 . Να δείξετε ότι η G είναι ομάδα. Να βρείτε τη τάξη όλων των στοιχείων της G . Να αποφασίσετε αν η G είναι κυκλική.
3. Έστω $G = \{\bar{a} : (a, 8) = 1\} \subset \mathbb{Z}_8$ και με πράξη τον πολλαπλασιασμό στο \mathbb{Z}_8 . Να δείξετε ότι η G είναι ομάδα. Να βρείτε τη τάξη όλων των στοιχείων της G . Να αποφασίσετε αν η G είναι κυκλική.
4. Να δείξετε ότι με προσέγγιση ισομορφίας υπάρχουν ακριβώς δύο ομάδες με 6 στοιχεία.
5. Να βρείτε όλους τους ισομορφισμούς $\phi : \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_6$.

XX 11-1-15