

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Δεύτερο σετ Ασκήσεων

Τμήμα Β

1. Να αποδείξετε ότι αν 3 διαιρεί το m^2 τότε 3 διαιρεί το m . Στη συνέχεια να δείξετε ότι $\sqrt{3}$ δεν είναι ρητός.
2. Να εξετάσετε αν οι παρακάτω σχέσεις \mathcal{R} είναι σχέσεις ισοδυναμίας.
 - $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a$ είναι πολλαπλάσιο του b στο \mathbb{N}
 - $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow ab$ είναι πολλαπλάσιο του 5 στο \mathbb{Z}
 - $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a \neq b$ στο \mathbb{R}
 - $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a, b$ έχουν μέγιστο κοινό διαιρέτη μεγαλύτερο του 1 στο \mathbb{N}
 - $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow$ η ευθεία a είναι παράλληλη στην ευθεία b στο σύνολο όλων των ευθειών του επιπέδου
 - $a\mathcal{R}b \Leftrightarrow$ η ευθεία a είναι κάθετη στην ευθεία b στο σύνολο όλων των ευθειών του επιπέδου
3. Στο σύνολο $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ ορίζουμε τη σχέση

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow \exists r \neq 0 : a = rc, b = rd$$

Να ελέγξετε αν η \mathcal{R} είναι σχέση ισοδυναμίας.

4. Να βρείτε όλες τις σχέσεις ισοδυναμίας \mathcal{R} στο σύνολο $A = \{a, b, c, d\}$ έτσι ώστε $a\mathcal{R}d$, $c\mathcal{R}a$.