

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

Πρώτο σετ Ασκήσεων

Τμήμα Β

1. Δώστε προσεκτικά την απόδειξη της ιδιότητας

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

Υπόδειξη: χρησιμοποιείστε για οδηγό το σχήμα.

2. Δείξτε ότι

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c, \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c,$$

όπου A, B υποσύνολα του X και Y^c σημαίνει $X \setminus Y$.

3. Με μαθηματική επαγωγή, δείξτε ότι για κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2.$$

4. Με μαθηματική επαγωγή, αποδείξαμε ότι αν A έχει n μέλη, $\mathcal{P}(A)$, έχει ακριβώς 2^n μέλη. Με μαθηματική επαγωγή να δείξτε ότι $n < 2^n$ για κάθε φυσικό αριθμό.

Αν $n = 10^6$, $a \notin A$ και $B = \{a\} \cup A$, να περιγράψετε το σύνολο $\mathcal{P}(A) \setminus \mathcal{P}(B)$ και να υπολογίσετε τη πληθυσμότητά του.