

Αντιμεταθετική Άλγεβρα, Σύνολο ασκήσεων 2

Ημερομηνία Παράδοσης 10.01.14

4. Έστω \mathbb{k} σώμα, $R = \mathbb{k}[x]$, $S = \mathbb{k}[x, y]$, $M_1 = \mathbb{k}[x, y]/(y^3)$, $M_2 = \mathbb{k}[x, y]/(y + x)$, $M_3 = \mathbb{k}[x, y]/(y^2x^2)$, $M_4 = \mathbb{k}[x, y]/(x^3y, xy^4)$. Τα παρακάτω αφορούν $i = 1, \dots, 4$.
1. Να εξετάσετε αν M_i είναι ελεύθερο R -module και στη συνέχεια να εξετάσετε αν είναι πεπερασμένα παραγόμενο R -module και να δώσετε ένα σύνολο γεννητόρων του M_i .
 2. Έστω $m_R = (x)$ και $m_S = (x, y)$. Να περιγράψετε ένα σύνολο γεννητόρων για τον R/m_R διανυσματικό χώρο $M_i/m_R M_i$ και για τον S/m_S διανυσματικό χώρο $M_i/m_S M_i$.
 3. Να υπολογίσετε το σύνολο $\text{Supp}_R(M_i)$ για το R -module M_i και το σύνολο $\text{Supp}_S(M_i)$ για το S -module M_i .
 4. Να βρείτε $\text{Ass}(M_i)$ για το S -module M_i και να γραψετε μία πρωταρχική ανάλυση του μηδενικού υπο-modules σε κάθε περίπτωση.
 5. Να βρείτε $\text{Spec}R_{m_R}$. Έστω $P = m_R S$. Να βρείτε $\text{Spec}S_P$, $\text{Spec}S_{m_S}$.