

# A , ΟΝΟΜΑ

Αλγεβρικές Δομές II, Πρόοδος 2, Μαυρίστε τη σωστή απάντηση:

1.  A  B  C  D  E

2.  A  B  C  D  E

3.  A  B  C  D  E

4.  A  B  C  D  E

5.  A  B  C  D  E

6.  A  B  C  D  E

7.  A  B  C  D  E

8.  A  B  C  D  E

9.  A  B  C  D  E

10.  A  B  C  D  E

1. Έστω  $R = \mathbb{Z}_5[x]/(x^2 + 2)$ . Πόσα γνήσια ιδεώδη έχει ο δακτύλιος  $R$ ;

(1) Κανένα

(2) 1

(3) 5

(4) 25

(5) Άπειρα

1. **A)** 1   **B)** Μόνο 2   **C)** 3   **D)** 4   **E)** 5

2. Σε ποιους από τους παρακάτω δακτυλίους ισχύει ότι κάθε ιδεώδες είναι κύριο;

(1)  $\mathbb{Q}$

(2)  $\mathbb{Z}_4[x]$

(3)  $\mathbb{Z}_5[x]$

2. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1, 3   **C)** Μόνο 1, 2   **D)** Μόνο 1   **E)** Μόνο 3

3. Έστω  $R = \mathbb{Z}_8[x]/(x^2)$ . Για ποια ιδεώδη  $J$  του  $\mathbb{Z}_8[x]$  προκύπτει ότι  $J/(x^2)$  είναι μέγιστο;

(1)  $J = (x, 4)$

(2)  $J = (x, 2)$

(3)  $J = (x, x + 1)$

3. **A)** 1, 2, 3   **B)** Μόνο 1, 3   **C)** Μόνο 1, 2   **D)** Μόνο 2   **E)** Μόνο 3

4. Έστω  $I = (x, 4, 6)$ . Αποφασίστε ποιός από τους παρακάτω δακτυλίους είναι ισόμορφος με τον δακτύλιο  $\mathbb{Z}[x]/I$

- (1)  $\mathbb{Z}_2$ .
- (2)  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6$ .
- (3)  $\mathbb{Z}$ .
- (4)  $\mathbb{R}$ .

4. **A)** Μόνο 1   **B)** Μόνο 2   **C)** Μόνο 3   **D)** Μόνο 4   **E)** Κανένας από αυτούς

5. Έστω  $R = \mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ ,  $I = (3\sqrt{5})$ ,  $J = (2\sqrt{5})$ . Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής:

- (1)  $I + J = (\sqrt{5})$
- (2)  $I + J = (5\sqrt{5})$
- (3)  $IJ = I \cap J$ .

5. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1 και 3   **C)** Μόνο 1   **D)** Μόνο 2   **E)** Καμμία

6. Αποφασίστε αν  $(x - 3, y + 4)$  είναι μέγιστο ιδεώδες στους δακτυλίους

- (1)  $\mathbb{Z}[x, y]$
- (2)  $\mathbb{Z}_{11}[x, y]$
- (3)  $\mathbb{Q}[x, y, z]$

6. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1 και 3   **C)** Μόνο 1 και 2   **D)** Μόνο 2   **E)** Μόνο 1

7. Έστω  $R = \mathbb{Z}_5[x]$ . Αποφασίστε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής:

- (1)  $(x^3, 2x^2) = (x^2)$ .
- (2)  $(x^3, 2x^2 + 3x) = (x)$
- (3)  $(x^3, 2x^2 + 1) = \mathbb{Z}_5[x]$

7. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1 και 3   **C)** Μόνο 1 και 2   **D)** Καμμία   **E)** Όλες

8. Έστω  $f(x) = x^{11} - 1$ . Αποφασίστε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής:

- (1) Το πολυώνυμο  $f(x)$  έχει ακριβώς 10 ρίζες στο  $\mathbb{Z}_{11}$ .
- (2) Το πολυώνυμο  $f(x)$  έχει ακριβώς 3 ρίζες στο  $\mathbb{R}$ .
- (3) Το πολυώνυμο  $f(x)$  έχει ακριβώς 11 ρίζες στο  $\mathbb{C}$ .

8. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1 και 3   **C)** Μόνο 1 και 2   **D)** Μόνο 2   **E)** Μόνο 3

9. Έστω  $R = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ . Αποφασίστε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής:

- (1) Το ιδεώδες  $\mathbb{Z} \times 2\mathbb{Z} \times 5\mathbb{Z}$  είναι μέγιστο.
- (2) Το ιδεώδες  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times (0)$  είναι μέγιστο.
- (3) Το ιδεώδες  $\mathbb{Z} \times 2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  είναι μέγιστο.

9. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1 και 3   **C)** Μόνο 1 και 2   **D)** Μόνο 2   **E)** Μόνο 3

10. Ποιος από τους παρακάτω δακτυλίους είναι ισόμορφος με τον  $\mathbb{C}$ :

- (1)  $\mathbb{R}[x]/(x^2 + 8)$
- (2)  $\mathbb{Q}[x]/(x^2 + 2)$
- (3)  $\mathbb{R}[x]/(x^2 + x + 2)$

10. **A)** Μόνο 2, 3   **B)** Μόνο 1 και 3   **C)** Μόνο 1 και 2   **D)** Μόνο 1   **E)** Μόνο 3