Αλγεβρικές Δομές ΙΙ

Συνοπτική Ύλη 20.05.14

- Έστω $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$. Τότε $f(x) = cg(x)$ όπου $c \in \mathbb{Z}$ και $g(x) \in \mathbb{Z}[x]$ πρωτόγονο. Αν $f(x) = c'g'(x)$ τότε $c = \pm c'$ και $g(x) = \pm g'(x)$.
- Απόδειξη του Λήμματος του Gauss.
- Έστω $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ πρωτόγονο πολυώνυμο. Τότε $f(x)$ ανάγωγο στο $\mathbb{Z}[x]$ αν και μόνο αν ανάγωγο στο $\mathbb{Q}[x]$.
- Αν $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0 \in \mathbb{Z}[x]$, έχει ρίζα στο $\mathbb{Q}$ τότε έχει ρίζα στο $\mathbb{Z}$ και η ρίζα διαιρεί το a_0. Για να αποφασίσουμε αν το πολυώνυμο $f(x)$ έχει έναν γραμμικό παράγοντα στο $\mathbb{Q}[x]$ αρκεί να ελέγξουμε αν ανάμεσα στους ακέραιους διαιρέτες του a_0 το πολυώνυμο $f(x)$ έχει ρίζα.
- Παραδείγματα