Αλγεβρικές Δομές ΙΙ

Συνοπτική Ύλη 15.05.14

- Το πολυώνυμο ax^2+bx+c είναι ανάγωγο στο $\mathbb{R}[x]$ αν και μονο αν $b^2-4ac<0$.
- Αν $f(x) \in \mathbb{R}[x]$, $\deg f(x) = 2n+1$, $n \geq 1$ τότε $f(x)$ έχει μία πραγματική ρίζα (θεώρημα μέσης τιμής) και δεν είναι ανάγωγο.
- Αν $f(x) \in \mathbb{R}[x]$, $\deg f(x) = 2n$ και $f(a+bi) = 0$ τότε $f(a-bi) = 0$. Προκύπτει ότι αν $z = a+bi$ είναι ρίζα του $f(x)$ τότε $(x-z)(x-0\overline{z}) = x^2 - 2a + (a^2+b^2)$ διαιρεί το $f(x)$. .
- Δεν υπάρχουν ανάγωγα πολυώνυμα στο $\mathbb{R}[x]$ με βαθμό μεγαλύτερο ή ίσο του 3.
- Για να αποφασίσουμε αν ένα πολυώνυμο στο $\mathbb{Q}[x]$ με βαθμό μικρότερο ή ίσο του 3 είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Q}[x]$ αρκεί να ελέγξουμε αν έχει ρίζα στο $\mathbb{Q}$.
- Μοναδιαίος κύκλος, πρωταρχική ρίζα της μονάδας. Το πολυώνυμο x^3-2 είναι ανάγωγο στο $\mathbb{Q}[x]$ και άρα (x^3-2) είναι μέγιστο. Το πολυώνυμο x^5-2 δεν έχει γραμμικό παράγοντα $\mathbb{Q}[x]$.
- περιεχόμενο και πρωτόγονα (primitive) πολυώνυμα στο $\mathbb{Z}[x]$.
- Λήμμα του Gauss για το γινόμενο δύο πρωτόγωνων πολυωνύμων.