

Αλγεβρικές Δομές II

Συνοπτική Ύλη 13.05.14

- Η ακεραία περιοχή $\mathbb{Z}_2[x]$ έχει χαρακτηριστική 2 και είναι περιοχή κυρίων ιδεωδών αφού \mathbb{Z}_2 είναι σώμα. Έστω $I = (x^2 + x + 1)$. Ο δακτύλιος $\mathbb{Z}_2[x]/I$ έχει ακριβώς 4 στοιχεία, αφού ένα τυχαίο στοιχείο του είναι της μορφής $a_0 + a_1x + I$. Το πολυώνυμο $x^2 + x + 1$ δεν έχει ρίζα στο \mathbb{Z}_2 και άρα $\mathbb{Z}_2[x]/I$ είναι ακεραία περιοχή. Το ιδεώδες I είναι μέγιστο.
- Ορισμός αναγώγου πολυωνύμου σε έναν δατύλιο $R[x]$. Αν R είναι σώμα, για να είναι $f(x)$ ανάγωγο, αρκεί να βεβαιωθούμε ότι $f(x)$ δε μπορεί να γραφεί ως γινόμενο δύο πολυωνύμων βαθμού ≥ 1 το καθένα.
- Έστω \mathbb{k} σώμα. Τότε $(f(x))$ μέγιστο στο $\mathbb{k}[x]$ αν και μόνο αν $f(x)$ ανάγωγο. .
- Κανένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού δε μπορεί να είναι ανάγωγο στο $\mathbb{R}[x]$.