ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΓΕΩΠΟΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
Α.Π.Θ.

Εισαγωγή στην Ανάλυση Παραλλακτικότητας

Επιστημονική Επιμέλεια:

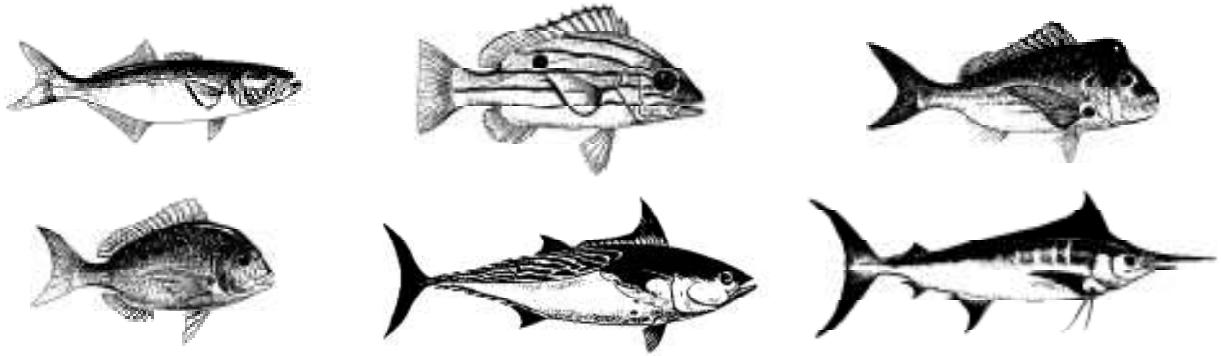
Δρ. Γεώργιος Μενεξές

Τομέας Φυτών Μεγάλης Καλλιέργειας
και Οικολογίας
Εργαστήριο Γεωργίας

Παραλλακτικότητα

Που Οφείλεται;

Παραλλακτικότητα Μεταξύ των Δύο Ομάδων



Παραλλακτικότητα Μεταξύ των Δύο Ομάδων (*συνέχεια*)

- Ένα μέρος της παραλλακτικότητας έχει "αιτιολογηθεί". Μία **πηγή παραλλακτικότητας** έχει ανιχνευθεί.

Οφείλεται στις διαφορές **μεταξύ** των δύο ομάδων (Ψάρια, Πεταλούδες)

- Έχει αιτιολογηθεί όλη η παραλλακτικότητα;

Όχι. Υπάρχει ένα μέρος που δεν έχει αιτιολογηθεί.

Παραλλακτικότητα Μέσα στις Πεταλούδες

Βόρειο Ημισφαίριο

Νότιο Ημισφαίριο

Παραλλακτικότητα Μέσα στις Ομάδες

- Ένα επιπλέον μέρος της παραλλακτικότητας έχει "αιτιολογηθεί". Μία ακόμη πηγή παραλλακτικότητας έχει ανιχνευθεί.

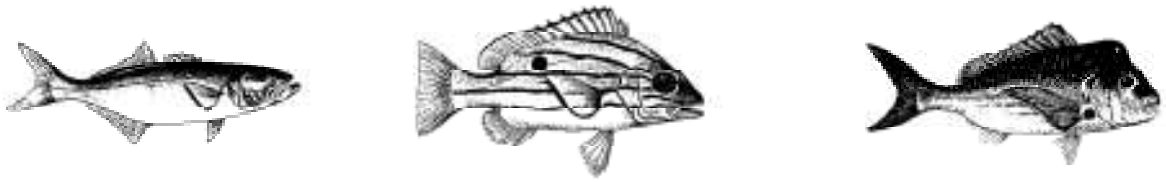
  Οφείλεται στις διαφορές μέσα (εντός) στην Ομάδα (Πεταλούδες). Στις πεταλούδες που ζουν στο Βόρειο και σε αυτές που ζουν στο Νότιο Ημισφαίριο.

- Έχει αιτιολογηθεί όλη η παραλλακτικότητα;

  Όχι. Υπάρχει ένα μέρος που δεν έχει αιτιολογηθεί.

Παραλλακτικότητα Μέσα στα Ψάρια

Ατλαντικός Ωκεανός



Ειρηνικός Ωκεανός

Παραλλακτικότητα Μέσα στις Ομάδες (*συνέχεια*)

- Ένα επιπλέον μέρος της παραλλακτικότητας έχει "αιτιολογηθεί". Μία ακόμη πηγή παραλλακτικότητας έχει ανιχνευθεί.

  Οφείλεται στις διαφορές μέσα (εντός) στην Ομάδα (Ψάρια). Στα ψάρια που ζουν στον Ατλαντικό και σε αυτά που ζουν στον Ειρηνικό Ωκεανό.

- Έχει αιτιολογηθεί όλη η παραλλακτικότητα;

  Όχι. Υπάρχει ένα μέρος που δεν έχει αιτιολογηθεί.

Παραλλακτικότητα Μέσα στις Ομάδες (*συνέχεια*)

- Μέσα σε κάθε υπό-ομάδα η παραλλακτικότητα οφείλεται στις διαφορές των ποικίλων ειδών πεταλούδων και ψαριών.
- Έχει αιτιολογηθεί όλη η παραλλακτικότητα;

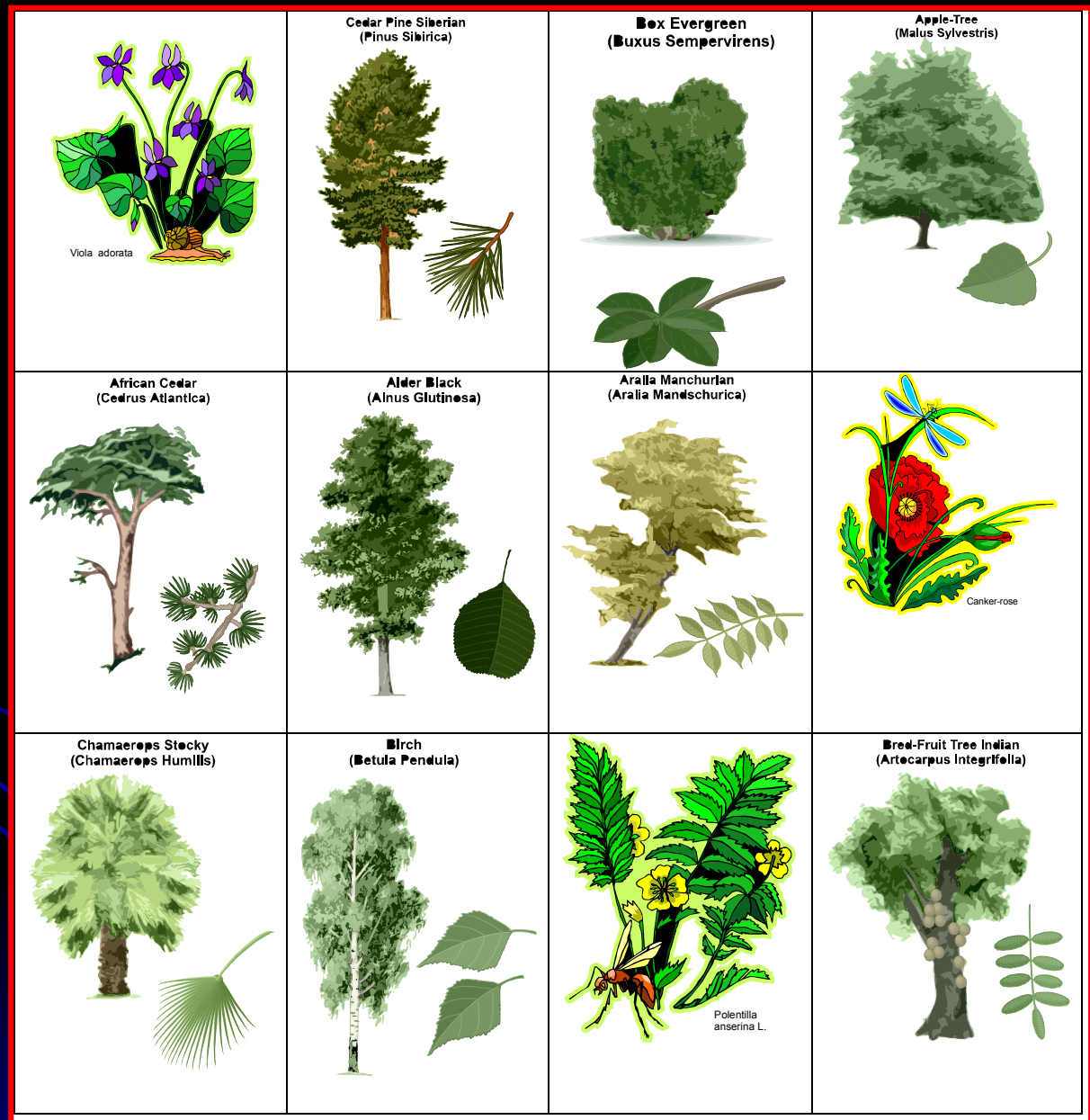
Ναι!

Έχει εξηγηθεί-ερμηνευτεί όλη η παραλλακτικότητα;

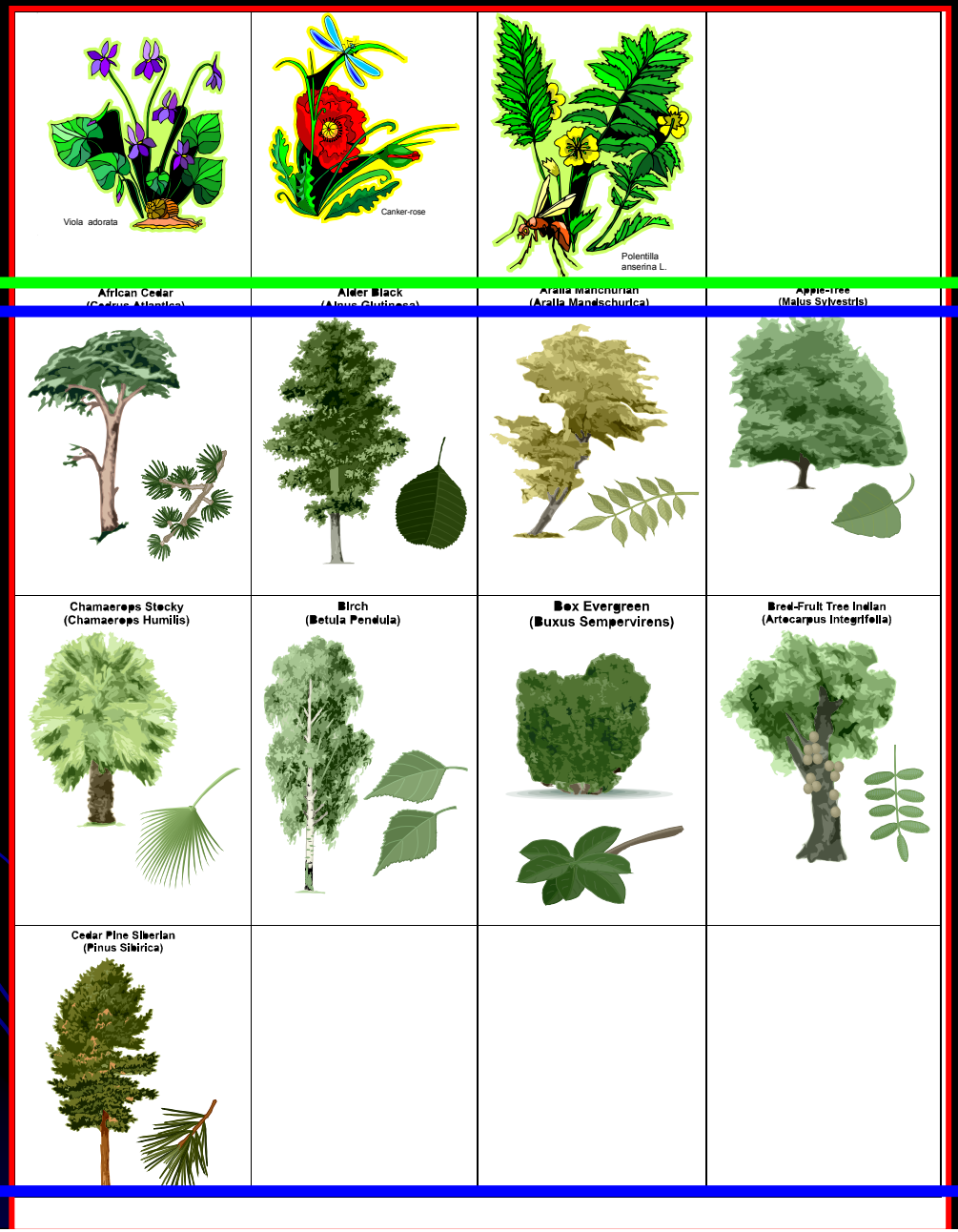
Ασκήσεις

Σε κάθε περίπτωση να αναγνωρίσετε Πηγές Παραλλακτικότητας

Άσκηση 1


Viola adorata
Cedar Pine Siberian
(Pinus Sibirica)
Box Evergreen
(Buxus Sempervirens)
Apple-Tree
(Malus Sylvestris)
African Cedar
(Cedrus Atlantica)
Alder Black
(Alnus Glutinosa)
Aralia Manchurian
(Aralia Mandschurica)
Canker-rose
Chamaerops Stocky
(Chamaerops Humilis)
Birch
(Betula Pendula)
Polentilla
anserina L.
Bred-Fruit Tree Indian
(Artocarpus Integrifolia)

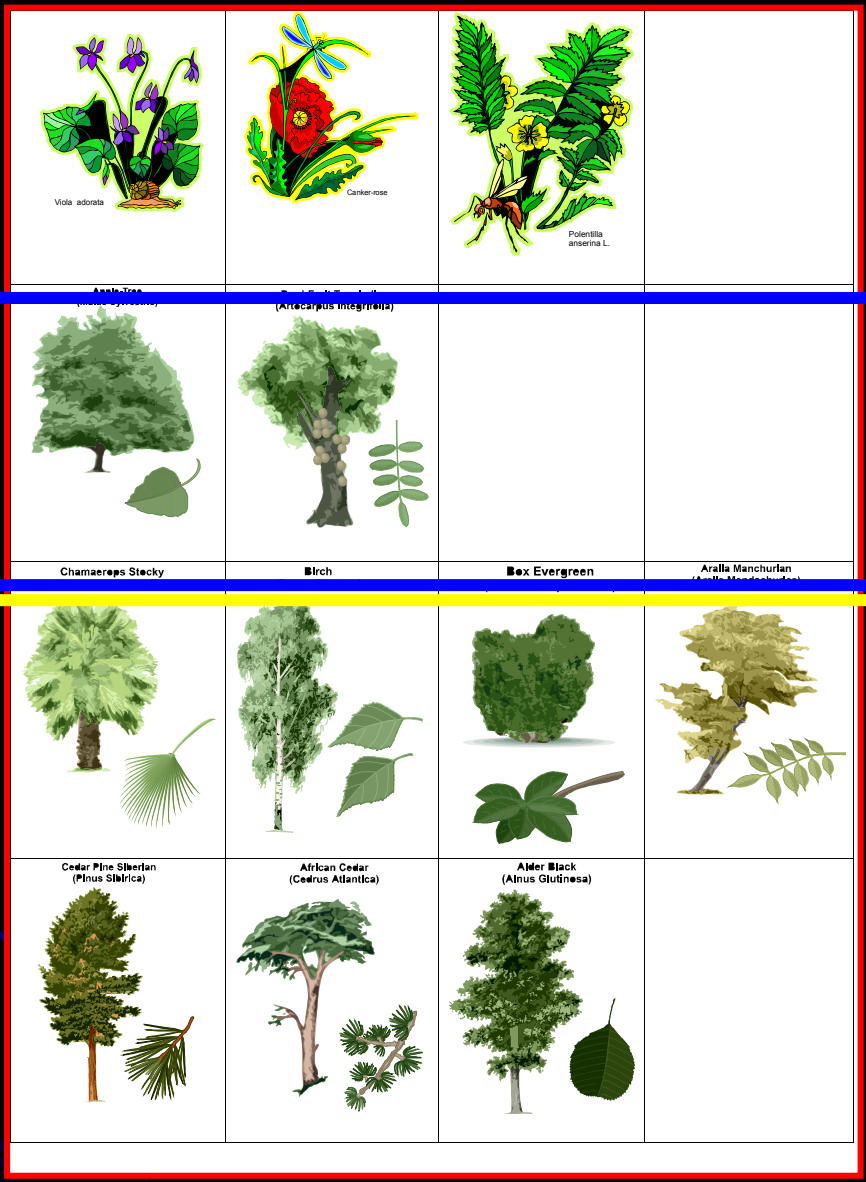
Άσκηση 1 (συνέχεια)



Λουλούδια

Δένδρα

Άσκηση 1 (συνέχεια)



Λουλούδια

Δένδρα με Φρούτα

Δένδρα χωρίς Φρούτα

Άσκηση 2

Που οφείλεται η Παραλλακτικότητα;

Άσκηση 3

Άσκηση 3 (*συνέχεια*)

- Παραλλακτικότητα μεταξύ των 3 Ομάδων (☺ 😐 ☹)
- Παραλλακτικότητα μέσα σε κάθε Ομάδα (☺ ☺ ☺ ☺ ☺) → Διαφορά στο χρώμα

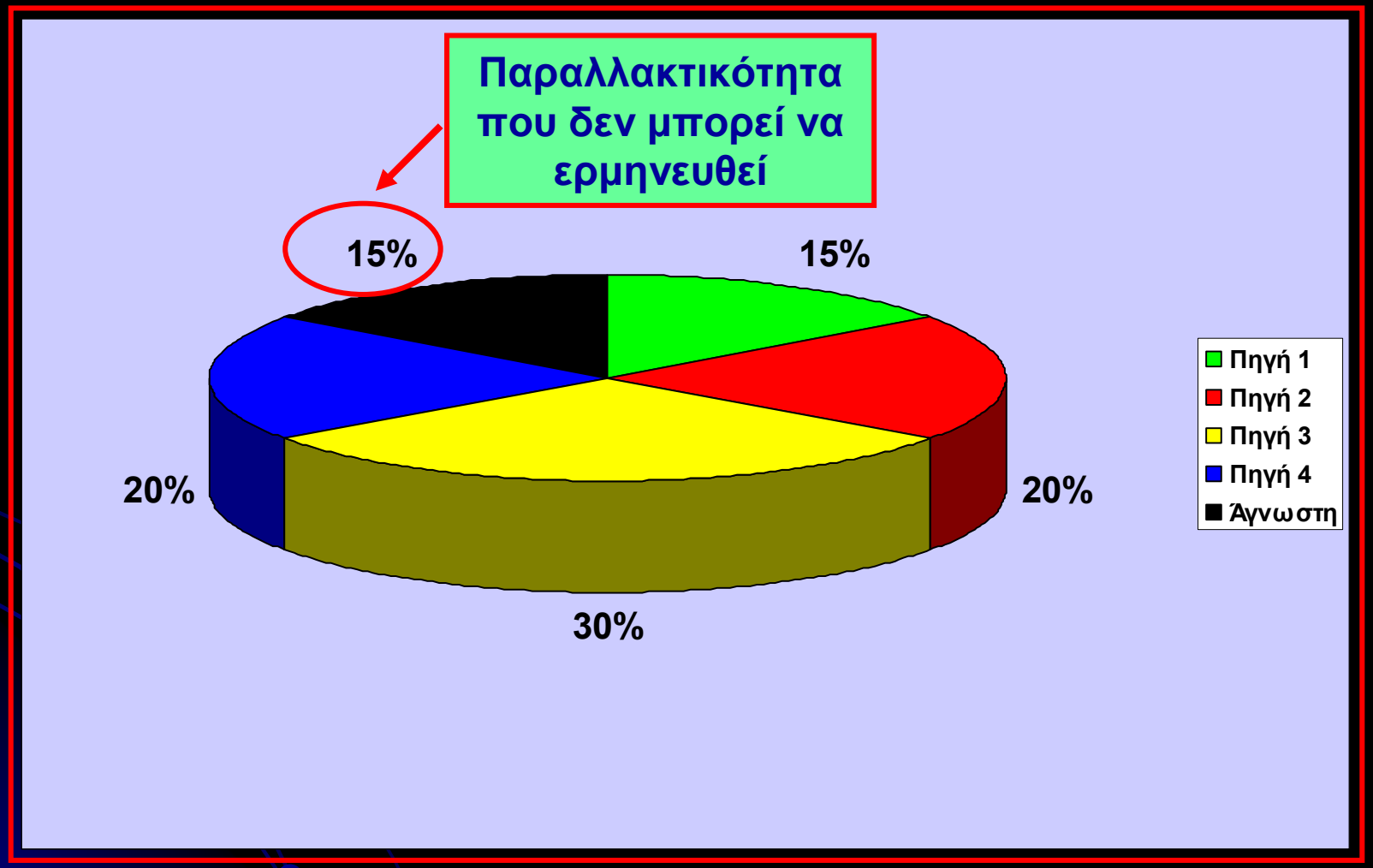
Παρατήρηση

- Στην πράξη **δεν μπορούμε** να “εξηγήσουμε” όλη την παραλλακτικότητα.
- Ένα μέρος της παραμένει “**ανεξήγητο**”. Δεν μπορεί να αποδοθεί σε **γνωστή πηγή** παραλλακτικότητας και δεν μπορεί να τεθεί **υπό έλεγχο**.

Πειραματικό Σφάλμα

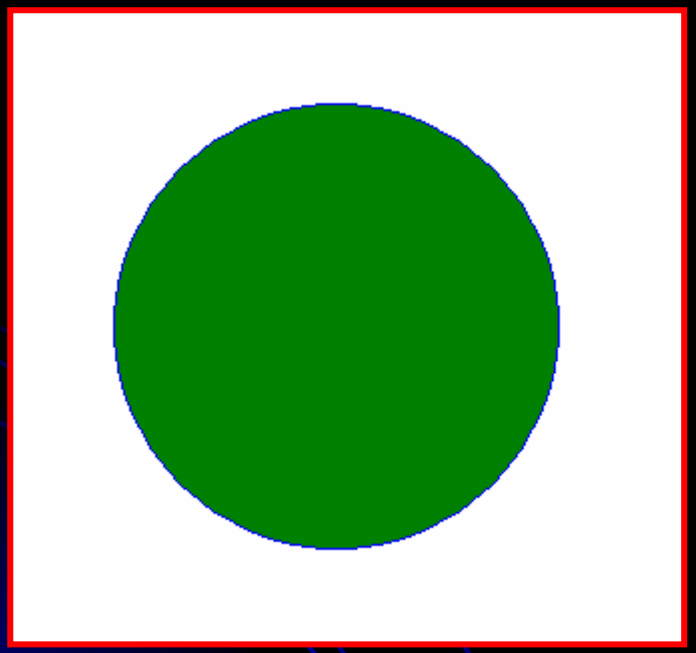
- Το είδος της παραλλακτικότητας που ξεφεύγει από τον έλεγχο του ερευνητή
- Τα άγνωστα αίτια που δεν γνωρίζουμε την κατεύθυνση της επίδρασής τους, δεν μπορούμε να τα μετρήσουμε και δεν μπορούμε να τα ελέγξουμε
- Ειδικός στόχος του πειραματικού σχεδιασμού: η μείωση του πειραματικού σφάλματος

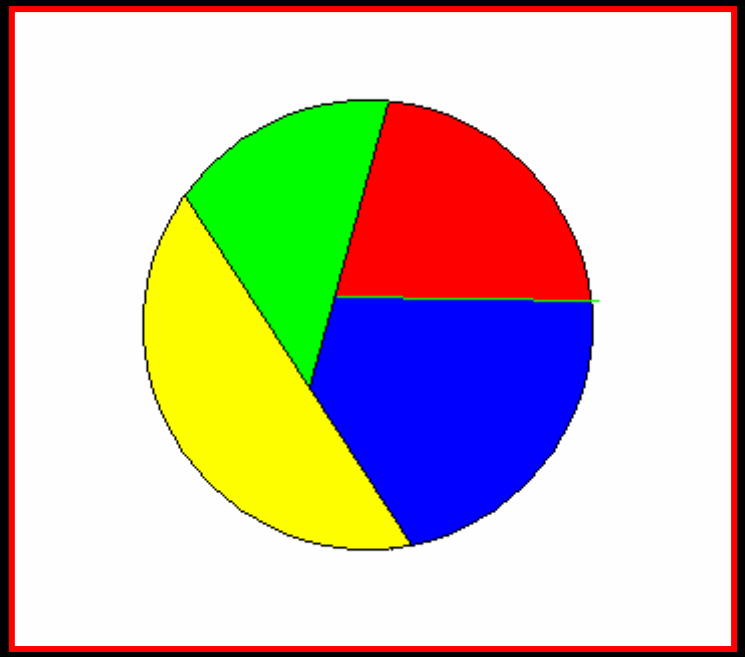
Συμπέρασμα


Παραλλακτικότητα που δεν μπορεί να ερμηνευθεί
15%
15%
20%
20%
30%
Πηγή 1
Πηγή 2
Πηγή 3
Πηγή 4
Άγνωστη

Συμπέρασμα (*συνέχεια*)

Προσπαθούμε τη Συνολική Παραλλακτικότητα να την αναλύσουμε σε όσο το δυνατό περισσότερες γνωστές πηγές Παραλλακτικότητας





Συμπέρασμα (*συνέχεια*)

Συνολική Παραλλακτικότητα

Παραλλακτικότητα Μεταξύ των Ομάδων

+

Παραλλακτικότητα Μέσα στις Ομάδες

Εφαρμογή 1

1

Δείγμα 1	Δείγμα 2	Δείγμα 3
10	10	10
10	10	10
10	10	10
10	10	10
10	10	10
10	10	10

2

Δείγμα 1	Δείγμα 2	Δείγμα 3
10	15	20
10	15	20
10	15	20
10	15	20
10	15	20
10	15	20

3

	Δείγμα 1	Δείγμα 2	Δείγμα 3
	10	**20**	**27**
	11	**22**	**28**
	14	**21**	**22**
	18	**20**	**26**
	10	**19**	**25**
	21	**18**	**22**
MO=	***14***	***20***	***25***

Εφαρμογή 1 (*συνέχεια*)

- Στην Περίπτωση 1: Δεν υπάρχει Παραλλακτικότητα
- Στην Περίπτωση 2: Υπάρχει Παραλλακτικότητα Μεταξύ των Ομάδων-Δειγμάτων. Δεν υπάρχει μέσα σε κάθε Ομάδα-Δείγμα
- Στην Περίπτωση 3: Υπάρχει Παραλλακτικότητα και Μεταξύ αλλά και Μέσα σε κάθε Ομάδα-Δείγμα.

Εφαρμογή 2

Treatment A	Response y
1	10
1	11
1	14
1	18
1	9
1	21
1	14
1	17
1	18
1	13
2	15
2	16
2	14
2	20
2	22
2	21
2	20
2	19
2	18
2	18
3	20
3	22
3	19
3	25
3	27
3	21
3	22
3	23
3	20
3	20

MO_T1: 14,5

$\bar{Y}_1$

MO_T2: 18,3

$\bar{Y}_2$

MO_T3: 21,9

$\bar{Y}_3$

Γενικός MO: 18,2

$\bar{Y}_{..}$

Εφαρμογή 2 (*συνέχεια*)

Treatment A	Response y
1	10
1	11
1	14
1	18
1	9
1	21
1	14
1	17
1	18
1	13
2	15
2	16
2	14
2	20
2	22
2	21
2	20
2	19
2	18
2	18
3	20
3	22
3	19
3	25
3	27
3	21
3	22
3	23
3	20
3	20

Παραλλακτικότητα Μέσα (*Within*)

Παραλλακτικότητα Μεταξύ (*Between*)

Εφαρμογή 2 (*συνέχεια*)

- Συνολική Παραλλακτικότητα:

$$\Sigma\upsilon\nu o\lambda\iota\kappa\acute{\eta}\ \Pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\alpha\kappa\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\tau\alpha,\quad s^2 = \frac{\sum_{i,j}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2}{n-1}$$

- Συνολικό Αθροίσματα Τετραγώνων (ΣΑΤ):

$$\Sigma\mathrm{AT}\quad \acute{\eta}\quad SST = \sum_{i,j}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2$$

(1)

21/10/09

Αποδείξεις

(1)

$$\sum_n (x_{ij}-\bar{x})^2 = \sum (x_{ij}^2 - 2x_{ij}\bar{x} + \bar{x}^2) =$$

$$= \sum (x_{ij})^2 - 2\bar{x}\sum x_{ij} + n\bar{x}^2 =$$

$$= \sum x_{ij}^2 - 2\bar{x}n\bar{x} + n\bar{x}^2 =$$

$$= \sum x_{ij}^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 =$$

Τ: σύνολο παρατηρήσεων

$$= \sum x_{ij}^2 - n\bar{x}^2 = \sum x_{ij}^2 - n\left(\frac{\sum x_{ij}}{n}\right)^2 =$$

διορθωτικός όρος

$$= \sum x_{ij}^2 - \cancel{n}\frac{(\sum x_{ij})^2}{n^{\cancel{2}}} = \boxed{\sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}} \quad [1]$$

(2) $s^2 = \sum (x_{ij}-\bar{x})^2 / n-1$ με βάση την [1]

$$\Rightarrow s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_{ij}^2 - \frac{T^2}{n}\right);$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_{ij}^2 - n\bar{x}^2\right).$$

Κοινή παραλλακτικότητα

(3) Δύο δείγματα

$$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} \rightsquigarrow \sigma^2$$

k - δείγματα

$$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2 + \dots + (n_k-1)s_k^2}{n_1+n_2+\dots+n_k-k}$$

(2)

αν $n_i = n_j = n$ τότε:

$$s^2 = \frac{(n-1)\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{nk-k} = \frac{(n-1)\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{k(n-1)} = \frac{\sum^{k} s_i^2}{k}$$

$s^2 \rightsquigarrow \sigma^2$.

$s^2 \rightarrow$ καλός εκτιμητής ότε ισχύει η H_0 ότε όχι

Έστω ότι έχουμε k δείγματικούς μ.ο. τότε η διακύμανσή τους δίνεται:

$$s_x^2 = \frac{1}{k-1}\left(\sum \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum \bar{x}_i)^2}{k}\right).$$

η διακύμανση s_x^2 εκφράζει το τυχαίο σφάλμα. Ενώ είναι

$$s_x^2 = \frac{\sigma^2}{n} \Rightarrow$$

$$\boxed{\sigma^2 = n s_x^2}$$

Αν τα δείγματα προέρχονται από τον ίδιο πληθυσμό τότε έχουμε δύο εκτιμητές της διακύμανσης σ^2, τα s^2 & το s_x^2. Επομένως, ο λόγος $F = \frac{s_x^2}{s^2}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε κριτήριο για τον έλεγχο ισότητας των διακυμάνσεων.

όπου k: δείγματα
r: επαναλήψεις μέσα σε κάθε δείγμα.

Μπορεί να δειχθεί ότι:

$$\sum_{\substack{i=1,k \\ j=1,r}} (Y_{ij}-\bar{Y})^2 = \sum (Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2 + r\sum(\bar{Y}_i-\bar{Y})^2$$

Πώς;

$$(Y_{ij}-\bar{Y}) = (Y_{ij}-\bar{Y}_i+\bar{Y}_i-\bar{Y}) =$$

$$= (Y_{ij}-\bar{Y}_i)+(\bar{Y}_i-\bar{Y}) \Rightarrow$$

$$(Y_{ij}-\bar{Y})^2 = (Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2 + (\bar{Y}_i-\bar{Y})^2 + 2(\ )(\ )$$

$$\Rightarrow \sum_{i,j}(Y_{ij}-\bar{Y})^2 = \sum_{i,j}(Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2 + \sum_{i,j}\underbrace{(\bar{Y}_i-\bar{Y})^2}_{\text{ανεξάρτητο από } j} +$$

$$+ \cancel{2\sum(\ )(\ )} \to 0 \Rightarrow$$

$$\sum(Y_{ij}-\bar{Y})^2 = \sum(Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2 + r\sum(\bar{Y}_i-\bar{Y})^2 + 0$$

$$\Rightarrow \sum(Y_{ij}-\bar{Y})^2 = \sum(Y_{ij}-\bar{Y}_i)^2 + r\sum(\bar{Y}_i-\bar{Y})^2$$

$$\Rightarrow \boxed{SST = SSW + SSB}$$

Total = Within + Between.

Ολική = Μέσα + Μεταξύ.

Εφαρμογή 2 (*συνέχεια*)

Γενικό Γραμμικό Υπόδειγμα

$$Y_{ij} = \mu + t_i + e_{ij}$$

i: αναφέρεται στην κύρια επίδραση της επέμβασης i (i=1,…,π)
j: αναφέρεται στην μέτρηση ή παρατήρηση j (j=1,…,n)

Εφαρμογή 2 (*συνέχεια*)

- Μπορεί να δειχθεί:

$$SST = SSB + SSW$$

Άθροισμα Τετραγώνων Μεταξύ (*Sum of Squares Between*)

Παραλλακτικότητα Μεταξύ

Άθροισμα Τετραγώνων Μέσα (*Sum of Squares Within*)

Παραλλακτικότητα Μέσα

ή Πειραματικό Σφάλμα

Ανάλυση Παραλλακτικότητας-ANOVA
(Ένας Παράγοντας, Τελείως Τυχαιοποιημένο Σχέδιο, Ισορροπημένο)

Πηγή Παραλλακτικότητας	ΒΕ	Άθροισμα Τετραγώνων	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	*F*
Επεμβάσεις	***t*-1**	$\text{ΑΤΕ} = n\sum_{i=1}^{t}\left(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}\right)^2$	$\text{ΑΤΕ} = \sum_{i=1}^{t}\frac{Y_{i.}^2}{n} - \frac{Y_{..}^2}{nt}$	$\text{ΜΤΕ} = \frac{\text{ΑΤΕ}}{t-1}$	$\frac{\text{ΜΤΕ}}{\text{ΜΤΣ}}$
Σφάλμα	***t*(*n*-1)**	$\text{ΑΤΣ} = \sum_{i,j}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}\right)^2$	**Με αφαίρεση:** $\text{ΑΤΣ} = \text{ΣΑΤ} - \text{ΑΤΕ}$	$\text{ΜΤΣ} = \frac{\text{ΑΤΣ}}{t(n-1)}$	
Σύνολο	***tn*-1**	$\text{ΣΑΤ} = \sum_{ij}\left(Y_{ij} - \bar{Y}_{..}\right)^2$	$\text{ΣΑΤ} = \sum_{i,j} Y_{ij}^2 - \frac{Y_{..}^2}{nt}$		

Σύγκριση στατιστικού *F* με την Κρίσιμη Τιμή της *F* Κατανομής για ΒΕ $= (t-1)$ *και* $t(n-1)$ **, σε επίπεδο σημαντικότητας *α***

ANOVA (συνέχεια)

Y_{ij} : μέτρηση – παρατήρηση στην i επέμβαση και j επανάληψη

$\overline{Y}_{..}$: γενικός μέσος όρος

$\overline{Y}_{i.}$: μέσος όρος i επέμβασης

$Y_{i.}$: άθροισμα μετρήσεων – παρατηρήσεων στην i επέμβαση

$Y_{..}$: γενικό άθροισμα όλων των μετρήσεων – παρατηρήσεων

t : πλήθος επεμβάσεων

n : πλήθος επαναλήψεων

ANOVA (*συνέχεια*)

Συντελεστής Παραλλακτικότητας:

$$CV = \frac{\sqrt{\text{ΜΤΣ}}}{\bar{Y}_{..}} \times 100$$

Τυπικό Σφάλμα Διαφοράς Δύο Μέσων Όρων:

$$s_{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2} = \sqrt{\frac{2.\text{ΜΤΣ}}{n}}$$

Ελάχιστη Σημαντική Διαφορά:

$$\text{ΕΣΔ}_{\alpha} = t_{a/2} \times s_{\bar{Y}_i - \bar{Y}_j}$$ (ΒΕ για t-Κατανομή=$t(n\text{-}1)$)

Όρια Εμπιστοσύνης για τη Διαφορά Δύο Μέσων Όρων

$$(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) \pm t_{a/2}.s_{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}$$

Βιβλιογραφία

- Φωτιάδης, Ν. (1995). *Εισαγωγή στη Στατιστική για Βιολογικές Επιστήμες*. Θεσσαλονίκη: University Studio Press.
- Κολυβά, Φ. και Μπόρα-Σέντα, Ε. (1995). *Στατιστική: Θεωρία-Εφαρμογές*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις ΖΗΤΗ.
- Φασούλας, Α. Κ. (ανατ. 2008). *Στοιχεία Πειραματικής Στατιστικής*. Θεσσαλονίκη: Άγις-Σάββας Δ. Γαρταγάνης.

Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας!!!
Viola adorata

Visions of Earth

National Geographic

Photos 2006

Photograph by Michael Melford

Glen Canyon Revealed
National Geographic, April 2006

© 2006 National Geographic Society. All rights reserved

Photograph by Izan Petterle

Visions of Earth
National Geographic, April 2006

© 2006 National Geographic Society. All rights reserve

Photograph by Michael Melford
Glen Canyon Revealed
National Geographic, April 2006
© 2006 National Geographic Society. All rights reserved.

Photograph by Olivier Grunewald
Visions of Earth
National Geographic, May 2006
© 2006 National Geographic Society. All rights reserved.

Photograph by Michael Nichols

© 2005-6 National Geographic Society. All rights reserved.

Grand Canyon

National Geographic magazine, January 2006

Photograph by Michael Poliza

Visions of Earth
National Geographic, April 2006

© 2006 National Geographic Society. All rights reserved