

Ασκήσεις Κεφαλαίου 4

1. Ο συντελεστής αποκατάστασης e (coefficient of restitution) μιας μπάλας, όπου εδώ έχει το νόημα της αναπήδησης, ορίζεται από το λόγο της ταχύτητας μετά την επαφή με την επιφάνεια προς την ταχύτητα πριν την επαφή. Ισοδύναμα ο συντελεστής αποκατάστασης ορίζεται ως $e = \sqrt{h_2/h_1}$, όπου h_1 είναι το ύψος από το οποίο αφήνουμε τη μπάλα και h_2 είναι το ύψος που φτάνει η μπάλα μετά την επαφή με την επιφάνεια (έδαφος).

(α') Αφήνουμε μια μπάλα μπάσκει από ύψος 100 cm και μετράμε το ύψος που φτάνει μετά την αναπήδηση. Επαναλαμβάνουμε αυτό το πείραμα 5 φορές και βρίσκουμε (σε cm) 60, 54, 58, 60, 56. Για μια σωστά φουσκωμένη μπάλα θα πρέπει ο συντελεστής αναπήδησης να είναι 0.76. Εκτιμείστε την αβεβαιότητα ορθότητας και ακρίβειας επανάληψης για το συντελεστή αναπήδησης για αυτήν τη μπάλα.

(β') Προσομοιώστε $M = 1000$ φορές το παραπάνω πείραμα. Σε κάθε πείραμα δημιουργείτε τις 5 μετρήσεις του ύψους h_2 μετά την αναπήδηση της μπάλας από κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu_2 = 58\text{cm}$ και τυπική απόκλιση $\sigma_2 = 2\text{cm}$. Υπολογίστε σε κάθε προσομοίωση το μέσο όρο και την τυπική απόκλιση του ύψους h_2 καθώς και του συντελεστή αποκατάστασης e . Εξετάστε αν οι τιμές αυτές είναι συνεπείς με τις αναμενόμενες από τη σχέση $e = \sqrt{h_2/h_1}$ για σταθερό $h_1 = 100\text{cm}$.

(γ') Αφήνουμε τη μπάλα μπάσκει 5 φορές από διαφορετικά αρχικά ύψη h_1 και βρίσκουμε τις παρακάτω τιμές (σε cm)

h_1	80	100	90	120	95
h_2	48	60	50	75	56

Εκτιμείστε την αβεβαιότητα στα δύο ύψη και υπολογίστε την αβεβαιότητα στο συντελεστή αναπήδησης. Αν ο συντελεστής αναπήδησης πρέπει να είναι 0.76, μπορούμε να δεχθούμε ότι η μπάλα είναι κατάλληλα φουσκωμένη;

2. Στη μέτρηση αγροτεμαχίων σε παραλληλεπίπεδο σχήμα μετράμε το μήκος και πλάτος με αβεβαιότητα 5m.

(α') Ποια είναι η αβεβαιότητα στη μέτρηση της επιφάνειας αγροτεμαχίου με μήκος 500m και πλάτος 300m; Για ποια μήκη και πλάτη αυτή η αβεβαιότητα είναι ίδια;

(β) Σχηματίστε την αβεβαιότητα ως συνάρτηση του μήκους και πλάτους της έκτασης αγροτεμαχίου.

Βοήθεια (matlab): Για το σχηματισμό επιφάνειας χρησιμοποίησε την εντολή `surf`.

3. Η ισχύς που εκλύεται (is dissipated) από ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος δίνεται ως $P = VI \cos f$, όπου V και I είναι η ημιτονοειδής τάση και ένταση ρεύματος στο κύκλωμα και f είναι η διαφορά φάσης μεταξύ των V και I .

(α') Θεωρώντας ότι τα V , I και f δε συσχετίζονται υπολογίστε την αβεβαιότητα της ισχύος από τις τιμές των V , I και f και την αβεβαιότητά τους.

(β') Θεωρείστε ότι η ακρίβεια των V , I και f δίνεται ως (μέση τιμή και τυπική απόκλιση)

$$V = (77.78 \pm 0.71)V$$

$$I = (1.21 \pm 0.071)A$$

$$f = (0.283 \pm 0.017)\text{rad}$$

Θεωρώντας κανονική κατανομή για κάθε μια από τις V , I και f , ελέγξτε με $M = 1000$ προσομοιώσεις αν η ισχύς έχει την αναμενόμενη ακρίβεια.

(γ') Κάνετε το ίδιο με παραπάνω αλλά θεωρώντας επιπλέον πως η διαφορά φάσης συσχετίζεται με την τάση με συντελεστή συσχέτισης $\rho_{V,f} = 0.5$.

Βοήθεια (matlab): Για τη δημιουργία τυχαίων αριθμών από πολυμεταβλητή κανονική κατανομή χρησιμοποίησε την εντολή `mvnrnd`.