

**ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**  
**ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2009**

**ΘΕΜΑ 1 (2 μον.).** Δίνεται η διαφορική εξίσωση

$$(4xy + 3y - xy^2 - 3yx^2)dx + (3x + 2y - 4)dy = 0$$

(α). Δείξτε ότι αυτή η εξίσωση έχει ένα ολοκληρωτικό παράγοντα της μορφής  $\mu = \mu(x)$ .

(β). Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης η οποία διέρχεται από το σημείο  $(x, y) = (1, 2)$ .

**ΘΕΜΑ 2 (2 μον.).** Δίνεται η διαφορική εξίσωση

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^2}, y(1) = 1,$$

όπου  $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$  και  $\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{3}{2}$ . Βρείτε ένα διάστημα της μεταβλητής  $x$  στο οποίο ορίζεται λύση της διαφορικής εξίσωσης με τη μέθοδο Picard.

**ΘΕΜΑ 3 (2 μον.).** Βρείτε τη γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 3x \frac{dy}{dx} + y = \frac{5}{x}$$

στο διάστημα  $(0, +\infty)$ .

**ΘΕΜΑ 4 (2 μον.).** Να λυθεί το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= 3x_1(t) + 2x_2(t) + 2e^{-t} \\x_2'(t) &= -2x_1(t) - x_2(t) + e^{-t}\end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ 5 (2 μον.).** Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + y = \cos(2x)$$

η οποία ικανοποιεί τις αρχικές συνθήκες  $y(0) = 1$  και  $y'(0) = 1$ .