

## ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ ΤΜΗΜΑ Β

Σεπτ. 2011

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup> (2 β)

Να υπολογισθεί το όριο

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k \sin^3 \left( \frac{k\pi}{n} \right)$$

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup> (2 β) Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα

(α):  $\int x^4 \arctan x \, dx$

(β):  $\int_{-1}^1 \frac{x \sqrt{1-x^2} + 4}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

(γ):  $\int \left( \frac{\cos 3x}{\cos x} \right) x^2 \, dx$

(δ):  $\int \frac{1}{x \sqrt{x^2 + 2x + 13}} \, dx$

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup> (2 β) Να υπολογισθεί ο όγκος και η επιφάνεια του στερεού που προκύπτει από την περιστροφή γύρω από τον άξονα  $Ox$  του σχήματος, το οποίο περιέχεται μεταξύ της καμπύλης  $y = x^2$  και της καμπύλης  $y = |x|$ , για  $-1 \leq x \leq 1$ .

ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup> (2 β) Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα  $\int_0^{\pi} |t - x| \sin(t) \, dt$

ΘΕΜΑ 5<sup>ο</sup> (2 β) Για ποιές τιμές του  $a$  και  $b$  υπάρχουν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$(i) \int_0^{\infty} \sin(x^b) x^a \, dx \quad \text{και} \quad (ii) \int_0^{\infty} \left( \frac{x^a}{1+x^b} \right)^2 \, dx, \quad (b > 0)$$

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**