

ΛΟΓΙΣΜΟΣ ΙΙ: ΑΣΚΗΣΗ 1

Άσκηση 1: Να αποδειχθεί ότι

$$\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x + c, \quad \int e^x (4 - e^x)^{\frac{3}{2}} \, dx = -\frac{2(4 - e^x)^{\frac{5}{2}}}{5} + c$$

Άσκηση 2: Να αποδειχθεί ότι

$$\int \operatorname{arctanh} x \, dx = x \operatorname{arctanh} x + \ln \sqrt{1 - x^2} + c$$

(Σημ: χρησιμοποιείστε την ολοκλήρωση κατά μέρη)

Άσκηση 3: Να αποδειχθεί ότι

$$\int \frac{x^3}{(x-1)^4} \, dx = \ln |x-1| - \frac{1}{3(x-1)^3} - \frac{3}{2(x-1)^2} - \frac{3}{x-1} + c$$

(Σημ: χρησιμοποιείστε την σχέση $x^3 = ((x-1) + 1)^3$)

Άσκηση 4: Να αποδειχθεί ότι

$$\int \frac{x^3}{(x^2+1)^2} \, dx = \frac{1}{2(x^2+1)} + \ln \sqrt{x^2+1} + c$$

(Σημ: χρησιμοποιείστε την σχέση $x^3 \, dx = \frac{x^2 d(x^2)}{2}$)

Άσκηση 5: Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα

$$\int x^2 \left(\frac{\sin 3x}{\sin x} \right)^2 \, dx, \quad \int x e^{5x} \cos^3 x \, dx$$

Άσκηση 6: Να υπολογισθούν τα ολοκληρώματα (Εξετάσεις Φεβρ. 2008)

$$(\alpha): \int \frac{2x^2 - x + 4}{x^3 + 4x} \, dx = \ln |x| + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 4) - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + c$$

$$(\beta): \int \frac{dx}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} = 6 \sqrt[6]{x} + 3 \sqrt[3]{x} + 2 \sqrt{x} + 6 \ln |\sqrt[6]{x} - 1| + c$$

$$(\gamma): \int \frac{(\tanh x)^3}{(\cosh x)^3} \, dx = \frac{1}{5(\cosh x)^5} - \frac{1}{3(\cosh x)^3} + c$$

$$(\delta): \int \frac{dx}{5 - 3 \cosh x} = \frac{1}{4} \ln \frac{e^x - \frac{1}{3}}{e^x - 3} + c$$

Επιστροφή των ασκήσεων την Παρασκευή 14/3/08

Το κείμενο των ασκήσεων βρίσκεται στην διεύθυνση:
<http://users.auth.gr/~daskalo/calculus/calculus.html>