

## ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι ΤΜΗΜΑ 1γ

---

**ΘΕΜΑ 1ο:** (1) Να βρεθεί το όριο της ακολουθίας  $x_n = \sqrt[n]{a_1^n + a_2^n + \dots + a_m^n}$  για  $n \rightarrow \infty$ , όπου  $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_m$

**ΘΕΜΑ 2ο:** (1) Να βρεθεί η τιμή της  $f^{(12)}(0)$ , για  $f(x) = \frac{\sinh(x^2)}{x^2}$ .

**ΘΕΜΑ 3ο:** (2) Να μελετηθεί αν οι παρακάτω σειρές συγκλίνουν απλά, απόλυτα ή δεν συγκλίνουν;

α)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln n}}$

β)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{\ln n}\right)^2$

γ)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + 2^n + 3^n}{1 + 3^n + 5^n}$

δ)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n!}{n^n}}$

**ΘΕΜΑ 4ο:** (2) Να βρεθούν τα όρια των συναρτήσεων

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{1/x}$ , b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}$  c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)^{\frac{1}{\ln x}}$

**ΘΕΜΑ 5ο:** (1.5) Αν  $A \subset \mathbb{R}$  και  $\inf A > 0$  αποδείξτε ότι  $\inf A = \frac{1}{\sup A^{-1}}$  όπου  $A^{-1} = \{x \in \mathbb{R} : x^{-1} \in A\}$

**ΘΕΜΑ 6ο:** (1) Αποδείξτε ότι αν  $0 < x < y$  τότε  $\frac{y-x}{1+y^2} < \arctan y - \arctan x < \frac{y-x}{1+x^2}$ . Ποιά είναι η ανάλογη ανισότητα για την συνάρτηση  $f(x) = \operatorname{arctanh} x$ ;

**ΘΕΜΑ 7ο:** (1.5) Δίδεται μια καμπύλη υπό παραμετρική μορφή  $x = \cosh t$ ,  $y = t + \sinh t$ , για  $t > 0$ . Να υπολογισθεί η δεύτερη παράγωγος  $\frac{d^2 y}{dx^2}$

---

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !**

---