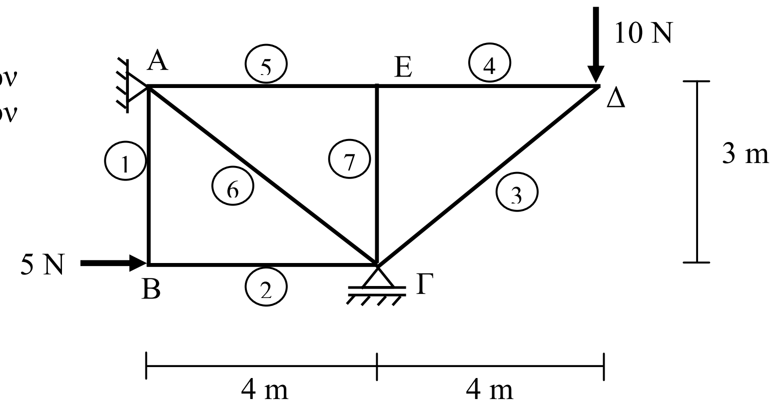
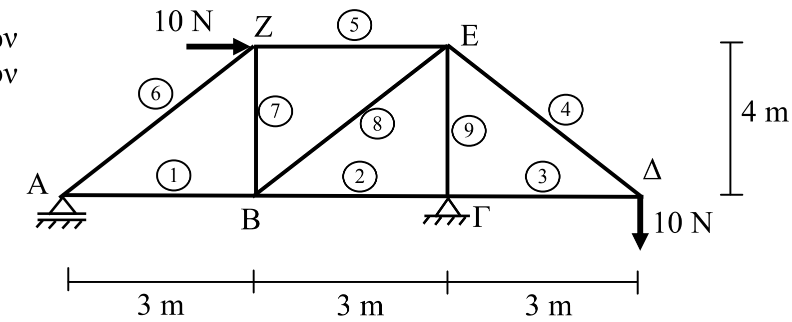
ΤΜΗΜΑ ΑΓΡΟΝΟΜΩΝ-ΤΟΠΟΓΡΑΦΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Ασκήσεις Προόδου 2015-2016
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΥΝΕΧΩΝ ΜΕΣΩΝ

Ονομ/μο: ____ **ΑΕΜ:** _________

Θέμα 1^{ο}: Να υπολογιστούν οι τάσεις των ράβδων του δικτυώματος και να γραφούν τα αποτελέσματα σε πίνακα.

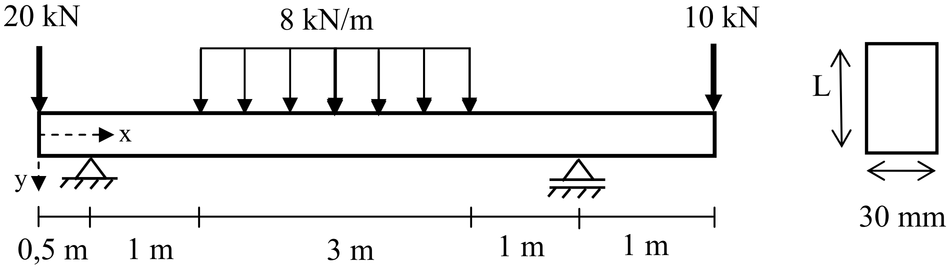


Θέμα 2^{ο}: Να υπολογιστούν οι τάσεις των ράβδων του δικτυώματος και να γραφούν τα αποτελέσματα σε πίνακα.



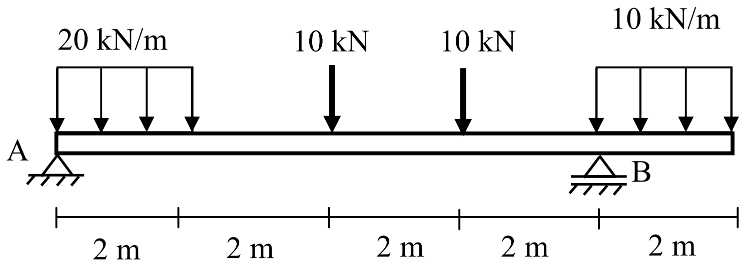
Θέμα 3^{ο}: Για τη δοκό του σχήματος και την εικονιζόμενη φόρτιση: **(i)** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα τεμνουσών (V) και ροπών (M), **(ii)** Να προσδιορσθεί η διάσταση L της δοκού αν η μέγιστη ορθή τάση που μπορεί να δεχθεί η δοκός είναι $\sigma_{max} = 300\,\text{MPa}$.

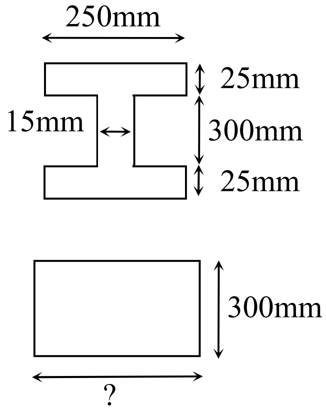
[Δίνεται: $\sigma = \frac{M\,y}{I}, I_{orth} = \frac{bh^3}{12}$]



Θέμα 4°: Για τη δοκό του σχήματος και την εικονιζόμενη φόρτιση: **(i)** Να σχεδιαστούν τα διαγράμματα τεμνουσών δυνάμεων (V) και ροπών (M). **(ii)** Να υπολογισθεί η μέγιστη ορθή τάση και το σημείο εφαρμογής της. **(iii)** Αν η διατομή της δοκού ήταν ορθογωνική με ύψος 300 mm, ποιό θα έπρεπε να είναι το πάχος της για ίδια μέγιστη ορθή τάση;

[Υπ.: $\sigma = \dfrac{M\,y}{I}, \quad I_{orth} = \dfrac{bh^3}{12}$]





Θέμα 5°: Να λυθεί σε συντεταγμένες Euler το πρόβλημα της μονοδιάστατης ροής ενός νευτωνικού υγρού, δηλ. η εύρεση του $f = \dfrac{v(x)}{v_0}$ από την εξίσωση

$$\left.\begin{array}{l} -p\left(\dfrac{\rho_0}{f}\right) + \mu v_0 \dfrac{df}{dx} = \rho_0 v_0^2 (f-1) - p(\rho_0) \\ f \to 1 \quad \text{για} \quad x \to -\infty \end{array}\right\}$$

για το ειδικό μοντέλο $p = p(\rho) = \sigma\tau\alpha\theta.\rho$

Να αποδειχθεί ότι η μη-τετριμμένη λύση έχει τη μορφή $\log \dfrac{|f-1|}{|f-M^{-2}|^{M^{-2}}} = \dfrac{x-x_0}{v_0 \tau}$ ή

$$\frac{|f-1|}{|f-M^{-2}|^{M^{-2}}} = e^{\frac{x-x_0}{v_0\tau}}$$

Όπου $\quad M^2 \equiv \dfrac{\rho_0 v_0^2}{p_0} \quad , \quad p_0 \equiv p(\rho_0) \quad , \quad \tau \equiv \dfrac{\mu}{p_0\left(M^2-1\right)}$

και x_0 είναι μια αυθαίρετη σταθερά ολοκλήρωσης.

Παρατηρείστε, όπως στο μάθημα, ότι $f(x) \to 1 \quad \text{για} \quad x \to -\infty$ μόνο όταν τ>0, δηλ. για Μ>1 ..η ροή είναι υπερηχητική. Δώστε μια (προσεγγιστική) γραφική παράσταση της $f(x)$ για $M^{-2} < f(x) < 1$ και Μ>1

Θέμα 6ο: Η καταστατική (συντακτική) εξίσωση του μοντέλου Kelvin-Voigt είναι $T = k\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon}$, όπου (T,ε) = (τάση, ανηγμένη παραμόρφωση) και $(k>0, \mu>0)$ = (ελαστική σταθερά, ιξώδες). Η εξίσωση διατήρησης της ορμής για κάθε μονοδιάστατο στερεό (με $b \equiv 0$) δίνεται από τη σχέση $\frac{\partial T}{\partial X} = \rho_0 \dot{v}$, όπου ρ_0 είναι η αρχική πυκνότητα και v η ταχύτητα. Από τις δύο παραπάνω σχέσεις συνεπάγεται ότι η εξίσωση κίνησης δίνεται από την ‘‘αποσβεόμενη εξίσωση κύματος’’ $ku_{XX} + \mu\dot{u}_{XX} = \rho_0 \ddot{u}$, όπου u είναι η μετατόπιση.

Έστω μία δοκός μήκους L $(0 \le X \le L)$ φτιαγμένη από ιξωελαστικό υλικό τύπου Kelvin-Voigt η οποία είναι πακτωμένη στα άκρα της και στην αρχή της παρατήρησης η μετατόπιση είναι μηδέν σ’ όλο το μήκος της, ενώ η ταχύτητα της δίνεται από την σχέση $v(X,0) = \sin\frac{\pi X}{L}$.

- Να βρεθούν η πυκνότητα ρ και η τάση T αφού πρώτα αποδειχθεί (λύνοντας την αντίστοιχη διαφορική εξίσωση) ότι

$$u(X,t) = e^{-\omega t}\sin\frac{\pi X}{L}\begin{cases} \frac{1}{a}\sinh at & ,a \neq 0 \quad \text{και πραγματικός} \\ \frac{1}{|a|}\sin|a|t & ,a \neq 0 \quad \text{και φανταστικός} \end{cases} \qquad (*)$$

όπου $\omega \equiv \frac{\mu}{2r_0}\left(\frac{\pi}{L}\right)^2$, $\alpha \equiv \frac{\mu}{2\rho_0}\left(\frac{\pi}{L}\right)^2\sqrt{1 - \frac{4\rho_0 k}{\mu^2\left(\frac{\pi}{L}\right)^2}}$

- Να γίνει (ποιοτικά) η γραφική παράσταση της $(*)_1$ και $(*)_2$
- Τι συμβαίνει όταν α=0?
- Επιστρέφοντας στη διαφορική εξίσωση του μοντέλου Kelvin-Voigt $T = k\varepsilon + \mu\dot{\varepsilon}$, είναι δυνατόν να ξαναγραφεί σαν ολοκλήρωμα της μορφής $\varepsilon = \ldots\int_{-\infty}^{t} G(t-\xi)\dot{T}(\xi)d\xi = \ldots + \int_{0}^{\infty} G(s)T(t-s)ds$