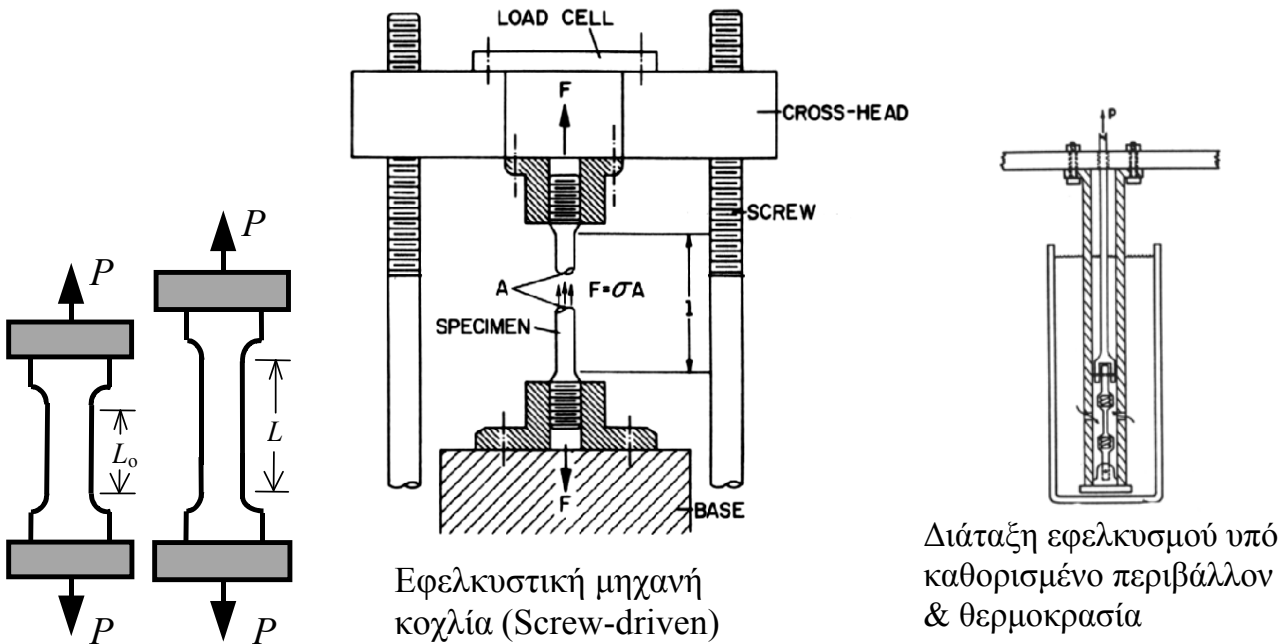


ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΥ

1. Εισαγωγή

Σε ένα πείραμα εφελκυσμού, ένα δοκίμιο μήκους L_0 και εγκάρσιας διατομής A_0 υφίσταται συνεχώς αυξανόμενη μονοαξονική επιμήκυνση [συνήθως χρησιμοποιώντας σταθερή ταχύτητα v (cross-head velocity)], ενώ συγχρόνως μετράται η μονοαξονική εφελκυστική δύναμη (φορτίο) P .



Εφελκυστική μηχανή κοχλία (Screw-driven)

Διάταξη εφελκυσμού υπό καθορισμένο περιβάλλον & θερμοκρασία

2. Βασικοί Ορισμοί

- Ονομαστική ή Μηχανική Τάση

$$\bar{\sigma} = P / A_0$$

- Πραγματική Τάση

$$\sigma = P / A$$

- Ονομαστική ή Μηχανική Επιμήκυνση

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

- Πραγματική Επιμήκυνση

$$\varepsilon = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) \Rightarrow \varepsilon = \ln(1 + \bar{\varepsilon})$$

- Ρυθμός Επιμήκυνσης

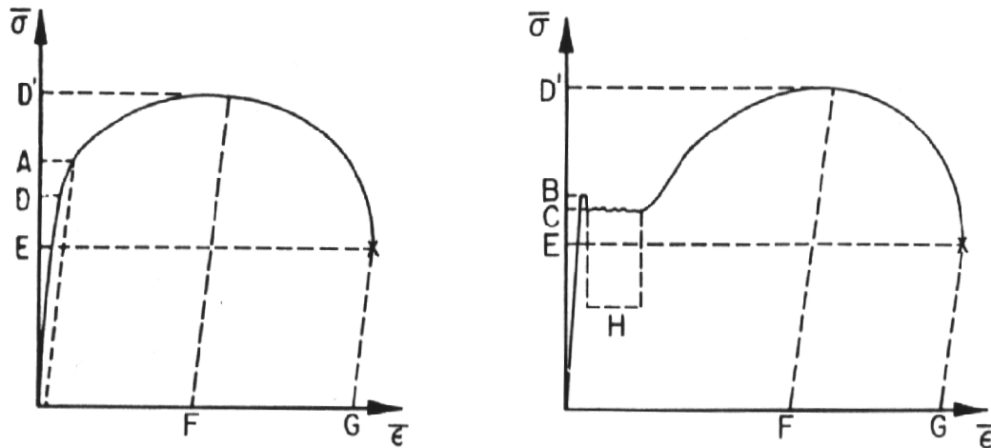
$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{dt} = \frac{v}{L_0}$$

- Πραγματικός Ρυθμός Επιμήκυνσης

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{v}{L} \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{1 + \bar{\varepsilon}}$$

3. Καμπύλη Τάσης-Επιμήκυνσης (Stress vs. Strain Curve)

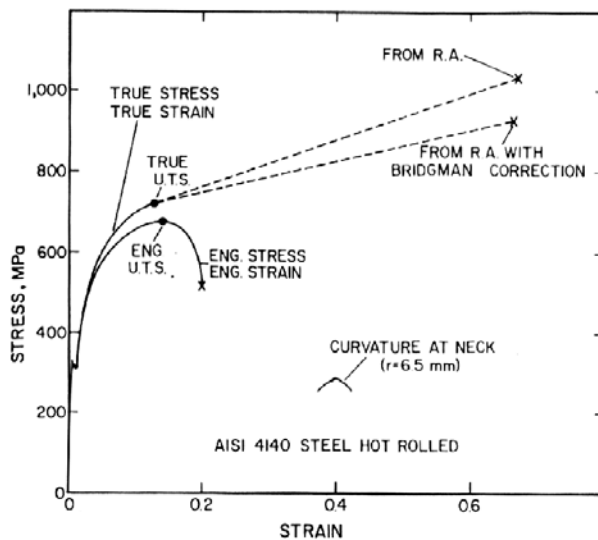
Η μορφή και το μέγεθος της καμπύλης τάσης-επιμήκυνσης ενός μετάλλου εξαρτάται από τη σύσταση του, τη θερμική του κατεργασία, την προηγούμενη ιστορία πλαστικής παραμόρφωσης, το ρυθμό επιμήκυνσης, και τις συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας.



- | | |
|---|--|
| D : Όριο Αναλογίας | E : Τάση Θραύσης |
| A : Τάση Διαρροής 0.2% Offset | F : Ομοιόμορφη Επιμήκυνση |
| B : Άνω Όριο Διαρροής | G : Ολική Επιμήκυνση |
| C : Κάτω Όριο Διαρροής | H : Σταδιακή διάδοση ζώνης Lüders |
| D' : Μέγιστη Τάση Εφελκυσμού (UTS) | |

Για ομοιόμορφη επιμήκυνση, $V = A_0 L_0 = AL$ (διατήρηση του όγκου) \Rightarrow

$$\bar{\epsilon} = \frac{A_0 - A}{A} \Rightarrow \epsilon = \ln(A_0/A) \Rightarrow \sigma = \bar{\sigma}(1 + \bar{\epsilon}) \Leftrightarrow \bar{\sigma} = \sigma e^{-\epsilon}$$



3.1 Επιπλέον Χαρακτηριστικά της Καμπύλης Τάσης-Επιμήκυνσης

- *Μέτρο Ελαστικότητας*: Η κλίση της καμπύλης στο αρχικό γραμμικό τμήμα της $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ καμπύλης.
- *Μέτρο Ανθεκτικότητας (Resilience)*: Η ελαστική ενέργεια ανά μονάδα όγκου, η οποία απαιτείται για την παραμόρφωση του δοκιμίου έως το σημείο διαρροής, δηλ. το εμβαδόν κάτω από το ελαστικό τμήμα της $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ καμπύλης.
- *Σκληρότητα (Toughness)*: Η συνολική ενέργεια ανά μονάδα όγκου που απορροφάται από το δοκίμιο μέχρι τη θραύση του, δηλ. το εμβαδόν κάτω από ολόκληρη την $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$ καμπύλη.

- *Ελάττωση Διατομής* : $q = \frac{A_0 - A_f}{A_0}$

A_f = εγκάρσια διατομή στην περιοχή θραύσης

- *Επί τοις εκατό Επιμήκυνση*: % elongation = $\frac{L_f - L_0}{L_0} = \bar{\epsilon}_f$

L_f = μήκος του δοκιμίου στο σημείο θραύσης

$\bar{\epsilon}_f$ = ονομαστική επιμήκυνση στο σημείο θραύσης

- *Πραγματική Τάση Θραύσης* : $\sigma_f = P_f / A_f$

η οποία πρέπει να διορθώνεται έτσι ώστε να ληφθεί υπόψη η τριαξονικότητα της τάσης (stress triaxiality) στην περιοχή θραύσης.

- *Πραγματική Επιμήκυνση Θραύσης* : $\epsilon_f = \ln(A_0 / A_f)$

- *Πραγματική Ομοιόμορφη Επιμήκυνση* : $\epsilon_u = \ln(A_0 / A_u)$

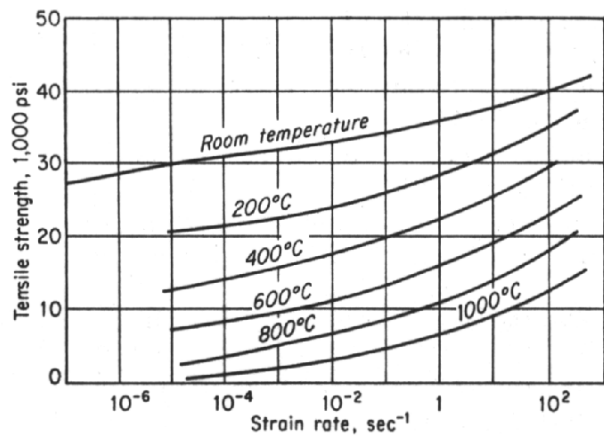
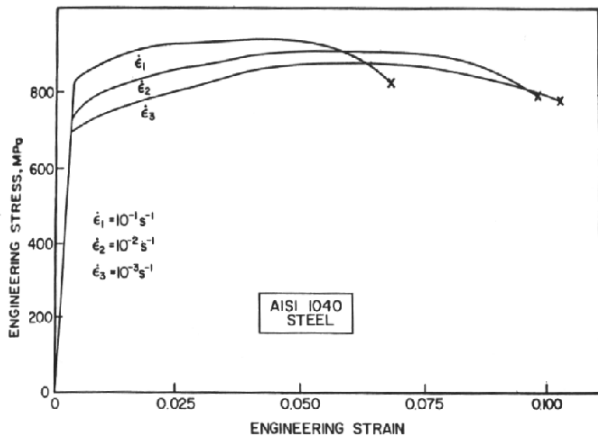
- *Πραγματική Τοπική Επιμήκυνση Λαίμωσης* : $\epsilon_n = \ln(A_u / A_f)$

4. Επίδραση του Ρυθμού Επιμήκυνσης

Συνήθως χρησιμοποιούμενη τιμή: $10^{-4} \text{ s}^{-1} < \dot{\epsilon} < 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

$\dot{\epsilon} \sim 10^2 \text{ s}^{-1} \rightarrow$ Φαινόμενα αδράνειας και διάδοσης κυμάτων

$\dot{\epsilon} < 10^{-5} \text{ s}^{-1} \rightarrow$ Πειράματα ερπυσμού & χαλάρωση τάσης



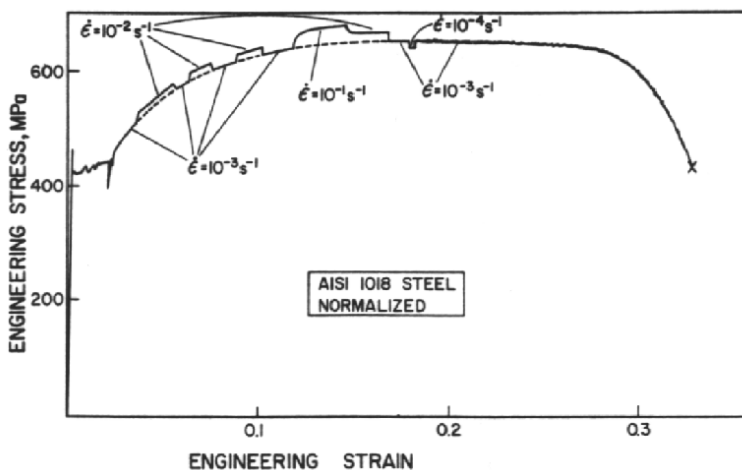
$$m = \left. \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln \dot{\epsilon}} \right|_{\epsilon, T} \quad \dots \text{ strain rate sensitivity,}$$

$$s = \left. \frac{\partial \ln w}{\partial \ln \dot{\epsilon}} \right|_{\epsilon, T} \quad \text{όπου} \quad w = \left. \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon, T}$$

$$\text{Ισοδύναμοι ορισμοί:} \quad \sigma = K \dot{\epsilon}^m, \quad \frac{d\sigma}{d\epsilon} = K' \dot{\epsilon}^s$$

Συνήθως $\rightarrow 0.02 < m < 0.2$ για $0 < T < 0.9 T_m$ (T_m ... σημείο τήξης σε K)

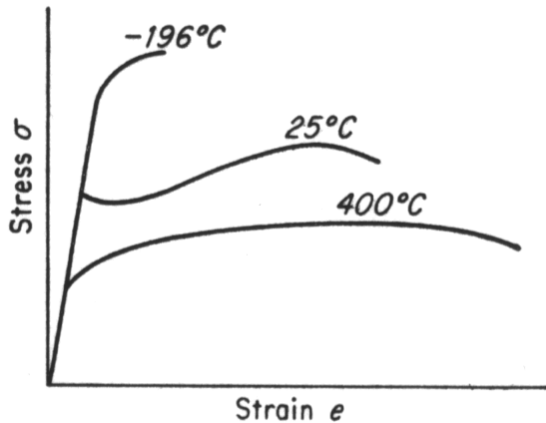
Αλουμίνιο και τα κράμματα του $\rightarrow m \leq 0$



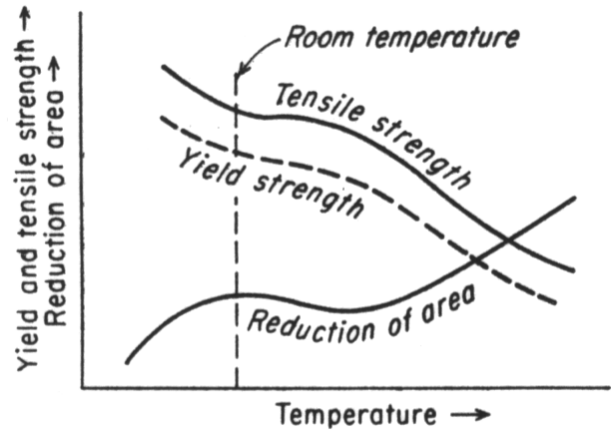
Υπολογισμός του m αλλάζοντας το $\dot{\epsilon}$ απότομα και υπολογίζοντας την στιγμιαία αλλαγή της τάσης:

$$m = \ln(\sigma_2 / \sigma_1) / \ln(\dot{\epsilon}_2 / \dot{\epsilon}_1)$$

5. Επίδραση της Θερμοκρασίας



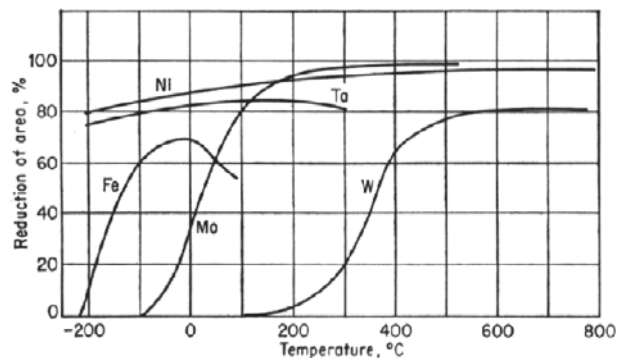
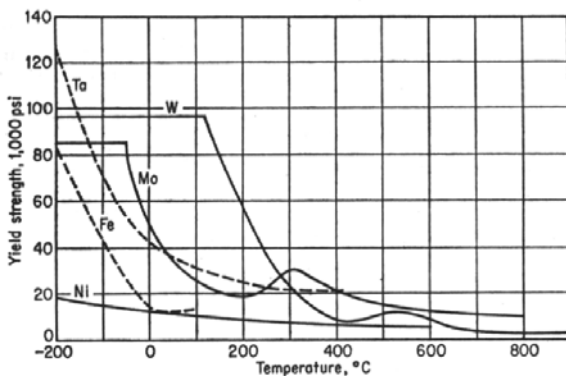
Καμπύλες ονομ. τάσης-ονομ. επιμήκυνσης για δομικό χάλυβα (mild steel)



Επίδραση της θερμοκρασίας στις εφελκυστικές ιδιότητες του χάλυβα

$\uparrow T \Rightarrow \uparrow$ ολκιμότητα & \downarrow αντοχή

Δομικές αλλαγές (π.χ. ανακρυστάλλωση, εργογήρανση) μπορεί να μεταβάλλουν την παραπάνω συμπεριφορά σε μια περιοχή θερμοκρασιών



Επίδραση της θερμοκρασίας στην τάση διαρροής και στην ελάττωση διατομής για BCC (κυβικά χωροκεντρομένο) Ta, W, Mo Fe και FCC (κυβικά εδροκεντρομένο) Ni.

Τάση διαρροής των FCC μετάλλων \rightarrow πολύ λίγο εξαρτώμενη από T
 \Rightarrow Μη εμφάνιση ψαθυρής συμπεριφοράς σε χαμηλές T

Χάλυβας, Mo & W σε ευρεία περιοχή $T \rightarrow \sigma = C_2 \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \Big|_{\epsilon, \dot{\epsilon}}$

Q = ενέργεια ενεργοποίησης για πλαστική ροή (cal/g mole)

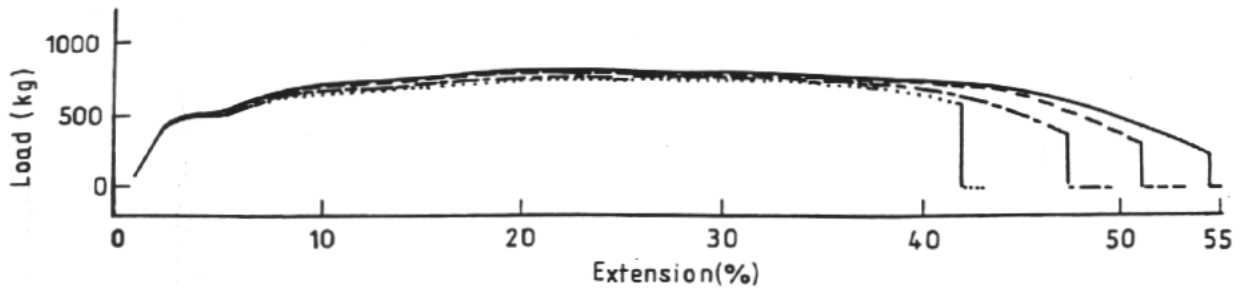
R = παγκόσμια σταθερά των αερίων, 1.987 cal/(deg)(mole)

T = θερμοκρασία πειράματος

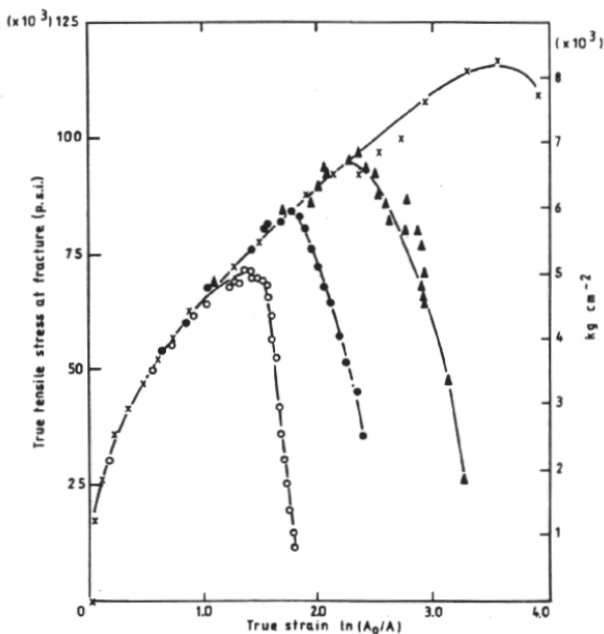
6. Σύγχρονη Επίδραση Θερμοκρασίας & Ρυθμού Επιμήκυνσης

- Zener-Hollomon εξίσωση: $\sigma = f\left(\dot{\epsilon} \exp \frac{mQ}{RT}\right) \Big|_{\epsilon}$
- MacGregor-Fisher εξίσωση: $\sigma = f(T_v) \Big|_{\epsilon}$, $T_v = T \left(1 - k \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)$

7. Επίδραση της Υδροστατικής Πίεσης



Καμπύλες δύναμης μετατόπισης για χάλυβα 20 (0.2 % C) σε διάφορες υδροστατικές πιέσεις: (.....) ατμοσφαιρική, (-·-·-·) 4000 kg cm⁻², (-----) 6000 kg cm⁻², (————) 7000 kg cm⁻².



$d\sigma = 0 \Rightarrow$ softening του υλικού (μη αρκετή ομοιογένεια στο απαραμόρφωτο υλικό ή/και δημιουργία μικροκενών και ρωγμών στη μικρότερη διατομή του λαιμού)

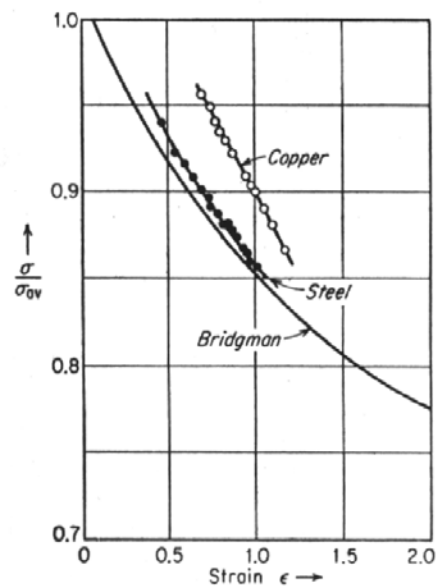
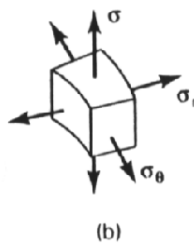
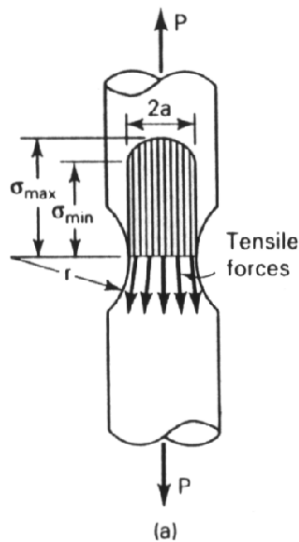
$$\uparrow P \Rightarrow \uparrow [\epsilon(d\sigma = 0) - \epsilon(dP = 0)]$$

Επίδραση της πίεσης στην καμπύλη πραγματικής τάσης-πραγματικής παραμόρφωσης για ανοπτημένο (annealed) χαλκό: (o) 15 psi, (●) 11200 psi, (Δ) 22400 psi, (x) 44800 psi.

8. Λαίμωση (Necking)

Παρατηρήσεις

- Μετά την έναρξη της λαίμωσης $\rightarrow A \ll A_0$ ελαττώνεται δραστικά και η παραμόρφωση συγκεντρώνεται κυρίως στο λαιμό
- $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}$ φθίνουσα (γεωμετρικό softening), αλλά $\sigma-\epsilon$ αύξουσα (με εξαίρεση softening του υλικού)
- Επειδή η ταχύτητα επιμήκυνσης v είναι ίδια εντός του λαιμού (μήκους L_{neck}) και στο υπόλοιπο δοκίμιο (μήκους $L_{spec} > L_{neck}$)
 $\Rightarrow \dot{\epsilon} (=v/L)$ πολύ υψηλότερος εντός του λαιμού (δοκιμή με v =σταθ.)
- Τριαξονικότητα τάσης (stress triaxiality) εντός του λαιμού



$$\sigma_{max} = \frac{1+(a/2r)}{1+(a/4r)} \sigma_{avg}, \quad \sigma_{min} = \frac{1}{1+(a/4r)} \sigma_{avg}, \quad \sigma_{avg} = \frac{P}{\pi a^2}$$

- Ανάλυση Bridgman

Υποθέσεις:

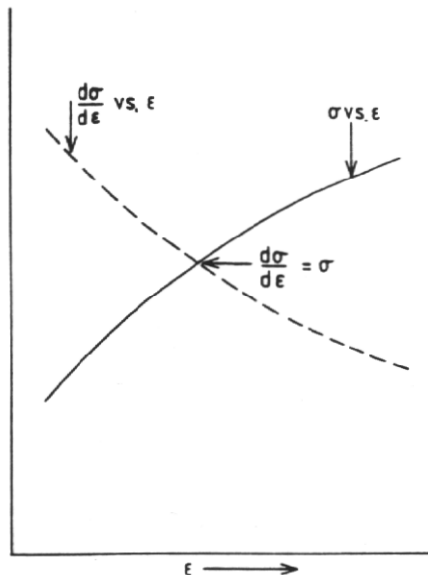
1. Το περίγραμμα του λαιμού προσεγγίζεται με το τόξο ενός κύκλου
2. Κάθε εγκάρσια διατομή εντός του λαιμού παραμένει κυκλική
3. Εφαρμόζεται το κριτήριο διαρροής του Von Mises
4. Οι τροπές (strains) είναι σταθερές σε μια εγκάρσια διατομή

$$\Rightarrow \text{Flow stress} = \sigma = \frac{1}{(1+2r/a)[\ln(1+a/2r)]} \sigma_{avg}$$

Κριτήρια Λαίμωσης

- Κριτήριο Considere: Η λαιμωση αρχίζει στη μέγιστη ονομαστική εφελκυστική τάση (\Leftrightarrow μέγιστη δύναμη)

$$d\bar{\sigma} = 0 \Rightarrow d(\sigma e^{-\varepsilon}) = e^{-\varepsilon} d\sigma - \sigma e^{-\varepsilon} d\varepsilon = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \sigma$$



Π.χ. εξίσωση τύπου Hollomon: $\sigma = K\varepsilon^n \Rightarrow \varepsilon_u = n$... στην έναρξη της λαιμωσης

- Κριτήριο Hart: Η λαιμωση αρχίζει όταν η απειροστή διαφορά μεγέθους δύο εγκάρσιων διατομών αυξάνει με το χρόνο \Rightarrow η ομογενής παραμόρφωση είναι ασταθής όταν $\delta\dot{A}/\delta A > 0$

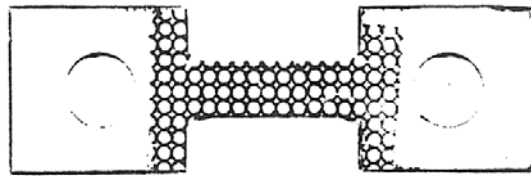
$$\left. \begin{aligned} \delta\sigma &= \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}\right)_{\dot{\varepsilon}} \delta\varepsilon + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\dot{\varepsilon}}\right)_{\varepsilon} \delta\dot{\varepsilon} \\ \delta P = 0 &\Rightarrow \sigma\delta A + A\delta\sigma \\ \delta\varepsilon &= \delta L/L = -\delta A/A \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\delta\ln\dot{A}}{\delta\ln A} = -\frac{1-\gamma-m}{m} \quad \text{όπου } \gamma = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\dot{\varepsilon}}\right)_{\varepsilon}$$

$$\frac{\delta\dot{A}}{\delta A} > 0 \Rightarrow \frac{\delta\ln\dot{A}}{\delta\ln A} < 0 \Rightarrow \gamma + m < 1 \quad (\text{για } m > 0)$$

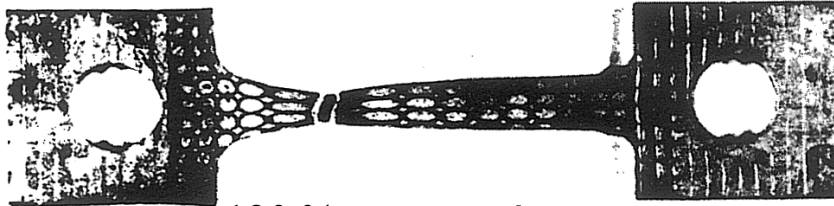
Φυσική σημασία: $\uparrow m \Rightarrow \downarrow (d\sigma/d\varepsilon)$ στην έναρξη του λαιμού, από σ σε $\sigma(1-m) \Rightarrow$ καθυστέρηση στην έναρξη της λαιμωσης \Rightarrow υπερπλαστικότητα (superplasticity)

9. Υπερπλαστικότητα (Superplasticity)

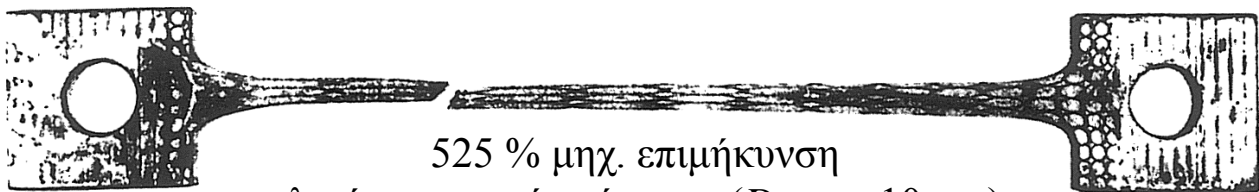
- Υπερπλαστική συμπεριφορά σε δοκίμιο εφελκυσμού από 7475 κράμα αλουμινίου (at $\theta = 516^{\circ}\text{C}$ & $\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$)



0 % μηχ. επιμήκυνση

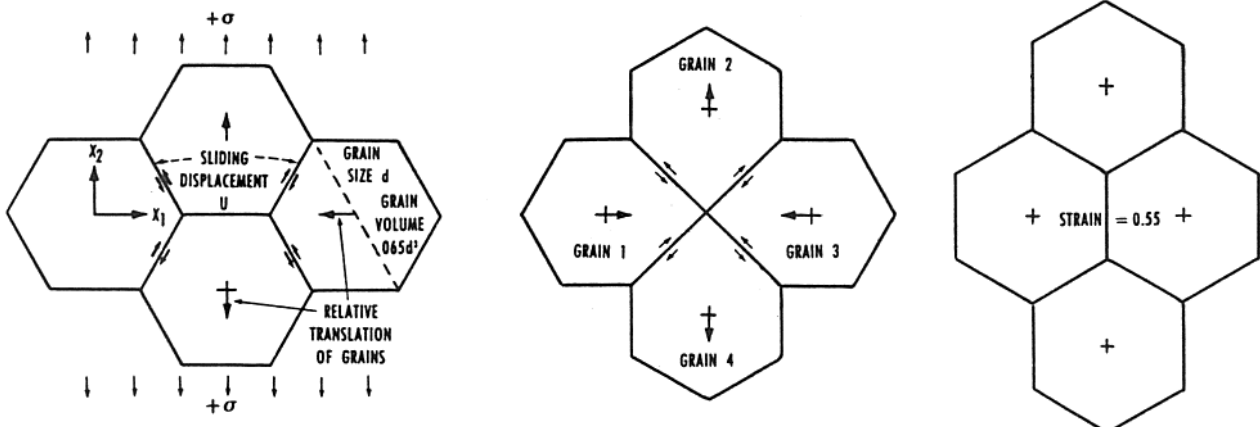


120 % μηχ. επιμήκυνση
υλικό με μεγάλους κόκκους



525 % μηχ. επιμήκυνση
υλικό με μικρούς κόκκους ($D_{grain} \sim 10 \mu\text{m}$)

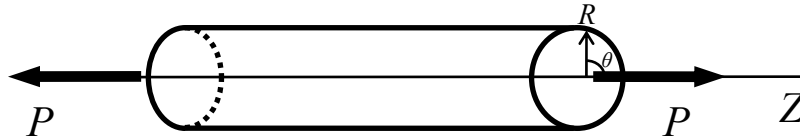
- Υπερπλαστικότητα παρατηρείται σε ορισμένα κράματα (κυρίως κράματα τιτανίου, σιδήρου ή αλουμινίου), με πολύ μικρό μέγεθος κόκκων, τα οποία συχνά εμφανίζουν επιμηκύνσεις έως και 1000%
- Η 'strain rate sensitivity' m είναι πολύ κοντά στη μονάδα
- Η αλλαγή στο σχήμα των κόκκων και η δημιουργία κελίων εντός τους είναι ασήμαντη ενώ παρατηρείται καταστροφή υφής (texture)
- Η παραμόρφωση οφείλεται κυρίως στην περιστροφή και ολίσθηση των κόκκων κατά μήκος των συνόρων τους



μοντέλο Ashby-Verrall

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΛΑΙΜΩΣΗΣ

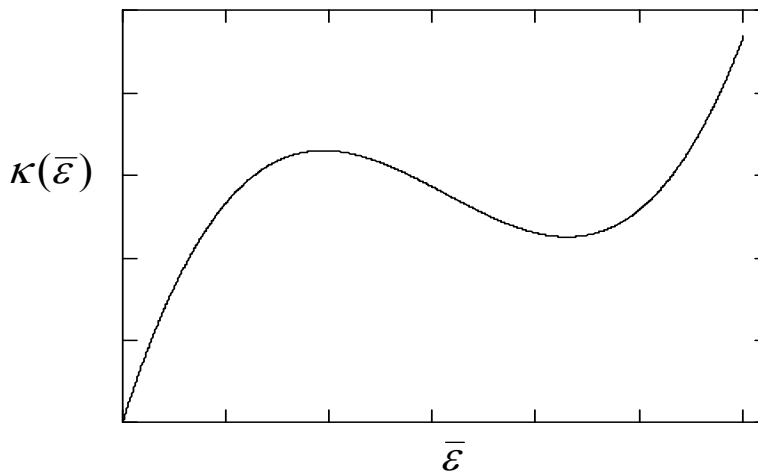
- *Γεωμετρία* → *Μονοαξονικός Εφελκυσμός Κυλινδρικής Πολυμερούς Ύλης*



- *Εξίσωση Ισορροπίας (ημιστατικές συνθήκες παραμόρφωσης):*

$$P = \text{σταθ.} \Rightarrow \bar{\sigma} = \sigma_o = \text{σταθ.} \quad (\text{κατά μήκος του } Z) \quad (*)$$

- *Constitutive Equation:* $\bar{\sigma} = \kappa(\bar{\varepsilon}) - c \nabla^2 \bar{\varepsilon} \Rightarrow \bar{\sigma} = \kappa(\bar{\varepsilon}) - c \frac{d^2 \bar{\varepsilon}}{dZ^2} \quad (**)$



$$(*), (**)\Rightarrow \sigma_o = \kappa(\bar{\varepsilon}) - c \frac{d^2 \bar{\varepsilon}}{dZ^2} \quad (+)$$

- *Γενική λύση της (+)*

$$Z - Z_o = \pm \int_{\bar{\varepsilon}(Z_o)}^{\bar{\varepsilon}(Z)} \left[\frac{2}{c} \int_{\bar{\varepsilon}_a}^{\bar{\varepsilon}} [\kappa(\xi) - \sigma_o] d\xi \right]^{-1/2} d\bar{\varepsilon}$$

$\bar{\varepsilon}_a$ αντιστοιχεί σε πεπερασμένο σημείο (ή άπειρο όριο) με $d\bar{\varepsilon}/dZ = 0$
 $Z_o =$ θέση στον άξονα Z με γνωστή επιμήκυνση $\bar{\varepsilon}(Z_o)$

- **Κανόνας ίσων εμβαδών**

$$\int_{\bar{\varepsilon}_a}^{\bar{\varepsilon}_b} [\kappa(\xi) - \sigma_o] d\xi = 0$$

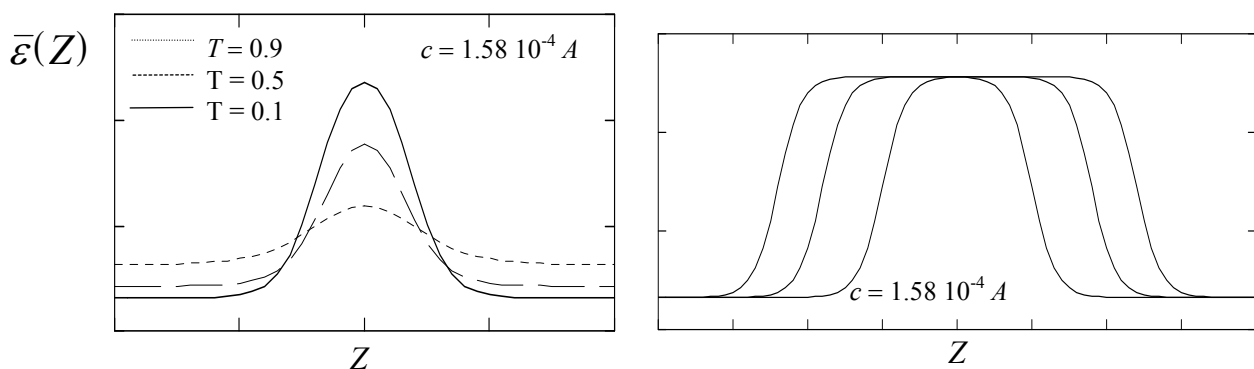
$\bar{\varepsilon}_a, \bar{\varepsilon}_b$ αντιστοιχούν σε δύο σημεία (ή άπειρα όρια) Z_a, Z_b , με $d\bar{\varepsilon}/dZ = 0$

- **Καταστατική Υπόθεση.** $\kappa(\bar{\varepsilon}) = A\bar{\varepsilon}^3 + B\bar{\varepsilon}^2 + C\bar{\varepsilon}$

όπου $A, C > 0, B < 0$ & $3 < (B^2 / AC) < 4$

$A, B, C = F$ (θερμοκρασία, ρυθμός επιμήκυνσης, πίεση, βαθμός κρυσταλλικότητας, θερμική κατεργασία, πυκνότητα του υλικού)

- **Σχηματισμός και διάδοση του λαιμού**



$$T = (\sigma_o - \bar{\sigma}_d) / (\bar{\sigma}_u - \bar{\sigma}_d)$$

$\bar{\sigma}_d$... τάση τανυσμού (διάδοσης του λαιμού)

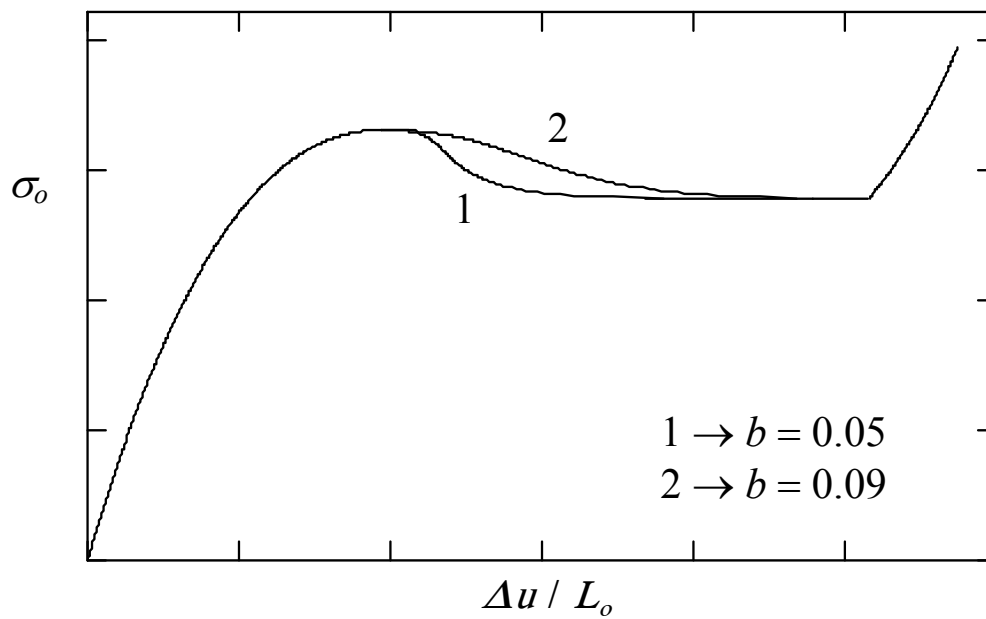
$\bar{\sigma}_u$... μέγιστη τάση (έναρξη σχηματισμού του λαιμού)

- Καμπύλες ονομαστικής τάσης- ονομαστικής επιμήκυνσης

$$\frac{\Delta u}{L_0} = 2 \int_{-1/2}^0 \bar{\varepsilon}(\zeta) d\zeta$$

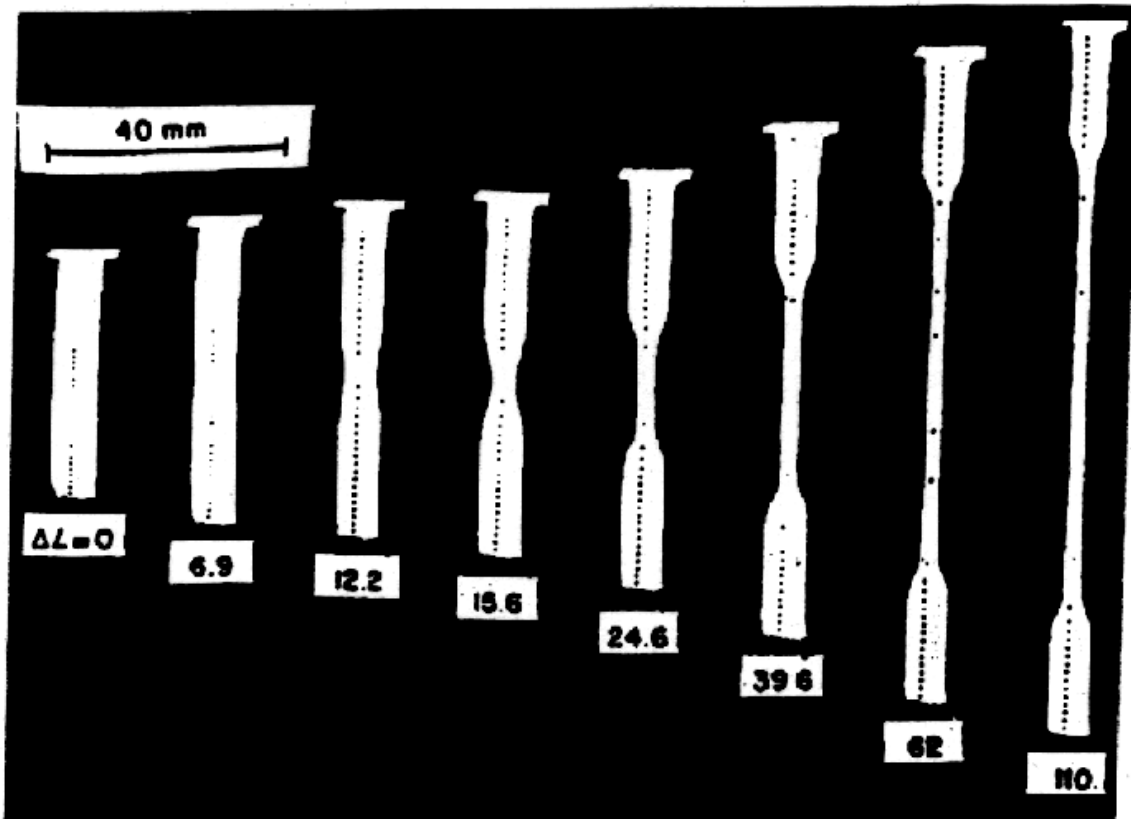
Δu ... μεταβολή του μήκους της ίνας.

$$\zeta = Z / L_0, \quad b = \ell / L_0, \quad \ell = \sqrt{c / A}$$

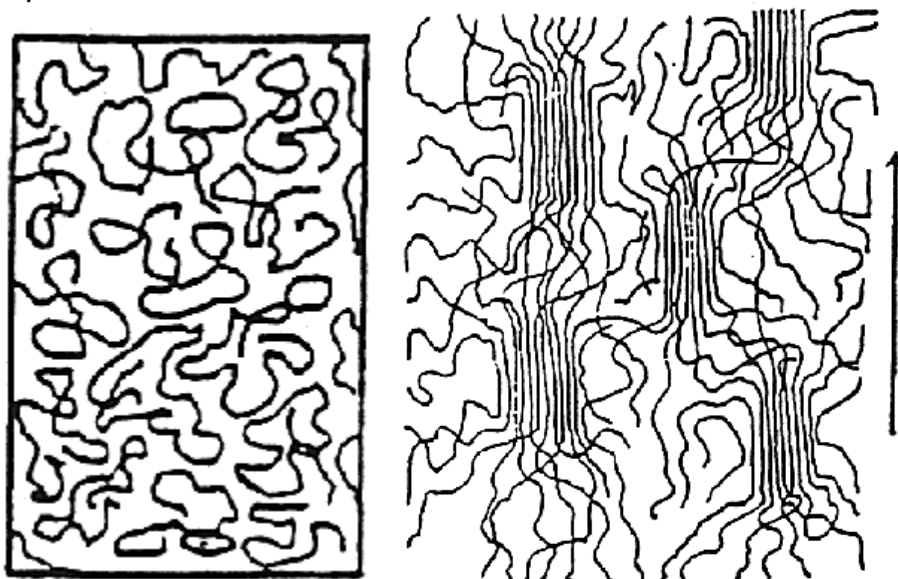


10. Λαίμωση Πολυμερών Υλικών

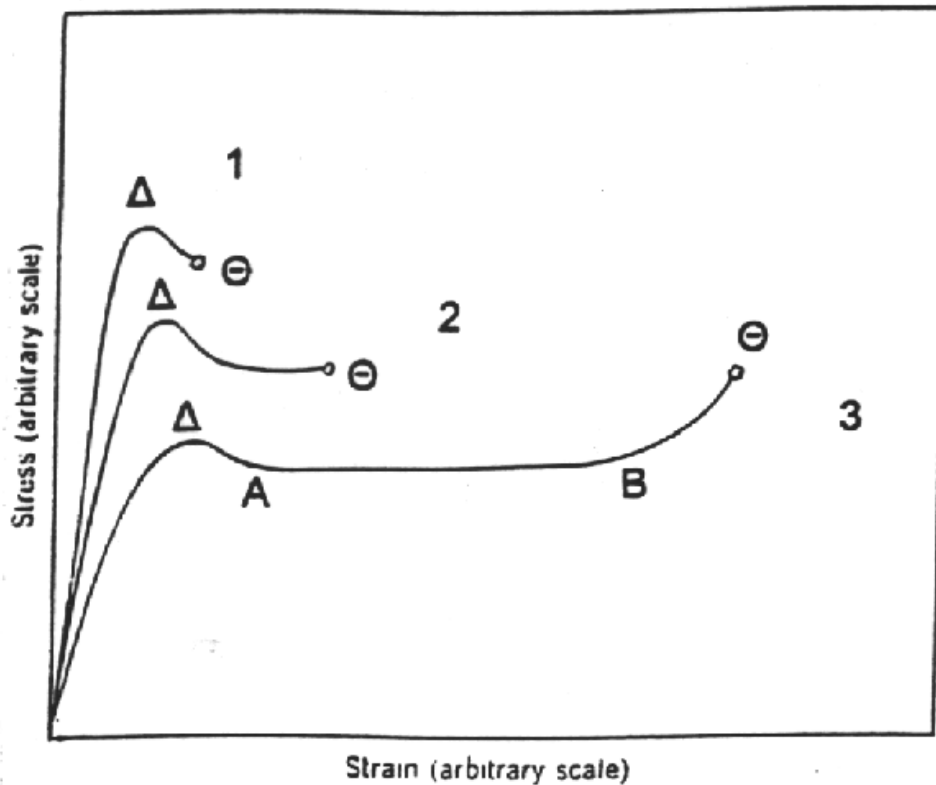
- Εξέλιξη του προφίλ ενός όγκιμου πολυμερούς δοκιμίου, κατά τη διάρκεια ενός πειράματος μονοαξονικού εφελκυσμού



- Προσανατολισμός των μακρομοριακών αλυσίδων κατά τη διεύθυνση εφελκυσμού



- Τυπικές καμπύλες ονομαστικής τάσης - ονομαστικής επιμήκυνσης των όλκιμων πολυμερών



Δ: Σημείο διαρροής (yield point) - Έναρξη της λαίμωσης

Θ: Σημείο Θραύσης

Δ → **A**: softening - Σχηματισμός του λαιμού (Ο λαιμός επιμηκώνεται και ελαττώνεται σε πάχος)

A → **B**: Διαδικασία τανυσμού (drawing process): Διάδοση του λαιμού (neck propagation) κατά μήκος του δοκιμίου. Ευθυγράμμιση μακρομορίων (εντός του λαιμού) κατά μήκος του εφελκυόμενου άξονα.

B → **Θ**: Η Ευθυγράμμιση των μακρομορίων έχει ολοκληρωθεί και επιπλέον επιμήκυνση χρειάζεται υψηλότερη τάση