



## **Διδακτικές Δραστηριότητες για τον υπολογισμό του $\pi=3,14$ στην Στ΄ Δημοτικού.**

*Παπαδόπουλος Ιωάννης*

Υποψήφιος Διδάκτορας Τμήμα Εκπαιδευτικής  
και Κοινωνικής Πόλιτικής, Πανεπιστήμιο Μα-  
κεδονίας,  
[yiannis@uom.gr](mailto:yiannis@uom.gr)

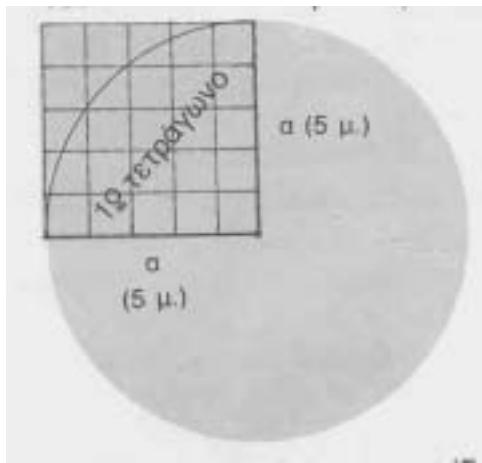
### **Περίληψη**

Για τους περισσότερους μαθητές του Δη-  
μοτικού Σχολείου ο αριθμός π αποτελεί  
ένα μυστήριο. Στις διδακτικές δραστηριό-  
τητες που περιγράφονται στο κείμενο γί-  
νεται μια προσπάθεια να προσεγγίσουν οι  
μαθητές τον αριθμό αυτό και να πραγμα-  
τοποιήσουν τον υπολογισμό του χρησιμο-  
ποιώντας την παραδοσιακή μέθοδο του  
Αρχιμήδη με την παράλληλη συνδρομή της  
τεχνολογίας (Cabri, Excel, Java applets,  
Internet). Ακολουθεί ένα παιχνίδι-πείραμα  
βασισμένο στο γνωστό πείραμα του Buffon

με τις βελόνες που αν και φαινομενικά  
άσχετο, συνδέεται με τον αριθμό π. Τέλος  
ακολουθεί μια προσπάθεια καταγραφής  
των όσων αποκόμισαν τα παιδιά μέσω  
γραπτών δοκιμασιών σχεδιασμένων με  
βάση τις δραστηριότητες που προηγήθη-  
καν.

## Γενικά – Περιγραφή του πλαισίου εργασίας.

Στο βιβλίο των μαθηματικών της Στ' Δημοτικού παρουσιάζεται ο τύπος για την εύρεση του εμβαδού του κύκλου ( $E=\pi a^2$ ). Για τον υπολογισμό το βιβλίο ξεκινά με την παραδοχή ότι το εμβαδόν του κύκλου είναι μικρότερο από το εμβαδόν των τεσσάρων τετραγώνων με εμβαδόν  $a^2$ . (βλ. σχήμα 1) Δη-



**Σχήμα 1:** Εισαγωγικό σχήμα για το εμβαδόν του κύκλου από το βιβλίο των Μαθηματικών της Στ' Δημοτικού.

λαδή  $E_\kappa < 4 a^2$ .

Είναι επομένως κάποιες φορές μεγαλύτερο από το εμβαδόν του τετραγώνου οι οποίες δεν ξεπερνούν τις τέσσερις. Αποφαίνεται το βιβλίο πως είναι περίπου 3,14 φορές μεγαλύτερο, δηλ.  $E=3,14 a^2$ . Τα παιδιά εξέφρασαν στην τάξη την απορία για το τι ήταν αυτό που οδήγησε στον υπολογισμό του  $\pi=3,14$  και όχι σε κάποιον άλλο αριθμό. Αυτή η απορία υπήρξε η αφορμή για τη σχεδίαση κάποιων διδακτικών δραστηριοτήτων που θα προσπαθήσουν να οδηγήσουν τα παιδιά στον υπολογισμό του  $\pi$  και με την ευκαιρία αυτή σε μια αποσαφήνιση και κάποιων άλλων παρανοήσεων που σχετίζονται με τα εμβαδά μέσα από συγκεκριμένες δυνατότητες που παρουσιάζουν οι νέες τεχνολογίες.

Η προσπάθεια αυτή που κάλυψε 3 διδακτικές ώρες πραγματοποιήθηκε στο 29<sup>ο</sup> Δημοτικό Σχολείο Θεσσαλονίκης, σε ένα τμήμα 27 μαθητών της Στ' Δημοτικού.

Η εργασία των παιδιών πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια τριών πλαισίων αναφοράς. Χαρτί-μολύβι-αριθμομηχανή για τα περισσότερα παιδιά και Cabri και Excel για το δάσκαλο και κάποια παιδιά. Το σχήμα αυτό επιλέχθηκε λόγω του ότι δεν υπήρχε επάρκεια υπολογιστών στην τάξη.

Ταυτόχρονα ο υπολογιστής του δασκάλου θα παίξει το ρόλο του μέσου παρουσίασης (μέσω ενός βιντεοπροβολέα), ενώ τα παιδιά θα επεξεργάζονται τα δεδομένα της οθόνης που θα παρατηρούν με μολύβι και χαρτί και αριθμομηχανή.

Στο Cabri χρησιμοποιήθηκε ένα μεγάλο εύρος των δυνατοτήτων του (σχεδιασμός κύκλων, ευθειών, ευθυγράμμων τμημάτων, άμεσος υπολογισμός εμβαδών κλπ), όμως ιδιαίτερη βαρύτητα δόθηκε στη δημιουργία μακροεντολών με στόχο την κατασκευή εγγεγραμμένων και περιγεγραμμένων κανονικών πολυγώνων. Στο Excel χρησιμοποιήθηκε, πέρα από την εισαγωγή αριθμητικών δεδομένων, η εισαγωγή συνάρτησης για τον υπολογισμό του μέσου όρου, όπως επίσης και η εκτέλεση συγκεκριμένων αριθμητικών πράξεων στα κελιά. Τέλος σημαντική υπήρξε η συμβολή κάποιων Java applets που είχαν εντοπιστεί στο Internet και σχετίζονταν έμμεσα με τον αριθμό π.

### 1<sup>η</sup> Διδακτική ώρα: Υπολογισμός του π=3,14.

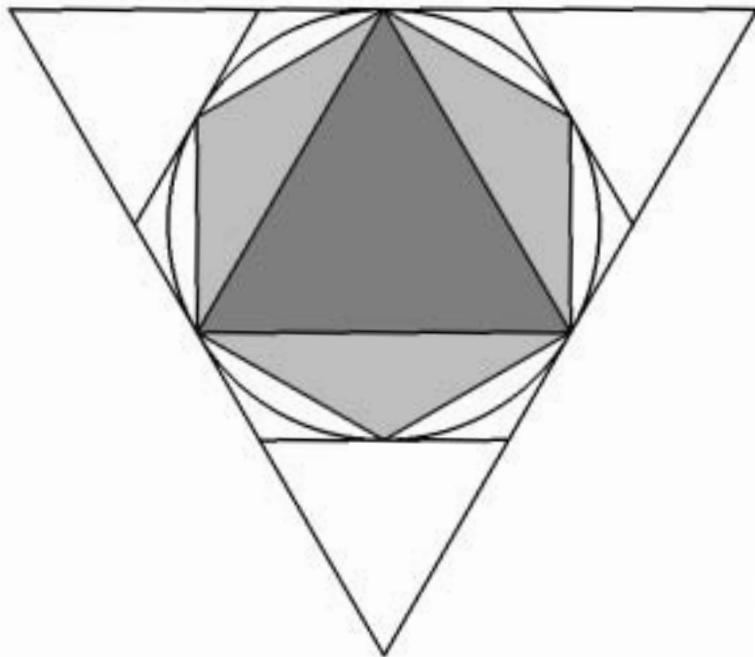
Σκοπός είναι βασισμένοι στο σκεπτικό του Αρχιμήδη να προσεγγίσουμε το 3,14 εγγράφοντας και περιγράφοντας συνεχώς κανονικά πολύγωνα στον κύκλο αυξάνοντας τον αριθμό των πλευρών τους. Κάθε φορά ο μέσος όρος των δυο εμβαδών θα δίνει κατά προσέγγιση το πιθανόν εμβαδόν του κύκλου ( $E$ ) το οποίο διαιρούμενο με το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου ( $E/a^2$ ) θα δίνει έναν αριθμό που θα φανερώνει πόσες φορές το εμβαδόν του κύκλου είναι μεγαλύτερο από το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου και που δεν θα είναι προοδευτικά άλλος από το 3,14 ( $E/a^2=3,14$ ).

Τα παιδιά γνωρίζουν ήδη τον τύπο του εμβαδού του κύκλου και του μήκους του κύκλου. Με τη βοήθεια του Cabri σχηματίστηκε κύκλος (δομένης ακτίνας αν είναι επιθυμητό). Στη συνέχεια σχεδιάστηκε ένα κανονικό πολύγωνο εγγεγραμμένο στον κύκλο και ακόμη ένα περιγεγραμμένο σε αυτόν με το ίδιο πλήθος πλευρών. Με τη βοήθεια του λογισμικού υπολογίστηκε αυτόματα το εμβαδόν και των δυο πολυγώνων. Τα παιδιά εύκολα αναγνώρισαν πως το ζητούμενο εμβαδόν του κύκλου ήταν μεγαλύτερο από αυτό του εγγεγραμμένου πολυγώνου και μικρότερο από αυτό του περιγεγραμμένου. Ότι το πραγματικό εμβαδόν του κύκλου ήταν «κάπου ανάμεσα». Αφού λοιπόν το εμβαδόν του κύκλου θα βρίσκεται κάπου ανάμεσα στις δύο προηγούμενες τιμές, προσεγγιστικά θεωρήθηκε καταλληλότερος ο μέσος όρος, κάτι που πολύ εύκολα υιοθέτησαν τα παιδιά στην προσπάθεια να «μεταφράσουν» το «κάπου ανάμεσα». Έτοι στο Excel μπήκε και τρίτη στήλη η οποία, μέσω εισαγωγής συνάρτησης, θα υπολόγιζε το μέσο όρο

των δυο εμβαδών, τον οποίο εκλαμβάνουμε ως εμβαδόν του κύκλου. Δεδομένου ότι δεχτήκαμε εκ προοιμίου πως το εμβαδόν του κύκλου είναι κάποιες φορές μεγαλύτερο από το εμβαδόν του τετραγώνου (βλ. σχήμα 1) είναι επόμενο πως το πηλίκο του εμβαδού του κύκλου (Ε) με αυτό του τετραγώνου ( $a^2$ ) θα μας δώσει το πόσες φορές είναι μεγαλύτερο το Ε από το  $a^2$ . Η τέταρτη στήλη λοιπόν στο Excel θα υπολογίζει την παράσταση (Εμβαδόν κύκλου /  $a^2$ ). Προφανώς αυτό το αποτέλεσμα ήταν και το ζητούμενο στον υπολογισμό του π. Τα παιδιά είχαν μπροστά τους μια σελίδα με έναν πίνακα όπου υπήρχαν οι παραπάνω στήλες. Κάθε φορά συμπλήρωναν την αντίστοιχη είτε αντιγράφοντας δεδομένα από την οθόνη (όπως πχ τα εμβαδά των πολυγώνων) είτε κάνοντας σχετικές πράξεις με τη βοήθεια της αριθμομηχανής τους (πχ για τον υπολογισμό του μέσου όρου), είτε απλά περνώντας τις μετρήσεις στο Excel.

Σε δεύτερη φάση εγγράφηκε και περιγράφηκε στον ίδιο κύκλο πολύγωνο με μεγαλύτερο πλήθος πλευρών. Είναι φανερό πως το νέο εγγεγραμμένο ήταν μεγαλύτερου εμβαδού από το προηγούμενο και πλησίαζε περισσότερο προς το πραγματικό εμβαδόν του κύκλου. Είναι φανερό επίσης πως το εμβαδόν του νέου περιγεγραμμένου πολυγώνου ήταν μικρότερο από του προηγούμενου και πλησίαζε και αυτό με τη σειρά του περισσότερο το πραγματικό εμβαδόν του κύκλου. Άρα και το ημιάθροισμά τους ήταν πιο κοντά στο πραγματικό εμβαδόν του κύκλου και τα αποτελέσματα της τέταρτης στήλης του λογιστικού φύλλου πιο κοντά στο 3,14. Η διαδικασία αυτή συνεχίστηκε με όλο και μεγαλύτερο πλήθος πλευρών στα πολύγωνα. Προσεγγίζοντας όλο και περισσότερο την τιμή του 3,14 μέχρι πρακτικά να την δεχθούμε σαν το τελικό αποτέλεσμα.

Συγκεκριμένα στην τάξη ακολουθώντας για τα κανονικά πολύγωνα τη σειρά: τρίγωνο, εξάγωνο, δωδεκάγωνο, 24γωνο, 48γωνο και 96γωνο, ξεκινήσαμε από τιμή για το πηλίκο (Εμβαδόν Κύκλου) / (Εμβαδόν τετραγώνου) = 3,24 και φτάσαμε με το 48γωνο στην τιμή 3,139 και στο 96γωνο στην τιμή π=3,141 που πρακτικά ήταν και ο στόχος μας. Στην αρχή της πορείας αυτής, όταν από το ισόπλευρο τρίγωνο προχωρήσαμε στο κανονικό εξάγωνο, τέθηκε στα παιδιά το δίλημμα αν η νέα κατάσταση βοηθά περισσότερο ή όχι στην επίτευξη του πρώτου μας στόχου που ήταν ο υπολογισμός του εμβαδού του κύκλου (βλ. Σχήμα 2). Βλέποντας στον ίδιο κύκλο εγγεγραμμένα το ισόπλευρο τρίγωνο και το κανονικό εξάγωνο τα παιδιά προτίμησαν αμέσως ως καλύτερη επιλογή το δεύτερο. Ακούστηκαν διάφορες αιτιολογήσεις για αυτήν τους την επιλογή. Για μεν το εγγεγραμμένο εξάγωνο: «*Είναι πιο κοντά στον κύκλο*» ή «*πάνει περισσότερο χώρο μέσα στον κύκλο*» ενώ για το περιγεγραμμένο: «*Είναι πιο μικρό*», «*Πιάνει λιγό-*



**Σχήμα 2:** Εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο στον ίδιο κύκλο.

τερο χώρο», «Το ἔξω πολύγωνο καλύπτει το μέσα» ή «Είναι πιο κοντά στον κύκλο». Γενικά σαν στρατηγική πρότειναν πολύγωνο με περισσότερες πλευρές: «Χρειάζομαι ένα πολύγωνο με πιο πολλές πλευρές», «Συμφέρει περισσότερες πλευρές γιατί πάνει μεγαλύτερο χώρο». Έτσι με αυτό το σκεπτικό προχώρησαν στην επιλογή ως καλύτερης λύσης στη συνέχεια το 12γωνο και αργότερα το 24γωνο, το 48γωνο και το 96γωνο («Είναι πιο κολλημένο στον κύκλο»).

Στην ερώτηση αν συνεχίζοντας έτσι θα μπορέσουμε κάποτε να βρούμε ακριβώς το εμβαδόν του κύκλου, σχεδόν όλοι συμφώνησαν πως αυτό δε θα γίνει. «Ένα κομμάτι θα περισσεύει πάντα». «Το μέσα σχήμα έχει πλευρές και γωνίες, ενώ ο κύκλος είναι στρόγγυλος». Καθώς τα παιδιά δούλευαν το 24γωνο και το 48γωνο κάποιο έκανε την εξής παρατήρηση: «Όσο πάμε, το εμβαδόν του μέσα και του έξω αρχίζει και είναι κοντά».

Έτσι πραγματοποιώντας και τις τελευταίες μετρήσεις για το 96γωνο (το οποίο μπορούσαν να το δουν μόνο σε μεγέθυνση) τα παιδιά οδηγήθηκαν «φυσικά» στο 3,14 ως τον αριθμό που δείχνει πόσες φορές είναι μεγαλύτερο το εμβαδόν του κύκλου από το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά όσο

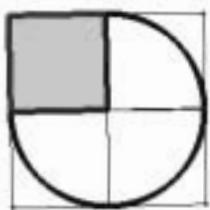
και η ακτίνα, το οποίο μαθηματικά εξέφρασαν ως  $E=3,14 \text{ a}^2$  (βλ. Σχήμα 3).

|  |    |   |
|--|----|---|
| Ακτίνα =   | 7  |   |
| Εμβαδόν τετραγώνου:  | 49 | 3γων 6γων 12γων 24γων 48γων 96γων         |
| Εμβαδόν εγγεγραμμένου πολυγώνου:                                 |    | 63,65 127,26 147 152,19 153,5 153,39      |
| Εμβαδόν περιγεγραμμένου πολυγώνου:                               |    | 254,61 169,67 157,55 154,82 154,16 154,47 |
| Μέσος Όρος = Πιθανό εμβαδόν του κύκλου:                          |    | 159,13 148,47 152,27 153,51 153,83 153,93 |
| Εμβαδόν Κύκλου προς Εμβαδόν τετραγώνου - Πιθανή τιμή του $\pi$ : |    | 3,2476 3,0299 3,1076 3,1328 3,1394 3,1414 |

Σχήμα 3: Πίνακας εισαγωγής δεδομένων από το Cabri και αυτόματος υπολογισμός της πιθανής τιμής του  $\pi$ .

Σε τεστ που δόθηκε στα παιδιά μετά το πέρας και των 2 διδακτικών ωρών (3η διδακτική ώρα) προκειμένου να διερευνηθεί το επίπεδο κατανόησης, καταγράφηκαν τα εξής: Σε ερώτηση: «Στο διπλανό κύκλο βρίσκονται εγγεγραμμένα ένα κανονικό εξάγωνο και ένα κανονικό δωδεκάγωνο. Ποιο θα προτιμούσες από τα δυο να σε βοηθήσει στο να υπολογίσεις το εμβαδόν του κύκλου; Γιατί;», οι 25 από τους 27 απάντησαν σωστά (το 12γωνο) δικαιολογώντας το ποικιλοτρόπως: «Πιο κοντά στον κύκλο», «Πιάνει περισσότερο χώρο από το εξάγωνο», «Πιάνει σχεδόν όλη την επιφάνεια του κύκλου», «Εφάπτεται πιο πολύ στον κύκλο», «καταλαμβάνει περισσότερο χώρο μέσα στην επιφάνεια του κύκλου», «χωράει πιο καλά», «έχει πιο πολλές γωνίες», «μένει λιγότερος χώρος ανάμεσα σε αυτό και τον κύκλο».

Αντίθετα όταν χρειάστηκε να δουλέψουν με περιγεγραμμένα σχήματα δημητιουργήθηκε μια σύγχυση. Η ερώτηση έλεγε: «Το εμβαδόν περιγεγραμμένου εξαγώνου είναι 120 τ.εκ. Προχωρώ κι άλλο και σχηματίζω στον ίδιο κύκλο περιγεγραμμένο κανονικό 12γωνο. Αυτό θα έχει εμβαδόν περισσότερο ή λιγότερο από 120 τ.εκ;» Σωστές ήταν μόνο 6 («Όσο πλησιάζουμε από έξω τόσο πιο πολύ μικράίνει»). Όμως 14 παιδιά απάντησαν λανθασμένα και ο λόγος: «Επειδή το κάναμε από διγωνο 12γωνο», «Έχει πιο πολλές πλευρές». Εδώ τα παιδιά ακολούθησαν σκέψη που αρμόζει σε εγγεγραμμένα πολύγωνα.



Τέλος στην ερώτηση: «Στο σχήμα που βλέπετε το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου είναι 16 τ.εκ ( $a^2=16$  τ.εκ). Πόσο είναι το εμβαδόν του κύκλου;» οι 12 έδωσαν τη σωστή απάντηση ( $\pi=3,14 \times 16$ ). Κάποιοι όμως πολλαπλασίασαν το 16 με το 4 βρίσκοντας έτσι όχι το εμβαδόν του κύκλου που ζητούνταν, αλλά το εμβαδόν του περιγεγραμμένου στον κύκλο τετραγώνου.

## 2<sup>η</sup> Διδακτική ώρα (Συνέχεια στον υπολογισμό του π – πειραματική επιβεβαίωσή του).

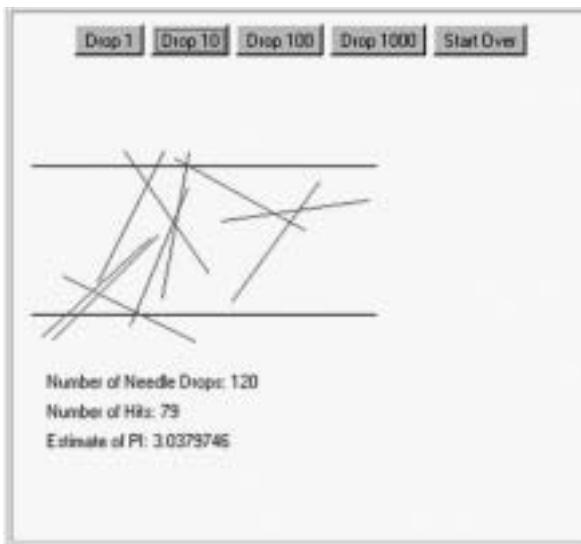
Το αντικείμενο της 2<sup>ης</sup> διδακτικής ώρας ήταν και πάλι το π. Η προσέγγισή του υλοποιήθηκε με την μορφή ενός παιγνιδιού που θα επιβεβαιώσει την τιμή που βρήκαμε για το  $\pi$ , με την πραγματοποίηση ενός πειράματος στην τάξη βασισμένο στο γνωστό πείραμα του Buffon με τις βελόνες.

Το πρόβλημα αυτό που είναι ένα από τα πιο παλιά στο πεδίο της γεωμετρικής πιθανότητας και που η αρχή του φτάνει στα 1777, εξετάζει τη ρίψη μιας βελόνας σε ένα φύλλο χαρτιού με γραμμές και προσδιορίζει την πιθανότητα η βελόνα αφού πέσει να τέμνει μια από τις γραμμές του φύλλου. Υποθέτουμε βέβαια πως το μήκος της βελόνας είναι μικρότερο από την απόσταση μεταξύ των δυο παραλλήλων ώστε η βελόνα να μην μπορεί να τέμνει περισσότερες από μια γραμμές. Το αξιοσημείωτο σε αυτό το εκ πρώτης όψεως άσχετο με το θέμα μας πείραμα, είναι ότι αυτή η πιθανότητα συνδέεται άμεσα με την τιμή του π (βλ. Σχήμα 4) .

Για να υπολογίσουμε το π από τις ρίψεις των βελονών στο πείραμα, αρκεί πολύ απλά να πάρουμε τον ολικό αριθμό ρίψεων, να τον πολλαπλασιάσουμε με το 2 και να διαιρέσουμε το αποτέλεσμα με τον αριθμό των πετυχημένων ρίψεων. (Πετυχημένη είναι η ρίψη κατά την οποία η βελόνα πέφτοντας τέμνει τη γραμμή).

$$2 * (\text{συνολικός αριθμός ρίψεων}) / (\text{αριθμός πετυχημένων ρίψεων}) = \pi \text{ (κατά προσέγγιση)}$$

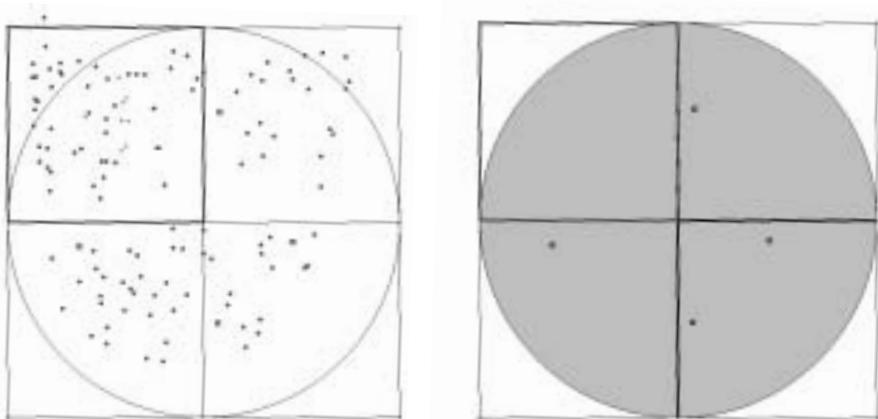
Παραλλαγή αυτού του πειράματος είναι η εκδοχή του όχι με βελόνες αλλά με κηλίδες που πέφτουν τυχαία σε έναν κύκλο και στο περιγεγραμμένο σε αυτόν τετράγωνο. Η πιθανότητα ένα σημείο-κηλίδα που ρίχνουμε να πέσει μέσα στον κύκλο είναι ο λόγος του εμβαδού του κύκλου προς το εμβαδόν του τετραγώνου. Το τετραπλάσιο αυτής της πιθανότητας είναι η προσέγγιση του π.



**Σχήμα 4:** Java applet που προσομοιώνει το πείραμα του Buffon.

Στα παιδιά δεν γίνεται αναφορά στο μαθηματικό υπόβαθρο του πειράματος, αλλά παρουσιάζεται σαν ένα παιχνίδι που θα τους δώσει ως αποτέλεσμα έναν αριθμό που θα τους φανεί ευχάριστα αλλά και περίεργα γνωστός.

Στην τάξη χαράχτηκε στο πάτωμα ένας κύκλος και το περιγεγραμμένο σε αυτόν τετράγωνο χωρισμένο στα τέσσερα όπως στο σχήμα 1. Αρχικά στην οθόνη παρουσιάστηκε μέσω του Cabri το ίδιο σχήμα. Ο δάσκαλος άρχισε να τοποθετεί τυχαία τελείες στο σχήμα εκ των οποίων άλλες ανήκαν και στον κύκλο και στο μικρό τετράγωνο, άλλες μόνο στο τετράγωνο (εκτός κύκλου). Ρωτήθηκαν πόσες τελείες θα χρειάζονταν για να γεμίσουν ο κύκλος ή το τετράγωνο. Με ευκολία απάντησαν «άπειρες». Με τη βοήθεια του λογισμικού βάφτηκε το εσωτερικό του κύκλου δίνοντας την εντύπωση πως γέμισε από άπειρες τελείες (βλ. Σχήμα 5). Το ίδιο έγινε και με το τετράγωνο. Τα παιδιά με ευκολία αναγνώρισαν ότι το σύνολο των τελειών είτε στο ένα σχήμα είτε στο άλλο μας δίνει ουσιαστικά το εμβαδόν του και ότι ο αριθμός που τα συνδέει δεν είναι άλλος από το 3,14 που είδαν την προηγούμενη ώρα. Δέχτηκαν επίσης πως θα μπορούσαν να πραγματοποιήσουν αυτό που είδαν στην οθόνη, στο πάτωμα της τάξης, χρησιμοποιώντας όχι τελείες αλλά καραμέλες που οι ίδιοι με τρόπο τυχαίο θα έριχναν στο δάπεδο. Μετά τις πρώτες προσπάθειες και κάνοντας τη διαίρεση στο σχετικό τύπο (βλ. παραπάνω) διαπίστωσαν πως αυτό που βρί-



**Σχήμα 5:** Πειραματική προσέγγιση στο πείραμα του Buffon με κύκλους και τελείες με τη βοήθεια του Cabri.

σκουν μοιάζει αλλά δεν είναι ίδιο με τον αριθμό που ψάχνουν. Προσπάθησαν να το αιτιολογήσουν οι ίδιοι: «Οι καραμέλες που ρίξαμε είναι ακόμη λίγες», «Άλλοτε πέφτουν περισσότερες μέσα και άλλοτε λιγότερες», «Δε γέμισε ακόμη όλος ο κύκλος». Εδώ τονίστηκε ότι το εν λόγω πείραμα θα δώσει κατά προσέγγιση το ζητούμενο π. Το ίδιο πείραμα που πραγματοποιήθηκε από δυο ομάδες παιδιών επιβεβαίωσε αυτήν την άποψη αφού στη μια ομάδα μετά το πέρας των ρίψεων το αποτέλεσμα ήταν 2,34 ενώ στην άλλη ήταν 3,15.

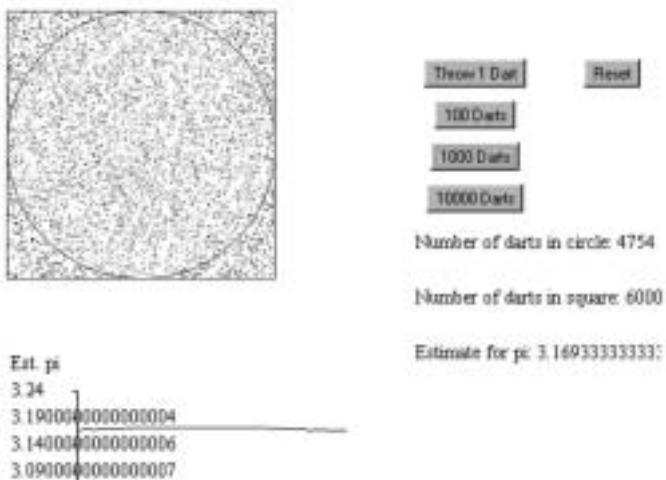
Στο ερώτημα αν είναι εφικτό να συνεχίσουν να ρίχνουν καραμέλες έως ότου γεμίσουν εντελώς τον κύκλο όπως υποστήριξαν ότι χρειάζεται, επεσήμαναν ότι αυτό θα ήταν χρονοβόρο. Τότε τους παρουσιάστηκε η δυνατότητα της προσομοίωσης μέσω του υπολογιστή και πραγματοποιήθηκε το κλασικό πείραμα του Buffon (τόσο με τις βελόνες όσο και με τον κύκλο).

Ένα κατάλληλο Java Applet μπορεί να προσομοιώνει τις ρίψεις και να μας δίνει ταυτόχρονα τον συνολικό αριθμό ρίψεων, τις πετυχημένες ρίψεις και να υπολογίζει από μόνο του το πηλίκο. Η προσομοίωση δίνει τη δυνατότητα να πειραματιστούμε αθροιστικά με όσο μεγάλο αριθμό δοκιμών θέλουμε, εξοικονομώντας χρόνο από την καταμέτρηση στην τάξη πολλών δοκιμών, αλλά και ικανοποιώντας την έμφυτη περιέργεια των παιδιών για το τι γίνεται αν προσπαθήσουμε δοκιμές που δεν προσεγγίζονται αριθμητικά στην πράξη μέσα στην τάξη.

Στην αρχή πραγματοποιήθηκε μικρός αριθμός ρίψεων. Η τιμή του παρείχε από αυτήν που ήξεραν. Τα ίδια τα παιδιά τότε ζήτησαν: «Χρειαζόμαστε περισσότερες κηλίδες». Όταν για μεγάλες τιμές ρίψεων είδαν το

π να είναι αυτό που θέλουν είπαν πως προτιμούν τον υπολογιστή γιατί «μπορούμε να ρίξουμε όσες κηλίδες θέλουμε» (βλ. Σχήμα 6).

#### Monte Carlo JAVA Applet



**Σχήμα 6:** Java applet που προσομοιώνει τις ρίψεις κηλίδων στον κύκλο και υπολογίζει το  $\pi$ .

Κάποιο παιδί παρατήρησε ότι ο αριθμός που υπολογιζόταν δεν ήταν ακριβώς 3,14 αλλά συνεχιζόταν από πίσω και άλλα ψηφία. Εδώ επισημάνθηκε στα παιδιά ότι μέχρι στιγμής έχουν υπολογιστεί τα πρώτα εκατομμύρια ψηφία και τους παρουσιάστηκε στην οθόνη σελίδα από το διαδίκτυο όπου εμφανιζόταν ο αριθμός π με τα πρώτα 11.000 ψηφία του (βλ Σχήμα 7).

Παρόλο που φάνηκε πως κατανόησαν τα παιδιά τι συνέβαινε, όταν στο τεστ κλήθηκαν να απαντήσουν στην ερώτηση: «Γέμισα το μικρό τετράγωνο με καραμέλες και χρειάστηκε 300. Πόσες θα χρειαστώ για να γεμίσω τον κύκλο;» οι σωστές απαντήσεις ήταν 6, ενώ 14 πολλαπλασίασαν με το 4 βρίσκοντας τον αριθμό που θα απαιτούνταν για το περιγεγραμμένο τετράγωνο, πράγμα που είχε παρατηρηθεί και στις απαντήσεις σε προηγούμενη ερώτηση που έλεγε τα ίδια πράγματα με άλλα λόγια (βλ. παραπάνω) όπου και πάλι τα πιο πολλά παιδιά οδηγήθηκαν στο εμβαδόν του περιγεγραμμένου τετραγώνου.

3.14159 26535 89793 23846 26433 83279 50288 41971 69399 37510  
58209 74944 59230 78164 06286 20899 86280 34825 34211 70679 82148  
08651 32823 06647 09384 46095 50582 23172 53594 08128 48111 74502  
84102 70193 85211 05559 64462 29489 54930 38196 44288 10975 66593  
34461 28475 64823 37867 83165 27120 19091 45648 56692 34603 48610  
45432 66482 13393 60726 02491 41273 72458 70066 06315 58817 48815  
20920 96282 92540 91715 36436 78925 90360 01133 05305 48820 46652  
13841 46951 94151 16094 33057 27036 57595 91953 09218 61173 81932  
61179 31051 18548 07446 23799 62749 56735 18857 52724 89122 79381  
83011 94912 98336 73362 44065 66430 86021 39494...

**Σχήμα 7:** Τα πρώτα 531 ψηφία του π

## Βιβλιογραφία

- Ameis Jerry A (2001). Developing an area formula for a circle with “Goldilocks and the three bears”. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7, 140-142.
- Battista Michael (2.A.D., February). Learning geometry in a dynamic computer environment. *Teaching Children Mathematics*, 8, 333-339
- Baturo Annette and Nasons Rod (2002). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31, 235-268.
- Glass Brad and Deckert Walter (2001, March). Making Better Use of Computer Tools in Geometry. *Mathematics Teacher*, 94, 224-229.
- Long Betty B and Crocker Deborah A (2000). Adventures with Sir Cumference: Standard shapes and nonstandard units. *Teaching Children Mathematics*, 7, 242-245.
- May Lola (1999, May). A new look at area and perimeter. *Teaching PreK-8*, 29, 28.
- Papadopoulos Ioannis, Dagdilelis Vasilios (2002). Using computer for didactic activities on areas: a case study, Sort Oral Presentation, Proceedings of the 26<sup>th</sup> Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education(PME), Norwich, vol. 1,1-307.
- Scher Daniel (2000). Lifting the curtain: the evolution of the geometer's sketchpad. *The Mathematics Educator*, 10, 42-48.
- Tent Margaret W (2001). Circles and the number Pi. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 6, 452-457.
- Van Dormolen Joop (2000, November). What is a circle. *Mathematics in School*, 29, 15-19.