

# **ΠΛΑΝΗΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**



***Κλεομένης Γ. Τσιγάνης***

*Επίκουρος Καθηγητής ΑΠΘ*

***Χαράλαμπος Βάρβογλης***

*Καθηγητής ΑΠΘ*

Θεσσαλονίκη, 2015

## **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

<b>Πρόλογος</b>	<b>4</b>
<b>1. Περιγραφή του Ήλιακού Συστήματος</b>	<b>6</b>
1.1 Εισαγωγή	
1.2 Πλανήτες και πλανητικά συστήματα	
1.3 Γενικά	
1.4 Ήλιος	
1.5 Συνοπτική εικόνα των αντικειμένων περί τον Ήλιο	
1.6 Πλανήτες	
1.6.1 Εσωτερικοί (ή γήινοι) πλανήτες	
1.6.2 Εξωτερικοί (ή γιγαντιαίοι) πλανήτες	
1.7. Νάνοι πλανήτες	
1.8 Δορυφόροι και δακτύλιοι	
1.9 Ελάσσονες πλανήτες και κομήτες	
<b>2. Βασικές έννοιες Ουράνιας Μηχανικής</b>	<b>43</b>
2.1 Εισαγωγή στην Ουράνια Μηχανική	
2.2 Διαταραχές της κίνησης	
2.3 Εξισώσεις διαταραχών του Lagrange	
2.4 Βαρυτική επίδραση Ζου σώματος	
2.5 Μη συντηρητικές διαταραχές	
2.6 Επίδραση παλιρροιών	
<b>3. Εφαρμογές Ουράνιας Μηχανικής - Τεχνητοί Δορυφόροι</b>	<b>80</b>
3.1 Η τροχιά στο διάστημα	
3.2 Τροχιακή κατανομή των δορυφόρων	
3.3 Προσδιορισμός και παρακολούθηση τροχιάς	
3.4 Διόρθωση και Μετάθεση τροχιάς	
<b>4. Δυναμική συμπεριφορά του Ήλιακού Συστήματος</b>	<b>101</b>
4.1 Οι τροχιές των πλανητών	
4.2 Οι τροχιές των φυσικών δορυφόρων των πλανητών	
4.3 Οι τροχιές των αστεροειδών	
<b>5. Εξωηλιακά Πλανητικά Συστήματα</b>	<b>111</b>
5.1 Παρατηρήσεις Εξωπλανητών	
5.2 Στατιστικές Κατανομές	
5.3 Οι αποστολές COROT και Kepler	
<b>6. Δυναμική Εξωπλανητικών Συστημάτων</b>	<b>127</b>
6.1 Κατοικήσιμη ζώνη	
6.2 Πολλαπλά συστήματα - Μεταβολές των Χρόνων Διάβασης	
6.3 Δυναμική συμπεριφορά πολλαπλών συστημάτων	
6.4 Ερμηνεία της κατανομής εκκεντρότητας των εξωπλανητών	
<b>7. Θεωρία Σχηματισμού Πλανητών</b>	<b>136</b>
7.1 Πρωτοπλανητικοί δίσκοι	

- 7.2 Φυσική περιγραφή πρωτοπλανητικών δίσκων
- 7.3 Χρονική εξέλιξη πρωτοπλανητικών δίσκων
- 7.4 Οδικός χάρτης σχηματισμού πλανητών
- 7.5 Σχηματισμός Πλανητοειδών
- 7.6 Σχηματισμός γήινων πλανητών
- 7.7 Σχηματισμός αέριων γιγάντων
- 7.8 Πλανητική Μετανάστευση

**8. Τελικά Στάδια Σχηματισμού Πλανητικών Συστημάτων** **162**

- 8.1 Αλληλεπίδραση πλανήτη-αερίου (GDM)
- 8.2 Αλληλεπίδραση πλανήτη-πλανητοειδών (PDM)
- 8.3 Μορφοποίηση εξωπλανητικών συστημάτων
- 8.4 Μορφοποίηση του Ηλιακού Συστήματος - Το μοντέλο της Νίκαιας

## **Πρόλογος**

Η συγγραφή του παρόντος συγγράμματος πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια της προκήρυξης της Δράσης "Κάλλιπος" του Υπουργείου, με στόχο την παραγωγή ηλεκτρονικών βιβλίων για τις ανάγκες των Προγραμμάτων Σπουδών των Πανεπιστημίων της χώρας. Αυτή η Δράση αποτέλεσε πρόκληση για μας, προκειμένου να καλυφθεί ένα σημαντικό κενό στην ελληνική βιβλιγραφία.

Το μάθημα "*Πλανητικά Συστήματα*" προσφέρεται ως μάθημα επιλογής στους τεταρτοετείς φοιτητές του Τμήματος Φυσικής του ΑΠΘ εδώ και μερικά χρόνια. Αυτό από μόνο του αποτέλεσε καινοτομία, καθώς το αντικείμενο της πλανητολογίας απουσίαζε παντελώς από τα του Προγράμματα Σπουδών όλων των αντίστοιχων Τμημάτων στην Ελλάδα, σε αντίθεση με τα Πανεπιστήμια του εξωτερικού. Κι αυτό, παρά το γεγονός ότι, τα τελευταία χρόνια, το αντικείμενο γνώριζε τεράστια ανάπτυξη, κυρίως λόγω της ανακάλυψης πλανητικών συστημάτων, πέρα από το δικό μας Ηλιακό Σύστημα - τα λεγόμενα και εξωηλιακά ή εξωπλανητικά συστήματα - αλλά και της πληθώρας γνώσεων που αποκτήθηκαν πρόσφατα, μέσω μεγάλων διαστημικών αποστολών που πραγματοποιήθηκαν την τελευταία 20ετία στο Ηλιακό Σύστημα. Νέα θεωρητικά μοντέλα, τα οποία αναπτύχθηκαν με σκοπό να ερμηνεύσουν τις νέες παρατηρήσεις, ενίσχυσαν και εμβάθυναν την κατανόησή μας, τόσο σε ό,τι αφορά στη διαδικασία σχηματισμού πλανητών και πλανητικών συστημάτων, όσο και σε ότι αφορά τη δυναμική εξέλιξη αυτών των κοσμικών δομών.

Πιστεύουμε ότι το παρόν σύγγραμμα καλύπτει επαρκώς τόσο την "κλασική" όσο και τη "νεώτερη" ύλη του αντικειμένου. Παρά το γεγονός ότι το αντικείμενο είναι αρκετά εξειδικευμένο και απαιτεί στέρεες βάσεις Φυσικής και Μαθηματικών, πιστεύουμε ότι καταφέραμε να κρατήσουμε το επίπεδο του βιβλίου σε αυτό που αρμόζει σε ένα προπτυχιακό μάθημα, με την εξαίρεση ίσως μερικών παραγράφων που γράφτηκαν περισσότερο για λόγους πληρότητας και με στόχο την ενημέρωση μεταπτυχιακών φοιτητών, οι οποίοι βρίσκονται στην αρχή της ερευνητικής τους πορείας.

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε το Υπουργείο και ιδιαίτερα τους συντελεστές της Δράσης "Κάλλιπος" για το έναυσμα που μας έδωσαν, προκειμένου να προχωρήσουμε στην εκπόνηση του βιβλίου, αλλά και για την άψογη συνεργασία μας. Επίσης, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον συνάδελφο κ. Γεώργιο Βουγιατζή (Αν. Καθηγητή στο ΑΠΘ) ο οποίος είχε αναλάβει καθήκοντα Κριτικού Αναγνώστη κατά τη συγγραφή του βιβλίου. Οι συζητήσεις μας, οι εύστοχες παρατηρήσεις του αλλά και ο ενθουσιασμός που έδειξε για την παραγωγή του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος, αποτέλεσαν έμπνευση και για εμάς και πιστεύουμε ότι αποδείχτηκαν πολύτιμες.

Θεσσαλονίκη, Οκτώβριος 2015

Οι συγγραφείς



## **Κεφάλαιο 1ο**

### **Περιγραφή του Ηλιακού Συστήματος**

#### **1.1 Εισαγωγή**

Από την εποχή που οι άνθρωποι έστρεψαν το βλέμμα τους στον ουρανό, διαπίστωσαν ότι σ' αυτόν φαίνονται διάφορα φωτεινά αντικείμενα: την ημέρα ο δίσκος του **Ηλιου** και το βράδυ ο δίσκος της **Σελήνης** καθώς και ένας μεγάλος αριθμός από φωτεινά σημεία (κουκκίδες). Τα σημεία αυτά οι πρόγονοι μας αρχαίοι Έλληνες ονόμαζαν **αστέρες**, τους οποίους είχαν κατατάξει σε δύο ομάδες: σε αυτούς που κάθε βράδυ φαίνονται στην ίδια θέση και αυτούς που από βράδυ σε βράδυ φαίνονται να μετακινούνται. Τους αστέρες της δεύτερης ομάδας τους είχαν ονομάσει **πλάνητες αστέρες** επειδή φαίνονταν να πλανώνται (δηλαδή να κινούνται) στον ουρανό, ενώ τους αστέρες της πρώτης ομάδας τους ονόμαζαν **απλανείς αστέρες**. Με τον καιρό άλλαξε ο τονισμός της λέξης πλάνης (γενική του πλάνητος) και παρέμεινε ο όρος **πλανήτες**, ως ουσιαστικοποιημένο επίθετο, το οποίο μεταφέρθηκε και στις άλλες γλώσσες (π.χ. στα Αγγλικά *planets*). Σήμερα γνωρίζουμε ότι ο Ήλιος, η Σελήνη, οι πλανήτες καθώς και άλλα μικρά σώματα, που δεν είναι ορατά με γυμνό μάτι (με εξαίρεση τους κομήτες), αποτελούν τα μέλη μιας πολυπληθούς ομάδας σωμάτων που συνδέονται βαρυτικά με τον Ήλιο. Η ομάδα αυτή είναι το **Ηλιακό Σύστημα**. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε “επιγραμματικά” την διαδικασία δημιουργίας και εξέλιξης του Ηλιακού Συστήματος καθώς και τη δομή που έχει σήμερα. Στα επόμενα κεφάλαια θα αναπτύξουμε διεξοδικά όσα εδώ παρουσιάζονται συνοπτικά.

Η κρατούσα θεωρία σήμερα είναι ότι το Ηλιακό Σύστημα δημιουργήθηκε πριν από 4.5 δισεκατομμύρια χρόνια, από ένα νέφος αερίων και σκόνης του Γαλαξία μας. Για ένα λόγο που σήμερα δεν είναι γνωστός με βεβαιότητα, το νέφος αυτό άρχισε εκείνη την εποχή να συρρικνώνεται, φαινόμενο που στην αστρονομική ορολογία ονομάζεται **βαρυτική κατάρρευση**. Το νέφος αυτό είχε μη μηδενική στροφορμή, αφού από τη Θεωρία Πιθανοτήτων γνωρίζουμε ότι η πιθανότητα να είχε στροφορμή **ακριβώς** μηδέν (στο σύνολο των πραγματικών αριθμών) είναι ακριβώς μηδέν! Καθώς οι διαστάσεις του νέφους (που είχε μάζα  $M$  και “τυπική ακτίνα”  $R$ ) μειώνονταν λόγω της συρρίκνωσης, το νέφος άρχισε να περιστρέφεται με ολοένα και μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα, ω, έτσι ώστε να παραμένει σταθερή η στροφορμή του,  $J$ , η οποία -σε τάξη μεγέθους- ήταν  $J = MR\omega^2$ . Λόγω αυτού του φαινομένου το νέφος άρχισε να αποκτά δισκοειδή μορφή, στο κέντρο της οποίες δημιουργήθηκε μια συγκέντρωση ύλης που έμελλε να αποτελέσει τον Ήλιο. Στο υπόλοιπο δίσκο δημιουργήθηκαν μικρότερες συγκεντρώσεις ύλης, οι οποίες ακολουθούσαν -με μεγάλη προσέγγιση- ελλειπτικές τροχιές περί τον Ήλιο. Τα σώματα αυτά υπέστησαν διαδοχικές συγκρούσεις μεταξύ τους, άλλες από τις οποίες είχαν για αποτέλεσμα τη δημιουργία μεγαλύτερων σωμάτων, λόγω πλαστικής κρούσης και συσσωμάτωσης των συγκρουόμενων σωμάτων σε ένα μεγαλύτερο, και άλλες τη δημιουργία μικρότερων σωμάτων, λόγω διάσπασης των συγκρουόμενων σωμάτων σε άλλα μικρότερα. Με τον τρόπο αυτόν δημιουργήθηκαν οι γνωστοί πλανήτες. Επιπλέον η βαρυτική αλληλεπίδραση των σωμάτων αυτών μεταξύ τους οδήγησε σε αλλαγές της τροχιάς τους, έτσι ώστε άλλα

από αυτά βρέθηκαν σε μεγαλύτερες ή μικρότερες μέσες αποστάσεις από τον Ήλιο (φαινόμενο που στην αστρονομική ορολογία αναφέρεται ως πλανητική μετανάστευση, planetary migration) και άλλα από αυτά έπεσαν στον Ήλιο ή απέκτησαν ταχύτητες μεγαλύτερες από την ταχύτητα διαφυγής από τον Ήλιο και απομακρύνθηκαν σε άπειρη απόσταση.

Ιστορικά οι πρώτες προοπάθειες μελέτης του Ηλιακού Συστήματος έγιναν από τους λαούς της Μεσοποταμίας και από τους αρχαίους Έλληνες φυσικούς φιλόσοφους, και περιορίζονταν αρχικά στην καταγραφή και στη συνέχεια στην προοπάθεια ερμηνείας της κίνησης εκείνων των μελών του Ηλιακού Συστήματος που είναι ορατά με γυμνό μάτι. Αυτά είναι ο Ήλιος, η Σελήνης και οι πέντε πιο λαμπροί πλανήτες, Ερμής, Αφροδίτη, Άρης, Δίας και Κρόνος<sup>1</sup>. Οι κομήτες ήταν επίσης γνωστοί στην Αρχαιότητα, αλλά δεν ήταν ξεκάθαρη η φύση του φαινομένου. Για παράδειγμα ο Αριστοτέλης θεωρούσε ότι οι κομήτες είναι ατμοσφαιρικό φαινόμενο. Το ότι οι κομήτες βρίσκονται σε μεγάλες αποστάσεις αποδείχθηκε για πρώτη φορά την εποχή του Γαλιλαίου, όταν ένας Ιησουΐτης μοναχός διαπίστωσε ότι η τροχιά τους περνά πέρα από την τροχιά της Σελήνης. Την ίδια εποχή ο Γαλιλαίος ανακάλυψε τους τέσσερις μεγαλύτερους δορυφόρους του πλανήτη Δία, δείχνοντας ότι η Γη δεν είναι ο μοναδικός πλανήτης που συνοδεύεται από δορυφόρο, τη Σελήνη. Στα νεώτερα χρόνια ανακαλύφθηκαν οι δορυφόροι του Κρόνου και του Άρη, καθώς και οι δύο πιο απομακρυσμένοι γίγαντες πλανήτες, ο Ουρανός και ο Ποσειδώνας. Ο μεν Ουρανός ανακαλύφθηκε από τον Χέρσελ (Herschel) το 1781 ο δε Ποσειδώνας από τον Γκάλε (Galle), διευθυντή του αστεροσκοπείου του Βερολίνου, το 1846. Ο Γκάλε αξιοποίησε τους θεωρητικούς υπολογισμούς του Γάλλου αστρονόμου Λεβεριέ (Le Verrier), ο οποίος για να ερμηνεύσει τις μικρές αποκλίσεις της τροχιάς του Ουρανού από την τροχιά που υπολογιζόταν θεωρητικά, λαμβάνοντας υπόψη την έλξη του Ουρανού από τον Ήλιο και τους άλλους γνωστούς -τότε- πλανήτες, υπέθεσε την ύπαρξη και ενός όγδοου πλανήτη, εξωτερικού του Ουρανού, την θέση του οποίου υπολόγισε θεωρητικά.

Στη συνέχεια ανακαλύφθηκε ότι υπάρχουν και άλλα σώματα σε τροχιά περί τον Ήλιο, μικρότερα από τους πλανήτες, η ονοματολογία των οποίων έχει περάσει από πολλά στάδια. Τα πρώτα από αυτά ονομάστηκαν αστεροειδείς, επειδή η εικόνα τους στο τηλεσκόπιο δεν ήταν ένας φωτεινός δίσκος, όπως η εικόνα των οκτώ πλανητών, αλλά ένα φωτεινό σημείο, ίδια ακριβώς με την εικόνα των αστέρων. Ο πρώτος αστεροειδής ανακαλύφθηκε την πρωτοχρονιά του 1800 από τον Ιταλό αστρονόμο Πιάτσι (Piazzi). Ο Πιάτσι θεώρησε ότι το σώμα αυτό ήταν ένας νέος πλανήτης και το ονόμασε Δήμητρα, συνεχίζοντας την παράδοση ονομασίας των πλανητών με βάση τους θεούς των Αρχαίων Ελλήνων και των Ρωμαίων. Όταν όμως άρχισαν να ανακαλύπτονται και άλλα ουράνια σώματα στην ίδια περίπου μέση απόσταση από τον Ήλιο, μεταξύ των πλανητών Άρη και Δία, έγινε κατανοητό ότι η Δήμητρα και τα άλλα αυτά σώματα αποτελούν μια νέα τάξη μελών του Ηλιακού Συστήματος. Σήμερα τα σώματα αυτά ονομάζονται ελάσσονες πλανήτες (minor planets) και ειδικά αυτά που έχουν σχήμα σφαιρικό ονομάζονται νάνοι πλανήτες. Άλλα ο όρος αστεροειδής έχει επικρατήσει στην “καθομιλουμένη” επιστημονική γλώσσα.

1 Ο πλανήτης Ουρανός είναι θεωρητικά ορατός με γυμνό μάτι, αφού έχει φαινόμενο μέγεθος μικρότερο από 6 (που θεωρείται ως όριο ορατότητας με γυμνό μάτι). Όμως εξαιτίας της αμυδρότητάς του και της πολύ αργής φαινόμενης κίνησής του στον ουρανό είχε εκληφθεί ως απλανής αστέρας ακόμη και από αστρονόμους που τον είχαν παρατηρήσει με τηλεσκόπιο πριν από τον Χέρσελ, όπως π.χ. ο Αγγλος Flamsteed και ο Γάλλος Lemonier.

Μετά από την ανακάλυψη των αστεροειδών στην περιοχή μεταξύ Άρη και Δία, ο Άγγλος Edgworth και ο Αμερικανο-ολλανδός Kuiper πρότειναν, για θεωρητικούς λόγους, την ύπαρξη και μιας άλλης ομάδας σωμάτων, ανάλογης με αυτήν των γνωστών αστεροειδών αλλά πέρα από την τροχιά του Ποσειδώνα. Ο θεωρητικός λόγος ήταν οι παρατηρούμενοι κομήτες μπορούν να καταταγούν σε αυτούς που έχουν μεγάλες περιόδους, μεγαλύτερες από 200 χρόνια, και σε αυτούς που έχουν μικρότερες από 200 χρόνια. Η περίοδος των κομητών της δεύτερης κατηγορίας αντιστοιχεί, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Kepler, σε τιμές του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς τους μεγαλύτερες κατά ~2 φορές από τον μεγάλο ημιάξονα του Ποσειδώνα. Στον πληθυσμό αυτόν του Ήλιακου Συστήματος συμπεριλαμβάνεται και ο Πλούτωνας, ο οποίθος ανακαλύφθηκε το 1930 από τον αμερικανό αστρονόμο Clyde Tombough, ο οποίος αρχικά είχε αντιμετωπιστεί ως ο ένατος πλανήτης του Ήλιακου Συστήματος. Δηλαδή με τον Πλούτωνα είχε γίνει το ίδιο λάθος με αυτό που είχε γίνει με τη Δήμητρα. Μόνο που πολλοί αστεροειδείς της κύριας ζώνης είχαν ανακαλυφθεί μέσα σε μερικά χρόνια από την ανακάλυψη της Δήμητρας, ενώ το πρώτο σώμα της ζώνης Edgworth-Kuiper, πέρα από τον Πλούτωνα, ανακαλύφθηκε το 1992, 62 ολόκληρα χρόνια μετά την ανακάλυψη του Πλούτωνα. Έτσι ο Πλούτωνας για μεγάλο χρονικό διάστημα ήταν το μοναδικό γνωστό σώμα στην απόσταση των ~40 Α.Υ. και “πρόλαβε” να καθιερωθεί στην κοινή γνώμη και στην αστρονομική κοινότητα ως πλανήτης, παρά τις εμφανείς διαφορές που έχει η τροχιά του από τις τροχιές των οκτώ πλανητών, δηλαδή μεγάλη εκκεντρότητα και μεγάλη κλίση.

## 1.2 Πλανήτες και Πλανητικά Συστήματα

Όπως φαίνεται από όσα αναφέρθηκαν στην *Εισαγωγή*, η λέξη “πλανήτης” έχει αλλάξει αρκετές φορές έννοια από την εποχή των Αρχαίων Ελλήνων μέχρι σήμερα. Στην αρχή αναφερόταν στα ουράνια σώματα που φαίνονταν να αλλάζουν θέση από νύχτα σε νύχτα, “πλανώμενα” μεταξύ των απλανών αστέρων που μένουν “ακίνητοι” στις ίδιες θέσεις στον ουρανό. Αργότερα, με την επικράτηση της ηλιοκεντρικής θεώρησης, έγινε πια αποδεκτό ότι οι πλανήτες είναι σώματα που περιφέρονται γύρω από το μητρικό μας άστρο, τον Ήλιο. Στη συνέχεια ο όρος αυτός περιορίστηκε να περιγράφει μόνο τα οκτώ μεγαλύτερα σώματα του Ήλιακου Συστήματος, ενώ γύρω από τον Ήλιο περιφέρονται και εκατοντάδες χιλιάδες ελάσσονες πλανήτες (minor planets, γνωστοί και ως αστεροειδείς) αλλά και μερικοί νάνοι πλανήτες (dwarf planets), όπως χαρακτηρίζονται πια ο Πλούτωνας αλλά και η Δήμητρα – που παλαιότερα κατατασσόταν στους αστεροειδείς, και μάλιστα ο μεγαλύτερος από αυτούς.

Από τα μέσα της δεκαετίας του 1990 πλανήτες ονομάζονται και τα μεγάλα σώματα που περιφέρονται γύρω από άλλους αστέρες, εκτός του Ήλιου. Την εποχή που γράφτηκε αυτό το βιβλίο (τέλη του 2015) γνωρίζουμε ήδη περίπου 2.000 εξωπλανήτες (exoplanets), που ανήκουν σε περιόπου 650 εξωηλιακά πλανητικά συστήματα, και ο κατάλογος αυξάνεται με επιταχυνόμενο ρυθμό. Πιστεύεται ότι ο αριθμός των εξωπλανητών στο Γαλαξία μας είναι μεγαλύτερος από 200 δισεκατομμύρια, δηλαδή μεγαλύτερος από τους αστέρες που αυτός περιέχει. Ανάλογη θα πρέπει να είναι η περίπτωση και για τους άλλους γαλαξίες. Τέλος το

2000 ανακαλύφθηκε στο Γαλαξία μας και μία ακόμη κλάση ουράνιων σωμάτων, τα οποία οποία έχουν μάζα όση περίπου όση και του Δία αλλά δεν περιφέρονται γύρω από κάποιον “μητρικό” αστέρα και γι' αυτό ονομάζονται ελεύθεροι πλανήτες (*free floating planets, rogue planets, orphan planets*). Αξίζει να σημειωθεί ότι η ύπαρξη τέτοιου είδους σωμάτων είχε προβλεφθεί θεωρητικά από τον Shapley και το Öpik ήδη περί το 1960. Προκαταρκτικοί υπολογισμοί, που βασίζονται σε παρατηρήσεις, έδειξαν ότι ο αριθμός των ελεύθερων πλανητών στον Γαλαξία μας είναι διπλάσιος από τον αριθμό των αστέρων του, δηλαδή της τάξης των 400 δισεκατομμυρίων. Έτσι, γίνεται αντιληπτό ότι ο “κλασικός” ορισμός του “πλανήτη” έχει αναθεωρηθεί, ώστε να ανταποκρίνεται τόσο στα νέα -κάθε φορά- παρατηρησιακά δεδομένα όσο και στις πρόσφατες εξελίξεις των κοσμογονικών θεωριών.

Αν εξαιρέσουμε τους ελεύθερους πλανήτες (οι οποίοι δεν θα μας απασχολήσουν στο παρόν σύγγραμμα, από το 2006, και με βάση απόφαση της Διεθνούς Αστρονομικής Ένωσης (International Astronomical Union, IAU), πλανήτης ονομάζεται ένα ουράνιο σώμα που

- (α) περιφέρεται γύρω από έναν αστέρα ή αστρικό υπόλειμμα (λευκό νάνο ή αστέρα νετρονίων)
- (β) έχει σχεδόν σφαιρικό σχήμα, λόγω της ιδιοβαρύτητάς του
- (γ) δεν έχει όμως αρκετά μεγάλη μάζα ώστε να συντηρεί στο εσωτερικό του θερμοπυρηνικές αντιδράσεις, οπότε δεν είναι αυτόφωτο, και
- (δ) έχει “καθαρίσει” την περιοχή γύρω από την τροχιά του από άλλους (μικρούς) πλανητοειδείς (planetesimals)

Η τελευταία προϋπόθεση είναι και η πιο σημαντική, από φυσικής άποψης, καθώς βασίζεται στη θεωρητική μας γνώση για το πώς σχηματίζονται οι πλανήτες.

Ένας πλανήτης, προκειμένου να έχει “καθαρίσει” τη γειτονιά του, θα πρέπει είτε:

- (α) να έχει ενσωματώσει όλα τα μικρά σώματα της περιοχής στη μάζα του, είτε
- (β) να τα έχει εκδιώξει από την περιοχή, μέσω του φαινομένου της *βαρυτικής σκέδασης* (γνωστό επίσης ως φαινόμενο της σφενδόνας – sling-shot effect).<sup>2</sup>

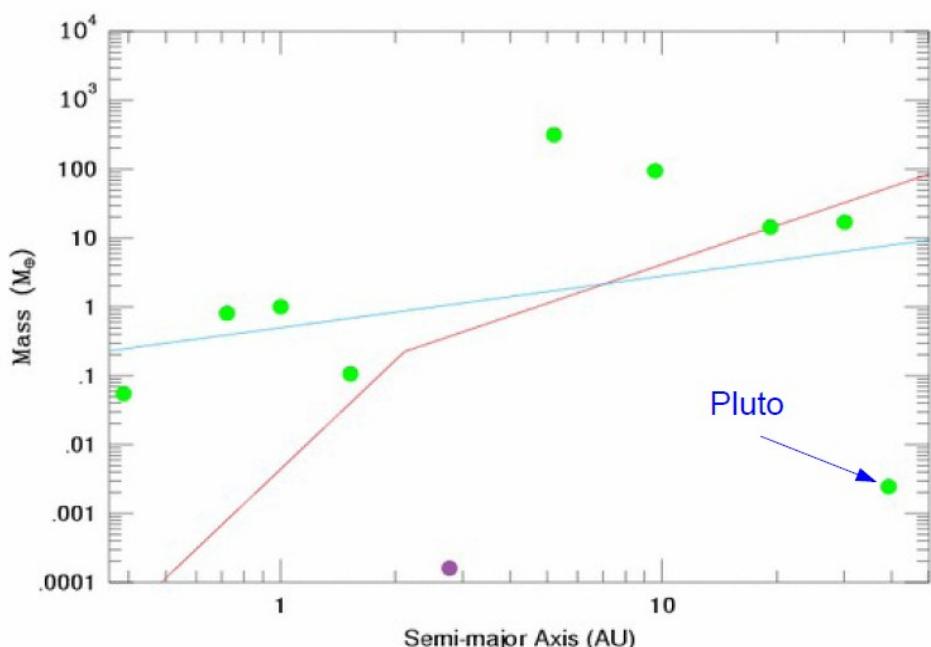
Οι δύο αυτές συνθήκες μεταφράζονται σε δύο μαθηματικές σχέσεις που μας δίνουν τη μάζα που πρέπει να έχει ένας πλανήτης, ως συνάρτηση της απόστασής του από τον ήλιο, ώστε:

- (α) κάθε αντικείμενο μικρής μάζας στη γειτονιά του να συγκρούεται υποχρεωτικά μαζί του, ή
- (β) κάθε αντικείμενο μικρής μάζας στη γειτονιά του να κερδίζει τόση ενέργεια ώστε να εκτοξευτεί σε υπερβολική (ως προς τον κεντρικό αστέρα) τροχιά.

---

<sup>2</sup>Τον μηχανισμό της βαρυτικής σκέδασης [(ή βαρυτικής υποβοήθησης)] τον εκμεταλλευόμαστε σε διαπλανητικές αποστολές, προκειμένου να επιταχύνουμε ένα διαστημόπλοιο χωρίς κατανάλωση καυσίμων. Το διαστημόπλοιο προσεγγίζει κάποιον πλανήτη και κερδίζει ενέργεια από την μηχανική (κινητική και δυναμική) ενέργεια του πλανήτη. Ο μηχανισμός είναι αντίστοιχος με την επιτάχυνση μιας μπάλας του τένις από την κρούση της στη ρακέτα του παίκτη.

Οι δύο καμπύλες, που προκύπτουν από τη γραφική παράσταση των δύο παραπάνω σχέσεων, φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα, όπου επίσης φαίνονται οι οκτώ πλανήτες του ήλιακου συστήματος, ο Πλούτωνας (στις 39 AU) και η Δήμητρα (στις 2.7 AU). Είναι φανερό ότι οι οκτώ μεγάλοι πλανήτες βρίσκονται “πάνω” από τουλάχιστον μία από τις δύο καμπύλες – δηλαδή έχουν μεγαλύτερη μάζα από αυτήν που απαιτείται για να ικανοποιείται τουλάχιστον η μία εκ των δύο προϋποθέσεων “καθαρισμού” της γειτονιάς τους. Αντίθετα, ο Πλούτωνας και η Δήμητρα βρίσκονται “κάτω” και από τις δύο καμπύλες, πράγμα που σημαίνει ότι δεν είναι δυνατό να θεωρηθούν ως πλανήτες. Όντως, τόσο η Δήμητρα όσο και ο Πλούτωνας, παρότι είναι σχεδόν σφαιρικά σώματα, κινούνται σε δύο περιοχές που είναι “γεμάτες” από μικρούς πλανήτες – την κύρια ζώνη των αστεροειδών η πρώτη και τη ζώνη του Kuiper ο δεύτερος.



Εικόνα 1: Η μάζα ενός πλανήτη συναρτήσει της απόστασής του από τον κεντρικό αστέρα, πάνω από την οποία ο πλανήτης έχει ενσωματώσει τους γειτονικούς πλανητοειδείς (ευθεία-γαλάζια καμπύλη) και πάνω από την οποία ο πλανήτης έχει εκδιώξει τους γειτονικούς πλανητοειδείς (κεκαμμένη-μωβ καμπύλη). (H. Levison/SWRI)

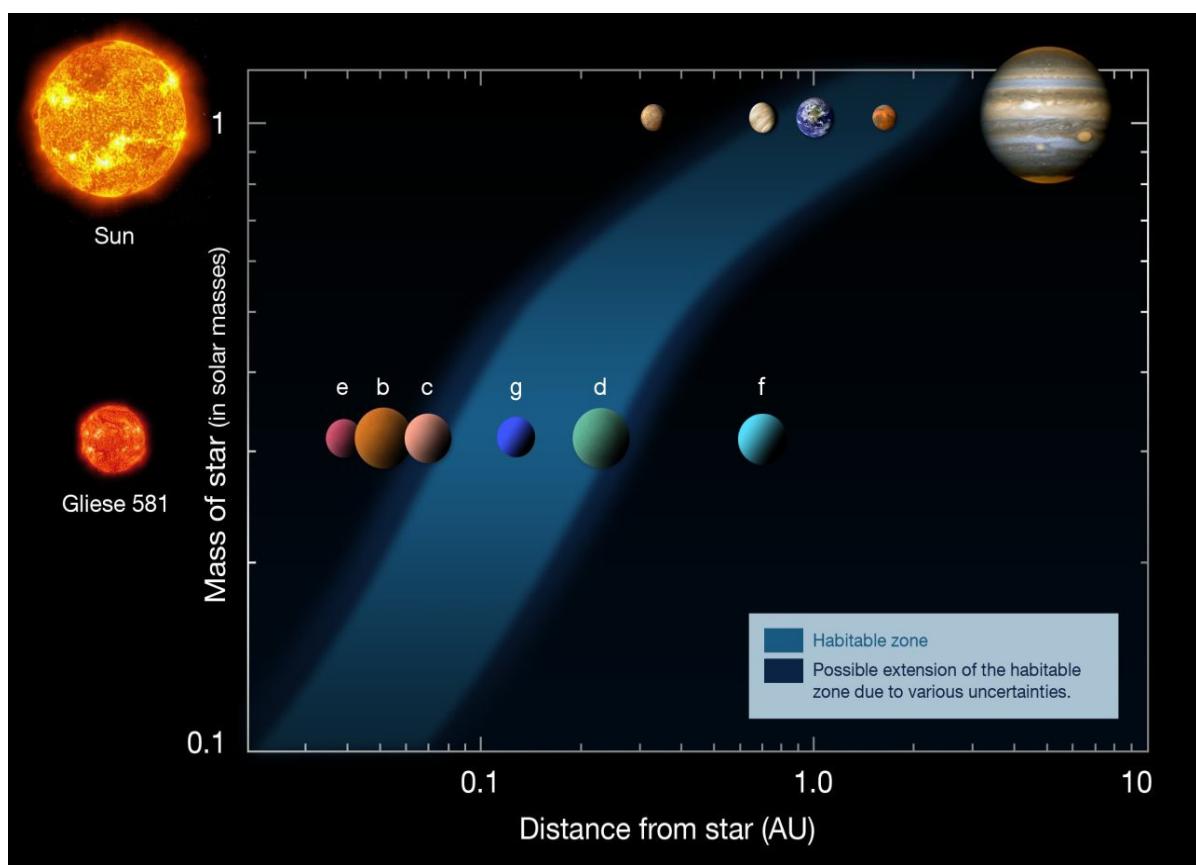
Στα επόμενα κεφάλαια θα μελετήσουμε διεξοδικά τη δυναμική συμπεριφορά των πλανητών του Ηλιακού Συστήματος, αλλά και των άλλων εξωπλανητικών συστημάτων. Επίσης θα αναφερθούμε στις μεθόδους παρατήρησης εξωπλανητών και θα συγκρίνουμε τα χαρακτηριστικά αυτών των συστημάτων με το δικό μας. Τέλος, θα αναπτύξουμε το βασικό θεωρητικό πρότυπο σχηματισμού πλανητών και πλανητικών συστημάτων.

Στις επόμενες παραγράφους θα περιγράψουμε τις βασικές φυσικές και δυναμικές ιδιότητες των σωμάτων που απαρτίζουν το Ηλιακό Σύστημα. Όπως θα δούμε, τα πλανητικά αντικείμενα χωρίζονται σε διάφορες κατηγορίες, τις οποίες θα

αναλύσουμε, βγάζοντας κάποια πρώτα συμπεράσματα για τη διαδικασία σχηματισμού του Ηλιακού Συστήματος και, κατ' επέκταση, των πλανητικών συστημάτων εν γένει.

### 1.3 Γενικά

Το Ηλιακό Σύστημα απαρτίζεται από τον Ήλιο και όλα τα σώματα που περιφέρονται γύρω από αυτόν, μεταξύ των οποίων κυριότερα είναι οι πλανήτες, οι δορυφόροι, οι αστεροειδείς, οι κομήτες και οι μετεωροειδείς. Στο κέντρο του βρίσκεται ο Ήλιος και σε αποστάσεις που βαίνουν αυξανόμενες βρίσκουμε τους τέσσερις εσωτερικούς (ή γήινους) πλανήτες (Ερμή, Αφροδίτη, Γη, Άρη), την (εσωτερική) ζώνη των αστεροειδών, τους τέσσερις γιγαντιαίους πλανήτες (Δία, Κρόνο, Ουρανό και Ποσειδώνα), την ζώνη Edgeworth-Kuiper (ή εξωτερική ζώνη των αστεροειδών) που έχει δισκοειδή μορφή, το σφαιρικό νέφος του Oort και, τέλος, την Ηλιόπαυση, που τελειώνει σε απόσταση 18 δισεκατομμυρίων χιλιομέτρων από τον Ήλιο. Από την Αρχαιότητα ήταν γνωστοί οι τέσσερις εσωτερικοί πλανήτες καθώς και οι Δίας και Κρόνος. Ο Ουρανός και ο Ποσειδώνας ανακαλύφθηκαν μετά την εφεύρεση του τηλεσκοπίου, τον 18ο και 19ο αιώνα αντίστοιχα. Οι κομήτες ήταν επίσης γνωστοί από την Αρχαιότητα, και την εποχή του Γαλιλαίου διαπιστώθηκε ότι κινούνται σε αποστάσεις πέρα από την τροχιά της Σελήνης. Τέλος από την Αρχαιότητα ήταν γνωστοί και οι μετεωρίτες, μετά από την παρατήρηση ενός τέτοιου σώματος που είχε πέσει στην περιοχή Αιγάς Ποταμοί του Ελλησπόντου. Σήμερα εξακολουθούν να ανακαλύπτονται, και μάλιστα με αυξανόμενο ρυθμό, σώματα μικρότερα από τους οκτώ μεγάλους πλανήτες, κυρίως



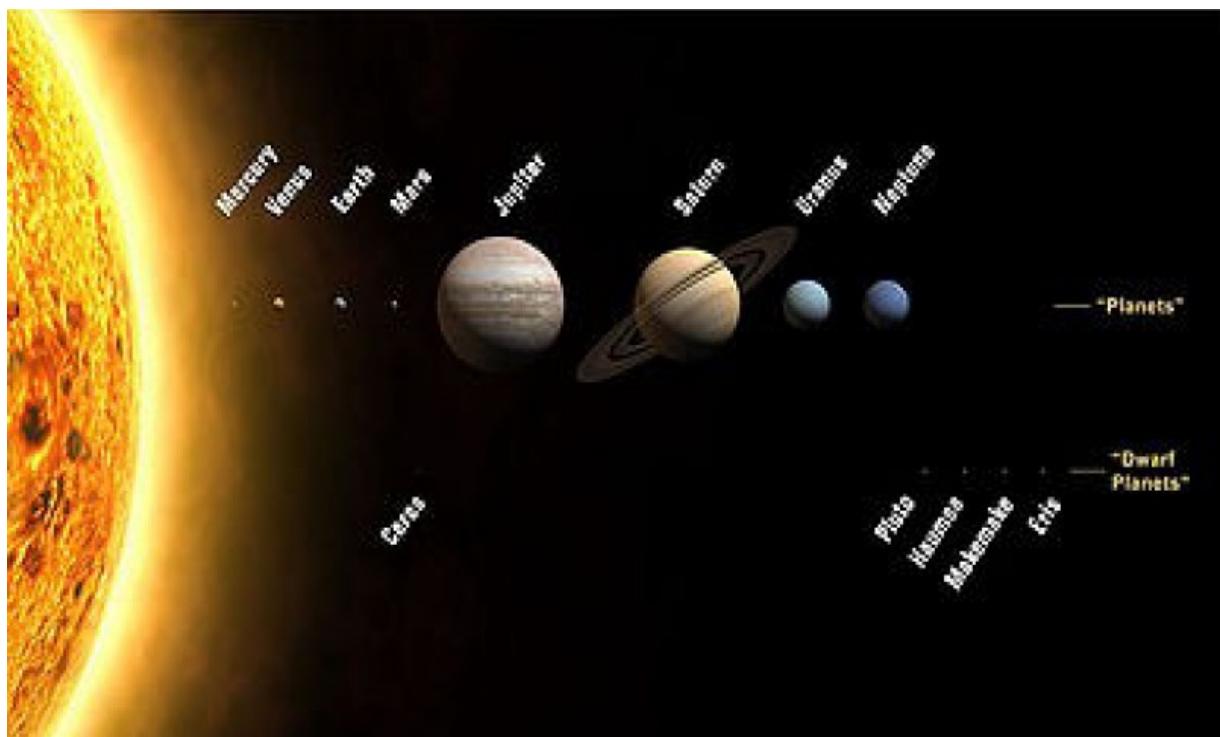
Εικόνα 2: Η θέση και η έκταση της κατοικήσιμης ζώνης ως συνάρτηση της μάζας του κεντρικού αστέρα (διαγώνια γαλάζια ζώνη). Σύγκριση του Ηλιακού Συστήματος (πάνω) και του εξωπλανητικού συστήματος Gliese 581 (κάτω). (Henrikus/ESO, Creative Commons)

αστεροειδείς στις δύο ζώνες και κομήτες.

#### 1.4 Ήλιος

Σε κάθε πλανητικό σύστημα πρωτεύοντα ρόλο κατέχει ο κεντρικός αστέρας, γύρω από τον οποίο περιφέρονται τα υπόλοιπα ουράνια σώματα, που είναι συνδεδεμένα βαρυτικά με αυτόν (η μαθηματική συνθήκη είναι η μηχανική ενέργεια του συστήματος του αστέρα με το κάθε ένα από τα υπόλοιπα μέλη του πλανητικού συστήματος (κινητική ως προς κέντρο μάζας + βαρυτική δυναμική) να είναι αρνητική).

Στο δικό μας σύστημα, κεντρικός αστέρας είναι ο Ήλιος. Πρόκειται για ένα αστέρα της κύριας ακολουθίας (π.χ. βλ. Βάρβογλη&Σειραδάκη, 1994), φασματικού τύπου (spectral type, Sp) G2V. Σημειώνουμε ότι ο φασματικός τύπος του αστέρα αποτελεί κρίσιμη παράμετρο για τον καθορισμό της λεγόμενης κατοικήσιμης ζώνης (habitable zone), δηλαδή μιας δακτυλιοειδούς περιοχής γύρω από τον αστέρα εντός της οποίας ένας στερεός πλανήτης μπορεί να διατηρήσει νερό σε υγρή μορφή στην επιφάνεια του, κι επομένως έχει πιθανότητες να φιλοξενεί ζωή, με τη μορφή που γνωρίζουμε. Η έκταση και τα όρια της κατοικήσιμης ζώνης εξαρτώνται από τη φωτεινότητα του αστέρα. Όσο φωτεινότερος είναι ο αστέρας, τόσο πιο μακριά από αυτό βρίσκεται η κατοικήσιμη ζώνη.



Εικόνα 3: Οι πλανήτες και οι νάνοι πλανήτες του Ηλιακού Συστήματος. Τα μεγέθη των πλανητών είναι υπό τη σωστή κλίμακα αλλά οι αποστάσεις τους από τον Ήλιο όχι. (IAU)

Η μάζα του Ήλιου είναι περίπου το 99,8% της συνολικής μάζας του ηλιακού

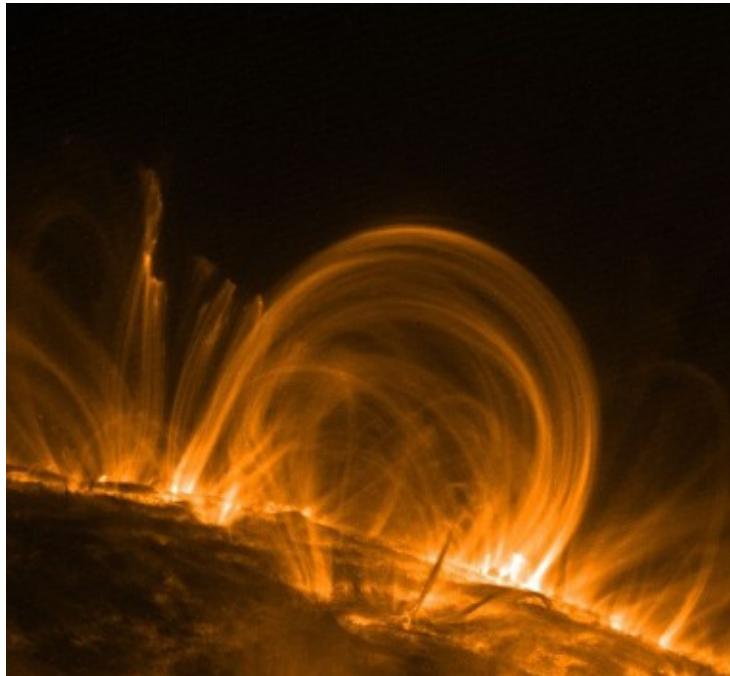
συστήματος, έτσι ώστε το κέντρο μάζας του συστήματος να βρίσκεται στο εσωτερικό του Ήλιου. Αντίθετα, το 98% της συνολικής στροφορμής του συστήματος βρίσκεται στις τροχιές των πλανητών. Η ηλικία του ήλιου υπολογίζεται στα 4,6 δισεκατομμύρια έτη (Gy). Με βάση τα μοντέλα αστρικής εξέλιξης, ο ήλιος μπορεί να θεωρηθεί ότι βρίσκεται στο μέσον της “ζωής” του, αφού η ακτίνα του και η φωτεινότητά του δεν αναμένεται να παρουσιάσουν σημαντικές μεταβολές κατά τα επόμενα 4,5 Gy περίπου. Κατά συνέπεια, η δυναμική κατάσταση του Ηλιακού συστήματος δεν αναμένουμε να μεταβληθεί σημαντικά μέχρι τότε, εκτός κι αν το σύστημα δεν είναι στην πραγματικότητα ευσταθές, όπως συνήθως θεωρούμε (βλ. Κεφάλαιο 3).

## 1.5 Συνοπτική εικόνα των αντικειμένων περί τον Ήλιο

Γύρω από τον Ήλιο περιφέρονται τα υπόλοιπα σώματα που απαρτίζουν το Ηλιακό Σύστημα σε τροχιές που είναι κατά πολύ καλή προσέγγιση ελλείψεις, με τον Ήλιο στη μία εστία τους. Το στοιχείο αυτό το είχε ανακαλύψει πρώτος ο Kepler, αναλύοντας τις παρατηρήσεις του δασκάλου του Tycho Brahe, και το ερμήνευσε ο Νεύτωνας, συνδυάζοντας το δεύτερο αξιώμα της κίνησης,  $\mathbf{F} = m \mathbf{v}$ , με τον νόμο της παγκόσμιας έλξης,  $\mathbf{F} = -GMm/r^2 \mathbf{e}_r$ .

### 1.5.1 Εσωτερικό Ηλιακό Σύστημα

Οι τέσσερις εσωτερικοί πλανήτες είναι ο Ερμής, η Αφροδίτη, η Γη και ο Άρης, και αποτελούνται από πετρώματα και μέταλλα – κυρίως σίδηρο και νικέλιο. Ονομάζονται



*Εικόνα 4: Μαγνητικοί βρόχοι στη χρωμόσφαιρα και στο στέμμα του Ήλιου, όπως καταγράφηκαν από το διαστημόπλοιο TRACE. Το μαγνητικό πεδίο του κεντρικού αστέρα είναι πηγή εκπομπής ηλεκτρομαγνητικής και σωματιδιακής ακτινοβολίας, οι οποίες επηρεάζουν την δυνατότητα ανάπτυξης ζωής σε έναν πλανήτη που δεν έχει μαγνητικό πεδίο και ατμόσφαιρα.* (NASA)

και γήινοι πλανήτες, επειδή έχουν μέγεθος και χημική σύσταση παρόμοια με της Γης. Η Γη έχει ένα φυσικό δορυφόρο – τη Σελήνη- και ο Άρης έχει δύο δύο – τον Δείμιο και τον Φόβο.

Μεταξύ του Άρη και του Δία βρίσκεται η ζώνη των αστεροειδών. Οι αστεροειδείς ονομάζονται στην επίσημη αστρονομική ορολογία ελάσσονες πλανήτες (*minor planets*) και εκτιμάται ότι υπάρχουν περισσότεροι από 750,000 με διάμετρο μεγαλύτερη από 1 χιλιόμετρο. Ο μεγαλύτερος αστεροειδής είναι η Δήμητρα, με διάμετρο περίπου 950 χιλιόμετρα, που σήμερα κατατάσσεται στην ολιγομελή ομάδα των νάνων πλανητών (*dwarf planets*). Μερικοί αστεροειδείς ακολουθούν έκκεντρες τροχιές που τους οδηγούν μέσα από την τροχιά του Άρη, με αποτέλεσμα να συγκρούονται με τη Γη ή τους άλλους εσωτερικούς πλανήτες.

### 1.5.2 Εξωτερικό Ήλιακό Σύστημα

Οι εξωτερικοί πλανήτες - Δίας, Κρόνος, Ουρανός και Ποσειδώνας- είναι γιγαντιαία σώματα με βραχώδεις πυρήνες και εκτεταμένες ατμόσφαιρες. Το μεγαλύτερο ποσοστό της μάζας τους αποτελεί την ατμόσφαιρά τους, η οποία με τη σειρά της αποτελείται από υδρογόνο και ήλιο, έτσι ώστε η χημική σύστασή τους μοιάζει με αυτήν του Ήλιου. Περιβάλλονται από δακτύλιους σκόνης και πάγου, εκ των οποίων οι πιο ευδιάκριτοι είναι αυτοί του Κρόνου.

Οι κομήτες, που πολλές φορές αποκαλούνται και βρώμικες κιονόμπαλες, αποτελούνται κυρίως από πάγο και σκόνη. Όταν η τροχιά ενός κομήτη τον οδηγεί κοντά στον Ήλιο, ένα μέρος του πάγου από την πλευρά που θερμαίνεται από τον Ήλιο εξαχνώνεται, παρασύροντας και σκόνη. Τα υλικά που απελευθερώνονται δημιουργούν τις δύο ουρές των κομητών, την ουρά σκόνης και την ουρά αερίων. Οι κομήτες μικρής περιόδου, δηλαδή αυτοί που έχουν περίοδο μικρότερη από 200 χρόνια, πιστεύεται ότι προέρχονται από την δισκοειδή ζώνη Edgeworth-Kuiper, ενώ οι κομήτες μακράς περιόδου, με περίοδο μεγαλύτερη από 200 χρόνια, πιστεύεται ότι προέρχεται από το σφαιρικά συμμετρικό νέφος του Oort.

### 1.5.3 Υπερ-ποσειδώνεια περιοχή (*trans-neptunian objects*)

Οι αστρονόμοι είχαν από καιρό υποθέσει την ύπαρξη μιας ζώνης από παγωμένη υλικό, αυτήν που σήμερα ονομάζουμε ζώνη Edgeworth-Kuiper προς τιμήν των πρώτων αστρονόμων που πρότειναν την ύπαρξή της. Η ζώνη αυτή, που βρίσκεται πέρα από την τροχιά του Ποσειδώνα, είναι ένας δακτύλιος με εσωτερική και εξωτερική ακτίνα, αντίστοιχα, 30 και 55 αστρονομικές μονάδες (AU) και στην περιοχή αυτή έχουν μέχρι στιγμής ανακαλυφθεί περισσότερα από 1.000 αντικείμενα [σώματα;]. Εκτιμάται ότι στη ζώνη αυτή υπάρχουν εκατοντάδες χιλιάδες σώματα με διάμετρο μεγαλύτερη από 100 χιλιόμετρα, καθώς και ένα τρισεκατομμύριο κομήτες. Το νέφος του Oort βρίσκεται πέρα από την ζώνη Edgeworth-Kuiper, και θεωρητικά εκτείνεται σε ένα σφαιρικό φλοιό με εσωτερική και εξωτερική ακτίνα, αντίστοιχα, 5,000 και 100,000 AU. Σε αυτήν την περιοχή εκτιμάται ότι υπάρχουν 2 τρισεκατομμύρια κομήτες. Πέρα από το νέφος του Oort εκτείνεται η ηλιόσφαιρα, μια

τεράστια περιοχή του διαστήματος σε σχήμα σταγόνας (με τον Ήλιο αντίθετα από την “ακίδα” της σταγόνας), που περιέχει ιόντα και ηλεκτρόνια – τα συστατικά του ηλιακού άνεμου που εκπέμπεται από τον Ήλιο. Σήμερα εκτιμάται ότι το όριο της ηλιόσφαιρας, που είναι γνωστό και ως *ηλιόπαυση*, βρίσκεται σε απόσταση 18 δισεκατομμυρίων χιλιομέτρων από τον Ήλιο.

Ο Πλούτωνας, που παλαιότερα εθεωρείτο ως ο ένατος πλανήτης αλλά σήμερα κατατάσσεται στην ολιγομελή ομάδα των νάνων πλανητών, βρίσκεται στη ζώνη Edgeworth-Kuiper μαζί με τους άλλους νάνους πλανήτες, *Makemake*, *Χαουμέα* (Haumea) και *Εριδα* (Eris). Άλλα αντικείμενα σε αυτήν τη ζώνη είναι ο Καοάρ (Quaoar) που είναι πιθανά και αυτός νάνος πλανήτης, ενώ δέκα φορές πιο μακριά βρίσκεται η Σέντνα (Sedna), που σήμερα κατατάσσεται στον πληθυσμό του σκεδασμένου δίσκου (βλέπε παρακάτω).

	$\alpha$ (AU)	$e$	$i$ (deg) προς εκλ.	Λόξωση (deg)	$T_{\text{περιφ}}$	$T_{\text{περιστρ}}$	Μάζα ( $M_\Gamma$ )	Ακτίνα (eq) ( $R_\Gamma$ )
Ερμής	0.387	0.2	7.0	0.054	87.97 d	58.785 d	0.0553	0.38
Αφροδίτη	0.723	0.0067	3.39	177.36	224.7 d	-243.69 d	0.815	0.95
Γη	1.000	0.0167	0.0	23.44	1 yr	23.93 h	1.0	1.0
Άρης	1.524	0.0935	1.85	25.19	1.881 yr	1.029 d	0.107	0.532
Δήμητρα	2.767	0.0789	10.58	?	4.60 yr	9.074 h	0.000063	0.1529
Δίας	5.204	0.0489	1.304	3.13	11.862	9.925 h	317.83	11.209
Κρόνος	9.582	0.0565	2.485	26.73	29.457	10.656 h	95.159	9.449
Ουρανός	19.201	0.0457	0.772	97.77	84.011 yr	-17.24 h	14.536	4.007
Ποσειδώνας	30.047	0.0113	1.769	28.32	164.79 y	16.11 h	17.147	3.883
Πλούτωνας	39.482	0.2488	17.16	122.53	247.68 yr	-153.29 h	0.0022	0.187
Χαουμέα	43.218	0.191	28.19	?	284.12 yr	3.91 h	0.00066	0.0097
Καοάρ	43.405	0.0394	7.996	?	285.97 yr	17.67 h	.00023	0.1742
Μακεμάκε	45.715	0.15586	29.00	?	309.09 yr	7.771 h	?	0.1122
Έρις	67.781	0.44068	44.04	?	558.04 yr	25.9 hr	0.0028	0.182
Σέντνα	524.4	0.854	11.928	?	11,400 yr	10.3 h	?	0.156

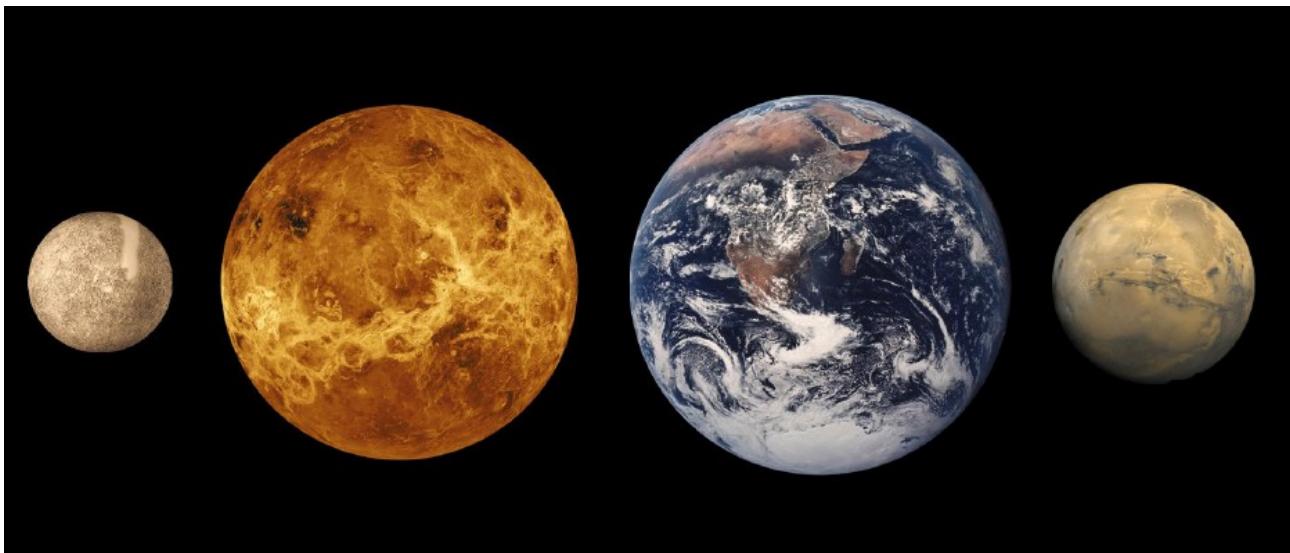
Πίνακας 1: Τιμές των βασικά φυσικών και τροχιακών χαρακτηριστικών των πλανητών και νάνων πλανητών του ηλιακού συστήματος

## 1.6 ΠΛΑΝΗΤΕΣ

Τα “μακροσκοπικά” στοιχεία των πλανητών (τροχιά, ακτίνα, μάζα, περιστροφή) δίνονται στον Πίνακα I. Τα υπόλοιπα στοιχεία τους έχουν ως εξής.

### 1.6.1 Εσωτερικοί πλανήτες ή γήινοι πλανήτες

Ο όρος γήινοι πλανήτες χρησιμοποιείται για να περιγράψουμε τους μικρούς, στερεούς, πλανήτες, του ηλιακού συστήματος αλλά και γενικότερα πλανήτες “όμοιους με τη Γη” που τυχόν υπάρχουν σε άλλα πλανητικά συστήματα. Σε αντιδιαστολή με τους γίγαντες, οι γήινοι είναι πλανήτες μικρής μάζας, που αποτελούνται κυρίως από στερεά πετρώματα και πιθανόν περιβάλλονται από μια λιγότερο ή περισσότερο σημαντική ατμόσφαιρα.



Εικόνα 5: Σύγκριση των μεγέθους των γήινων πλανητών. Από αριστερά προς τα δεξιά: Ερμής, Αφροδίτη, Γη, Άρης (NASA)

Οι δύο μεγαλύτεροι γήινοι πλανήτες του Ηλιακού Συστήματος είναι η Γη και η Αφροδίτη. Έχουν συγκρίσιμη μάζα και ακτίνα (~6,000 km), βρίσκονται σε μέση απόσταση ~1 και ~0.7 AU αντίστοιχα από τον ήλιο και οι τροχιές τους είναι σχεδόν κυκλικές ( $e \sim 0.01$ ). Επίσης, περιβάλλονται και οι δύο από σχετικά πυκνή ατμόσφαιρα. Το πιο αξιοπερίεργο στοιχείο της Αφροδίτης είναι η ανάδρομη ιδιοπεριστροφή της, με τον άξονα περιστροφής της να σχηματίζει γωνία σχεδόν  $180^\circ$ , σε σχέση με τον άξονα της τροχιάς της. Μια πιθανή ερμηνεία αυτού του φαινομένου είναι ότι, κατά τα τελικά στάδια σχηματισμού της, ένα άλλο πλανητικό σώμα προσέκρουσε στην Αφροδίτη, με αποτέλεσμα την απότομη αντιστροφή του άξονα περιστροφής της.

Οι υπόλοιποι δύο γήινοι πλανήτες, ο Ερμής ( $a = 0.4$  AU,  $e = 0.2$ ) και ο Άρης ( $a = 1.5$  AU,  $e = 0.1$ ) έχουν σαφώς μικρότερη μάζα από τη Γη. Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι η αυξημένη εκκεντρότητα της τροχιάς τους, η οποία, σε συνδυασμό με τη μικρή μάζα τους, πιθανόν αντικατοπτρίζει τον “άναρχο” τρόπο σχηματισμού των γήινων πλανητών, μέσω διαδοχικών συγκρούσεων μικρότερων πλανητικών εμβρύων (planetary embryos, βλ. Κεφάλαιο 7). Κι αυτό γιατί όσο λιγότερα πλανητικά έμβρυα χρειάζονται για να φτιαχτεί ένας πλανήτης, τόσο πιο ανισοτροπική είναι η κατανομή των συγκρούσεων και άρα πιο ελλειπτική η τελική τροχιά.

Η ατμόσφαιρα του Ερμή και του Άρη είναι εξαιρετικά αραιές. Επιπλέον, ο Ερμής και η Γη έχουν μαγνητικό πεδίο (ο Ερμής ασθενές και η Γη σχετικά αισχυρό), που θεωρούμε ότι οφείλεται σε ροή ηλεκτρικά αγώγιμων ρευστών στο εσωτερικό τους, σε συνδυασμό με τόν ρυθμό περιστροφής τους (θεωρία της μαγνητικής γεννήτριας – magnetic dynamo). Η Αφροδίτη δεν έχει μαγνητικό πεδίο, αν και έχει ρευστό πυρήνα, επειδή περιστρέφεται εξαιρετικά αργά. Ο Άρης δεν έχει μαγνητοικό πεδίο, επειδή το εσωτερικό του έχει στερεοποιηθεί. Στα επόμενα κεφάλαια θα αναλύσουμε πιο διεξοδικά τη δομή τόσο του εσωτερικού όσο και της ατμόσφαιρας των πλανητών.

## *Ερμής*

Ο Ερμής είναι ο πλησιέστερος προς τον Ήλιο πλανήτης και δεν έχει ατμόσφαιρα. Επειδή είναι τόσο κοντά στον Ήλιο, η θερμοκρασία στις περιοχές που έχουν “μεσημέρι” (δηλαδή εκεί όπου ο Ήλιος μεσουρανεί) μπορεί να φτάσει στους  $450^{\circ}\text{C}$ . Επειδή όμως δεν υπάρχει ατμόσφαιρα, η οποία “εξομαλύνει” τις θερμοκρασιακές διαφορές, η θερμοκρασία τη νύκτα μπορεί να φθάσει τους  $-170^{\circ}\text{C}$ , έτσι ώστε ο Ερμής παρουσιάζει τη μεγαλύτερη διαφορά θερμοκρασιών στο Ηλιακό Σύστημα,  $\sim 600^{\circ}\text{C}$ . Η μέση θερμοκρασία της επιφάνειάς του είναι  $170^{\circ}\text{C}$  αλλά, λόγω της μεγάλης διακύμανσης που αναφέραμε, αυτό το στοιχείο δεν έχει φυσική σημασία. Ο Ερμής είναι ο μικρότερος πλανήτης του Ηλιακού Συστήματος, όντας ελαφρά μεγαλύτερος της Σελήνης. Η έλλειψη ατμόσφαιρας εξηγεί τους πολυάριθμους κρατήρες στην επιφάνειά του. Σε έναν από αυτούς τους κρατήρες, κοντά στο Βόρειο Πόλο του πλανήτη, ανακαλύφθηκε το 2010 από το διαστημόπλοιο Messenger η ύπαρξη νερού υπό μορφή πάγου, που θα μπορούσε να οφείλεται είτε στην πρόσκρουση κομητών είτε στην ανάδυση υδρατμών από το εσωτερικό του πλανήτη. Ο Ερμής έχει ένα τεράστιο μεταλλικό πυρήνα, που καλύπτει το 75% της διαμέτρου του και είναι ο πλανήτης με τη δεύτερη μεγαλύτερη πυκνότητα, μετά τη Γη.

Μια εντελώς απρόσμενη ανακάλυψη από το διαστημόπλοιο Μάρινερ 10 είναι ότι ο Ερμής έχει μαγνητικό πεδίο, έστω και ασθενές (περίπου το 1% του μαγνητικού πεδίου της Γης). Σύμφωνα με την κρατούσα θεωρία, τη μαγνητική γεννήτρια που προτάθηκε από τον Parker, ένας πλανήτης έχει μαγνητικό πεδίο αν διαθέτει ρευστό πυρήνα και αν περιστρέφεται γρήγορα, έτσι ώστε τα ρεύματα μεταφοράς στο αγώγιμο ρευστό υλικό του πυρήνα να παράγουν μαγνητικό πεδίο, όπως ακριβώς συμβαίνει και με το ρεύμα που διατρέχει την καλωδίαση ενός ηλεκτρομαγνήτη. Άλλα η περίοδος περιστροφής του Ερμή, 58.6 ημέρες, είναι πολύ μεγάλη για να δικαιολογήσει την ύπαρξη μαγνητικού πεδίου. Η κατάσταση του πυρήνα του δεν είναι σήμερα ξεκάθαρη. Το μέγεθος του πλανήτη είναι τόσο μικρό, ώστε θεωρητικά ο πυρήνας του θα έπρεπε να έχει ψυχθεί και στερεοποιηθεί σε σχετικά σύντομο χρονικό διάστημα μετά τη δημιουργία του. Υπάρχουν όμως παρατηρήσεις με ραντάρ από τη Γη, που υποδεικνύουν ότι ο πυρήνας του εξακολουθεί να είναι σε ρευστή κατάσταση.

## *Αφροδίτη*

Η Αφροδίτη και η Γη συχνά αναφέρονται ως “δίδυμες”, επειδή είναι παρόμοιες σε μέγεθος, τη μάζα, την πυκνότητα και τη σύνθεση. Ωστόσο οι ομοιότητες τελειώνουν εκεί.

Παρά το γεγονός ότι η Αφροδίτη δεν είναι ο πλησιέστερος προς τον Ήλιο πλανήτης, είναι ο θερμότερος, λόγω του ισχυρού φαινομένου του θερμοκηπίου που προκαλεί η πυκνή ατμόσφαιρά του, η οποία αποτελείται κυρίως από διοξείδιο του άνθρακα. Ως αποτέλεσμα, η θερμοκρασία στην επιφάνεια της Αφροδίτης φτάνει τους  $465^{\circ}\text{C}$ , πάνω από τη θερμοκρασία τήξης του μολύβδου. Λόγω της μεγάλης μάζας της ατμόσφαιρας, η πίεση στην επιφάνεια του πλανήτη είναι 92 ατμόσφαιρες.

Εκτός από το διοξείδιο του άνθρακα, η ατμόσφαιρα της Αφροδίτης περιέχει επίσης άζωτο και νέφη θειικού οξέος. Η επιφάνεια και η ατμόσφαιρα της Αφροδίτης είναι εξαιρετικά άνυδρες. Πιστεύεται ότι όσο νερό υπήρχε στον πλανήτη διέφυγε με τον εξής μηχανισμό. Το νερό βρισκόταν, λόγω της υψηλής θερμοκρασίας της επιφάνειας του πλανήτη, στην αέρια φάση. Επειδή οι υδρατμοί είναι ελαφρότεροι από το διοξείδιο του άνθρακα, ανέβηκαν στην κορυφή της ατμόσφαιρας, όπου η υπεριώδης ηλιακή ακτινοβολία διέσπασε τα μόρια του νερού σε υδρογόνο και οξυγόνο. Στη συνέχεια το υδρογόνο διέφυγε, επειδή τα άτομά του, λόγω της μικρής μάζας τους, είχαν ταχύτητα μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής.

Περίπου τα 2/3 της επιφάνειας της Αφροδίτης καλύπτονται από επίπεδες, ομαλές πεδιάδες διάσπαρτες με ηφαίστεια, ορισμένα από τα οποία είναι ακόμα και σήμερα ενεργά. Το υπόλοιπο 1/3 αποτελείται από έξι ορεινές περιοχές.

Η Αφροδίτη περιστρέφεται δεξιόστροφα (δηλαδή με φορά αντίθετη προς αυτήν της Γης) και πολύ αργά. Αυτή η αργή περιστροφή, σε συνδυασμό με την απουσία ρευμάτων μεταφοράς θερμότητας από τον θερμό πυρήνα προς την επιφάνεια επειδή η επιφάνεια είναι ήδη θερμή, οδηγεί στην απουσία μαγνητικού πεδίου.

## Άρης

Ο Άρης, ακόμη και με γυμνό μάτι, φαίνεται κοκκινωπός, λόγω των οξειδίων του σιδήρου που έχει στην επιφάνειά του, σε μορφή πετρωμάτων και σκόνης (ρεγόλιθος – regolith). Ο Άρης διαθέτει αραιή ατμόσφαιρα από νερό, οξυγόνο και διοξείδιο του άνθρακα, και έχεις στους πόλους του στρώμα από παγωμένο νερό και διοξείδιο του άνθρακα. Η γεωλογική διαμόρφωσή του έχει στοιχεία σημαντικά πιο έντονα από τα αντίστοιχα της Γης. Έχει ένα ηφαίστειο ύψους 25 χιλιομέτρων και μια κοιλάδα βάθους 10 και μήκους 4.000 χιλιομέτρων. Η μέση θερμοκρασία του Άρη είναι -60 °C αλλά κυμαίνεται από -125 °C το χειμώνα στους πόλους έως 20 °C το μεσημέρι στον ισημερινό.

Ο πλανήτης μοιάζει σε δύο σημεία με τη Γη: η περίοδος περιστροφής του είναι 24.65 ώρες και η λόξωσή<sup>3</sup> του (obliquity) 25.19 μοίρες, και τα δύο παρόμοια με τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά της Γης (περίοδος περιστροφής 24 ώρες και λόξωση 23.47 μοίρες). Αυτό σημαίνει ότι η διάρκεια του ημερονύκτιου είναι περίπου όση και της Γης και ότι η ποσότητα του ηλιακού φωτός που πέφτει σε κάποιο μέρος του πλανήτη διαφέρει σημαντικά κατά τη διάρκεια του έτους, δίνοντας στον Άρη εποχές.

3 Λόξωση είναι η γωνία που σχηματίζει ο άξονας περιστροφής ενός πλανήτη με την κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς του. Και οι δύο ευθείες θεωρούνται προσανατολισμένες (είναι δηλαδή διανύσματα), με τον εξής κανόνα. Για αριστερόστροφη περιφορά του πλανήτη, όπως παρατηρείται από το Β. ημισφαίριο της Γης (κάτι που ισχύει για όλους τους πλανήτες) η κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς έχει διεύθυνση προς τον Β. πόλο της τροχιάς. Ο ίδιος κανόνας ισχύει και για την περιστροφή. Όλοι οι πλανήτες περιστρέφονται αριστερόστροφα, εκτός από την Αφροδίτη και τον Ουρανό. Έτσι η λόξωση όλων των πλανητών είναι μικρότερη από 90°, εκτός από την λόξωση της Αφροδίτης και του Ουρανού, που έχει τιμές μεταξύ 90° και 180°.

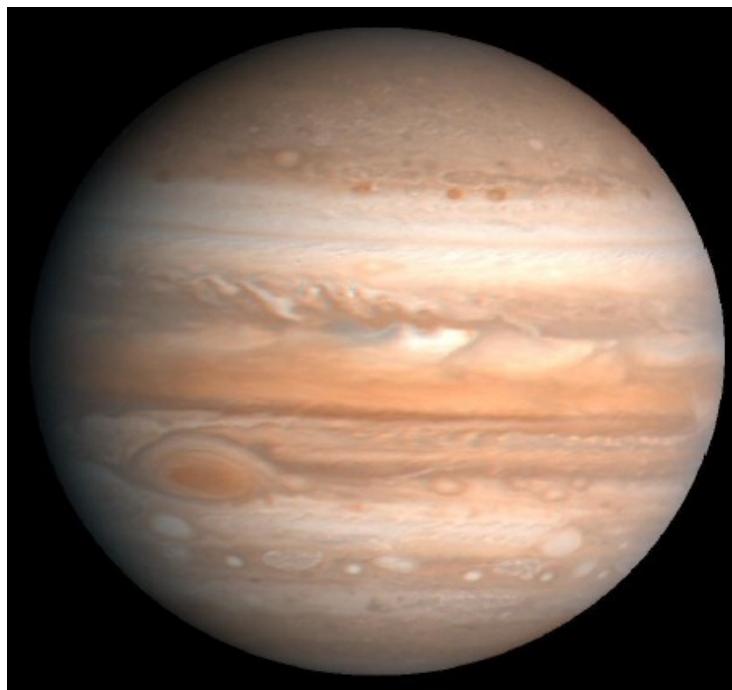
Ο Άρης τη σημερινή εποχή δεν έχει μαγνητικό πεδίο μεγάλης κλίμακας, αν και υπάρχουν περιοχές στην επιφάνειά του που είναι μαγνητισμένες.

Ο Άρης έχει δύο δορυφόρους, τον Φόβο και τον Δείμο. Τα σώματα αυτά είναι μικρά σε μέγεθος, με διαμέτρους 27 και 15 χιλιόμετρα αντίστοιχα, γι' αυτό και το σχήμα τους δεν είναι σφαιρικό.

Και οι δύο δορυφόροι είναι διάσπαρτοι από κρατήρες, ένα χαρακτηριστικό κοινό για όλα τα σώματα του Ηλιακού Συστήματος που δεν έχουν ατμόσφαιρα και είναι γεωλογικά ανενεργά (όπως π.χ. η Σελήνη και ο Ερυής). Αν ένα από τα δύο αυτά χαρακτηριστικά λείπει, τότε είτε η ατμοσφαιρική είτε η γεωλογική δραστηριότητα “σβήνουν” τα σημάδια των κρατήρων [πρόσκρουσης] σε χρονικές κλίμακες πολύ μικρότερες από την ηλικία του Ηλιακού Συστήματος.

### 1.6.2 Εξωτερικοί ή γίγαντες πλανήτες

Ο μεγαλύτερος σε μάζα πλανήτης του ηλιακού συστήματος είναι ο Δίας, ο οποίος ακολουθεί μια ελαφρώς ελλειπτική τροχιά (εκκεντρότητα  $e = 0.05$ ) με μεγάλο ημιάξονα  $a = 5.2$  AU (1 AU είναι ο μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς της Γης γύρω από τον Ήλιο). Μαζί με τον Κρόνο ( $e = 0.06$ ,  $a = 9.6$  AU), τον Ουρανό ( $e = 0.07$ ,  $a = 19.2$  AU) και τον Ποσειδώνα ( $e = 0.01$ ,  $a = 30.1$  AU) αποτελούν τους γίγαντες πλανήτες. Οι πλανήτες αυτοί χωρίζονται σε δύο υποκατηγορίες: στους αέριους γίγαντες (gas giants, Δίας και Κρόνος) και στους παγωμένους γίγαντες (ice giants, Ουρανός και Ποσειδώνας).



Εικόνα 6: Φωτογραφία του πλανήτη Δία από το διαστημόπλοιο *Voyager 1*. (NASA)

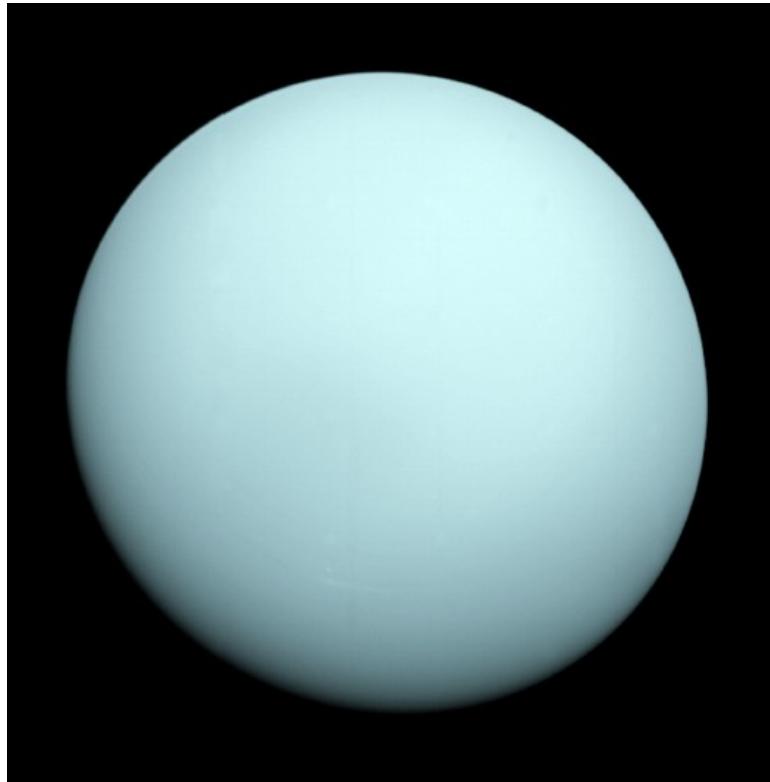
Οι αέριοι γίγαντες έχουν πολύ μεγαλύτερη μάζα από τους υπόλοιπους πλανήτες, με το Δία να έχει μάζα περίπου  $340 M_{\oplus}$ , όπου με  $M_{\oplus}$  συμβολίζουμε τη μάζα της Γης, και τον Κρόνο να έχει μάζα περίπου  $120 M_{\oplus}$ . Βέβαια, ακόμη και ο μεγαλύτερος πλανήτης (Δίας) έχει μόλις το 0.001 της μάζας του Ήλιου ( $M_{\odot}$ ). Έτσι, αν μπορούσαμε να παρατηρήσουμε το ηλιακό σύστημα από μακριά, πιθανότατα θα μπορούσαμε να αντιληφθούμε την ύπαρξη μόνο των δύο αέριων γιγάντων. Οι παγωμένοι γίγαντες έχουν μάζα περίπου  $20 M_{\oplus}$  και  $17 M_{\oplus}$  αντίστοιχα.



*Εικόνα 7: Φωτογραφία του πλανήτη Κρόνου και των δακτυλίων του από το διαστημόπλοιο Cassini. (NASA)*

Εκτός από τη μεγάλη διαφορά μάζας, η κύρια διαφορά των αέριων από τους παγωμένους γίγαντες έχει να κάνει με τη χημική σύστασή τους. Περισσότερο από το 90% της μάζας του Δία και του Κρόνου αποτελείται από αέριο υδρογόνο (H) και ήλιο (He), με το υπόλοιπο ποσοστό μάζας να αντιστοιχεί σε έναν στερεό πυρήνα (solid core) με μάζα  $\sim 10 M_{\oplus}$ . Αντίθετα, η σύσταση των παγωμένων γιγάντων κυριαρχείται από πετρώματα, νερό ( $H_2O$ ), αμμωνία ( $NH_3$ ) και μεθάνιο ( $CH_4$ , που τους δίνει το χαρακτηριστικό κυανό χρώμα) και μόλις 1-4  $M_{\oplus}$  σε H και He. Παρά τη φαινομενικά μεγάλη διαφορά στη σύσταση, οι δύο υποκατηγορίες έχουν ένα πολύ βασικό κοινό χαρακτηριστικό: στερεό πυρήνα με μάζα  $\sim 10 M_{\oplus}$ . Αυτή η παρατήρηση έχει οδηγήσει στη γενική παραδοχή του βασικού θεωρητικού προτύπου για το σχηματισμό γιγάντιων πλανητών, σύμφωνα με το οποίο ο σχηματισμός ενός στερεού πυρήνα αυτού του μεγέθους αποτελεί το πρώτο στάδιο σχηματισμού των γιγάντιων πλανητών καθώς και βασική προϋπόθεση για την περαιτέρω προσαύξηση μάζας (accretion, βλ.

Κεφάλαιο 7).



Εικόνα 8: Φωτογραφία του πλανήτη Ουρανού από το διαστημόπλοιο Voyager 2. (NASA)

Αξίζει να σημειωθεί η παράδοξη περιστροφική κίνηση του Ουρανού. Είναι ο μόνος γιγάντιος πλανήτης με *ανάδρομη ιδιοπεριστροφή* (retrograde rotation), καθώς η κλίση του άξονα περιστροφής του ως προς την εκλειπτική είναι  $98^{\circ}$ <sup>4</sup>. Πιθανές ερμηνείες αυτού του φαινομένου είναι (α) κάποια σύγκρουση του Ουρανού με ένα μικρότερο πλανήτη κατά το απώτερο παρελθόν, ή (β) μεγάλου πλάτους ταλαντώσεις του άξονα περιστροφής λόγω κάποιου (παροδικού) συντονισμού μεταξύ της περιστροφικής κίνησης του πλανήτη και των έντονα μεταβαλλόμενων τροχιών των μεγάλων πλανητών, κατά τα πρώτα στάδια σχηματισμού του συστήματος.

Τέλος, σημειώνουμε ότι όλοι οι γίγαντες πλανήτες έχουν αρκετά ισχυρό μαγνητικό πεδίο, κάτι το οποίο μπορεί να αποδοθεί στη διαφορική περιστροφή του στερεού πυρήνα τους, ως προς το ρευστό μανδύα που τον περιβάλλει.

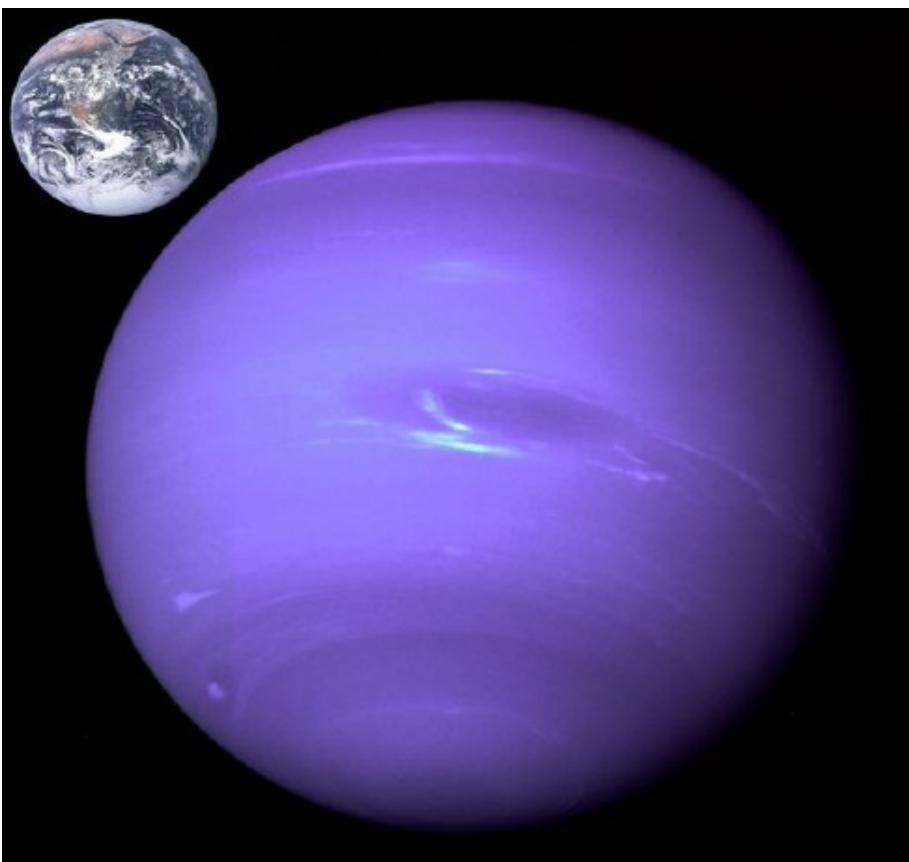
### Δίας

Ο Δίας είναι ο μεγαλύτερος πλανήτης του Ηλιακού Συστήματος. Η μάζα του είναι περισσότερο από διπλάσια από το σύνολο των μαζών των υπόλοιπων σωμάτων του Ηλιακού Συστήματος και, αν ήταν 80 φορές μεγαλύτερη, ο Δίας θα ήταν αιστέρας και

4 Η ιδιοπεριστροφή είναι διάνυσμα παράλληλο και ομόροπο με την ιδιοστροφορμή, το οποίο μπορεί να σχηματίζει οποιαδήποτε γωνία με την τροχιακή στροφορμή του πλανήτη, η οποία με τη σειρά της είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς. Αν η γωνία αυτή είναι μεγαλύτερη από  $90^{\circ}$ , τότε ο πλανήτης περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά προς αυτήν της περιφοράς του γύρω από τον Ήλιο.

όχι πλανήτης. Η σύσταση της ατμόσφαιράς του μοιάζει με τη σύσταση του Ήλιου, που αποτελείται κυρίως από υδρογόνο και ήλιο.

Οι πολύχρωμες φωτεινές και σκοτεινές ζώνες του οφείλονται σε ισχυρούς ανέμους στην ανώτερη ατμόσφαιρά του, οι οποίοι φυσούν στην κατεύθυνση Ανατολής-Δύσης. Τα λευκά σύννεφα αποτελούνται από κρυστάλλους αμμωνίας ενώ τα πιο σκούρα στην παρουσία άλλων χημικών ενώσεων. Το σχήμα των ζωνών και το χρώμα τους αλλάζουν σε χρονικές κλίμακες της τάξης των μηνών. Το πιο εκπληκτικό χαρακτηριστικό στον Δία είναι αναμφίβολα η *Μεγάλη Ερυθρά Κηλίδα*, ένας γιγαντιαίος αντι-κυκλώνας με διάμετρο ~40,000 χιλιόμετρα, που διαρκεί πάνω από 300 χρόνια. Το χρώμα της κηλίδας, που οφείλεται μάλλον στην παρουσία ενώσεων του θείου και του φωσφόρου, καθώς και το σχήμα της μεταβάλλονται αισθητά σε χρονικές κλίμακες επίσης μηνών.



Εικόνα 9: Φωτογραφία του πλανήτη Ποσειδώνα από το διαστημόπλοιο *Voyager 2*. Το γαλαζωπό χρώμα του πλανήτη οφείλεται στο μεθάνιο της ατμόσφαιράς του. Αριστερά επάνω εικονίζεται, για σύγκριση, η Γη. Οι σχηματισμοί στο κέντρο και αριστερά κάτω είναι πιθανόν σύννεφα. (NASA)

Ο Δίας έχει ένα μαγνητικό πεδίο ~20,000 φορές ισχυρότερο από αυτό της Γης. Περιστρέφεται πιο γρήγορα από κάθε άλλο πλανήτη, με περίοδο λίγο μικρότερη από 10 ώρες. Γι' αυτόν το λόγο η ισημερινή ακτίνα του είναι 7% μεγαλύτερη από την πολική.

Ο Δίας έχει έναν πυρήνα ίσο με ~10 φορές τη μάζα της Γης, ο οποίος περιβάλλεται από ένα στρώμα υγρού μεταλλικού υδρογόνου που εκτείνεται έως το 80%-90% της ακτίνας του, το οποίο με τη σειρά του περιβάλλεται από μια ατμόσφαιρα κυρίως από αέριο υδρογόνο.

Ο Δίας έχει τουλάχιστον 63 δορυφόρους. Από αυτούς οι τέσσερις μεγαλύτεροι, που ονομάζονται Ιώ, Ευρώπη, Γανυμήδης και η Καλλιστώ, ανακαλύφθηκαν από τον Γαλιλαίο και είναι γνωστοί ως γαλιλαϊκοί δορυφόροι.

Ο Γανυμήδης είναι ο μεγαλύτερος δορυφόρος στο Ηλιακό Σύστημα, μεγαλύτερος σε διαστάσεις ακόμη και από τον Ερμή και τον Πλούτωνα. Έχει όμως μόνο το 1/2 της μάζας του Ερμή, κάτι που συμφωνεί με την άποψη ότι στο αρχέγονο νέφος, από το οποίο δημιουργήθηκε το Ηλιακό Σύστημα, τα βαριά στοιχεία είχαν συγκεντρωθεί “κάτω” (προς τον Ήλιο) και τα ελαφρά “επάνω” (μακριά από τον Ήλιο). Είναι επίσης ο μόνος δορυφόρος που είναι γνωστό ότι έχει μαγνητικό πεδίο. Ο Γανυμήδης έχει μια ασυνήθιστη δομή, καθώς ένας μεγάλος υπόγειος υδάτινος ωκεανός βρίσκεται μεταξύ δύο στρωμάτων πάγου. Τσως μάλιστα να υπάρχει και αλληλουχία περισσότερων στρωμάτων πάγου και νερού. Ο Γανυμήδης συμμετέχει στον τροχιακό συντονισμό του Λαπλάς 1:2:4 (βλέπε παρακάτω) με άλλους δύο από τους γαλιλαϊκούς δορυφόρους, την Ευρώπη και την Ιώ.

Η Ιώ είναι το πιο ηφαιστειακά ενεργό σώμα στο Ηλιακό Σύστημα. Το θείο που εκλύεται από τα ηφαιστειά της δίνει Ιώ ένα κίτρινο-πορτοκαλί χρώμα. Η αιτία της ηφαιστειακής δραστηριότητας είναι οι παλιρροιες της στερεής επιφάνειάς της, οι οποίες οφείλονται στη βαρυτική έλξη του Δία και των άλλων γαλιλαϊκών δορυφόρων του. Λόγω της περιοδικής ανύψωσης και καταβύθισης της επιφάνειας της Ιούς αναπτύσσεται τριβή, η οποία μετατρέπει το μηχανικό έργο σε θερμότητα και λιώνει τα πετρώματα στο εσωτερικό της.

Η επιφάνεια της Ευρώπης αποτελείται κυρίως από παγωμένο νερό, που διασχίζεται από μακριές ρωγμές. Κάτω από τον πάγο πιστεύεται ότι υπάρχει ένας τεράστιος ωκεανός, που περιέχει διπλάσια ποσότητα νερού από αυτό της Γης και θα μπορούσε να φιλοξενεί ζωή.

Τέλος η Καλλιστώ έχει τη μικρότερη ανακλαστικότητα (albedo) από τους τέσσερις γαλιλαϊκούς δορυφόρους, κάτι που υποδηλώνει ότι η επιφάνειά της μπορεί να αποτελείται από σκοτεινά, άχρωμα πετρώματα.

Ο Δίας περιβάλλεται από τρεις αμυδρούς δακτυλίους, που ανακαλύφθηκαν από το διαστημόπλοιο Voyager 1 το 1979. Σε δύο περιοχές της τροχιάς του Δία που απέχουν  $60^{\circ}$  εκατέρωθεν του Δία, γύρω από τα σημεία ευσταθούς ισορροπίας Lagrange<sup>5</sup>, είναι συγκεντρωμένοι πολλοί αστεροειδείς που ονομάζονται Τρωικοί.

<sup>5</sup> Τα σημεία ισορροπίας Lagrange είναι δύο σημεία ευσταθούς ισορροπίας στο περιστρεφόμενο, μη αδρανειακό,

## Κρόνος

Ο Κρόνος είναι ο δεύτερος μεγαλύτερος πλανήτης στο Ηλιακό Σύστημα και, όπως και ο Δίας, αποτελείται κυρίως από υδρογόνο και ήλιο. Οι κίτρινες και χρυσαφιές ζώνες που παρατηρούνται στην ατμόσφαιρα του Κρόνου είναι το αποτέλεσμα ισχυρών ανέμων στην ανώτερη ατμόσφαιρα του πλανήτη. Η ταχεία περιστροφή του πλανήτη δίνει στον Κρόνο το σχήμα ελλειψοειδούς εκ περιστροφής, με την ισημερινή ακτίνα του να είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την πολική.

Ο Κρόνος έχει ένα μαγνητικό πεδίο περίπου 555 φορές πιο ισχυρό από αυτό της Γης. Έχει έναν πυρήνα από σίδηρο και πετρώματα 10-20 φορές μεγαλύτερης μάζας από ό,τι η Γη. Ο πυρήνας περιβάλλεται από ένα μανδύα από αμμωνία, μεθάνιο και νερό, ο οποίος με τη σειρά του περιβάλλεται από ένα στρώμα υγρού μεταλλικού υδρογόνου και αερίου ηλίου. Στο όριο με την ατμόσφαιρά του το υδρογόνο βρίσκεται στην αέρια φάση.

Ο Κρόνος έχει τουλάχιστον 62 δορυφόρους. Δεδομένου ότι ο πλανήτης ονομάστηκε από τον θεό Κρόνο, άρχοντα των Τιτάνων στην ελληνική μυθολογία, οι περισσότεροι από τους δορυφόρους του έχουν πάρει το όνομά τους από τους Τιτάνες και τους απογόνους τους, καθώς και από μύθους των Εσκιμώων, των Γαλατών και των Νορβηγών. Ο μεγαλύτερος δορυφόρος του Κρόνου, ο Τιτάνας, είναι ελαφρά μεγαλύτερος από τον Ερμή και είναι ο δεύτερος μεγαλύτερος δορυφόρος στο Ηλιακό Σύστημα μετά τον Γανυμήδη (η Σελήνη έρχεται πέμπτη στη σειρά). Ο Τιτάνας περιβάλλεται από μια πυκνή, πλούσια σε άζωτο ατμόσφαιρα, η οποία περιέχει υδρογονάνθρακες, κυρίως μεθάνιο, το οποίο υγροποιείται και πέφτει στην επιφάνειά του υπό μορφή βροχής. Οι δορυφόροι Παν και Άτλας έχουν περίεργο ελλειψοειδές σχήμα, ενώ ο Ιαπετός έχει τη μία πλευρά του τόσο φωτεινή όσο το χιόνι και την άλλη τόσο σκοτεινή όσο ο άνθρακας. Ο Εγκέλαδος έχει μεγάλο αριθμό από θερμοπίδακες (geyser) στο νότιο πόλο του. Μερικοί από τους δορυφόρους, όπως ο Προμηθέας και η Πανδώρα, συγκρατούν το υλικό των γνωστών δακτυλίων του πλανήτη και τους εμποδίζουν να διαλυθούν.

Τους δακτυλίους παρατήρησε πρώτος ο Γαλιλαίος με το πρωτόγονο τηλεσκόπιό του, θεωρώντας ότι είναι “προέκταση” του πλανήτη. Στη συνέχεια, μετά από παρατηρήσεις από επίγεια τηλεσκόπια και από την αποστολή Voyager 2, διαπιστώθηκε ότι ο Κρόνος έχει δεκάδες δακτυλίων που αποτελούνται από σωματίδια τυπικής διαμέτρου από ένα χιλιοστόμετρο μέχρι 10 μέτρα. Παρόλο που οι δακτύλιοι απέχουν χιλιάδες χιλιόμετρα από τον πλανήτη, έχουν τυπικό πάχος μόνο 10 μέτρα, δηλαδή ουσιαστικά είναι επίπεδα αντικείμενα.

---

σύστημα αναφοράς του επίπεδου περιορισμένου προβλήματος των τριών σωμάτων. Σε αυτό το δυναμικό σύστημα ο Δίας θεωρείται ότι κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τον Ήλιο και ότι οι αστεροειδείς, που είναι σωματίδια χωρίς μάζα, κινούνται στο επίπεδο της τροχιάς του Δία. Ένα αβαρές σωματίδιο που τοποθετείται στη θέση αυτών των σημείων με μέτρο ταχύτητας όσο και της ταχύτητας του Δία και διεύθυνση εφαπτομενική στην τροχιά του Δία συνεχίζει να κινείται πάνω στην τροχιά του Δία με την ίδια γωνιακή ταχύτητα με αυτόν. Επομένως στο σύστημα αναφοράς στο οποίο ο Δίας είναι ακίνητος το σωματίδιο αυτό φαίνεται να ισορροπεί πάνω στα σημεία Lagrange. Η μικρή -αλλά μη μηδενική- εκκεντρότητα του Δία δεν διαταράσσει σημαντικά αυτήν την κατάσταση ισορροπίας.

## *Ουρανός*

Παρόλο που ο Ουρανός είναι ορατός με γυμνό οφθαλμό ως ένας “αμυδρός” αστέρας μεγέθους μικρότερο από 6 (που είναι και το όριο παρατήρησης σωμάτων με γυμνό οφθαλμό), ανακαλύφθηκε μόλις το 1781 από τον Άγγλο ερασιτέχνη αστρονόμο Herschel κινείται πολύ αργά μεταξύ των απλανών αστέρων, αφού έχει περίοδο περιφοράς 84 έτη. Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του είναι ότι ο άξονας περιστροφής του βρίσκεται σχεδόν πάνω στο επίπεδο της τροχιάς του.

Το κυανο-πράσινο χρώμα του Ουρανού οφείλεται στην παρουσία μεθανίου στην ατμόσφαιρά του, η οποία κατά τα άλλα αποτελείται από υδρογόνο και ήλιο. Το εσωτερικό του πλανήτη αποτελείται κυρίως από πάγους νερού, μεθανίου και αμμινίας, και για το λόγο αυτό ο Ουρανός, όπως και ο “αδελφός” πλανήτης του Ποσειδώνας, αποκαλούνται και “παγωμένοι γίγαντες”. Ο πυρήνας του αποτελείται από μεταλλα (σίδηρο και μαγνήσιο) και πυρίτιο.

Οι μαγνητικοί πόλοι των περισσότερων πλανητών συνήθως βρίσκονται κοντά στους γεωγραφικούς. Ο Ουρανός αποτελεί εξαιρεση, αφού οι μαγνητικοί πόλοι βρίσκονται σε απόσταση  $60^{\circ}$  από τους γεωγραφικούς.

Ο Ουρανός ήταν ο πρώτος πλανήτης που διαπιστώθηκε ότι έχει δακτυλίους, μετά τον Κρόνο. Έχει επίσης 27 γνωστούς δορυφόρους, τα ονόματα των οποίων έχουν παρθεί από τα ονόματα πνευμάτων που αναφέρονται σε έργα του William Shakespeare και του Alexander Pope. Οι μεγαλύτεροι από αυτούς είναι ο Όμπερον, η Τιτάνια, ο Αριήλ, ο Ουμπριήλ και η Μιράντα. Ο Ουρανός έχει επίσης και σώματα που τον ακολουθούν στην περιφορά του περί τον Ήλιο ευρισκόμενα στα σημεία Lagrange, αντίστοιχα με τους Τρωικούς αστεροειδείς που ακολουθούν τον Δία.

## *Ποσειδώνας*

Ο Ποσειδώνας ήταν ο πρώτος πλανήτης του οποίου η ύπαρξη πρώτα προβλέφθηκε θεωρητικά (από τον Γάλλο Leverrier) και έπειτα επιβεβαιώθηκε παρατηρησιακά (από τον Γερμανό Galle). Η θεωρητική πρόβλεψη βασίστηκε στις παρατηρούμενες “ανωμαλίες” της τροχιάς του Ουρανού, οι οποίες δεν μπορούσαν να ερμηνευθούν με βάση τη βαρυτική έλξη των υπόλοιπων πλανητών. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο πλανήτης αυτός είχε παρατηρηθεί με τηλεσκόπιο από τον Γαλιλαίο, ο οποίος όμως τον είχε εκλάβει για απλανή αστέρα, λόγω της εξαιρετικά αργής κίνησής του μεταξύ των απλανών αστέρων, αφού η περίοδος περιφοράς του περί τον Ήλιο είναι 179 έτη.

Η εικόνα του Ποσειδώνα που έχουμε από την αποστολή Voyager 2 είναι παρόμοια με αυτήν του Ουρανού. Ο πλανήτης έχει μια κυανο-πράσινη απόχρωση που οφείλεται εν μέρει στην απορρόφηση του ερυθρού τμήματος του φάσματος από το μεθάνιο της ατμόσφαιρας, η οποία αποτελείται κατά βάση από υδρογόνο και ήλιο.

Κάτω από την ατμόσφαιρά του υπάρχει, όπως και στον Ουρανό, ένας μανδύας από παγωμένο νερό, αιμιλωνία και μεθάνιο. Τέλος ο βραχώδης πυρήνας του από σίδηρο, μαγνήσιο και πυρίτιο έχει το μέγεθος της Γης.

Ο Ποσειδώνας έχει μαγνητικό πεδίο 27 φορές ισχυρότερο από αυτό της Γης και, όπως και στον Ουρανό, οι μαγνητικοί πόλοι του απέχουν σημαντικά από τους γεωγραφικούς, εδώ κατά  $47^{\circ}$ .

Ο Ποσειδώνας βρίσκεται σε τροχιακό συντονισμό 2:3 με τον Πλούτωνα, γεγονός που προφυλάσσει τα δύο αυτά σώματα από σύγκρουση, παρόλο που κάθε 248 χρόνια η έκκεντρη τροχιά του Πλούτωνα οδηγεί τον πλανήτη αυτόν μέσα από την τροχιά του Ποσειδώνα για 20 περίπου έτη. Λόγω του συντονισμού, τη στιγμή που ο Πλούτωνας διασκίζει την τροχιά του Ποσειδώνα ο τελευταίος βρίσκεται πάντα σε μεγάλη απόσταση από τον Πλούτωνα.

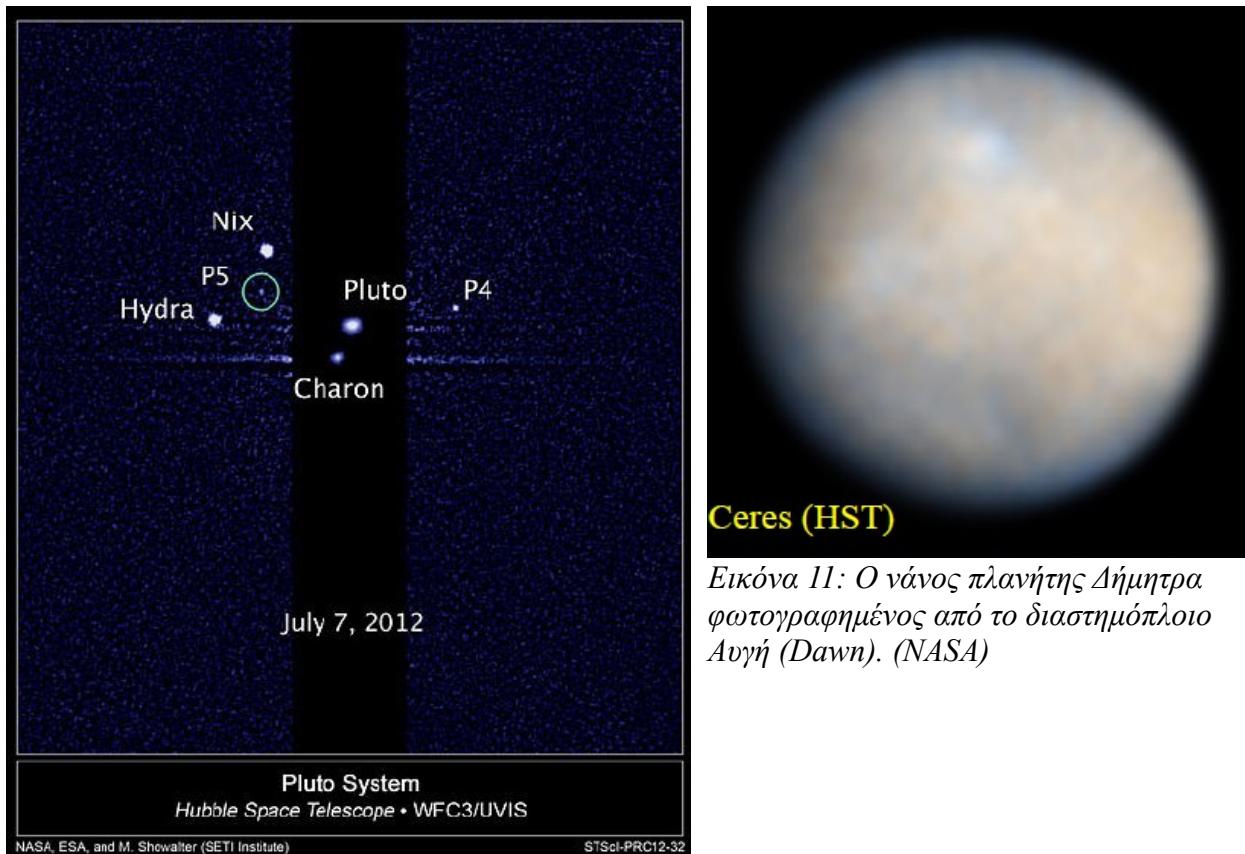
Ο Ποσειδώνας έχει 14 γνωστούς δορυφόρους, που πήραν το όνομά τους από θαλάσσιους θεούς και νύμφες της ελληνικής μυθολογίας. Ο μεγαλύτερος είναι ο Τρίτων, που είναι και ο μόνος από τους 14 δορυφόρους με σφαιρικό σχήμα. Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του είναι ότι περιφέρεται γύρω από τον Ποσειδώνα με φορά αντίθετη προς την φορά περιστροφής του πλανήτη. Αυτό ίσως να υποδεικνύει ότι ο Τρίτων ήταν παλαιότερα ένας νάνος πλανήτης, σαν τη Δήμητρα, ο οποίος “συνελήφθη” βαρυτικά από τον Ποσειδώνα σε μεταγενέστερη εποχή. Οι δακτύλιοι του Ποσειδώνα είναι ασυνήθιστοι, κατά το ότι η ύλη τους δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη κατά μήκος των δακτυλίων, αλλά είναι περιορισμένη σε συγκεκριμένα τόξα.

## 1.7 Νάνοι πλανήτες

### Πλούτωνας

Οι πιο γνωστοί από τους νάνους πλανήτες (dwarf planets) του ηλιακού συστήματος είναι ο Πλούτωνας (πρώην πλανήτης,  $a = 39$  AU,  $e = 0.25$  και κλίση  $i = 17^{\circ}$  ως προς την εκλειπτική<sup>6</sup>) και η Δήμητρα (lat. Ceres, πρώην αστεροειδής,  $a = 2.7$  AU). Πρόκειται για σφαιρικά αντικείμενα μικρής μάζας και διαμέτρου (~1,000 km). Επιπλέον, πρόσφατα ανακαλύφθηκαν και άλλα αντικείμενα, συγκρίσιμου μεγέθους με τον Πλούτωνα, που περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο σε ακόμη μεγαλύτερες αποστάσεις από αυτόν –αναμένεται, μάλιστα, να ανακαλυφθούν ακόμη περισσότερα σε αυτήν την περιοχή της ζώνης Edgeworth-Kuiper (αυτός είναι, άλλωστε, ένας από τους κύριους λόγους που ώθησαν την IAU να αναθεωρήσει τον ορισμό του πλανήτη).

<sup>6</sup> Εκλειπτική ονομάζεται το επίπεδο της τροχιάς της Γης, το οποίο σε πρώτη προσέγγιση είναι σταθερό. Ο όρος προέρχεται από τους αρχαίους Έλληνες φυσικούς φιλοσόφους, οι οποίοι είχαν παρατηρήσει ότι εκλείψεις συμβαίνουν μόνον όταν ο Ήλιος και η Σελήνη διέρχονται από μια γραμμή στον ουρανό, η οποία ορίζεται από την τομή του επιπέδου τη εκλειπτικής με την ουράνια σφαίρα.



*Εικόνα 10: Ο νάνος πλανήτης Πλούτωνας και το σύστημα των 5 γνωστών, μέχρι σήμερα, δορυφόρων του (NASA)*

Η τροχιά του Πλούτωνα διαφέρει σημαντικά από τις τροχιές των οκτώ πλανητών, επειδή έχει μεγάλη εκκεντρότητα και μεγάλη κλίση του σε σχέση με το μέσο επίπεδο των τροχιών των υπόλοιπων πλανητών. Αυτό το γεγονός, σε συνδυασμό με τη μικρή μάζα του, αποτελούσαν πάντοτε μια “ενοχλητική παραφωνία” για τους επιστήμονες. Σήμερα πιστεύουμε ότι η διαδικασία σχηματισμού πλανητών έχει εξαιρετικά μικρή αποδοτικότητα σε τόσο μεγάλες αποστάσεις από τον ήλιο (~40 AU), σε σύγκριση με την περιοχή των αέριων γιγάντων (5-10 AU). Με άλλα λόγια σε αποστάσεις μεγαλύτερες από τη ζώνη των γιγαντιαίων πλανητών δεν είναι δυνατό να δημιουργηθούν πλανήτες με μάζες παρόμοιες με αυτές των οκτώ πλανητών, επειδή ο ρυθμός συγκέντρωσης μάζας από τον πρωταρχικό δίσκο αερίου και σκόνης είναι χαμηλός και δεν “προλαβαίνει” να συγκεντρώθει αρκετή μάζα πριν διαλυθεί ο δίσκος λόγω της πίεσης της ηλιακής ακτινοβολίας. Επομένως ο Πλούτωνας (και τα υπόλοιπα αντικείμενα της περιοχής του) δε θα μπορούσε να έχει εξελιχθεί σε “κανονικό” πλανήτη.

Ο Πλούτωνας αποτελεί ουσιαστικά διπλό σύστημα (binary) με τον μεγαλύτερο από τους πέντε δορυφόρους του, τον Χάροντα. Μάλιστα, είναι το μόνο διπλό σύστημα σωμάτων στο ηλιακό σύστημα που το κέντρο μάζας του βρίσκεται έξω από την φυσική ακτίνα του μεγαλύτερου σώματος (Πλούτωνας). Αυτό οφείλεται στον σχετικά μεγάλο λόγο μαζών (~1/10) των δύο σωμάτων. Η αποστολή New Horizons της NASA,

που έφτασε στον Πλούτωνα το καλοκαίρι του 2015, αναμένεται να δώσει σημαντικά αποτελέσματα.

### Δήμητρα

Η Δήμητρα (που περιλαμβανόταν στον κατάλογο των αστεροειδών αλλά πρόσφατα αναβαθμίστηκε σε νάνο πλανήτη) είναι το πρώτο, κατά χρονολογική σειρά ανακάλυψης, μικρό σώμα του Ηλιακού Συστήματος. Ανακαλύφθηκε από τον ιερέα Giuseppe Piazzi την πρωτοχρονιά του 1801. Βρίσκεται περίπου στο μέσον της ζώνης των αστεροειδών (asteroid belt), άρα όχι πολύ μακριά από τη Γη, κι έτσι είναι “προσβάσιμη” σε διαστημικές αποστολές. Η αποστολή Dawn της NASA έφτασε στην Δήμητρα την άνοιξη του 2015, έχοντας ήδη αφιερώσει ένα χρόνο μελετώντας τον αστεροειδή *Εστία* (lat. Vesta).

### 1.8 Δορυφόροι και Δακτύλιοι

Μια ματιά στους σχετικούς πίνακες αρκεί για να γίνει αντιληπτή μια ακόμη διαφορά μεταξύ των γιγάντιων και των γήινων πλανητών: οι πρώτοι περιβάλλονται από πολυπληθή συστήματα δορυφόρων και δακτυλίων σκόνης, ενώ οι δεύτεροι έχουν από κανέναν μέχρι δύο δορυφόρους.



Σχεδίαση 1: Η Σελήνη φωτογραφημένη από το Βόρειο Ήμισφαίριο της Γης  
(GHRevera/Wikimedia Commons)

Συγκεκριμένα ο Ερμής και η Αφροδίτη δεν έχουν δορυφόρους. Η Γη έχει έναν δορυφόρο (τη Σελήνη) και ο Άρης έχει δύο (τον Φόβο και τον Δείμο). Με μια προσεκτικότερη ματιά, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι η Σελήνη είναι σφαιρική και η μάζα της είναι περίπου το 1/80 της μάζας της Γης, ενώ οι δύο δορυφόροι του Άρη έχουν αναλογικά πολὺ μικρότερη μάζα και σχετικά ασύμμετρο σχήμα. Αυτές οι διαφορές καταδεικνύουν πιθανόν διαφορετική διαδικασία σχηματισμού για κάθε σύστημα.

Το επικρατέστερο μοντέλο για τη δημιουργία της Σελήνης είναι αυτό της σύγκρουσης της πρωτο-Γης με έναν άλλο πρωτο-πλανήτη, συγκρίσιμο σε μάζα με τον Άρη. Τα θραύσματα μιας τέτοιας σύγκρουσης θα μπορούσαν να επανενωθούν σχετικά γρήγορα, δημιουργώντας έτσι τη Σελήνη. Αυτό το μοντέλο ερμηνεύει την αξιοπρόσεκτη ομοιότητα που έχει η σύσταση των πετρωμάτων της Σελήνης με αυτών της Γης. Αντίθετα, η πιθανότερη ερμηνεία για την ύπαρξη των δορυφόρων του Άρη είναι η *βαρυτική παγίδευσή* τους (gravitational trapping). Σύμφωνα με αυτήν τη θεωρία, οι δύο δορυφόροι του Άρη δεν είναι παρά δύο μικροί πλανητοειδείς (planetesimals) – από αυτούς που απετέλεσαν τους δομικούς λίθους των πλανητών – οι οποίοι έτυχε, περνώντας κοντά από τον Άρη να συλληφθούν από αυτόν λόγω της παρουσίας, εκείνη τη στιγμή, κάποιου τρίτου σώματος.



Εικόνα 12: Ο Δίας με τους τέσσερις "γαλιλαϊκούς" δορυφόρους του (Wikipedia Commons?)

Από τα παραπάνω είναι εμφανές ότι η ύπαρξη των δορυφόρων των γήινων πλανητών οφείλεται μάλλον σε σύμπτωση – όσο μπορεί να θεωρηθεί σύμπτωση ένα φαινόμενο

το οποίο επαναλήφθηκε εκατομμύρια φορές (συγκρούσεις), προκειμένου να φτιαχτούν τελικά οι πλανήτες. Η “σύμπτωση” έχει να κάνει με τη χρονική περίοδο που αυτά τα γεγονότα συνέβησαν, όταν ο σχηματισμός των πλανητών ήταν προς το τέλος του και η αριθμητική πυκνότητα των πλανητοειδών ήταν, πια, πολύ μικρή σε σχέση με πριν.



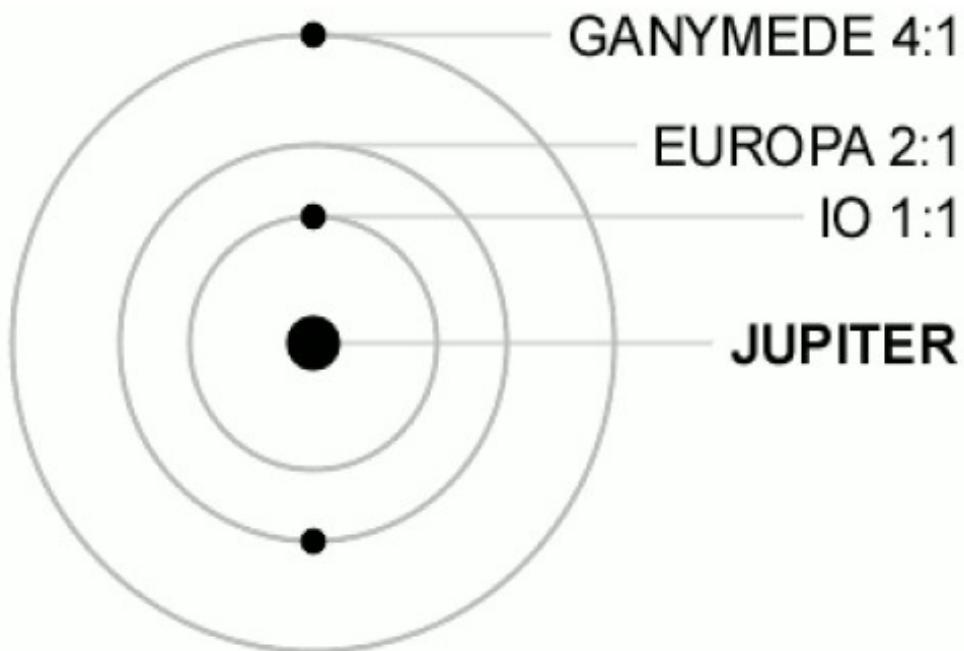
Εικόνα 13: Σύγκριση των μεγέθους των τεσσάρων "γαλιλαϊκών" δορυφόρων του Δία. Από αριστερά, κατά σειρά αύξουσας απόστασης από τον Δία: Ιώ, Ευρώπη, Γανυμήδης, Καλλιστώ. Οι φωτογραφίες έχουν ληφθεί από το διαστημόπλοιο *Galileo Orbiter*. (NASA)

Αντίθετα, ευνοϊκές συνθήκες για το σχηματισμό δορυφόρων φαίνεται ότι επικρατούν στη γειτονιά ενός γιγάντιου πλανήτη. Όλοι οι γίγαντες περιβάλλονται από (α) ένα ολιγομελές σύστημα κανονικών δορυφόρων (regular satellites), των οποίων οι τροχιές είναι σχεδόν τέλειοι κύκλοι, με μικρή σχετικά ακτίνα και πάνω στο επίπεδο του ισημερινού του, (β) ένα πολυπληθές σύστημα πολύ μικρότερων, μη-κανονικών δορυφόρων (irregular satellites), που κινούνται σε πολύ ελλειπτικές τροχιές, σε μεγαλύτερες αποστάσεις από τον πλανήτη και με τροχιακές κλίσεις που μπορεί να έχουν οποιαδήποτε τιμή (από 0 έως 180°) και (γ) ένα σύστημα ισημερινών δακτυλίων (rings) που αποτελούνται από πολύ μικρά, στερεά υπολείμματα (debris) – πιθανότατα τα απομεινάρια της διαδικασίας σχηματισμού των δορυφόρων.

Η εικόνα που εμφανίζουν οι γίγαντες πλανήτες είναι αυτή μιας μικρογραφίας ενός πλανητικού συστήματος. Είναι μάλιστα σχεδόν βέβαιο ότι η διαδικασία σχηματισμού των δορυφόρων των γιγάντιων πλανητών μοιάζει αρκετά με τη διαδικασία σχηματισμού των πλανητών: Ένας δίσκος πρωτο-δορυφόρων (proto-satellite disc) που αποτελείται κυρίως από στερεά υλικά (πλανητοειδείς με μέγεθος μερικών χιλιομέτρων) περιβάλλει αρχικά τον πλανήτη. Μέσω διαδοχικών συγκρούσεων σχηματίζεται ένας μικρός αριθμός μεγάλων (κανονικών) δορυφόρων. Το υπόλοιπο υλικό σχηματίζει τους μη-κανονικούς δορυφόρους και τους δακτυλίους.

Σε αυτό το γενικό θεωρητικό σχήμα, αξίζει να σημειώσουμε δύο μικρές παραφωνίες: (α) ο μεγαλύτερος δορυφόρος του Ποσειδώνα (*Tritonας*) είναι μη-κανονικός, με την κλίση του επιπέδου της τροχιάς του να είναι ίση με 157° ως προς τον ισημερινό του

πλανήτη, κάτι που συνηγορεί μάλλον υπέρ της βαρυτικής σύλληψης του Τρίτωνα παρά υπέρ του σχηματισμού του σύμφωνα με το γενικό σενάριο, και (β) οι δακτύλιοι του Κρόνου είναι – ως γνωστόν – πολύ πιο φωτεινοί, σε σχέση με τους δακτυλίους των υπόλοιπων γιγάντων, γεγονός που οφείλεται στη μεγάλη επιφανειακή πυκνότητά τους. Χωρίς να υπάρχει γενικώς αποδεκτή ερμηνεία γι' αυτό το φαινόμενο, είναι πιθανό οι δακτύλιοι του Κρόνου να “εμπλουτίστηκαν” με επιπλέον υλικό, το οποίο προήλθε από τη διάλυση (μέσω σύγκρουσης, βέβαια) ενός δορυφόρου που βρισκόταν κάποτε στη γειτονιά των δακτυλίων του. Έτσι, είναι πιθανό οι δακτύλιοι του Κρόνου, όπως παρατηρούνται σήμερα, να μην αποτελούν αρχέγονο σχηματισμό.



Εικόνα 14: Σκαρίφημα για την επεξήγηση του συντονισμού Laplace 1:2:4 μεταξύ τριών από τους γαλιλαϊκούς δορυφόρους του Δία. (WolfmanSF/Wikimedia Commons)

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τροχιές των κανονικών δορυφόρων των γιγάντων πλανητών τείνουν να σχηματίζουν συντονισμούς τροχιακών περιόδων (orbital resonances). Πιο χαρακτηριστικός είναι ο τριπλός συντονισμός, ο ονομαζόμενος συντονισμός του Laplace<sup>7</sup> μεταξύ των τριών πλησιέστερων προς το Δία κανονικών δορυφόρων του (Ιώ, Ευρώπη, Γανυμήδης – ο τέταρτος από τους γαλιλαϊκούς δορυφόρους ονομάζεται Καλλιστώ). Συγκεκριμένα, οι τροχιές των τριών αυτών σωμάτων έχουν λόγο περιόδων 1:2:4 (δηλαδή, για κάθε μία περιφορά του Γανυμήδη γύρω από το Δία, η Ευρώπη εκτελεί δύο και η Ιώ τέσσερις περιφορές). Παρόμοιες σχέσεις ρητού συντονισμού μπορεί κανείς να εντοπίσει ανάμεσα και σε δορυφόρους του Κρόνου. Επίσης, αρκετοί δορυφόροι βρίσκονται πολύ κοντά (αλλά όχι ακριβώς!) σε αντίστοιχους συντονισμούς. Η ύπαρξη συντονισμένων κινήσεων δεν μπορεί να αποδοθεί στην τύχη. Όπως θα δούμε στα επόμενα κεφάλαια, τα βαρυτικά συστήματα με μικρό

<sup>7</sup> Συντονισμός Laplace ονομάζεται ο συντονισμός μεταξύ τριών (ή περισσότερων) σωμάτων, με λόγους τροχιακών περιόδων απλούς ακέραιους αριθμός. Σημειώνεται ότι ο συντονισμός Λαπλάς 1:2:4 δεν φαίνεται να είναι σπάνιος, αφού εμφανίζεται και στο εξωπλανητικό σύστημα Gliese 876 e, b και c.

αριθμό σωμάτων έχουν την τάση να σχηματίζουν συντονισμούς, κατά τη διαδικασία σχηματισμού τους. Σημαντικό ρόλο σε αυτό παίζει η ύπαρξη μη-συντηρητικών δυνάμεων, που οδηγούν σε μικρές (αλλά συνεχείς) μεταβολές της μηχανικής ενέργειας των σωμάτων.

Ένα παράδειγμα μη συντηρητικής δύναμης είναι αυτή που εμφανίζεται λόγω της απώλειας μηχανικής ενέργειας ενός δορυφόρου που υφίσταται ένα σύστημα πλανήτη-δορυφόρου, η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω της τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ παρακείμενων στρωμάτων στο εσωτερικό του δορυφόρου. Το φαινόμενο αυτό, εκτός από τη μεταβολή της τροχιάς των δορυφόρων, προκαλεί και την εμφάνιση ηφαιστειακής δραστηριότητας σε κάποιους από αυτούς, όπως η Ιώ και ο Εγκέλαδος (του Κρόνου). Επίσης, οι παλιρροιογόνες δυνάμεις των πλανητών προκαλούν τη μηχανική παραμόρφωση (mechanical deformation) της επιφάνειας των δορυφόρων, κάτι που μπορεί να είναι παρατηρήσιμο. Έτσι, η παγωμένη Ευρώπη εμφανίζει ρωγμές στην επιφάνειά της, που υποδηλώνουν την ύπαρξη υγρού ωκεανού κάτω από το περίβλημα του πάγου, καθιστώντας την υποψήφια για φιλοξενία κάποιας μορφής υποθαλάσσιας ζωής!

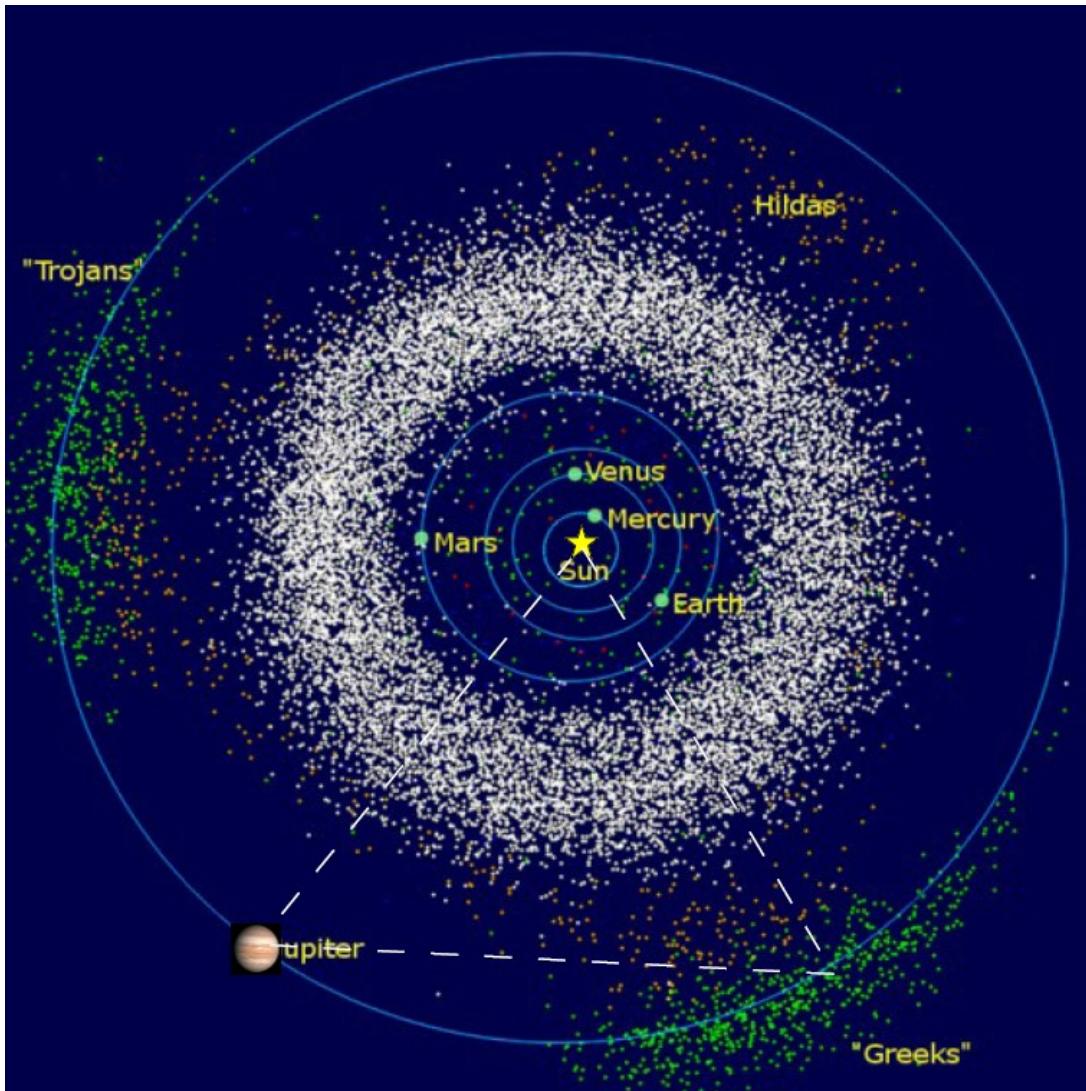
Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι αρκετοί δορυφόροι (όπως η Σελήνη, η Ιώ, ο Τρίτωνας και βέβαια ο Τιτάνας του Κρόνου) έχουν ατμόσφαιρα, αν και αρκετά διαφορετική από αυτήν της Γης.

## 1.9 Ελάσσονες πλανήτες και κομήτες

Οι ελάσσονες πλανήτες (minor planets) του ηλιακού συστήματος είναι πιο γνωστοί με το όνομα αστεροειδείς (asteroids). Πρόκειται για μικρά, στερεά αντικείμενα, με διάμετρο από μερικές δεκάδες μέτρα (όση είναι η διακριτική ικανότητά των παρατηρήσεών μας) μέχρι και μερικές εκατοντάδες χιλιόμετρα. Σήμερα, γνωρίζουμε με ακρίβεια τις τροχιές περίπου 400,000 αστεροειδών. Η συνολική μάζα των αστεροειδών εκτιμάται σε μόλις  $\sim 0.005 M_{\odot}$ , με τους τέσσερις μεγαλύτερους να συνιστούν το  $\sim 50\%$  αυτής. Προφανώς, η συντριπτική πλειοψηφία των αστεροειδών είναι πολύ μικροί.

Σήμερα, πιστεύουμε ότι οι αστεροειδείς (όπως και οι κομήτες) αποτελούν τα απομεινάρια των αρχικών πλανητοειδών του πρωτο-πλανητικού δίσκου που πότε δεν συνενώθηκαν, ώστε να σχηματίσουν κάποιον πλανήτη – αντίθετα, παλαιότερα πιστεύαμε ότι είναι τα απομεινάρια ενός πλανήτη που διαλύθηκε μετά από μια βίαιη σύγκρουση. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι το υλικό απ' το οποίο αποτελούνται είναι αρχέγονο, αφού, σε αντίθεση με ό,τι συνέβη στο εσωτερικό των πλανητών, οι περισσότεροι αστεροειδείς ποτέ δεν υπέστησαν γεωλογική διαφοροποίηση (differentiation). Έτσι, η ανάλυση υλικού που προέρχεται από αστεροειδείς είναι ουσιαστικά ο μόνος τρόπος να αποκτήσουμε άμεση γνώση για την περίοδο γένεσης του ηλιακού συστήματος. Αυτός είναι ο λόγος που τα τελευταία χρόνια πολλές διαστημικές αποστολές έχουν ως άμεσο στόχο τη συλλογή υλικού από αστεροειδείς και κομήτες και τη μεταφορά του στη Γη για ανάλυση. Οι αποστολές *Hayabusa* της

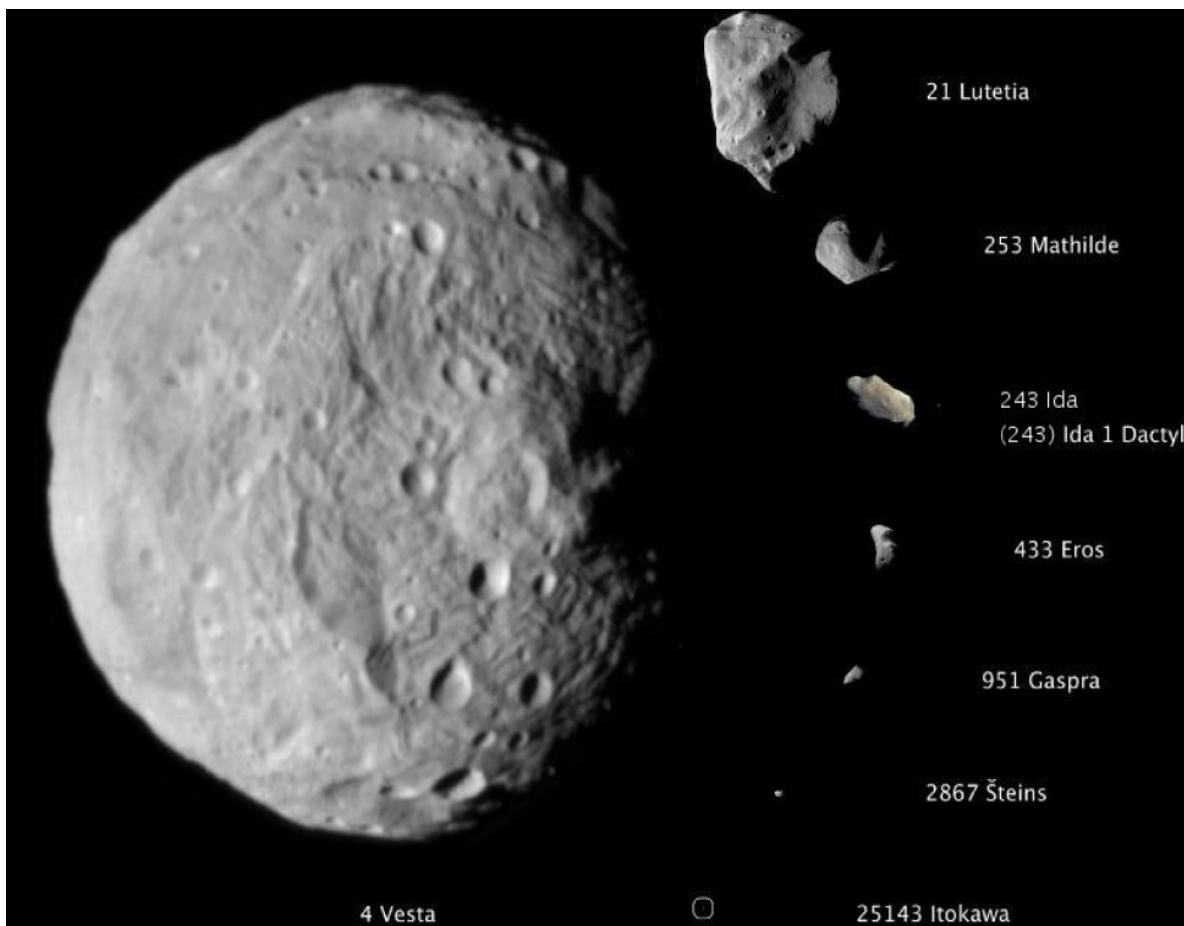
JAXA (Ιαπωνία) και Deep Impact της NASA έχουν ήδη πετύχει αυτό το στόχο, επισκεπτόμενες αντίστοιχα τον αστεροειδή Itokawa και τον κομήτη Swift-Tuttle.



Εικόνα 15: Το εσωτερικό ηλιακό σύστημα με τους Τρωικούς αστεροειδείς και την οικογένεια της Χίλντας. Οι "Ελληνες" βρίσκονται "μπροστά" από τον Δία κατά την αριστερόστροφη φορά περιφοράς του Δία περί τον Ήλιο) και οι "Τρώες" πίσω τουν. Σχεδόν όλα τα σώματα του Ηλιακού Συστήματος κινούνται αριστερόστροφα, αν τα κοιτάζουμε από τον Βόρειο Πόλο της Γης. Ήλιος-Δίας-Τρωικοί σχηματίζουν δύο ισόπλευρα τρίγωνα. (Mdf/Wikimedia Commons)

Η πλειονότητα των αστεροειδών κινείται σε τροχιές με ημιάξονες ανάμεσα σε 2 και 4 AU – μεταξύ των τροχιών του Άρη και του Δία. Αυτή η δακτυλιοειδής περιοχή ονομάζεται κύρια ζώνη των αστεροειδών (main asteroid belt). Οι τροχιές των αστεροειδών είναι αρκετά ελλειπτικές, με εκκεντρότητες μέχρι και ~0.4. Επίσης, η κλίση του επιπέδου της τροχιάς τους (ως προς την εκλειπτική) μπορεί να ξεπερνά και τις 30°. Είναι φανερό ότι η ζώνη των αστεροειδών δεν μπορεί να θεωρηθεί ως ένας σχεδόν επίπεδος δίσκος. Στα επόμενα κεφάλαια (βλ. Κεφάλαια 2,3) θα δούμε ότι αυτή η απόκλιση από τη "συνεπίπεδη" μορφολογία των πλανητικών τροχιών οφείλεται στις παρελκτικές διαταραχές που εξασκούν στους αστεροειδείς οι

πλανήτες, εδώ και 4,6 Gy.



*Εικόνα 16: Οι αστεροειδείς που έχουν φωτογραφηθεί από διαστημικές αποστολές, κατά σειρά μεγέθους. Στην εικόνα δεν περιλαμβάνεται η Δήμητρα, η οποία σήμερα κατατάσσεται στους νάνους πλανήτες. (NASA)*

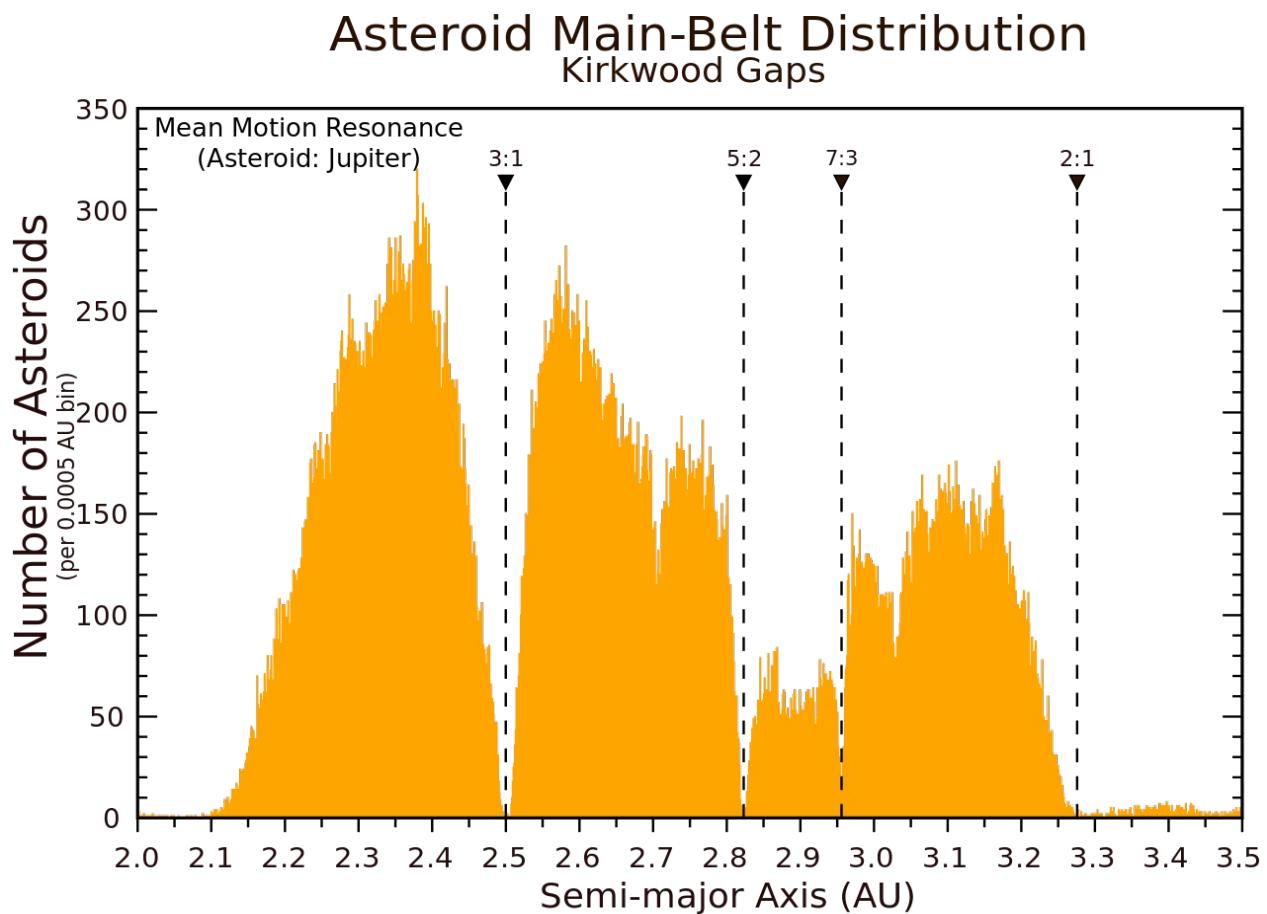
Η κατανομή των τροχιών των αστεροειδών χαρακτηρίζεται από ορισμένα βασικά παρατηρησιακά δεδομένα:

(α) η αριθμητική πυκνότητα των αστεροειδών δεν είναι ομαλή συνάρτηση του  $a$ . Αντίθετα, εμφανίζει συγκεκριμένα απότομα ελάχιστα (με σχεδόν μηδενική πυκνότητα) που συμπίπτουν με εκείνες τις τιμές του  $a$  για τις οποίες έχουμε ρητό συντονισμό περιόδων με τον πλανήτη Δία. Αυτά είναι τα περίφημα διάκενα που πρώτος παρατήρησε ο Kirkwood (1867) – εξ ού και η ονομασία “Kirkwood gaps” – και αντιστοιχούν στους συντονισμούς 4:1, 3:1, 5:2, 7:3 και 2:1. Σήμερα γνωρίζουμε ότι τα διάκενα του Kirkwood δεν ήταν πάντοτε άδεια αλλά εκκενώθηκαν με την πάροδο του χρόνου, καθώς οι τροχιές των αστεροειδών σε αυτούς τους συντονισμούς είναι ασταθείς και έχουν την τάση να διαφύγουν από τη ζώνη (θα δούμε περισσότερα στη συνέχεια).

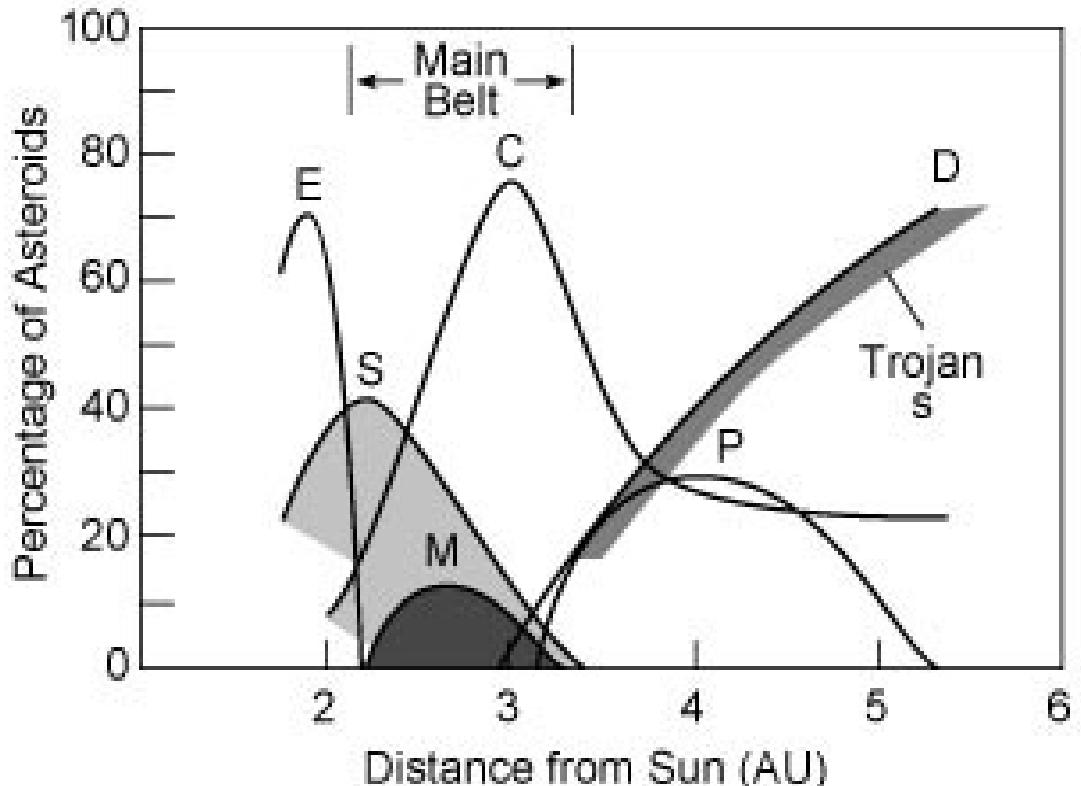
(β) εμφανίζονται ομάδες αστεροειδών σε κάποιους άλλους συντονισμούς, όπως οι

*Hildas* στον 3:2 και οι *Troika* στον 1:1, οι οποίοι – σε αντίθεση με τα διάκενα Kirkwood – είναι ευσταθείς για χρόνους συγκρίσιμους με την ηλικία του συστήματος.

(γ) εμφανίζονται συγκεντρώσεις αστεροειδών με πολύ παρόμοια στοιχεία τροχιάς – κάτι το οποίο δεν είναι λογικό να αποδοθεί στην τύχη. Σήμερα πιστεύουμε ότι αυτές οι οικογένειες αστεροειδών – που πρώτος παρατήρησε ο Hirayama το 1918 – αποτελούν θραύσματα που προέκυψαν από συγκρούσεις μεταξύ μεγαλύτερων σε μέγεθος αστεροειδών, πριν από εκατομμύρια (ή και δισεκατομμύρια) χρόνια. Η μελέτη των οικογενειών μας δίνει πολύτιμες πληροφορίες για τις μηχανικές ιδιότητες της ύλης από την οποία αποτελούνται οι αστεροειδείς.



Εικόνα 17: Η κατανομή των πλήθους των αστεροειδών (επάνω) και της φασματοσκοπικής τάξης τους (κάτω) ως συνάρτηση των μεγάλον ημιάξονα της τροχιάς τους. (NASA)



Εικόνα 18: Το χρώμα, και άρα η χημική σύσταση της επιφάνειας των αστεροειδών συνδέεται με τη μέση απόστασή τους από τον Ήλιο. Ξεκινώντας από την γειτονιά του Ήλιου, βρίσκουμε τους λευκούς αστεροειδείς τύπου E, τους κοκκινωπούς (ή πυριτιούχους) τύπου S, τους μελανούς (ή ανθρακούχους;) τύπου C και τους ασυνήθιστα ερυθρούς τύπου D. Αυτή η συστηματική μεταβολή αποδίδεται συνήθως στην βαθμαία ελάττωση της θερμοκρασίας με την απόσταση από τον Ήλιο την εποχή της δημιουργίας των αστεροειδών. Μόνο αυτό το στοιχείο όμως δεν μπορεί αν εξηγήσει την ύπαρξη των μεταλλικών (πλούσιων σε μέταλλα;) αστεροειδών τύπου M που βρίσκονται στο μέσον της ζώνης των αστεροειδών. Πιθανόν αυτοί να αποτελούσαν του πυρήνες από προγενέστερα, μεγαλύτερα μητρικά σώματα. (Tufts University)

(δ) οι αστεροειδείς κατανέμονται σε διάφορους τύπους, ανάλογα με τη μορφή του φάσματος της ανακλώμενης ακτινοβολίας που λαμβάνουμε, η οποία συνδέεται ευθέως με την πετρολογική σύσταση της επιφάνειας τους. Μάλιστα, καθένας από τους βασικούς φασματικούς τύπους κυριαρχεί σε διαφορετικές περιοχές της ζώνης. Στις εσωτερικές παρυφές της ζώνης ( $a < 2.1$  AU) υπερισχύουν οι αστεροειδείς τύπου, E – από το πέτρωμα ενστατίτης που πιθανότατα κυριαρχεί στην επιφανειακή σύστασή τους. Καθώς το  $a$  αυξάνει, αρχίζουν να πλειοψηφούν οι πυριτιούχοι (S = silicate), ενώ στην εξωτερική ζώνη ( $a > 2.8$  AU) υπερισχύουν οι ανθρακώδεις (C = carbonaceous) – οι τελευταίοι ανήκουν στους αστεροειδείς πρώιμου τύπου, που είναι σχετικά πλούσιοι σε νερό. Τέλος, μετά την περιοχή του συντονισμού 2:1 (που αντιστοιχεί σε ημιαξόνες  $a \sim 3.5$  AU), η πλειονότητα των αστεροειδών ανήκει (ή οι περισσότεροι αστεροειδείς ανήκουν) στους τύπους D/P (primitive), που είναι πλούσιοι σε νερό και μοιάζουν αρκετά με κομήτες – πιστεύουμε μάλιστα ότι είναι αρκετά σαθροί.

Μια ιδιαίτερη κατηγορία αστεροειδών είναι οι ονομαζόμενοι παραγήνοι αστεροειδείς

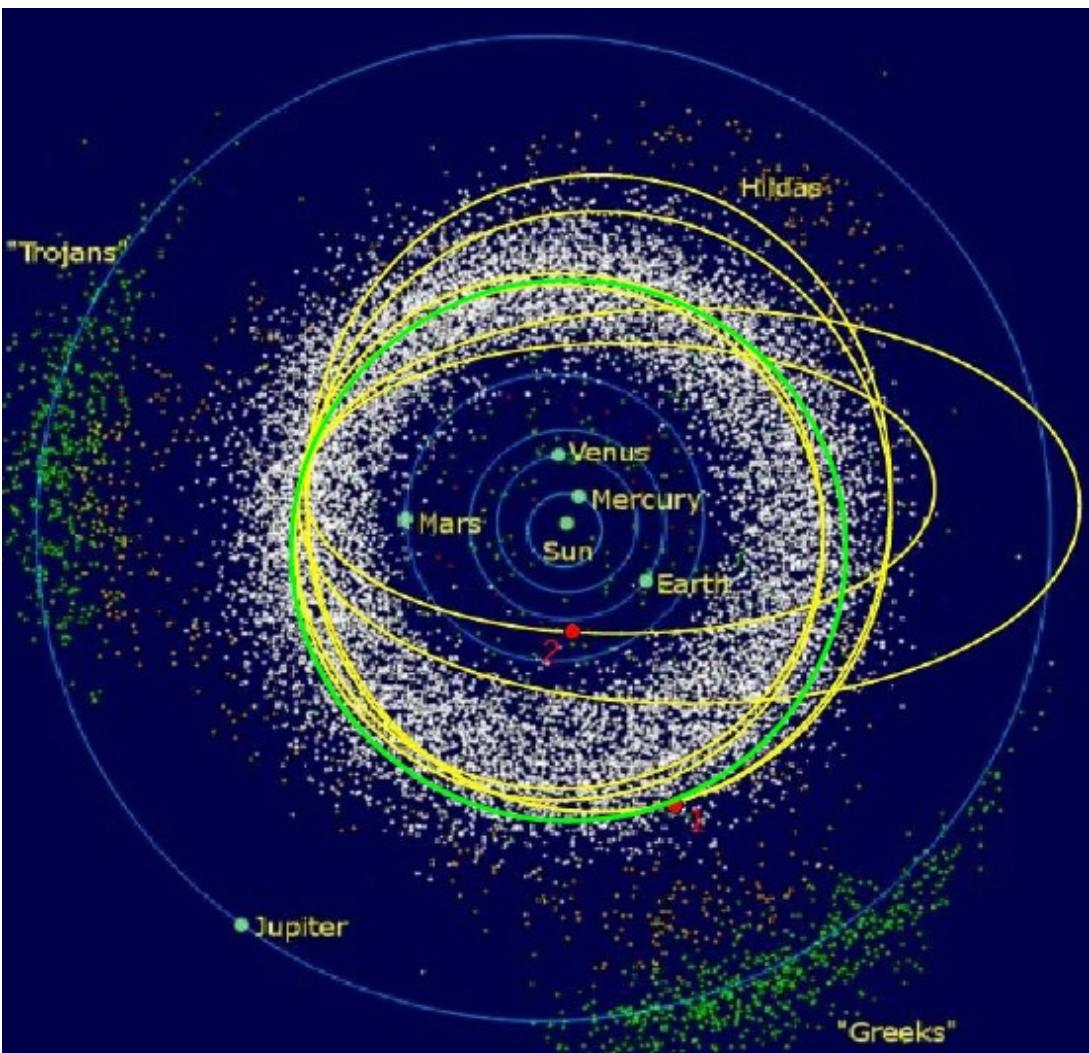
(Near Earth Asteroids, NEAs), οι οποίοι κινούνται εκτός της κύριας ζώνης ( $a < 2\text{AU}$ ) και οι τροχιές τους τέμνουν τις τροχιές των εσωτερικών πλανητών.



Εικόνα 19: Ο αστεροειδής *Itokawa*, φωτογραφημένος από το ιαπωνικό διαστημόπλοιο *Hayabusa*. φαίνεται ότι αποτελεί συνένωση δύο μικρότερων σωμάτων, που συνδέονται με βαρυτικές δυνάμεις. (ISAS/JAXA)

Οι τροχιές των NEAs είναι εξαιρετικά ασταθείς, τα στοιχεία τους μεταβάλλονται με ακανόνιστο τρόπο (είναι χαοτικές) και βραχύβιες, καθώς μέσα σε χρόνο μικρότερο από 10 My οι NEAs είτε συγκρούονται με κάποιον πλανήτη (εξ ού και το ενδιαφέρον για τη Γη) είτε καταλήγουν εκτός ηλιακού συστήματος, ακολουθώντας υπερβολικές τροχιές. Οι NEAs προέρχονται από την κύρια ζώνη και ο πληθυσμός τους αναπληρώνεται διαρκώς από αυτήν, όπως περιγράφουμε στην επόμενη παράγραφο.

Ο δυναμικός μηχανισμός μέσω του οποίου “παράγονται” οι NEAs φαίνεται σχηματικά στο παρακάτω διάγραμμα. Ένας αστεροειδής της κύριας ζώνης που κινείται σε κάποια “επικίνδυνη” περιοχή της ζώνης (συνήθως, σε κάποιο συντονισμό) υφίσταται έντονες αυξητικές μεταβολές της εκκεντρότητας της τροχιάς του, διατηρώντας σχεδόν σταθερή την περίοδό του. Έτσι, αργά-αργά, η τροχιά γίνεται έντονα ελλειπτική και τέμνει τις τροχιές των γήινων πλανητών. Από εκεί και μετά, είναι πια θέμα χρόνου να έχει μια κοντινή προσέγγιση (close encounter) με τον Ήρη ή τη Γη, η οποία θα τον εκτρέψει σημαντικά από την τροχιά του (μειώνοντας σημαντικά την τιμή του  $a$ ) και θα τον καταστήσει NEA, “αποσπώντας τον” από την κύρια ζώνη.



Εικόνα 20: Διάγραμμα των εσωτερικού Ηλιακού Συστήματος, στο οποίο έχουν σημειωθεί οι θέσεις των αστεροειδών μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή και οι τροχιές των πλανητών CREDIT?

Οι κομήτες συγκαταλέγονται αναμφίβολα στα πιο γνωστά και πλέον εντυπωσιακά ουράνια σώματα. Όπως γνωρίζουμε, εμφανίζονται κατά καιρούς στον ουρανό και γίνονται εύκολα αντιληπτοί με γυμνό μάτι, λόγω της εντυπωσιακής φωτεινής κόμης και της επίσης εντυπωσιακής ουράς τους. Γνωρίζουμε, βέβαια (βλ. Βάρβογλη & σειραδάκη, *Εισαγωγή στην Αστρονομία*), ότι στην πραγματικότητα υπάρχουν δύο ουρές. Και οι δύο όφειλονται στη θέρμανση της επιφάνειας του κομήτη από την ηλιακή ακτινοβολία, καθώς ο κομήτης, διαγράφοντας την τροχιά του, πλησιάζει προς τον Ήλιο. Από τη θέρμανση εξαχνώνονται υπόγεια στρώματα από στερεοποιημένα (λόγω της χαμηλής θερμοκρασίας) πτητικά υλικά (πάγο), και την συνακόλουθη εκτόξευση υπερκείμενων στρωμάτων στερεάς σκόνης μαζί με τους εξωθούμενους ατμούς. Το υλικό αυτό περιβάλλει τον κομήτη και αποτελεί την κόμη του. Στη συνέχεια η σκόνη απωθείται από την πίεση της ηλιακής ακτινοβολίας και δημιουργεί τη ουρά σκόνης. Πράλληλα τα μόρια των αερίων ιοντίζονται από το υπεριώδες τρήμα της ηλιακής ακτινοβολίας και “παγιδεύονται” από τον ηλιακό άνεμο, που “εκπέμπεται” από τον Ήλιο, δημιουργώντας την ουρά πλάσματος. Προφανώς και οι δύο ουρές έχουν κατεύθυνση αντιδιαμετρική από την κατεύθυνση

του Ήλιου.

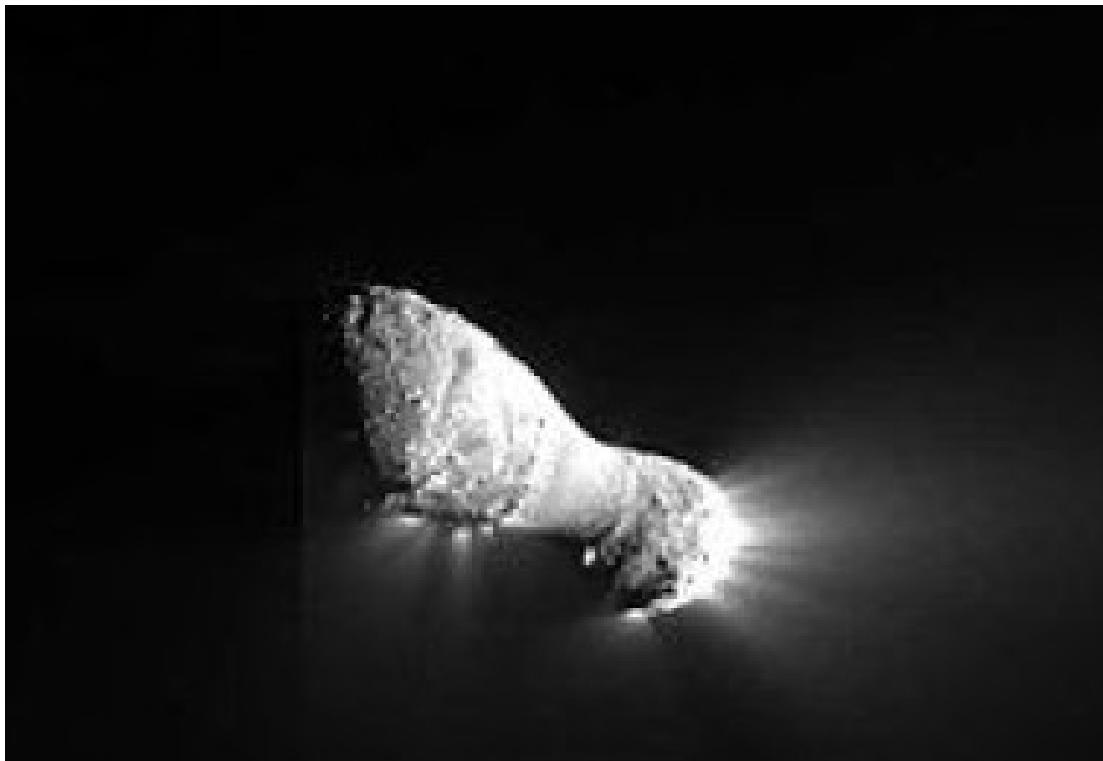


Εικόνα 21: Ο κομήτης Hale-Bopp το 1997 (Philipp Salzgeber/Wikimedia Commons)

Οι κομήτες προέρχονται από δύο βασικές πηγές:

(α) το νέφος του Oort, μια σφαιρική κατανομή μικρών σωμάτων (~1-100 km) που πιστεύουμε ότι βρίσκεται στα έσχατα όρια του ήλιακου συστήματος ( $a \sim 10,000$  AU). Οι εκεί κομήτες έχουν πολύ μικρή αρνητική δυναμική ενέργεια και πολύ μικρή θετική κινητική ενέργεια, έτσι ώστε η συνολική μηχανική ενέργειά τους να είναι σχεδόν μηδέν (αλλά αρνητική, ειδάλλως δεν θα ήταν βαρυτικά συζευγμένοι με τον Ήλιο και θα είχαν χαθεί το διάστημα). Λόγω της σχεδόν μηδενικής μηχανικής νέργειάς τους κινούνται σε σχεδόν παραβολικές τροχιές με πολύ μικρή ταχύτητα (λόγω της μικρής κινητικής ενέργειάς τους). Λόγω των πλανητικών διαταραχών, κατά καιρούς από τους κομήτες της ζώνης του Oort εκτρέπεται από την τροχιά του και εισωρεί στο εσωτερικό ήλιακο σύστημα. Τότε, αν περάσει σε αρκετά μικρή απόσταση από τον Ήλιο, αποκτά κόμη και, επομένως, εμφανίζει έντονη φωτεινή δραστηριότητα. Οι κομήτες αυτοί – αν πραγματοποιούν πάνω από μια κοντινή διέλευση γύρω από τον Ήλιο – ονομάζονται περιοδικοί κομήτες μεγάλης περιόδου (Long Period Comets, LPCs). Σημειώνουμε ότι η παρατηρούμενη κατανομή των LPCs είναι σχεδόν ισοτροπική, γεγονός που ενισχύει προφανώς την πεποίθηση ότι το νέφος του Oort έχει σφαιρική συμμετρία.

(β) η *ζώνη Edgeworth-Kuiper*, που βρίσκεται πέρα από την τροχιά του Ποσειδώνα ( $36 < a < 50$  AU), έχει δισκοειδή (και όχι σφαιρική) δομή και – λόγω των διαταραχών του Ποσειδώνα – παράγει τον λεγόμενο δίσκο *σκεδασμένων σωμάτων* (Scattered Disc), απ' όπου κατά καιρούς εκτρέπονται σώματα που εμφανίζονται στην περιοχή της Γης ως *κομήτες βραχείας περιόδου* (Short-Period Comets, SPCs). Ανάλογα με την τιμή της περιόδου της τροχιάς τους, οι SPCs χωρίζονται σε δύο υπο-κατηγορίες: *Haley-type* και *Jupiter-family* comets. Η παρατηρούμενη κατανομή των SPCs δεν είναι ισοτροπική – αντίθετα η μέση κλίση της τροχιάς τους είναι  $i \sim 40^{\circ}$ .



Εικόνα 22: Κοντινή φωτογραφία του κομήτη Hartley 2 από την αποστολή EPOXI της NASA's τον Νοέμβριο του 2010. (NASA)

Αυτή η παρατήρηση ήταν γνωστή εδώ και δεκαετίες και ενίσχυε την άποψη ότι οι SPCs δεν μπορεί να προέρχονται από την ίδια πηγή με τους LPCs (δηλ., το νέφος του Oort), αλλά αντίθετα θα πρέπει να προέρχονται από μια δισκοειδή κατανομή σωμάτων. Έτσι, προτάθηκε ως πιθανή πηγή η – άγνωστη τότε – ζώνη του Kuiper, της οποίας τα δυναμικά χαρακτηριστικά περιγράφηκαν θεωρητικά ώστε να συμφωνούν με τις παρατηρούμενες τροχιές των SPCs. Το 1992 οι Lu & Jewitt ανακάλυψαν το πρώτο αντικείμενο της ζώνης Kuiper, η οποία πλέον αριθμεί πάνω από 1.000 αντικείμενα με γνωστές τροχιές – επομένως, η ύπαρξη της ζώνης του Kuiper προβλέφθηκε θεωρητικά προτού παρατηρηθεί έστω ένα αντικείμενο!



Εικόνα 23: Λαμπρά σωματίδια σκόνης αποκόπτονται από έναν κομήτη, κατά τη διάβασή του από το περιήλιο της τροχιάς του. Credit?

## **Κεφάλαιο 2ο**

### **Βασικές Έννοιες Ουράνιας Μηχανικής**

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε σε βασικές έννοιες και μεθόδους της Ουράνιας Μηχανικής – δηλαδή, του κλάδου της Θεωρητικής Μηχανικής που ασχολείται με τις κινήσεις των ουρανίων σωμάτων. Σε ό,τι ακολουθεί θα θεωρήσουμε γνωστές τις στοιχειώδεις έννοιες της Κλασικής Μηχανικής, όπως είναι οι νόμοι Newton και η ανάλυση του προβλήματος των δύο σωμάτων, και θα ξεκινήσουμε την περιγραφή μας από την ανάλυση της ελλειπτικής κίνησης κατά Kepler.

#### **2.1 Εισαγωγή στην Ουράνια Μηχανική**

##### **2.1.1 Νόμοι του Kepler**

Πριν από τη θεμελίωση της Νευτώνειας Μηχανικής, ο Kepler, με βάση παρατηρήσεις, διατύπωσε τους περίφημους τρεις νόμους της κίνησης των πλανητών. Πρόκειται για νόμους της κινηματικής, οι οποίοι ερμηνεύουν την γεωμετρία της τροχιάς και την φαινόμενη κίνηση των πλανητών, χωρίς να αποκαλύπτουν το φυσικό αίτιο της κίνησης (τη δύναμη της βαρύτητας), κάτι που είναι αντικείμενο της δυναμικής. Οι νόμοι του Kepler ορίζουν ότι:

- Οι τροχιές των πλανητών είναι επίπεδες ελλείψεις, με τον Ήλιο να καταλαμβάνει τη μία εστία.
- Η κίνηση γύρω από τον Ήλιο γίνεται με σταθερή εμβαδική ταχύτητα
- Τα τετράγωνα των περιόδων περιφοράς των πλανητών είναι ανάλογα των κύβων των μεγάλων ημιαξόνων της τροχιάς τους.

Ο Νεύτωνας διατύπωσε το νόμο της παγκόσμιας έλξεως, δείχνοντας ότι η κεντρική, ελκτική, δύναμη της μορφής  $1/r^2$  είναι η μόνη που ερμηνεύει ταυτόχρονα και τους τρεις νόμους της κινηματικής. Η επίπεδη κίνηση αποδεικνύεται εύκολα από την ύπαρξη του ολοκληρώματος της στροφορμής, που συνεπάγεται ότι η κίνηση γίνεται σε ένα επίπεδο κάθετο στο διάνυσμα της στροφορμής. Σε ένα σύστημα πολικών συντεταγμένων  $(r, \theta)$  στο επίπεδο της κίνησης, το μέτρο της στροφορμής ανά μονάδα μάζας είναι  $h = r^2 d\theta/dt$ . Κατά το χρονικό διάστημα  $(t, t+\delta t)$  το στοιχειώδες εμβαδό  $\delta A$  που ορίζεται από τις επιβατικές ακτίνες  $\mathbf{r}$  και  $\mathbf{r} + \delta \mathbf{r}$  του πλανήτη είναι

$$\delta A = \frac{1}{2} |\mathbf{r} \times (\mathbf{r} + \delta \mathbf{r})| = \frac{1}{2} r(r + \delta r) \sin \delta \theta$$

Διαιρώντας με  $\delta t$  και παίρνοντας το όριο για  $\delta t \rightarrow 0$  βρίσκουμε

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{r^2 \dot{\theta}}{2} = \frac{h}{2}$$

Άρα, η εμβαδική ταχύτητα είναι σταθερή και ίση με το μισό της στροφορμής  $h$ . Για ελλειπτική κίνηση αποδεικνύεται ότι

$$h^2 = G(M+m) a (1-e^2) = \mu a (1-e^2)$$

όπου  $G$  η σταθερά της παγκόσμιας έλξης,  $M$  και  $m$  οι μάζες του Ήλιου και του πλανήτη, αντίστοιχα,  $a$  ο μεγάλος ημιάξονας και  $e$  η εκκεντρότητα της έλλειψης. Η παράμετρος  $\mu = G(M+m)$  ονομάζεται *παράμετρος μάζας* του συστήματος των δύο σωμάτων. Σημειώνουμε ότι, όπως απέδειξε ο Νεύτωνας, η συγκεκριμένη μορφή του νόμου της παγκόσμιας έλξεως είναι η μόνη που τοποθετεί το ελκτικό κέντρο στην εστία της κωνικής τομής (αντί του κέντρου της) και ταυτόχρονα ερμηνεύει τον 3ο (αρμονικό) νόμο του Kepler. Αντίθετα, όλες οι κεντρικές δυνάμεις οδηγούν σε διατήρηση της στροφορμής και, άρα, σε σταθερή εμβαδική ταχύτητα για τις περατωμένες τροχιές.

Ο τρίτος νόμος του Kepler προβλέπει μια ρητή σχέση μεταξύ της περιόδου περιφοράς ενός πλανήτη γύρω από τον Ήλιο και του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς του,  $T \sim a^{3/2}$ . Η σχέση αυτή αποδεικνύεται εύκολα, με βάση τη διατήρηση της εμβαδικής ταχύτητας και τη γεωμετρία της έλλειψης. Σε μία περίοδο,  $T$ , το σώμα διαγράφει μια πλήρη έλλειψη, καλύπτοντας εμβαδό ίσο προς  $A=\pi ab$ , όπου  $b=a(1-e^2)$  ο μικρός ημιάξονας της έλλειψης. Σύμφωνα με τον ορισμό της εμβαδικής ταχύτητας, το εμβαδό αυτό ισούται με  $A=h(T/2)$  κι επομένως,

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\mu^2} a^3$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί τη μαθηματική διατύπωση του τρίτου νόμου του Kepler. Ορίζοντας τη μέση συχνότητα περιφοράς του σώματος ή *μέση κίνηση*  $n=2\pi/T$ , ο παραπάνω τύπος παίρνει τη μορφή,

$$n^2 a^3 = \mu$$

Θεωρώντας δύο πλανήτες του Ηλιακού Συστήματος με μάζες  $m$  και  $m'$  αντίστοιχα και εφαρμόζοντας την παραπάνω σχέση, παίρνουμε

$$\frac{M+m}{M+m'} = \left( \frac{a}{a'} \right)^3 \left( \frac{T'}{T} \right)^2$$

Βέβαια, στο Ηλιακό Σύστημα ισχύει  $m \ll M$  κι επομένως  $(a/a')^3 = (T/T')^2$ . Σημειώνουμε ότι η Αστρονομική Μονάδα (AU, η "μέση τιμή" του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς της Γης) ορίζεται από την παραπάνω σχέση, θέτοντας ως μονάδα του χρόνου το ένα γήινο έτος και ως μονάδα μάζας τη μάζα του Ήλιου. Σημειώνουμε ότι η ίδια σχέση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για φυσικούς δορυφόρους ενός πλανήτη, ώστε, καταγράφοντας την περίοδο περιφοράς του δορυφόρου να είναι δυνατό να προσδιορίσουμε τη μάζα του πλανήτη.

### 2.1.2 Φαινόμενη κίνηση των πλανητών

Για έναν παρατηρητή στη Γη, η φαινόμενη κίνηση ενός πλανήτη στον ουρανό καθορίζεται από τη σχετική κίνησή του ως προς τη Γη και είναι διαφορετική για τους κατώτερους (ανάμεσα στη Γη και τον Ήλιο) και τους ανώτερους (εξωτερικά της τροχιάς της Γης) πλανήτες.

Δύο πλανήτες είναι σε σύνοδο (conjunction) όταν βρίσκονται στην ίδια ευθεία με τον Ήλιο. Για έναν κατώτερο πλανήτη (Αφροδίτη, Ερμής), έχουμε ανώτερη σύνοδο όταν βρίσκεται αντιδιαμετρικά της Γης, σε σχέση με τον Ήλιο και κατώτερη σύνοδο όταν βρίσκεται ανάμεσα στη Γη και στον Ήλιο. Για τους ανώτερους πλανήτες, μόνο μία σύνοδος είναι δυνατή. Στην περίπτωση που ο Ήλιος, η Γη και ένας ανώτερος πλανήτης είναι στην ίδια ευθεία, με τη Γη να βρίσκεται ανάμεσα στους άλλους δύο, τότε λέμε ότι ο ανώτερος πλανήτης βρίσκεται σε αντίθεση (opposition) με τη Γη.

Η γωνία που σχηματίζει η θέση ενός πλανήτη με την ευθεία Γη-Ήλιος ονομάζεται αποχή. Για κάθε κατώτερο πλανήτη υπάρχουν δύο θέσεις μέγιστης αποχής (ανατολική και δυτική). Για τον Ερμή και την Αφροδίτη, οι τιμές της μέγιστης αποχής ως προς τη Γη είναι  $28^\circ$  και  $47^\circ$  αντίστοιχα. Έτσι, οι δύο αυτοί πλανήτες παρατηρούνται είτε λίγο πριν την ανατολή είτε λίγο μετά την δύση του Ήλιου. Για ανώτερους πλανήτες είναι δυνατό να έχουμε τετραγωνισμό με τη Γη, όταν η ευθείες Γη-Ήλιος και Γη-πλανήτης σχηματίζουν ορθή γωνία.

Η αστρική περίοδος (sidereal period) ενός πλανήτη ορίζεται ως το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε να βρεθεί στην ίδια θέση στην ουράνια σφάιρα, ως προς τους απλανείς αστέρες. Η περίοδος της σχετικής κίνησης ενός πλανήτη ως προς τη Γη ονομάζεται συνοδική περίοδος (synodic period) και ισούται με το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε τα δύο σώματα να επανέλθουν στην ίδια σχετική θέση ως προς τον Ήλιο (π.χ. από σύνοδο σε σύνοδο). Αν  $T_E$  το αστρικό έτος της Γης και  $T_p$  το αστρικό έτος ενός πλανήτη, η συνοδική περίοδος  $T_s$  δίνεται από τη σχέση

$$\frac{1}{T_E} = \frac{1}{T_P} \pm \frac{1}{T_S}$$

όπου το (+) αντιστοιχεί στους ανώτερους πλανήτες και το (-) στους κατώτερους.

### 2.1.3 Εξίσωση Σχετικής Κίνησης

Στο πρόβλημα των δύο σωμάτων (ή, πρόβλημα του Kepler), η εξίσωση της σχετικής κίνησης του ενός σώματος μάζας  $m$  (π.χ. Γη) ως προς σώμα μάζας  $M$  (π.χ. Ήλιος)

$$\ddot{\mathbf{r}} + \mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} = 0$$

όπου  $\mu = G(M+m) \sim GM$  η παράμετρος μάζας του συστήματος. Σε αυτήν την προσέγγιση, το ηλιοκεντρικό (γεωκεντρικό, κ.ο.κ.) σύστημα αναφοράς θεωρείται ως αδρανειακό, και η σχετική τροχιά του  $m$  γύρω από το  $M$  ταυτίζεται με την βαρυκεντρική τροχιά, κάτι που δεν ισχύει επακριβώς. Τέλος, ανεξάρτητα του αν αγνοήσουμε τη μάζα  $m$  ή όχι, η εξίσωση σχετικής κίνησης ταυτίζεται με την εξίσωση κίνησης ενός σώματος μοναδιαίας μάζας σε πεδίο κεντρικών δυνάμεων της μορφής  $k/r^2$ , με το ελκτικό κέντρο να βρίσκεται στη θέση του  $M$ .

Τα ολοκληρώματα της σχετικής κίνησης ορίζονται συνήθως με ελαφρώς διαφορετικό τρόπο, απ' ό,τι συνήθως στη Μηχανική. Έτσι, το ολοκλήρωμα της ειδικής μηχανικής ενέργειας, ή ενέργειας ανά μονάδα μάζας, ορίζεται από τη σχέση

$$C = \frac{1}{2} u^2 - \frac{\mu}{r}$$

όπου  $u$  το μέτρο της σχετικής ταχύτητας του μικρού σώματος ως προς το μεγάλο (που ονομάζεται πρωτεύον). Το  $C$  είναι επομένως μια ποσότητα με διαστάσεις ενέργειας που υπολογίζεται στο μη αδρανειακό σύστημα αναφοράς, ταυτίζεται όμως με το ολοκλήρωμα της ενέργειας της υποθετικής μοναδιαίας μάζας, που κινείται στο κεντρικό πεδίο ελκτικών δυνάμεων  $k/r^2$ . Αναλόγως, ορίζουμε την ειδική στροφορμή (στροφορμή ανά μονάδα μάζας) του συστήματος ως το διάνυσμα

$$h = \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{r} \times \mathbf{u}$$

το οποίο επίσης ταυτίζεται με το διάνυσμα της στροφορμής της μοναδιαίας μάζας, γύρω από άξονα που διέρχεται από το ελκτικό κέντρο και είναι κάθετος στο επίπεδο

της κίνησης. Για τον λόγο αυτό, στο εφεξής θα χρησιμοποιούμε τους όρους "ενέργεια" και "στροφορμή", αναφερόμενοι στις ποσότητες  $C$  και  $h$  αντίστοιχα.

Αποδεικνύεται εύκολα ότι η γενική λύση της εξίσωσης κίνησης είναι η εξίσωση μιας κωνικής τομής σε πολική μορφή,

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} = \frac{h^2}{\mu (1 + e \cos v)}$$

όπου  $p=h^2/\mu$  η *ημιπαράμετρος* της τομής (semi-latus rectum),  $e$  η *εκκεντρότητα* της τροχιάς, και  $\varpi$  η γωνία που σχηματίζει η γραμμή των αψίδων (η ευθεία που ενώνει τις δύο εστίες) με τον άξονα  $\theta=0$ . Η γωνία  $v=\theta - \varpi$  δίνει τη θέση του σώματος πάνω στην τροχιά και ονομάζεται *αληθής ανωμαλία*. Η  $v$  μετράται από την ελκτική εστία της κωνικής τομής, με αρχή τη γραμμή των αψίδων και αυξάνει κατά τη φορά της κίνησης του σώματος.

Οι τέσσερις δυνατές κωνικές τομές χαρακτηρίζονται από τις τιμές του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς,  $a$ , και των  $e$  και  $p$

$$\begin{aligned} a > 0 & , \quad e = 0 & , \quad p = a \\ a > 0 & , \quad 0 < e < 1 & , \quad p = a(1 - e^2) \\ a \rightarrow \infty & , \quad e = 1 & , \quad p = 2q \\ a < 0 & , \quad e > 1 & , \quad p = a(e^2 - 1) \end{aligned}$$

που αντιστοιχούν σε εξίσωση κύκλου, έλλειψης, παραβολής και υπερβολής. Όπως δείχνουν οι παραπάνω σχέσεις, η παραβολή είναι μια οριακή περίπτωση, της οποίας η ημιπαράμετρος καθορίζεται από την ελάχιστη απόσταση,  $q$ , της τροχιάς από την εστία. Είναι χρήσιμο να κατατάξουμε τις τροχιές με βάση τις τιμές των  $C$  και  $h$ , που είναι και τα βασικά, διατηρήσιμα, φυσικά μεγέθη. Αποδεικνύεται εύκολα ότι

$$a = -\frac{\mu}{2C} \quad , \quad e = \sqrt{1 + \frac{2Ch^2}{\mu^2}}$$

απ' όπου προκύπτει ότι οι κλειστές τροχιές (κύκλος και έλλειψη) αντιστοιχούν σε αρνητικές τιμές ενέργειας ( $C<0$ ), ενώ οι μη περατωμένες τροχιές είτε σε μηδενική τιμή της ενέργειας (παραβολή) είτε σε θετικές τιμές ( $C>0$ , υπερβολή). Ο μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς εξαρτάται μόνον από την ενέργεια, ενώ η εκκεντρότητα εξαρτάται τόσο από την ενέργεια, όσο και από τη στροφορμή. Επομένως, σε δεδομένη τιμή ενέργειας (και ημιάξονα,  $a$ ), αντιστοιχούν άπειρες τροχιές

διαφορετικής στροφορμής (εκκεντρότητας).

#### 2.1.4 Παραβολική Κίνηση - Ταχύτητα Διαφυγής

Η ελάχιστη ταχύτητα που πρέπει να έχει ένα σώμα σε απόσταση  $r$  από το ελκτικό κέντρο ώστε να τεθεί σε παραβολική τροχιά, "διαφεύγοντας" έτσι από τη βαρύτητα του ελκτικού κέντρου, ονομάζεται *ταχύτητα διαφυγής* ή *παραβολική ταχύτητα* και δίνεται από τη σχέση

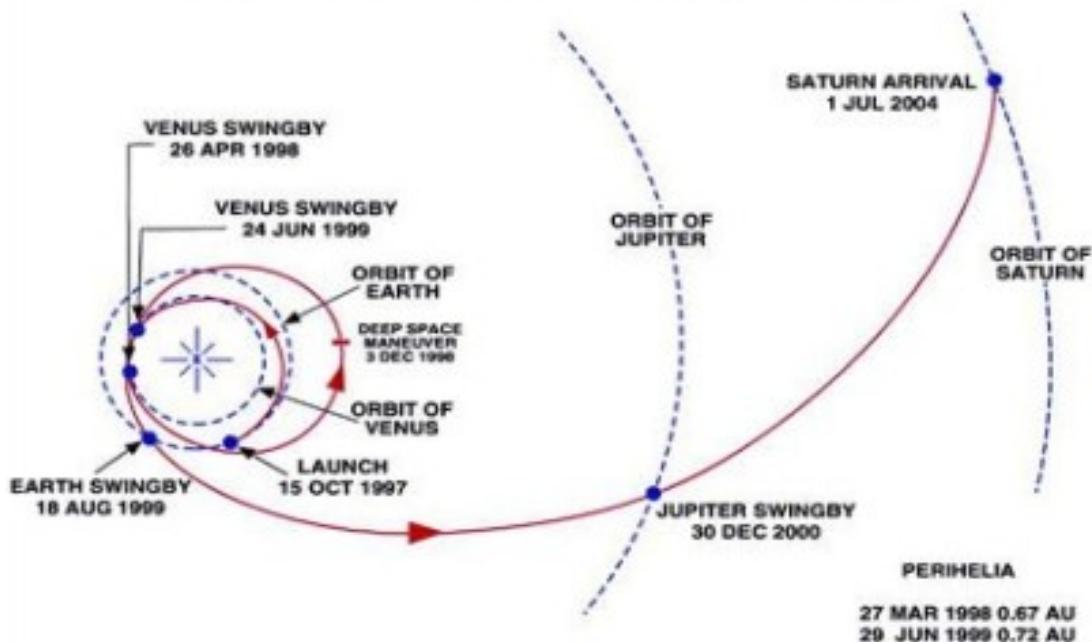
$$u_{\infty} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$$

Ο ίδιος τύπος ισχύει και για σώμα μάζας  $m$  που εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, αν θέσουμε  $r=R_{\text{Γης}}$  και την αντίστοιχη τιμή της παραμέτρου μάζας. Σημειώνουμε ότι η ταχύτητα διαφυγής είναι  $\sim 1.414$  ( $=\sqrt{2}$ ) φορές μεγαλύτερη από την κυκλική ταχύτητα, στην ίδια απόσταση,  $r$ . Η ιδιότητα αυτή χρησιμεύει στο σχεδιασμό τροχιών για διαπλανητικές αποστολές, όπου συνήθης πρακτική είναι η τοποθέτηση του σκάφους, αρχικά, σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη, μέχρι την κατάλληλη χρονική στιγμή, όταν και θα πυροδοτήσει τις μηχανές του για να ξεκινήσει την ανοικτή, παραβολική, τροχιά του.

Θεωρώντας τον Ήλιο ως το ελκτικό κέντρο (και αγνοώντας τις μεταξύ τους βαρυτικές αλληλεπιδράσεις), συμπεραίνουμε ότι όλα τα σώματα που ανήκουν στο Ήλιακό Σύστημα ακολουθούν τροχιές αρνητικής ενέργειας, αλλιώς θα είχαν διαφύγει στο άπειρο. Το ίδιο ισχύει και για τις τροχιές των τεχνητών δορυφόρων της Γης (αν ως κεντρικό σώμα θεωρήσουμε, σε αυτήν την περίπτωση, τη Γη). Παρά ταύτα, υπάρχουν αρκετοί κομήτες σε ημιπαραβολική τροχιά ( $e \sim 1$ ). Επομένως, με μια μικρή μεταβολή της ενέργειας  $\delta C > 0$ , θα μπορούσαν να διαφύγουν από το ηλιακό σύστημα. Αυτό είναι δυνατό να συμβεί, αν ο κομήτης περάσει αρκετά κοντά από έναν πλανήτη, ώστε η βαρυτική τους αλληλεπίδραση να γίνει σημαντική. Το φαινόμενο αυτό αναφέρεται ενίοτε ως *φαινόμενο της σφενδόνας ή βαρυτική υποβοήθηση* (sling-shot effect).

Το φαινόμενο της σφενδόνας βρίσκει εφαρμογή στο σχεδιασμό διαπλανητικών διαστημικών αποστολών, για τα οποία αλλιώς το ενεργειακό κόστος θα ήταν απαγορευτικό (π.χ. Voyager, Cassini). Η *βαρυτική υποβοήθηση* (gravity assist) που προσφέρεται στο διαστημόπλοιο κατά την προσέγγιση ενός πλανήτη, του παρέχει (δωρεάν) ενέργεια, ώστε να ξεκινήσει ένα μακρύ διαπλανητικό ταξίδι. Πολλές φορές απαιτείται ο σχεδιασμός διαδοχικών προσεγγίσεων με τους πλανήτες Αφροδίτη και Γη - πάντα με κατάλληλη γεωμετρία - ώστε, σωρευτικά, να κερδηθεί το απαραίτητο ποσό ενέργειας. Ενδεικτική είναι η τροχιά του διαστημοπλοίου Cassini (βλ. Εικόνα 1), που το 2004 έφτασε επιτυχώς στον Κρόνο.

## CASSINI INTERPLANETARY TRAJECTORY



*Εικόνα 24: Η πολύπλοκη τροχιά των σκάφους Cassini κατά την πορεία του προς τον Κρόνο. Διακρίνονται διαδοχικά επεισόδια βαρυτικής υποβοήθησης από τη Γη και την Αφροδίτη.*

### 2.1.5 Κυκλική και Ελλειπτική κίνηση

Στην παράγραφο αυτή θα αναλύσουμε τις περατωμένες τροχιές τύπου Kepler, δηλαδή, τις κυκλικές και ελλειπτικές τροχιές. Οι βασικές σχέσεις που δίνουν τη θέση και την ταχύτητα ενός δορυφόρου, ως συναρτήσεις της αληθούς ανωμαλίας,  $\nu$ , προκύπτουν από τη διατήρηση των  $C$  και  $h$  και τις γεωμετρικές ιδιότητες των κωνικών τομών.

#### Κυκλική κίνηση:

Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ακτίνα  $r=a=p$  όταν  $e=0$ , δηλαδή

$$C = -\frac{\mu}{2a} \quad , \quad h = n r^2 = \sqrt{\mu a}$$

Η περίοδος και η γραμμική ταχύτητα της κίνησης δίνονται από τις σχέσεις

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad , \quad u = \sqrt{\frac{\mu}{a}}$$

Στην κυκλική κίνηση, τόσο η εμβαδική όσο και η γραμμική ταχύτητα είναι σταθερές. Η θέση του δορυφόρου κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη γραμμική σχέση

$$v(t) = v_0 + \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} t$$

### Ελλειπτική κίνηση:

Παραγωγίζοντας την εξίσωση της τροχιάς ως προς  $t$ , παίρνουμε

$$\dot{r} = \frac{r \dot{v} e \sin v}{1 + e \cos v}$$

Το μέτρο της ταχύτητας να δίνεται από τις σχέσεις

$$u^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{v}^2$$

και

$$\dot{r}^2 \dot{v} = h = n a^2 \sqrt{1 - e^2}$$

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω σχέσεις, βρίσκουμε ότι οι δύο συνιστώσες της ταχύτητας, ακτινική και επιτρόχια, είναι

$$u_r = \dot{r} = \frac{n a}{\sqrt{1 - e^2}} e \sin v$$

$$u_v = r \dot{v} = \frac{n a}{\sqrt{1 - e^2}} (1 + e \cos v)$$

ενώ, από το ολοκλήρωμα της ενέργειας, παίρνουμε τη σχέση

$$u^2 = \mu \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις γίνεται αντιληπτό ότι η ταχύτητα της κίνησης είναι μέγιστη για  $v=0$ , δηλαδή στο περίκεντρο (περιήλιο, περίγειο, κ.λ.π.) της τροχιάς,  $r_p = a(1-e) == q$ , και ελάχιστη στο απόκεντρο (αφήλιο, απόγειο, κ.λ.π.) της τροχιάς ( $v=\pi$ ), όπου  $r_a=a(1+e) == Q$ . Έτσι, στα όρια της γραμμής των αψίδων, το διάνυσμα της ταχύτητας είναι κάθετο στην τροχιά, δηλαδή, η ταχύτητα έχει μόνο εφαπτομενική συνιστώσα, με μέτρο

$$u_P = n a \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \quad , \quad u_a = n a \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

αντίστοιχα. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι στο πρόβλημα των δύο σωμάτων υπάρχει ένα επιπλέον ολοκλήρωμα της κίνησης, το διάνυσμα *Laplace-Runge-Lenz* (LRL) ή *διάνυσμα εκκεντρότητας*, που δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{e} = -\frac{\mathbf{h} \times \mathbf{u}}{\mu} - \frac{\mathbf{r}}{r}$$

και έχει μέτρο ίσο με  $e$ . Το διάνυσμα LRL σχηματίζει σταθερή γωνία με τον άξονα  $Ox$ , η οποία ταυτίζεται με το σταθερό μήκος του περιηλίου,  $\omega$ . Άρα, η διατήρηση του  $\mathbf{e}$  συνεπάγεται σταθερό προσανατολισμό της έλλειψης στον αδρανειακό χώρο.

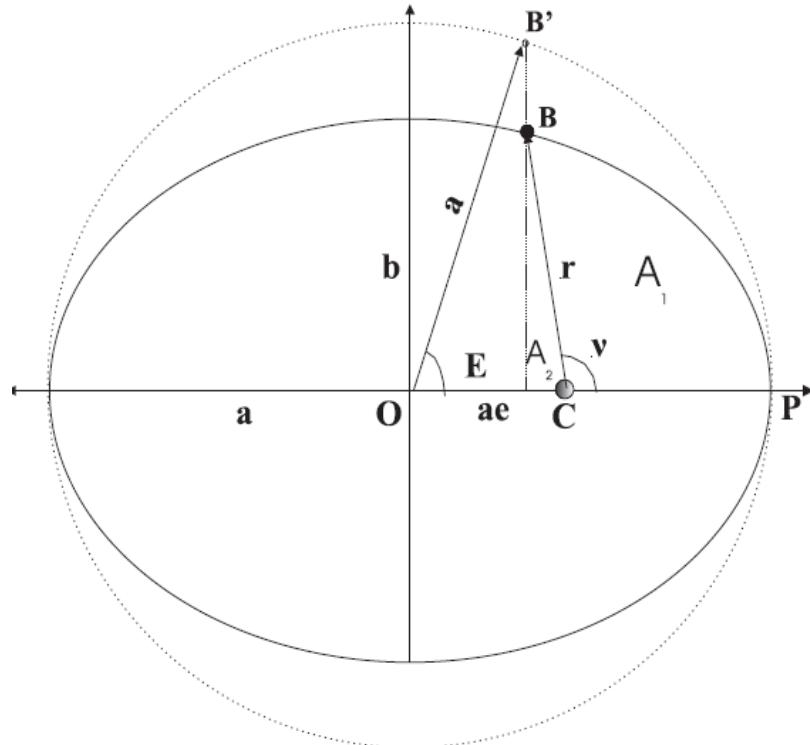
Είναι φανερό ότι, απ' όλες τις εξισώσεις που δόθηκαν σε αυτή την παράγραφο, απουσιάζει ο χρόνος,  $t$ . Ο λόγος είναι ότι η διαφορική εξίσωση της κίνησης δεν μπορεί να λυθεί ως προς  $t$  σε κλειστή μορφή. Αυτό το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε από τον Kepler, ο οποίος εισήγαγε το χρόνο κατευθείαν στη λύση της εξίσωσης (την ελλειπτική τροχιά), χρησιμοποιώντας γεωμετρικές έννοιες. Στην επόμενη παράγραφο θα μελετήσουμε αυτήν την περίφημη εξίσωση του Kepler, που επιτρέπει το υπολογισμό του χρόνου πτήσης μεταξύ δύο σημείων της έλλειψης.

### 2.1.6. Η εξίσωση του Kepler

Από το δεύτερο νόμο του Kepler γνωρίζουμε ότι ο λόγος των εμβαδών που διαγράφει ένας πλανήτης (ή δορυφόρος) είναι ίσος προς το λόγο των αντίστοιχων χρόνων της κίνησης. Έτσι, αν  $T$  το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διαγραφεί το εμβαδό ολόκληρης της έλλειψης,  $A = \pi a^2 (1-e^2)^{1/2}$ , και  $t-t_0$  ο χρόνος κίνησης που αντιστοιχεί σε εμβαδό  $A_1$ , τότε ισχύει

$$\frac{t-t_0}{A_1} = \frac{T}{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}$$

όπου η αρχή μέτρησης του χρόνου ταυτίζεται με τη χρονική στιγμή κατά την οποία το κινητό διέρχεται από το περίκεντρο της τροχιάς,  $t_0 = t_p$ , που ονομάζεται *χρόνος* (ή,



Εικόνα 25: Ορισμός της έκκεντρης ανωμαλίας,  $E$ , και γεωμετρική κατασκευή της εξίσωσης Kepler.

εποχή) διάβασης του περικέντρου. Το πρόβλημα πλέον έγκειται στην εύρεση του εμβαδού  $A_1$ , ως συνάρτησης της αληθούς ανωμαλίας,  $v$ , και των σταθερών στοιχείων της έλλειψης.

Ο Kepler έδωσε τη λύση του προβλήματος σε δύο βήματα, χρησιμοποιώντας έναν βοηθητικό κύκλο, περιγεγραμμένο της έλλειψης, και ορίζοντας την έκκεντρη ανωμαλία,  $E$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 2. Οι καρτεσιανές συντεταγμένες του κινητού, ως συναρτήσεις της έκκεντρης ανωμαλίας, δίνονται από τις σχέσεις

$$r = a(\cos E - e) \quad , \quad y = a\sqrt{1-e^2} \sin E$$

και το μέτρο του διανύσματος θέσης ισούται με

$$r = a(1 - e \cos E)$$

Από τη γεωμετρία του σχήματος προκύπτουν επίσης οι σχέσεις που συνδέουν τις γωνίες  $E$  και  $v$ . Αυτές είναι

$$\cos E = \frac{e + \cos v}{1 + e \cos v} \quad , \quad \sin E = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin v}{1 + e \cos v}$$

Ο Kepler χρησιμοποίησε ένα βασικό αποτέλεσμα της αναλυτικής γεωμετρίας, σύμφωνα με το οποίο ο λόγος των μηκών κάθε κοινής κορδής της έλλειψης και του περιγεραμμένου κύκλου, κάθετης στη γραμμή των αψίδων, είναι ίσος με  $b/a$ . Το εμβαδό  $A_1$  δίνεται από τη διαφορά  $A(PCB)-A_2$ . Το  $A_2$  βρίσκεται με απλούς τριγωνομετρικούς συλλογισμούς, ενώ το εμβαδό  $A(PCB)$  βρίσκεται αν αφαιρέσουμε το εμβαδό του τριγώνου  $OCB'$  από το εμβαδό του κυκλικού τομέα  $OB'P$  και πολλαπλασιάσουμε το αποτέλεσμα με το λόγο  $b/a = (1-e^2)^{1/2}$ , που είναι ο λόγος των ευθυγράμμων τμημάτων  $CB/CB'$ . Το τελικό αποτέλεσμα δίνεται από τον τύπο:

$$A_1 = \frac{a^2 \sqrt{1-e^2}}{2} (E - e \sin E)$$

και αντικαθιστώντας στην αρχική σχέση παίρνουμε την περίφημη *εξίσωση του Kepler*:

$$n(t-t_p) = E - e \sin E$$

η οποία συνδέει το χρόνο κίνησης με την τιμή της έκκεντρης ανωμαλίας,  $E$  (αντί της  $v$ ). Η ποσότητα  $n(t-t_p) = M$  ονομάζεται *μέση ανωμαλία*. Έχει διαστάσεις γωνίας και αντιστοιχεί στη θέση ενός ιδεατού κινητού που ακολουθεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας  $a$ , με συχνότητα ίση προς τη μέση κίνηση της πραγματικής έλλειπτικής τροχιάς. Επομένως η  $M$ , η οποία σε πολλά συγγράμματα συμβολίζεται επίσης με  $l$ , είναι γραμμική συνάρτηση του χρόνου (σε αντίθεση με τις  $E$  και  $v$ ). Από τα παραπάνω είναι εμφανές ότι ο χρόνος πτήσης μεταξύ δύο γνωστών θέσεων του κινητού,  $v_1$  και  $v_2$ , μπορεί να βρεθεί εύκολα από την εξίσωση του Kepler, αφού προηγουμένως υπολογίσουμε τις αντίστοιχες τιμές της έκκεντρης ανωμαλίας.

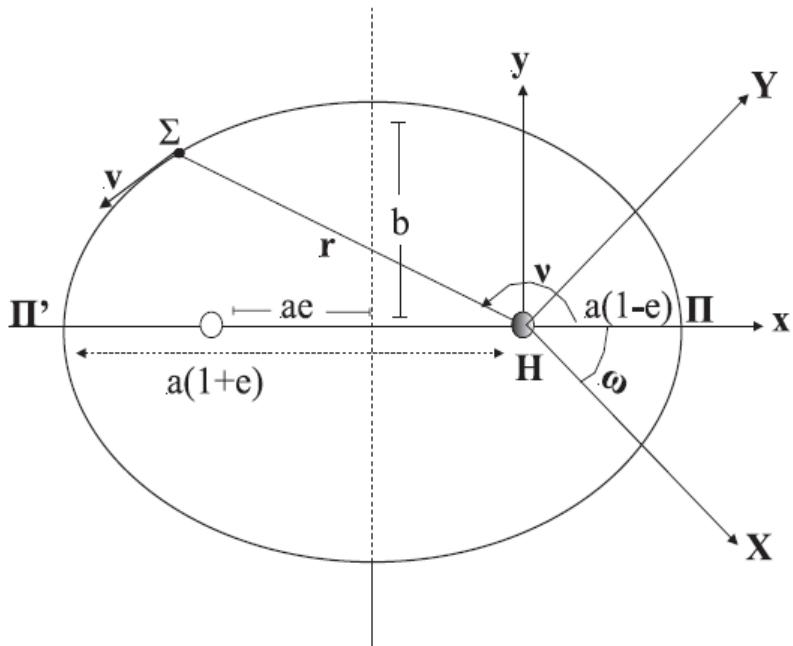
Το αντίστροφο πρόβλημα, δηλαδή η εύρεση της θέσης του σώματος επί της έλλειψης για δεδομένη χρονική στιγμή, δεν έχει τόσο απλή λύση. Ο λόγος είναι ότι η εξίσωση  $t(E)=0$  δεν μπορεί να λυθεί σε κλειστή μορφή, καθώς είναι υπερβατική ως προς  $E$ . Η λύση της μπορεί να βρεθεί με τη χρήση είτε αριθμητικών είτε αναλυτικών μεθόδων, δηλαδή (στη δεύτερη περίπτωση) σε μορφή σειράς. Ας σημειωθεί ότι, για μεγάλες τιμές εκκεντρότητας, η σύγκλιση του ελλειπτικού αναπτύγματος είναι συνήθως προβληματική.

**Σημείωση:** Πολλές φορές "ορίζουμε" την Αστρονομική Μονάδα (AU) ως τη μέση απόσταση της Γης από τον Ήλιο. Αν υπολογίσετε τη χρονική μέση τιμή της απόστασης  $r$  ενός πλανήτη που ακολουθεί ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο, θα

βρείτε  $\langle r \rangle = a(1 + e^2/2)$  (πώς;). Είναι προφανές ότι ο παραπάνω "ορισμός" είναι λανθασμένος, καθώς καταλήγει στο συμπέτρασμα ότι η μέση απόσταση ενός πλανήτη (άρα και της Γης) από τον Ήλιο εξαρτάται και από την εκκεντρότητα της τροχιάς του. Ο ορθός ορισμός της AU είναι ο εξής: AU=η τιμή του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς της Γης, όπως προκύπτει από τον 3ο νόμο του Kepler, για περίοδο ίση με 1 έτος ή 365.25 ημέρες. Αξίζει να σημειωθεί ότι δεν υπάρχει πρόβλημα αν χρησιμοποιήσουμε τη μέση τιμή όχι ως προς τον χρόνο αλλά είτε ως προς την έκκεντρη ανωμαλία,  $E$ , είτε ως προς το μήκος τόξου κατά μήκος της έλλειψης.

## 2.2 Διαταραχές της κίνησης

Οι τροχιές των πλανητών είναι μόνο κατά προσέγγιση ελλειπτικές καθώς, εκτός της βαρυτικής δύναμης του Ήλιου (που είναι το πρωτεύον σώμα), ασκούνται σε αυτούς επιπλέον δυνάμεις από δευτερεύοντα σώματα. Το ίδιο φυσικά ισχύει και για τους ελάσσονες πλανήτες ή τους κομήτες αλλά και για τους φυσικούς δορυφόρους των πλανητών. Στην τελευταία περίπτωση, η κατάσταση αντιστρέφεται: κεντρικό-πρωτεύον σώμα είναι ο εκάστοτε πλανήτης, ενώ ο Ήλιος είναι το δευτερεύον σώμα και η βαρύτητά του δρα ως "διαταραχή". Επειδή το μέτρο των δυνάμεων που εξασκούν τα δευτερεύοντα σώματα είναι κατά κανόνα πολύ μικρότερο από αυτό του κεντρικού-πρωτεύοντος, συνήθως οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται "διαταραχές" (perturbations) – αν και πιο ορθό είναι να ονομάζουμε παρέλξεις τις μικρές δυνάμεις και να κρατήσουμε ως διαταραχές τις αντίστοιχες μικρές μεταβολές των στοιχείων της τροχιάς του ουράνιου σώματος που οι παρέλξεις προκαλούν.



Εικόνα 26: Επίπεδη ελλειπτική κίνηση ενός σώματος σε βαρυτικό πεδίο δυνάμεων, σε αδρανειακό και περιστρεφόμενο σύστημα συντεταγμένων.

Υπάρχουν δυο βασικές κατηγορίες διαταραχών: (α) συντηρητικές, βαρυτικής φύσης και (β) μη συντηρητικές, κυρίως τριβές. Θεωρώντας ότι οι μεταβολές που προκαλούν οι διαταραχές στα στοιχεία μιας ελλειπτικής τροχιάς είναι μικρές, τότε μπορούμε να

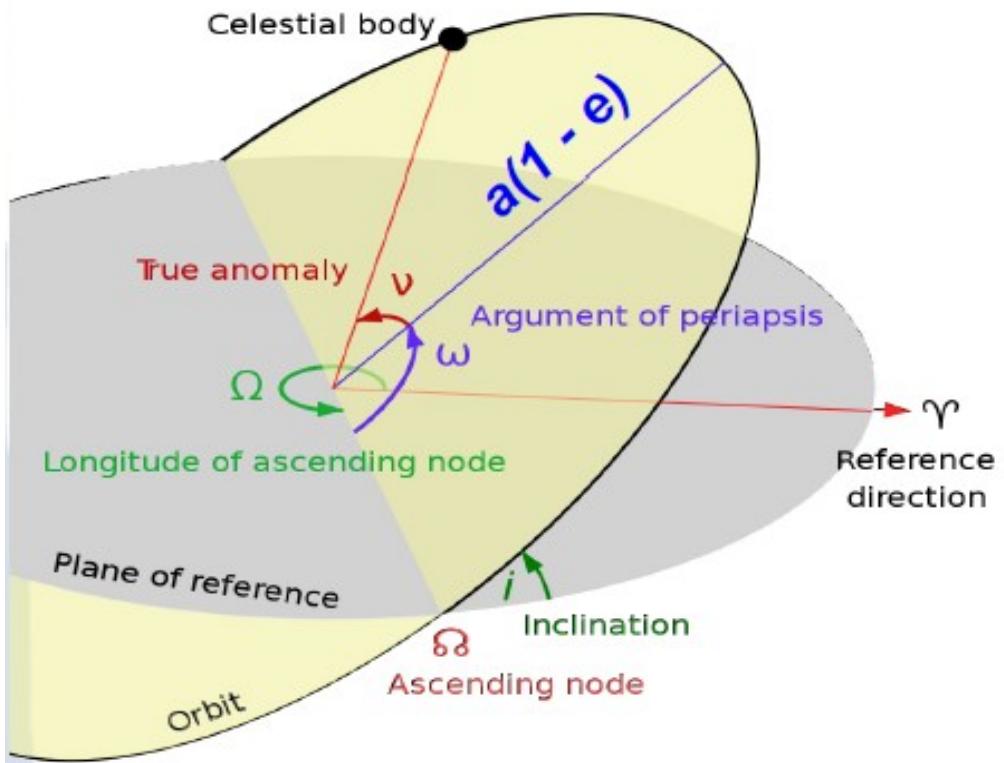
τις υπολογίσουμε μέσω των γενικών εξισώσεων διαταραχών του Gauss – θεωρώντας βέβαια ως μεταβλητές και όχι ως σταθερές τις τιμές των ελλειπτικών στοιχείων (π.χ.  $a, e$ ).

### Στοιχεία της Τροχιάς

Προκειμένου να μελετήσουμε την τροχιά ενός πλανήτη σε σχέση με την ουράνια σφαίρα, πρέπει να προσδιορίσουμε τον προσανατολισμό της έλλειψης στο κατάλληλο (αδρανειακό) σύστημα συντεταγμένων. Στο Ηλιακό Σύστημα, το σύνηθες σύστημα αναφοράς είναι το ηλιοκεντρικό, στο οποίο ο Ήλιος καταλαμβάνει την αρχή των συντεταγμένων. Το επίπεδο  $xy$  ορίζεται ως το επίπεδο της εκλειπτικής (της τροχιάς της Γης), για κάποια δεδομένη χρονική στιγμή (βλ. παρακάτω) και ο άξονας  $Oz$  είναι κάθετος σε αυτό. Τέλος, το σύστημα προσανατολίζεται ως προς την αρχή των μετρήσεων του αστρικού χρόνου, θέτοντας τον άξονα  $Ox$  να συμπίπτει με τη διεύθυνση του μέσου εαρινού ισημερινού σημείου, γ.

Για να ορίσουμε πλήρως τον προσανατολισμό της έλλειψης, ως προς το θεωρούμενο σύστημα αναφοράς, απαιτούνται τρεις γωνίες προσανατολισμού, αντίστοιχες με τις γωνίες του Euler στην Κλασική Μηχανική στερεού σώματος. Η κλίση του επιπέδου της τροχιάς ενός πλανήτη (inclination) ως προς το επίπεδο της εκλειπτικής συμβολίζεται με  $i$  και παίρνει τιμές στο διάστημα  $0^\circ$ - $180^\circ$ . Το σημείο απ' όπου το σώμα διέρχεται από το επίπεδο  $xy$  με φορά από  $z < 0$  σε  $z > 0$ , ονομάζεται *αναβιβάζων σύνδεσμος* (ascending node) της τροχιάς και το αντιδιαμετρικό του ονομάζεται *καταβιβάζων σύνδεσμος*. Η γραμμή που τα συνδέει ονομάζεται *γραμμή των συνδέσμων* (line of nodes) και η γωνία που σχηματίζει με τον άξονα  $Ox$  ορίζει το *μήκος του αναβιβάζοντος συνδέσμου* (longitude of the ascending node),  $\Omega$ . Η τρίτη γωνία που μας χρειάζεται είναι το *όρισμα του περιηλίου* (argument of perihelion),  $\omega$ , που ορίζει τη θέση του περιηλίου πάνω στο επίπεδο της τροχιάς, ως προς τη γραμμή των συνδέσμων.

Η θέση του πλανήτη επί της έλλειψης δίνεται κάθε χρονική στιγμή από την τιμή της ανωμαλίας. Η σταθερά της εξίσωσης του Kepler,  $t_p$ , ορίζει την αστρονομική "εποχή" (δηλαδή, τη χρονική στιγμή) που το σώμα διέβη από το περιηλίο της τροχιάς του, δηλαδή η στιγμή κατά την οποία η αληθής,  $v$ , (όπως και η έκκεντρος,  $E$ , αλλά και η μέση,  $l$ ) *ανωμαλία* είχαν μηδενικές τιμές.



Εικόνα 27: Τα στοιχεία της ελλειπτικής τροχιάς ενός σώματος σε βαρυτικό πεδίο δυνάμεων.

Στην Ουράνια Μηχανική συνηθίζεται να χρησιμοποιούμε γωνίες που έχουν ως αρχή μέτρησης έναν σταθερό άξονα σε ένα αδρανειακό σύστημα συντεταγμένων – οι γωνίες αυτές ονομάζονται **μήκη** (longitudes), π.χ. το μήκος του αναβιβάζοντος συνδέσμου,  $\Omega$ , που μετράται από τη διεύθυνση Οχ του εαρινού ισημερινού σημείου,  $\gamma$ . Έτσι, ως **μήκος του περιηλίου**,  $\varpi$ , ορίζεται η “σπαστή” γωνία (σε δύο επίπεδα)

$$\varpi = \omega + \Omega$$

και ως **αληθές μήκος**,  $\theta$ , και **μέσο μήκος**,  $\lambda$ , ορίζονται αντίστοιχα οι γωνίες

$$\theta = \varpi + v = \Omega + \omega + v \quad , \quad \lambda = \varpi + l = \Omega + \omega + l$$

Είναι προφανές ότι πρέπει να υπάρχει μία προς μία αντιστοιχία μεταξύ των έξι παραμέτρων που χρησιμοποιούμε συνήθως στη Μηχανική για να καθορίσουμε πλήρως τις αρχικές συνθήκες της κίνησης, δηλαδή τις συνιστώσες των διανυσμάτων θέσης και ταχύτητας, ( $\mathbf{r}, \mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ ), και των έξι στοιχείων της τροχιάς ( $a, e, i, \Omega, \omega, M = \lambda$ ). Ο μετασχηματισμός που εκφράζει αυτήν την αντιστοιχία μπορεί να βρεθεί αν

εκφράσουμε τις συνιστώσες των  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$  στο σύστημα Οχυ του επιπέδου της τροχιάς, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που συνδέουν τις καρτεσιανές συντεταγμένες με την έκκεντρη ανωμαλία (βλ. παραπάνω):

$$[x, y, 0] = [a(\cos E - e), a\sqrt{1-e^2} \sin E, 0]$$

$$[\dot{x}, \dot{y}, 0] = [-\frac{na \sin E}{1-e \cos E}, \frac{na \sqrt{1-e^2}}{1-e \cos E}, 0]$$

Έτσι, οι συνιστώσες των  $(\mathbf{r}_h, \mathbf{v}_h)$  στο τρι-διάστατο ηλιοκεντρικό σύστημα αναφοράς βρίσκονται αν στρέψουμε τα διανύσματα ως προς τις τρεις γωνίες του Euler,

$$\mathbf{r}_h = R_x \mathbf{r} \quad , \quad \mathbf{v}_h = R_x \mathbf{v}$$

με τον πίνακα στροφής να έχει τη μορφή

$$\begin{pmatrix} \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos i \sin \omega & -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos i \cos \omega & \sin \Omega \sin i \\ \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos i \sin \omega & -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos i \cos \omega & -\cos \Omega \sin i \\ \sin i \sin \omega & \sin i \cos \omega & \cos i \end{pmatrix}$$

που προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό των τριών πινάκων στροφής που πρέπει να επιδράσουν διαδοχικά (ένας για κάθε στροφή ως προς την αντίστοιχη γωνία) πάνω στα διανύσματα  $(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ .

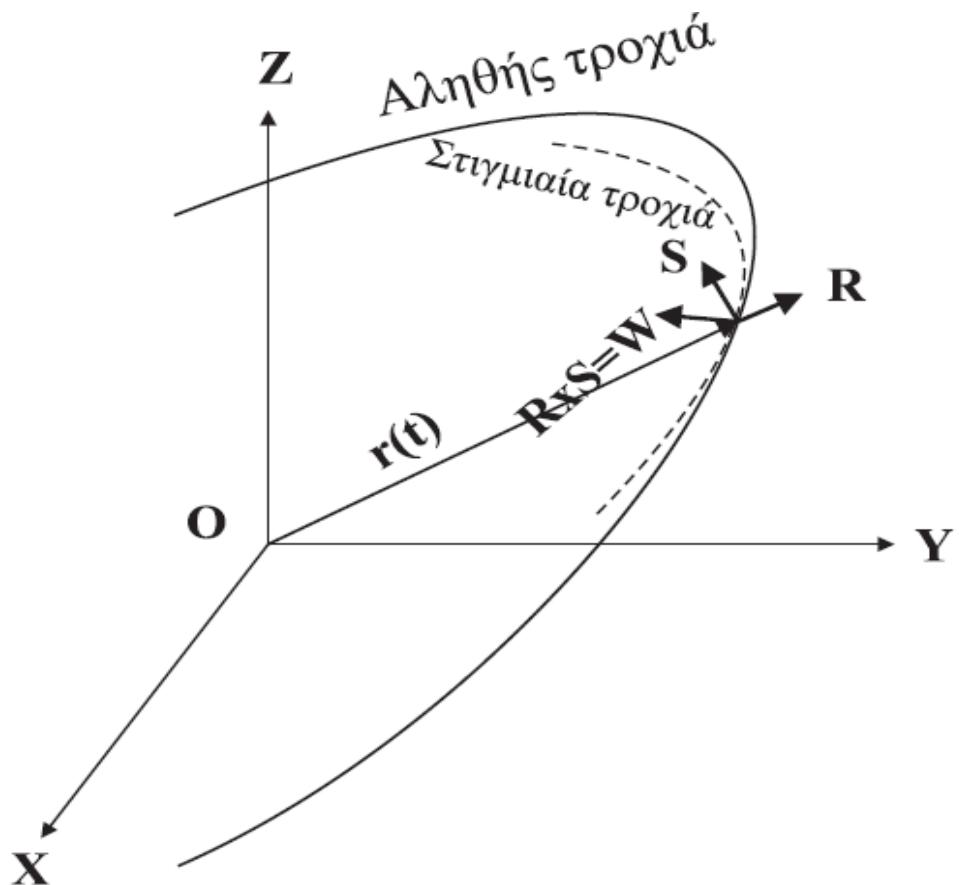
### Παρεφαπτόμενη τροχιά

Ας υποθέσουμε ότι, εκτός της επιτάχυνσης της βαρύτητας, ο πλανήτης δέχεται επιτάχυνση,  $\mathbf{g}_P$ , λόγω κάποιας παρελκτικής δύναμης. Η διαταραχή μπορεί να είναι συντηρητική ή μη. Αν το μέτρο της είναι μικρό σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας που ασκεί ο Ήλιος, τότε μπορούμε να γενικεύσουμε τον ορισμό των στοιχείων της τροχιάς, παρά το γεγονός ότι η αληθής τροχιά του πλανήτη δεν είναι πια κλειστή. Το ίδιο, φυσικά, ισχύει και για την περίπτωση ενός δορυφόρου (φυσικού ή τεχνητού) που κινείται υπό την επίδραση της βαρύτητας ενός πλανήτη και δέχεται παρέλξεις π.χ. από τους υπόλοιπους πλανήτες.

Συγκεκριμένα, για κάθε χρονική στιγμή  $t$ , κατά την οποία το οώμα βρίσκεται στη θέση  $\Sigma$ , ορίζουμε την *παρεφαπτόμενη τροχιά O'* (osculating orbit), ως την ελλειπτική τροχιά τύπου Kepler που εφάπτεται με την αληθή τροχιά στο  $\Sigma$ , και την οποία θα

ακολουθούσε ο δορυφόρος, αν ξαφνικά εξαφανίζονταν οι παρέλξεις (βλ. Σχήμα 26?). Τα στοιχεία της στιγμιαίας αυτής ελλειπτικής τροχιάς ονομάζονται *παρεφαπτόμενα στοιχεία της τροχιάς* (osculating elements) και δεν αποτελούν σταθερές της κίνησης. Για συντηρητικές διαταραχές μικρού πλάτους, τα στοιχεία της τροχιάς μεταβάλονται αργά, εκτελώντας μικρές ταλαντώσεις γύρω από κάποια μέση τιμή. Αυτές οι μέσες τιμές συνήθως ονομάζονται *ίδια στοιχεία της τροχιάς* (proper elements).

Οι μεταβολές των στοιχείων της τροχιάς μπορούν να υπολογιστούν συνήθως μόνο προσεγγιστικά, αν και οι βασικές διαφορικές εξισώσεις μπορούν να οριστούν επακριβώς. Μία από τις μεθόδους εύρεσης των εξισώσεων διαταραχών (perturbation equations) βασίζεται στο φορμαλισμό του προβλήματος των δύο σωμάτων και τον υπολογισμό των μεταβολών των ολοκληρωμάτων της κίνησης. Η μέθοδος αυτή οδηγεί σε ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης, τις εξισώσεις διαταραχών του Gauss.



Εικόνα 28: Ορισμός της παρεφαπτόμενης τροχιάς

Ορίζουμε ένα τρισορθογώνιο σύστημα αναφοράς με μοναδιαία διανύσματα **R**, **S** και **W**, όπως φαίνεται στο σχήμα (**W=RxS**), το οποίο κινείται μαζί με τον πλανήτη (ή δορυφόρο). Σε αυτό το σύστημα αναφοράς, το διάνυσμα της επιτάχυνσης γράφεται

$$\gamma_P = \gamma_R \mathbf{R} + \gamma_S \mathbf{S} + \gamma_W \mathbf{W}$$

Ξεκινώντας από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας, μπορεί κανείς να αποδείξει ότι ο ρυθμός μεταβολής της ειδικής μηχανικής ενέργειας,  $C$ , ισούται με την ισχύ της διαταρακτικής επιτάχυνσης

$$\frac{dC}{dt} = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\gamma}_P$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση που συνδέει την ενέργεια με την τιμή του μεγάλου ημιάξονα, παίρνουμε τον ρυθμό μεταβολής του  $a$

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu} \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\gamma}_P$$

Το διάνυσμα της ταχύτητας αναλύεται στο σύστημα των τριών συνιστών του, δίνοντας

$$\mathbf{u} = u \sin \beta \mathbf{R} + u \cos \beta \mathbf{S}$$

όπου  $\beta$  η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων  $\mathbf{R}$  και  $\mathbf{S}$  (γωνία πτήσης). Οι συνιστώσες της ταχύτητας,  $u_R$  και  $u_S$ , ταυτίζονται με τις  $u_r$  και  $u_\theta$  (ακτινική και επιτρόχια) της ελλειπικής κίνησης, αντίστοιχα

$$u \sin \beta = u_r , \quad u \cos \beta = u_\theta$$

όπου  $\theta = v$ . Αντικαθιστώντας τις εκφράσεις των ταχυτήτων που βρήκαμε σε προηγούμενη παράγραφο, προκύπτει η τελική σχέση για τον ρυθμό μεταβολής του μεγάλου ημιάξονα

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n \sqrt{1-e^2}} [e \sin v \gamma_R + (1+e \cos v) \gamma_S]$$

όπου τα στοιχεία της τροχιάς στο δεξιό μέλος της εξίσωσης θεωρούνται σταθερά. Χρησιμοποιώντας το βασικό θεώρημα της Κλασικής Μηχανικής που συνδέει το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής ενός συστήματος με την ροπή που ασκείται σε

αυτό

$$\frac{d \mathbf{h}}{dt} = \mathbf{r} \times \boldsymbol{\gamma}_P$$

καθώς και την εξίσωση της έλλειψης και την εξίσωση του Kepler, καταλήγουμε στις εξισώσεις του Gauss και για τα υπόλοιπα στοιχεία της τροχιάς. Για τα  $e$  και  $i$  οι αντίστοιχες εξισώσεις είναι

$$\begin{aligned}\frac{de}{dt} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} [\sin v \gamma_R + (\cos E + \cos v) \gamma_S] \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(v+\omega) \gamma_W\end{aligned}$$

### 2.3 Εξισώσεις διαταραχών του Lagrange

Όταν οι διαταραχές της κίνησης είναι συντηρητικές (π.χ. βαρυτική επίδραση τρίτου σώματος), οι εξισώσεις κίνησης μπορούν να πάρουν τη μορφή

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\nabla(U + R)$$

όπου  $U(r) = -GM/r$  το δυναμικό του κεντρικού-πρωτεύοντος σώματος, το οποίο “οδηγεί” το σώμα που μελετάμε σε κίνηση Kepler, και  $R$  η λεγόμενη παρελκτική συνάρτηση, το δυναμικό των δευτερευόντων σωμάτων, που είναι και το δυναμικό των διαταραχών. Παρόμοια μορφή παίρνουν οι εξισώσεις και στην περίπτωση που το κεντρικό σώμα δεν μπορεί να θεωρηθεί σημειακό ή δεν έχει τέλεια σφαιρική συμμετρία (βλ. παρακάτω).

Ο Lagrange μετέτρεψε το παραπάνω διαφορικό σύστημα σε ένα σύστημα έξι διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης, που δίνει τις μεταβολές των στοιχείων της τροχιάς. Σημειώνουμε ότι ο Lagrange ήταν αυτός που πρώτος εισήγαγε την έννοια της παρεφαπτόμενης τροχιάς και προσπάθησε να λύσει το πρόβλημα θεωρώντας ότι, υπό την επίδραση μικρών διαταραχών, οι (αρχικά) σταθερές της κίνησης (στοιχεία της τροχιάς) του προβλήματος των δύο σωμάτων συνεχίζουν να ορίζονται σαφώς και άρα οι σχέσεις που τις συνδέουν με τις καρτεσιανές συντεταγμένες δεν αλλάζουν, αλλά μετατρέπονται σε συναρτήσεις του χρόνου που μένει να προσδιοριστούν από τις νέες, μη ομοιγενείς, διαφορικές εξισώσεις της κίνησης. Η μέθοδος αυτή δεν είναι παρά η γνωστή μέθοδος μεταβολής των σταθερών (variation of constants) που βρίσκει γενική εφαρμογή σε συστήματα διαφορικών εξισώσεων.

Ακολουθώντας τη μέθοδο του Lagrange, ξεκινούμε θυμίζοντας ότι η εξίσωση της σχετικής κίνησης γράφεται στη μορφή

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = 0$$

και η λύση της είναι το διάνυσμα  $\mathbf{r} = \mathbf{f}(C_1, \dots, C_6, t)$  που μπορεί να θεωρηθεί συνάρτηση του χρόνου  $t$  και των έξι σταθερών  $(C_1, \dots, C_6)$  στοιχείων. Η ταχύτητα προκύπτει αν παραγωγίσουμε το  $\mathbf{r}$  ως προς  $t$  και είναι επίσης ένα διάνυσμα που εξαρτάται από τις ίδιες παραμέτρους,  $\mathbf{v} = \mathbf{g}(C_1, \dots, C_6, t)$ . Αν στο σώμα ασκείται μια "ασθενής" παρελκτική δύναμη  $\Delta \mathbf{F}$ , τότε η εξίσωση κίνησης είναι

$$\ddot{\mathbf{r}} + \frac{\mu}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} = \Delta \mathbf{F}$$

και, θεωρώντας ότι τα στοιχεία της τροχιάς μετατρέπονται σε συναρτήσεις του χρόνου (αλλά το  $\mathbf{r}$  συνεχίζει να έχει την ίδια έκφραση ως προς αυτά), το διάνυσμα της ταχύτητας θα δίνεται από τη σχέση

$$\frac{d \mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dt} = \mathbf{g} + \sum_i \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dt}$$

Έχοντας απαιτήσει η νέα τροχιά να είναι παρεφαπτόμενη της λύσης του προβλήματος των δύο σωμάτων, έχουμε ουσιαστικά επιλέξει τη συνθήκα (βαθμίδας)

$$\sum_i \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dt} = 0 \quad (A)$$

που απλοποιεί την παραπάνω σχέση. Έτσι, η επιτάχυνση βρίσκεται αν παραγωγίσουμε ακόμη μια φορά ως προς  $t$ :

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dt} = \frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial t^2} + \sum_i \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dt}$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω σχέση στην πλήρη εξίσωση της κίνησης και απαλείφοντας τους όρους που δίνουν την ομογενή εξίσωση του προβλήματος των δύο

σωμάτων, καταλήγουμε στη σχέση

$$\sum_i \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial C_i} \frac{dC_i}{dt} = \Delta \mathbf{F} \quad (B)$$

Αν πολλαπλασιάσουμε την (A) με τον παράγοντα  $\frac{-\partial \mathbf{g}}{\partial C_n}$  και τη (B) με τον παράγοντα  $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_n}$  και τις αθροίσουμε κατά μέλη, προκύπτουν οι γενικές εξισώσεις διαταραχών του Lagrange,

$$\sum_i [C_n, C_i] \frac{dC_i}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_n} \Delta \mathbf{F}$$

που εκφράζουν το ρυθμό μεταβολής κάθε στοιχείου της παρεφαπτόμενης τροχιάς, σε σχέση με την παρελκτική δύναμη. Προφανώς, οι συνιστώσες του  $\Delta \mathbf{F}$  θα πρέπει επίσης να δοθούν ως συναρτήσεις των  $C_i$ . Στις εξισώσεις εμφανίζονται οι λεγόμενες αγκύλες του Lagrange, που ορίζονται από τη σχέση

$$[C_n, C_i] = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_n} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial C_i} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial C_i} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial C_n}$$

και δίνουν ένα συνδυασμό των παραγώγων των διανυσμάτων  $\mathbf{r}$  και  $\mathbf{v}$  (ή, των συναρτήσεων  $\mathbf{f}, \mathbf{g}$ ) ως προς τα στοιχείας της τροχιάς. Σημειώνουμε ότι οι παραπάνω σχέσεις είναι γενικές και δεν εξαρτώνται από τον ορισμό των συγκεκριμένων κεπλεριανών στοιχείων της τροχιάς που χρησιμοποιήσαμε σε όλα τα παραπάνω. Μπορούμε δηλαδή να επιλέξουμε οποιεσδήποτε έξι, ανεξάρτητες μεταξύ τους, σταθερές (που προφανώς δεν θα είναι παρά συναρτήσεις των ολοκληρωμάτων της κίνησης) και να υπολογίσουμε το ρυθμό μεταβολής τους. Επίσης, οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν για όλες τις δυνάμεις, συντηρητικές ή μη.

Αν θεωρήσουμε συντηρητικές δυνάμεις, όπου  $\Delta \mathbf{F} = -\nabla R$  και χρησιμοποιήσουμε τα "κλασικά" έξι στοιχεία της τροχιάς και τις σχέσεις που τα συνδέουν με τις καρτεσιανές συντεταγμένες, οι εξισώσεις του Lagrange παίρνουν την παρακάτω, "κλασική" μορφή:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= -\frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial M} & \frac{dM}{dt} &= n + \frac{(1-e^2)}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} + \frac{2}{na} \frac{\partial R}{\partial a} \\ \frac{de}{dt} &= -\frac{(1-e^2)}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial M} + \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial \omega} & \frac{d\omega}{dt} &= \frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} - \frac{(1-e^2)^{1/2}}{na^2 e} \frac{\partial R}{\partial e} \\ \frac{di}{dt} &= -\frac{\cos i}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} + \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} & \frac{d\Omega}{dt} &= -\frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i} \end{aligned}$$

Προφανώς, η εύρεση των παραπάνω εξισώσεων (πόσο μάλλον η λύση τους!) είναι αρκετά περίπλοκη, κυρίως λόγω των περιπλοκών σχέσεων που προκύπτουν από τις αγκύλες του Lagrange. Για το λόγο αυτό είναι συνήθης πρακτική να προσπαθούμε να ορίσουμε νέα στοιχεία της τροχιάς (αλλαγή μεταβλητών), έτσι ώστε να απλοποιήσουμε τις πράξεις. Ο Delaunay απέδειξε ότι, αν κρατήσουμε ως στοιχεία τις γωνίες ( $l=M, \omega, \Omega$ ) και ορίσουμε αντί των  $(a, e, i)$  τις συναρτήσεις

$$L = (\mu a)^{1/2} , \quad G = (\mu a)^{1/2} \sqrt{1-e^2} , \quad H = (\mu a)^{1/2} \sqrt{1-e^2} \cos i$$

τότε όλες οι αγκύλες Lagrange δίνουν αποτέλεσμα μηδέν, εκτός από αυτές που περιλαμβάνουν συζυγή στοιχεία, οι οποίες και δίνουν  $[l, L] = [\omega, G] = [\Omega, H] = 1$ . Είναι φανερό ότι οι συζυγείς μεταβλητές είναι κανονικές μεταβλητές και οι εξαιρετικά απλουστευμένες πλέον εξισώσεις Lagrange

$$\begin{aligned} \frac{dl}{dt} &= \frac{\partial R}{\partial L} & \frac{dL}{dt} &= -\frac{\partial R}{\partial l} \\ \frac{dg}{dt} &= \frac{\partial R}{\partial G} & \frac{dG}{dt} &= -\frac{\partial R}{\partial g} \\ \frac{dh}{dt} &= \frac{\partial R}{\partial H} & \frac{dH}{dt} &= -\frac{\partial R}{\partial h} \end{aligned}$$

ορίζουν ένα κανονικό (Χαμιλτονιανό) σύστημα εξισώσεων πρώτης τάξης. Επίσης, με βάση και τις προηγούμενες παραγράφους, μπορούμε να αντιληφθούμε τη φυσική σημασία των στοιχείων του Delaunay. Οι συναρτήσεις  $(L, G, H)$  έχουν διαστάσεις στροφορμής, με τη  $G$  να είναι ίση με το μέτρο της στροφορμής και την  $H$  να είναι ίση με το μέτρο της προβολής του διανύσματος της στροφορμής στον ηλιοκεντρικό άξονα Oz. Τέλος, η  $L$  παριστάνει το μέτρο της στροφορμής που θα είχε η τροχιά αν ήταν κυκλική και βρισκόταν πάνω στο επίπεδο της εκλειπτικής.

Η δυνατότητα επίλυσης του συστήματος των εξισώσεων Lagrange εξαρτάται πολύ από το πρόβλημα, δηλαδή τη συναρτησιακή μορφή της παρελκτικής συνάρτησης. Μόνο για κάποιες ειδικές περιπτώσεις η επίλυση είναι σχετικά εύκολη. Στη γενική περίπτωση αναγκαζόμαστε να κάνουμε σημαντικές παραδοχές, που οδηγούν σε απλουστευτικές προσεγγίσεις της  $R$ , οι οποίες επιτρέπουν την επίλυση του συστήματος. Καλό είναι όμως να έχουμε υπόψη μας ότι μια προσεγγιστική λύση, παρότι μας επιτρέπει να κατανοήσουμε έστω και λίγο πιο βαθιά το πρόβλημα, δεν μπορεί να έχει καθολική ισχύ.

### Επίδραση του Ισημερινού εξογκώματος της Γης στην κίνηση δορυφόρου

Θα εφαρμόσουμε τώρα τις εξισώσεις του Lagrange για να υπολογίσουμε την εξέλιξη των στοιχείων της τροχιάς ενός σώματος (π.χ. δορυφόρου) που κινείται γύρω από ένα κεντρικό-πρωτεύον σώμα που παρουσιάζει ισημερινό εξόγκωμα (δηλ. αξονικά συμμετρική πλάτυνση).

Στη γενική περίπτωση, το δυναμικό ενός σώματος (π.χ. της Γης) που έχει πεπερασμένες διαστάσεις και δεν έχει τέλεια σφαιρική συμμετρία, μπορεί να δοθεί με τη μορφή αναπτύγματος σε σειρά σφαιρικών αρμονικών

$$U(r, \varphi, \lambda) = -\frac{\mu}{r} + B(r, \varphi, \lambda)$$

όπου  $(\varphi, \lambda)$  οι σφαιρικές γεωγραφικές συντεταγμένες του τόπου της Γης από τον οποίο διέρχεται το διάνυσμα θέσης του δορυφόρου (μέτρου  $r$ ) και η σειρά  $B(r, \varphi, \lambda)$  έχει τη μορφή

$$\begin{aligned} B(r, \varphi, \lambda) &= \frac{\mu}{r} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_e}{r} \right)^n J_n P_n(\sin \varphi) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_e}{r} \right)^n P_{n,m}(\sin \varphi) [c_{n,m} \cos(m\lambda) + s_{n,m} \sin(m\lambda)] \right\} \end{aligned}$$

όπου  $R_e$  η μέση ακτίνα της Γης στον ισημερινό,  $(J_e, c_{n,m}, s_{n,m})$  σταθεροί, αδιάστατοι συντελεστές που περιγράφουν τη σχετική συνεισφορά κάθε όρου και  $P_{n,m}$  τα γνωστά πολυώνυμα Legendre τάξης  $n$  και βαθμού  $m$ . Ο πρώτος όρος του αθροίσματος περιγράφει τις αρμονικές των ισημερινών ζωνών, που εξαρτώνται μόνο από το γεωγραφικό πλάτος,  $\varphi$ . Ο δεύτερος όρος περιγράφει αρμονικές μεταβολές κατά τη διεύθυνση των μεσημβρινών ατράκτων, που εξαρτώνται και από το γεωγραφικό μήκος,  $\lambda$ . Είναι χρήσιμο να σημειωθεί ότι οι συντελεστές  $(J_e, c_{n,m}, s_{n,m})$  δε μειώνονται σημαντικά καθώς αυξάνονται τα  $(n, m)$ , αλλά το πλάτος κάθε τριγωνομετρικού όρου μειώνεται σημαντικά, λόγω του παράγοντα  $(R_e/\eta)^n$ . Έτσι μπορούμε να γράψουμε προσεγγιστικά το δυναμικό με τη μορφή:

$$U(r, \varphi, \lambda) \approx -\frac{\mu}{r}(U_0 + U_2 + \dots)$$

όπου  $U_0 = -1$  και

$$U_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{R_e}{r} \right)^2 J_2 (3 \sin^2 \varphi - 1)$$

Ο όρος  $U_2$  περιγράφει το ισημερινό εξόγκωμα (equatorial bulge) της Γης και είναι με μεγάλη διαφορά ο πλέον σημαντικός όρος της σειράς των αρμονικών. Η τιμή του συντελεστή  $J_2$  (όπως και των υπολοίπων) έχει μετρηθεί με μεγάλη ακρίβεια. Ο υπολογισμός γίνεται μέσω του *αντιστρόφου προβλήματος*: αναλύουμε το πλάτος και τη συχνότητα των ταλαντώσεων (διαταραχές) που μετρούμε στις τροχιές των τεχνητών δορυφόρων της Γης και ταυτοποιούμε κάθε όρο της σειράς  $B(r, \varphi, \lambda)$ , γνωρίζοντας (από την προσεγγιστική επιλυση των εξισώσεων του Lagrange) ποιά πρέπει είναι η ιεραρχία των συχνοτήτων που εμφανίζονται. Για τη Γη, οι πρώτοι όροι της σειράς έχουν συντελεστές με τιμές

$$\begin{aligned} J_2 &= 1082.6 \times 10^{-6} , \quad J_3 = -2.53 \times 10^{-6} , \quad J_4 = -1.61 \times 10^{-6} \\ c_{2,1} &= s_{2,1} = 0 , \quad c_{2,2} = 1.57 \times 10^{-6} , \quad s_{2,2} = -0.9 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

απ' όπου είναι προφανές ότι ο όρος  $J_2$  είναι μακράν ο πιο σημαντικός.

Ας υπολογίσουμε τώρα την επίδραση του ισημερινού εξογκώματος της Γης στην κίνηση ενός τεχνητού δορυφόρου. Το παρελκτικό δυναμικό (η συνάρτηση  $R$ ) είναι ουσιαστικά ο όρος  $U_2$  και μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$R = \frac{GM J_2 R_p^2}{2a^3} \left( \frac{a}{r} \right)^3 (3 \sin^2 \varphi - 1)$$

όπου έχουμε πολλαπλασιάσει και διαιρέσει με τον παράγοντα  $a^3$ . Από τους τύπους της σφαιρικής τριγωνομετρίας μπορεί να βρεθεί ότι το γεωγραφικό πλάτος δίνεται συναρτήσει των στοιχείων της τροχιάς από τη σχέση

$$\sin \varphi = \sin i \sin(\omega + v)$$

(νόμιος ημιτόνων). Θέλουμε να υπολογίσουμε τη "μέση" μεταβολή των στοιχείων της ελλειπτικής τροχιάς για μια πλήρη περιφορά του δορυφόρου. Αναζητούμε δηλαδή τη

μέση τιμή της συνάρτησης  $R$ :

$$\langle R \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T R dt = C \int_0^T \frac{1}{r^3} [3 \sin^2 i \sin^2(\omega + v) - 1] dt$$

η οποία μπορεί να βρεθεί αν κάνουμε αλλαγή μεταβλητής, χρησιμοποιώντας τον ορισμό της ειδικής στροφορμής

$$r^2 \frac{dv}{dt} = h \Rightarrow dt = \frac{1}{h} r^2 dv$$

Το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης είναι

$$\langle R \rangle = \frac{GM J_2 R_P^2}{2a^3} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i\right) (1-e^2)^{-3/2}$$

δηλαδή η μέση τιμή της  $R$  δεν εξαρτάται από τις γωνίες  $\Omega$ ,  $\omega$  και  $l$  κι επομένως όλες οι παράγωγοι της ως προς αυτές τις μεταβλητές είναι μηδέν. Έτσι, το σύστημα των εξισώσεων Lagrange απλοποιείται σημαντικά και δίνει

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{di}{dt} = 0$$

δηλαδή, "κατά μέσον όρο", ο ημιάξονας, η εκκεντρότητα και η κλίση της τροχιάς του δορυφόρου παραμένουν σταθερές κατά την κίνησή του, παρά τις βραχυχρόνιες μεταβολές που υφίστανται από την πλάτυνση της Γης. Επίσης, ο ρυθμός μεταβολής του περιηλίου είναι

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3 J_2 R_e^2 n}{2a^2 (1-e^2)} \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 i\right)$$

Η συνάρτηση στο δεξιό μέλος της εξίσωσης έχει ρίζα ( $d\omega/dt = 0$ ) για  $i = 63^\circ.4$ , οπότε καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι τροχιές με αυτήν την κλίση διατηρούν σταθερό τον προσανατολισμό της γραμμής των αψίδων. Αν επιλέξουμε περίοδο  $T=2\pi/n=12$  ή 24 ωρών και τιμές της εκκεντρότητας μεγαλύτερες από 0.7, τότε παίρνουμε τις γνώστες τροχιές Molniya και Tundra των τεχνητών δορυφόρων (βλ. Κεφάλαιο 3).

Τέλος, αξίζει να αναφερθεί ότι ο ρυθμός μετάπτωσης του αναβιβάζοντος συνδέσμου δίνεται από τη σχέση

$$\frac{d\Omega}{dt} = - \frac{3 n J_2 R_e^2 \cos i}{2 a^2 (1-e^2)^2}$$

Για μια τυπική, σχεδόν πολική τροχιά, με ύψος απογείου 1.000 km και ύψους περιγείου 500 km, η εκκεντρότητα είναι  $e=0.031$ . Αν θέλουμε το επίπεδο της τροχιάς του δορυφόρου να διατηρεί σταθερό προσανατολισμό ως προς τη διεύθυνση Γη-Ηλιος, τότε, εξισώνοντας το ρυθμό μετάπτωσης του  $\Omega$  με τη γωνιακή ταχύτητα της Γης ( $360^\circ$  /έτος), η παραπάνω σχέση δίνει

$$i_{ss} = 98^\circ .37$$

Η τροχιά αυτή ονομάζεται *ηλιοσύγχρονη* (Sun-synchronous) και είναι ανάδρομη (retrograde), αφού  $i > 90^\circ$ .

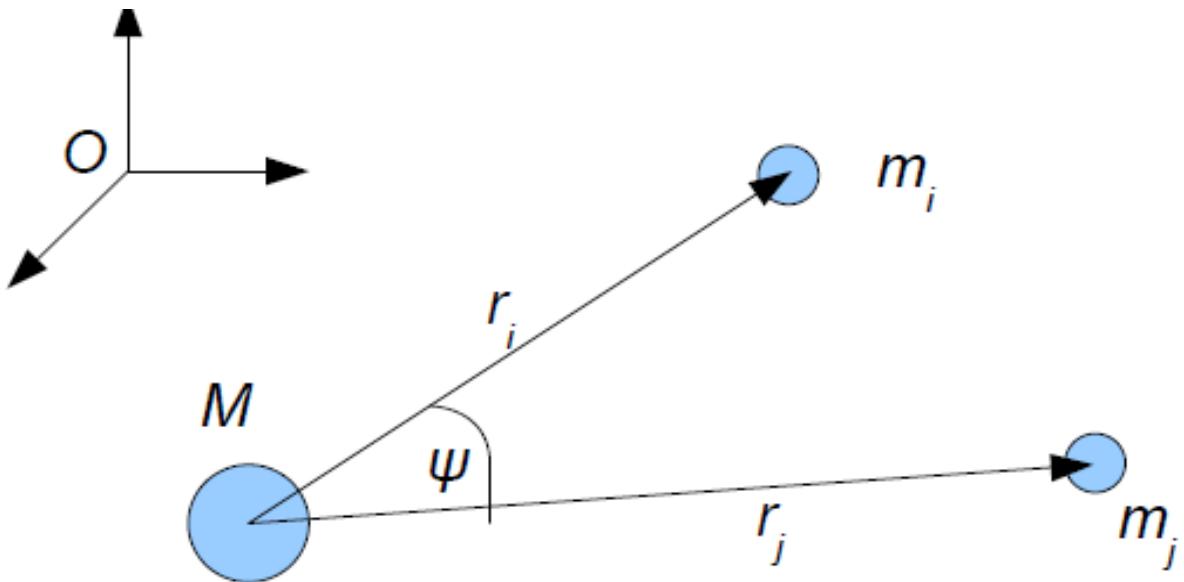
## 2.4 Βαρυτική επίδραση Ζου σώματος

Το βαρυτικό πρόβλημα των τριών σωμάτων είναι ίσως το διασημότερο πρόβλημα της Ουράνιας Μηχανικής. Είναι πλέον γνωστό ότι, παρά την “πίστη” πολλών μεγάλων ερευνητών του 18ου και 19ου αιώνα για το αντίθετο, το πρόβλημα δεν έχει γενική λύση σε κλειστή μορφή, όπως αποδείχθηκε από τον Poincaré. Έτσι, μπορούν να βρεθούν με αναλυτικό τρόπο μόνο ειδικές λύσεις ισορροπίας ή προσεγγιστικές λύσεις (με τη μορφή σειρών, οι οποίες όμως δε συγκλίνουν και, άρα, δεν ισχύουν για κάθε  $t$ ).

Παρά ταύτα, με τη χρήση της θεωρίας διαταραχών και κάνοντας διάφορες “λογικές” παραδοχές, μπορούμε να πάρουμε χρήσιμες προσεγγιστικές λύσεις που μας επιτρέπουν να κατανοήσουμε τη δυναμική συμπεριφορά ενός συστήματος τριών ή περισσοτέρων σωμάτων (π.χ. Ήλιος και δύο πλανήτες) για αρκετά μεγάλα χρονικά διαστήματα. Σημειώνουμε ότι, ως μη γραμμικό δυναμικό σύστημα, το πρόβλημα των τριών σωμάτων χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη περιοχών αρχικών συνθηκών που οδηγούν σε χαοτικές κινήσεις (βλ. επόμενο κεφάλαιο). Αυτό έχει σημαντικές συνέπειες στη δυναμική εξέλιξη και στη μακροχρόνια ευστάθεια των πλανητικών συστημάτων.

Έστω λοιπόν τρία σώματα με μάζες  $M$ ,  $m_i$  και  $m_j$  (θεωρούμε ότι  $M$  (“Ηλιος”)  $>>$   $m_i$ ,  $m_j$  (“πλανήτες”)) που κινούνται στον τριδιάστατο χώρο και  $\mathbf{R}_i$ ,  $\mathbf{R}_j$  και  $\mathbf{R}_j$  τα αντίστοιχα διανύσματα θέσης, ως προς αδρανειακό σύστημα αναφοράς  $Oxyz$ .

Ορίζουμε ως  $\mathbf{r}_{i,j} = \mathbf{R}_{i,j} - \mathbf{R}$  τα σχετικά διανύσματα θέσης των “πλανητών” ως προς τον “Ηλιο”. Οι εξισώσεις κίνησης δίνονται τότε από τους νόμους του Newton:



Εικόνα 29: Το πρόβλημα των τριών σωμάτων.

$$\begin{aligned} M \ddot{\mathbf{R}} &= G M m_i \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} + G M m_j \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} \\ m_i \ddot{\mathbf{R}}_i &= -G M m_i \frac{\mathbf{r}_i}{r_i^3} + G m_i m_j \frac{(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)}{r_{ij}^3} \\ m_j \ddot{\mathbf{R}}_j &= -G M m_j \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} + G m_i m_j \frac{(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{r_{ij}^3} \end{aligned}$$

Αφαιρώντας κατά μέλη, βρίσκουμε τις εξισώσεις για τα σχετικά διανύσματα θέσης. Το σύστημα εξισώσεων μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -\nabla(U_i + R_i)$$

όπου  $U_i$  το δυναμικό Kepler ( $\sim 1/r$ ) για κάθε πλανήτη και  $R_i$  η αντίστοιχη παρελκτική συνάρτηση (λόγω της επίδρασης του “άλλου” πλανήτη)

$$R_i = -\frac{G m_j}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|} + G m_j \frac{\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_j}{r_j^3}$$

Η παρελκτική συνάρτηση έχει περιοδικό χαρακτήρα αφού, σε πρώτη προσέγγιση, οι πλανήτες θεωρούμε ότι εκτελούν σχεδόν ελλειπτικές (κλειστές) τροχιές. Έτσι, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις γεωμετρικές σχέσεις μετασχηματισμού που συνδέουν τις καρτεσιανές συντεταγμένες των πλανητών με τα στοιχεία της τροχιάς τους και να μετασχηματίσουμε αντίστοιχα τις  $R_{i,j}$ . Όσο τα  $e$  και  $i$  μπορούν να θεωρηθούν μικρές ποσότητες, η παρελκτική συνάρτηση μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier, οι συντελεστές της οποίας,  $S$ , είναι σειρές δυνάμεων των  $e$  και  $i$ :

$$R_i = -G m_j \sum_{k_l}^{\infty} S(a, a', e, e', I, I') \cos \varphi_{k_l}$$

όπου οι γωνίες  $\varphi$  είναι γραμμικοί συνδυασμοί των γωνιακών στοιχείων της τροχιάς. Αν χρησιμοποιήσουμε μήκη (και όχι ανωμαλίες) τότε – λόγω των συμμετριών του πεδίου βαρύτητας – τα  $\varphi$  έχουν την παρακάτω μορφή

$$\varphi = k_1 \lambda + k_2 \lambda' + k_3 \varpi + k_4 \varpi' + k_5 \Omega + k_6 \Omega'$$

με τους ακέραιους συντελεστές  $k_l$  να ικανοποιούν τους κανόνες του *d' Alembert*, οι σημαντικότεροι εκ των οποίων είναι

$$\sum_{l=1}^6 k_l = 0 \quad , \quad k_5 + k_6 = 2 \rho$$

δηλαδή, οι συνδυασμοί ακεραίων που εμφανίζονται στη σειρά πρέπει να έχουν άθροισμα μηδέν και οι συντελεστές των  $\Omega$  και  $\Omega'$  να έχουν άρτιο άθροισμα.

Η σειρά  $R$  έχει άπειρους όρους και επομένως οι εξισώσεις Lagrange δεν μπορούν να επιλυθούν, εκτός κι αν οι σειρές που αντιστοιχούν στις παραγώγους της  $R$  συγκλίνουν (οπότε παίρνουμε τη λύση σε μορφή συγκλίνουσας σειράς). Αυτό όμως δεν ισχύει στη γενική περίπτωση. Έτσι, αυτό που συνήθως κάνουμε είναι, ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες, να επιλέγουμε τους πιο σημαντικούς όρους της  $R$  και να θεωρούμε τους υπόλοιπους αμελητέους. Καταλήγουμε λοιπόν σε μια απλή μορφή της  $R$ , η οποία μπορεί να επιλυθεί, δίνοντάς μας τη βασική συμπεριφορά του συστήματος των τριών σωμάτων γι' αυτές τις αρχικές συνθήκες.

Σημειώνουμε ότι, επειδή η  $R$  είναι ανάλογη της μάζας του πλανήτη, οι μεταβολές

των στοιχείων της τροχιάς θα είναι επίσης ανάλογες του  $m/M \ll 1$ . Επομένως, οι συχνότητες μετάπτωσης των γωνιών προσανατολισμού  $\Omega$  και  $\omega$  θα είναι πολύ μικρότερες από τη συχνότητα περιφοράς του πλανήτη γύρω από τον Ήλιο,  $n$ , που καθορίζεται (πλην μικρών μεταβολών) από το δυναμικό Kepler. Όντως, οι περίοδοι περιφοράς των πλανητών είναι μερικά -ή μερικές δεκάδες- έτη, ενώ οι περίοδοι των μεταπτωτικών κινήσεων είναι από μερικές χιλιάδες μέχρι δεκάδες χιλιάδων ετών.

Η επιλογή κάποιων όρων της  $R$  και η απαλοιφή των υπολοίπων ονομάζεται *διαδικασία του μέσου όρου* (averaging). Η βασική αιτιολόγηση έχει ως εξής: κάθε τριγωνομετρικός όρος της  $R$  παριστάνει, σε πρώτη προσέγγιση, μια *ταλάντωση* με σταθερή συχνότητα

$$\dot{\phi} = k_1 \dot{\lambda}_i + k_2 \dot{\lambda}_j + k_3 \dot{\omega}_i + k_4 \dot{\omega}_j + k_5 \dot{\Omega}_i + k_6 \dot{\Omega}_j \approx k_1 n_i + k_2 n_j$$

αφού οι συχνότητες μεταβολής των γωνιών προσανατολισμού είναι πολύ μικρότερες από τις συχνότητες περιφοράς των δύο πλανητών. Επομένως, ο αντίστοιχος τριγωνομετρικός όρος περιφοράς μεταβάλλεται “γρήγορα”, με ρυθμό ανάλογο της μέσης κίνησης των σωμάτων *εκτός και αν* οι δύο πλανήτες βρίσκονται σε *συντονισμό*, δηλαδή

$$k_1 n_i + k_2 n_j \approx 0$$

το οποίο, σύμφωνα με τον 3ο νόμο του, θα συμβαίνει όταν οι ημιάξονες των τροχιών τους *ικανοποιούν* τη σχέση

$$a_1 \approx \left( \frac{|k_1|}{|k_2|} \right)^{2/3} a_2 \quad (\text{για } a_1 < a_2)$$

Τότε, η συχνότητα της ταλάντωσης που προκαλεί ο συγκεκριμένος όρος του δυναμικού είναι πολύ μικρή, με αποτέλεσμα να προκαλεί ημιτονοειδείς μεταβολές των στοιχείων της τροχιάς με αργό ρυθμό. Όλοι οι υπόλοιποι όροι της  $R$  προκαλούν διαταραχές *υψηλής συχνότητας* που έχουν μέσο όρο μηδέν μέσα στο χρονικό διάστημα που χρειάζεται για να εκτελέσουν οι πλανήτες μία περιφορά γύρω από τον Ήλιο, αφού η γωνία  $\varphi$  προλαβαίνει να διαγράψει όλο το διάστημα  $[0, 2\pi]$  και επομένως η μέση τιμή του  $\cos \varphi$  είναι μηδέν. Αντίθετα, ο όρος του συντονισμού που έχει σχεδόν μηδενική συχνότητα, συνεπάγεται μια μικρή μόνο μεταβολή του αντίστοιχου  $\varphi$  (μέσα σε μια περίοδο) και άρα έχει μέση τιμή διάφορη του μηδενός.

## Γραμμική θεωρία μακροπρόθεσμης (αέναης) κίνησης

Είναι φανερό ότι, αν οι ημιάξονες των πλανητών δεν ικανοποιούν καμία σχέση συντονισμού (ο λόγος συχνοτήτων είναι άρρητος) τότε μπορούμε να απαλείψουμε από την  $R$  **όλους** του γραμμικούς συνδυασμούς των  $\varphi$  που περιέχουν τα  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$ . Ετοι, οι μόνοι τριγωνομετρικοί όροι που διατηρούνται στην  $\langle R \rangle$  είναι οι λεγόμενοι *αιώνιοι όροι* (secular terms) που περιέχουν γραμμικούς συνδυασμούς των γωνιών προσανατολισμού. Αν κρατήδουμε μόνο τους όρους μέχρι 2ης τάξης ως προς τα  $e$  και  $i$ , η παρελκτική συνάρτηση παίρνει τη μορφή

$$\langle R_i \rangle = G \frac{m_j}{M} n a_i^2 [ A_{il} e_i^2 + A_{i2} e_1 e_2 \cos(\varpi_1 - \varpi_2) + B_{il} I_i^2 + B_{i2} I_1 I_2 \cos(\Omega_1 - \Omega_2) ]$$

όπου οι συντελεστές  $A$  και  $B$  εξαρτώνται από το λόγο των ημιαξόνων των δύο σωμάτων. Επειδή η  $\langle R \rangle$  δεν περιέχει τα  $\lambda$ , η πρώτη από τις εξισώσεις του Lagrange δίνει

$$\frac{da}{dt} = 0 \Rightarrow a_i = \text{σταθ}$$

Η παραπάνω εξίσωση αποτελεί τη μαθηματική έκφραση του θεωρήματος των Laplace-Lagrange, σύμφωνα με το οποίο *οι μεγάλοι ημιάξονες των πλανητικών τροχιών είναι σταθεροί*. Στη γλώσσα της Αναλυτικής Μηχανικής, οι γενικευμένες συντεταγμένες  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  είναι *αγνοήσιμες*, οπότε οι συζυγείς τους ορμές (που έχουν μέτρο ανάλογο του  $a^{1/2}$ ) είναι ολοκληρώματα της κίνησης.

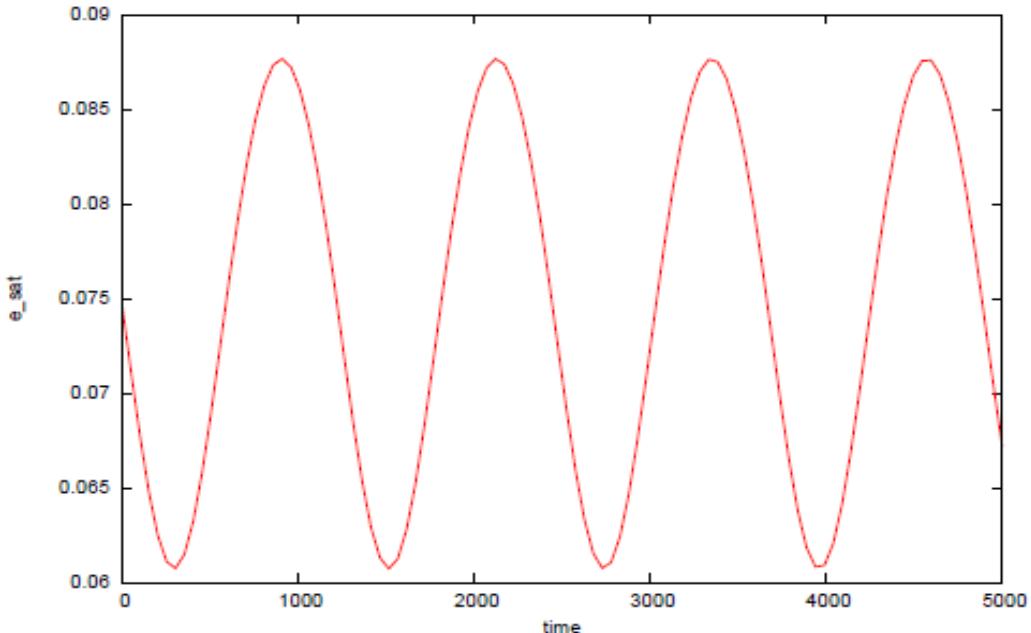
Φυσικά, αυτό το θεώρημα ισχύει μόνο αν υποθέσουμε ότι η παραπάνω – προσεγγιστική – μορφή της  $\langle R \rangle$  είναι αρκετή για να περιγράψει τη “σωστή” κίνηση, δηλαδή ότι η σειρά στην οποία έχουμε αναπτύξει τη συνολική  $R$  συγκλίνει για κάθε  $t$ , κάτι που ξέρουμε ότι δεν είναι ακριβές.

Για τα  $(e_i, \omega_i)$  και  $(i_i, \Omega_i)$  οι εξισώσεις Lagrange μπορούν να επιλυθούν εύκολα σε αυτήν την προσέγγιση. Αν ορίσουμε τις ποσότητες

$$\begin{aligned} h &= e \cos \varpi & , & p = i \cos \Omega \\ k &= e \sin \varpi & , & q = i \sin \Omega \end{aligned}$$

τότε οι εξισώσεις Lagrange μετασχηματίζονται σε ένα σύστημα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων ως προς αυτές, η λύση του οποίου δίνει γραμμικές ταλαντώσεις με ιδιοσυχνότητες  $g_i$  (για το ζεύγος  $e, \omega$ ) και  $s_i$  (για το ζεύγος  $i, \Omega$ )

αντίστοιχα (βλ. το αντίστοιχο διάγραμμα για την εκκεντρότητα του *Κρόνου*). Σημειώνουμε ότι η θεωρία είναι άμεσα επεκτάσιμη για συστήματα με περισσότερους πλανήτες. Έτσι, τελικά, η γραμμική θεωρία αέναης κίνησης των Laplace-Lagrange προβλέπει:



Εικόνα 30: Η εκκεντρότητα του Κρόνου, σα συνάρτηση του χρόνου

- (a) σταθερούς ημιάξονες, και
- (β) μικρού πλάτους και χαμηλής συχνότητας ταλαντώσεις των  $(e, \omega)$  και  $(i, \Omega)$

δηλαδή απόλυτη ευστάθεια του πλανητικού συστήματος. Οι τροχιές των πλανητών μοιάζουν με ελαφρά διαταραγμένες ελλείψεις, των οποίων ο προσανατολισμός στο διάστημα και η ελλειπτικότητα αλλάζει με περιοδικό τρόπο και πολύ αργό ρυθμό.

### Κίνηση σε συντονισμό

Αν δύο πλανήτες (ή ένας πλανήτης κι ένας αστεροειδής) ικανοποιούν μια συνθήκη συντονισμού, τότε ο “ισχυρότερος” όρος της  $R$  είναι αυτός που αντιστοιχεί στο αντίστοιχο  $\varphi$ . Για παράδειγμα, για έναν αστεροειδή που βρίσκεται σε συντονισμό 2:1 με τον πλανήτη Δία ( $a \sim 3.3$  AU), ο κύριος όρος του παρελκτικού δυναμικού είναι

$$\langle R \rangle = C(a) e \cos(\lambda - 2\lambda_d + \varpi)$$

όπου, για λόγους απλότητας, θεωρούμε συνεπίπεδες τροχιές και το Δία να ακολουθεί κυκλική τροχιά. Αγνοώντας τους υπόλοιπους όρους της  $R$ , βρίσκουμε ότι οι

εξισώσεις Lagrange δίνουν

$$\frac{da}{dt} \sim 2 n a^2 e \sin \varphi$$

$$\frac{de}{dt} \sim -a n \sin \varphi$$

απ' όπου προκύπτει

$$\frac{da}{de} = -2 a e \Rightarrow e^2 = e_0^2 - \ln(a/a_0)$$

δηλαδή, οι μεταβολές των  $a$  και  $e$  είναι συζευγμένες με τέτοιον τρόπο ώστε η ποσότητα

$$J = e^2 + \ln(a)$$

να αποτελεί ολοκλήρωμα της κίνησης! Επομένως, μια αύξηση του  $a$  συνεπάγεται μείωση του  $e$  και αντίθετα. Σε αντίθεση με τη γραμμική θεωρία αέναντις κίνησης, ο ημιάξονας υφίσταται μεταβολές, αλλά αυτές είναι περιοδικές σε πρώτη προσέγγιση.

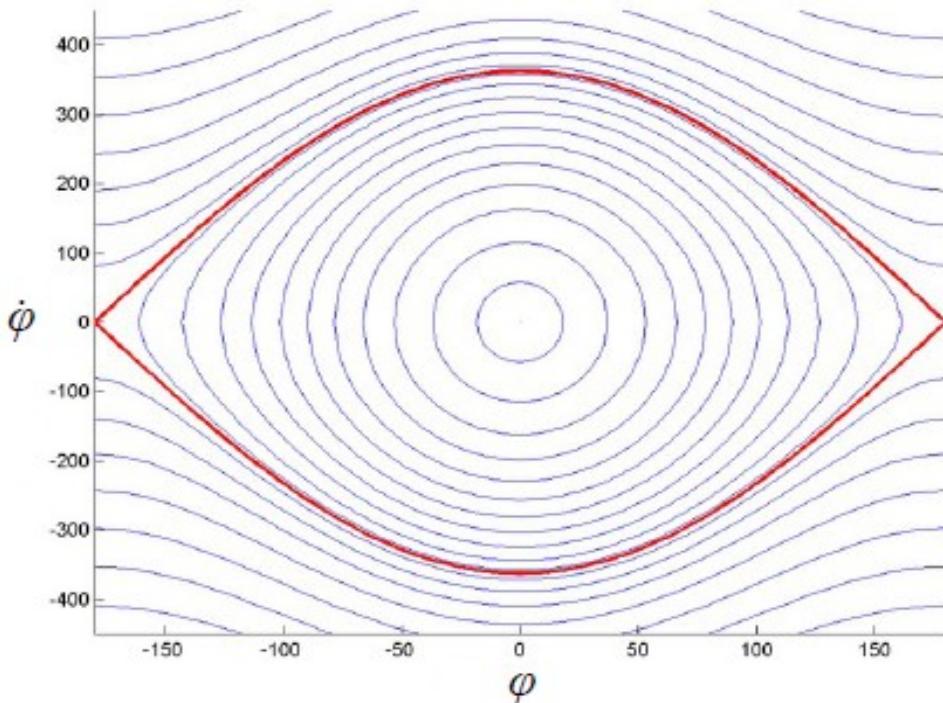
Αν χρησιμοποιήσουμε τον 3ο νόμο του Kepler για να γράψουμε την 1η εξίσωση του Lagrange ως προς το  $dn/dt$  (αντί για το  $da/dt$ ) παίρνουμε

$$\frac{dn}{dt} = -3 n^2 a \frac{\partial R}{\partial \lambda}$$

και, λαμβάνοντας υπόψη ότι  $\dot{\varphi} = n \Rightarrow \ddot{\varphi} = \dot{n}$ , παίρνουμε τη διαφορική εξίσωση

$$\ddot{\varphi} + \beta^2(e) \sin \varphi = 0$$

η οποία είναι η εξίσωση κίνησης ενός εκκρεμούς, με μεταβλητό πλάτος που εξαρτάται από το  $e$ . Επειδή η ταλάντωση δεν αλλάζει τη μέση τιμή του  $a$  (άρα και του  $e$ ), η παραπάνω εξίσωση δίνει ένα διάγραμμα φάσης παρόμοιο με αυτό του απλού εκκρεμούς



Εικόνα 31: Διάγραμμα φάσης των απλού εκκρεμούς. (Credit?)

όπου οι τροχιές διαχωρίζονται σε λικνίσεις (κλειστές τροχιές, δηλ. τοπολογικοί κύκλοι, γύρω από το ευσταθές σημείο ισορροπίας του συντονισμού,  $\phi_0=0$ ) με μικρό πλάτος μεταβολής της  $\phi$ , και περιστροφές, όπου η  $\phi$  διατρέχει όλο το διάστημα  $[0,2\pi]$ . Η διαχωριστική καμπύλη (separatrix) διέρχεται από το ασταθές σημείο ισορροπίας του εκκρεμούς ( $\phi_0 = \pi$ ).

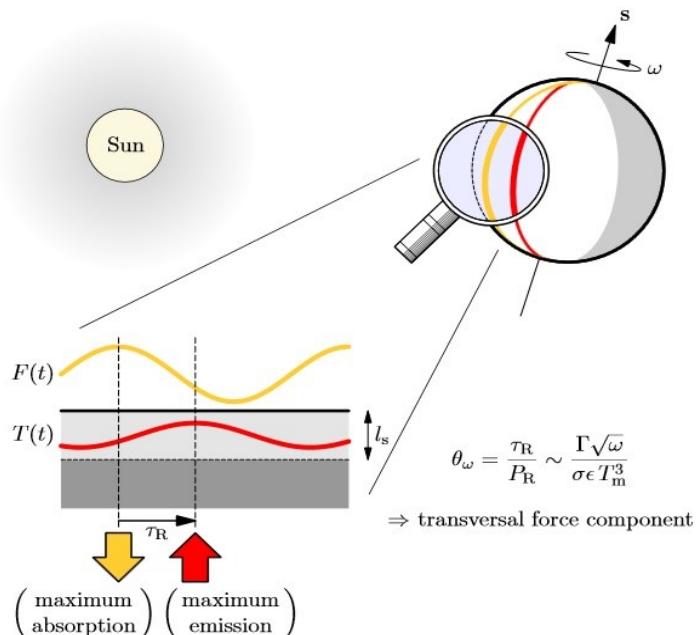
Επομένως, σε πρώτη προσέγγιση, η κίνηση σε συντονισμό προκαλεί περιοδικές, συζευγμένες ταλαντώσεις των  $a$  και  $e$ , με σταθερές μέσες τιμές και ομαλές λικνίσεις / περιστροφές της  $\phi$ . Η βασική διαφορά με την γραμμική αέναν κίνηση – εκτός από το γεγονός ότι η τιμή του μεγάλου ημιάξονα ταλαντώνεται – είναι ότι οι μεταβολές αυτές συμβαίνουν σε χρονικά διαστήματα ανάλογα του  $2\pi/\dot{\phi}$ , που αντιστοιχούν σε περιόδους μερικών εκατοντάδων ετών (και όχι δεκάδες χιλιάδων ετών).

## 2.5 Μη συντηρητικές διαταραχές

Οι μεγάλοι πλανήτες του Ήλιακου Συστήματος – όπως και αυτοί στα εξωηλιακά συστήματα – κινούνται ουσιαστικά μόνο υπό την επίδραση βαρυτικών δυνάμεων. Οι μόνες παρατηρούμενες μεταβολές της κινητικής κατάστασής τους έχουν να κάνουν με τη μεταβολή της *ιδιοπεριστροφής* τους, που προκαλείται από το φαινόμενο των παλιρροιών (βλ. παρακάτω), στην περίπτωση βέβαια που έχουν αρκετά μεγάλους δορυφόρους.

Αντίθετα, τα μικρά αντικείμενα του ηλιακού συστήματος (αστεροειδείς και κομήτες), δέχονται σημαντικές μη συντηρητικές διαταραχές, που οφείλονται κατά κύριο λόγο στην ακτινοβολία του Ήλιου. Η κίνηση των κομητών επηρεάζεται σημαντικά από τους πίδακες αερίου και σκόνης που εκτοξεύονται στο διάστημα, καθώς αυτοί αναπτύσσουν κομητική δραστηριότητα, περνώντας από το περιήλιο της τροχιάς τους. Οι κομήτες, όμως, είναι βραχύβιοι από δυναμικής και φυσικής άποψης, δεδομένου ότι (α) οι τροχιές τους είναι εξαιρετικά ασταθείς και (β) μετά από αρκετές διαβάσεις από το περιήλιο της τροχιάς τους η δραστηριότητά τους φθίνει σημαντικά – καθώς χάνουν τα επιφανειακά στρώματα πητητικών υλικών και η ηλιακή ενέργεια που απορροφούν δεν είναι ικανή να εξαχνώσει τα βαθύτερα στρώματα – και μετατρέπονται σε ανενεργούς (ή αδρανείς) κομήτες (*dormant comets*). Έτσι, η επίδραση των μη συντηρητικών δυνάμεων δεν είναι καθοριστική για τη δυναμική εξέλιξή τους και δεν έχει ευρύτερο αντίκτυπο στη γενικότερη δυναμική εξέλιξη του ηλιακού συστήματος.

Η κύρια μη συντηρητική διαταραχή που ασκείται στους αστεροειδείς είναι η δύναμη που οφείλεται στο λεγόμενο *φαινόμενο Yarkovsky*. Η δύναμη αυτή οφείλεται στη διαφορά κατεύθυνσης μεταξύ της απορροφούμενης ηλιακής ακτινοβολίας και την εκπεμπόμενης θερμικής ακτινοβολίας, λόγω της ιδιοπεριστροφής του αστεροειδούς και της πεπερασμένης θερμικής αγωγιμότητας κάθε φυσικού αντικειμένου. Επειδή η ακτινοβολία, σύμφωνα με την ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Μάξγουελ αλλά και την κβαντική θεωρία των Planck-Einstein, έχει οριμή και η μεταβολή της οριμής ισοδυναμεί με δύναμη (σύμφωνα με το δεύτερο αξίωμα του Νεύτωνα), ο αστεροειδής δέχεται μία δύναμη από την απορρόφηση της ηλιακής ακτινοβολίας και μία άλλη δύναμη από την εκπομπή θερμικής ακτινοβολίας.



*Eικόνα 32: Ερμηνεία του φαινομένου Yarkovsky. (M.Broz/Chrales Univ.)*

Συγκεκριμένα, κάθε αστεροειδής δέχεται τη μέγιστη ακτινοβολία από τον Ήλιο κατά τη μεσημβρινή διεύθυνση, δηλαδή την ευθεία Ήλιος-αστεροειδής. Τα φωτόνια που προσπίπτουν στην επιφάνεια του αστεροειδούς μεταφέρουν την ορμή τους σε αυτόν, ασκώντας έτσι μια δύναμη κατά τη διεύθυνση της μέγιστης απορρόφησης. Η θερμότητα που ο αστεροειδής απορροφά, διαδίδεται στο σώμα του και στη συνέχεια επανεκπέμπεται στο διάστημα. Όμως, αυτό δε συμβαίνει ακαριαία, αφού κάθε σώμα έχει πεπερασμένη θερμική αγωγιμότητα, κι έτσι η διάχυση της θερμότητας (που προσπαθεί να αποκαταστήσει τη θερμοδυναμική ισορροπία) παίρνει κάποιο χρόνο. Σε αυτό το χρονικό διάστημα ο αστεροειδής, που περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, “στρίβει”, με αποτέλεσμα η ευθεία που διέρχεται από το κέντρο του σώματος και το “θερμό σημείο” της επιφάνειας (hot spot) να σχηματίζει γωνία διάφορη του μηδενός ως προς τη (νέα) μεσημβρινή διεύθυνση. Η απορροφούμενη ακτινοβολία επανεκπέμπεται προς τη νέα κατεύθυνση. Επομένως, η συνισταμένη της μεταβολής της ορμής (ώθηση) που δέχεται ο αστεροειδής έχει και εφαπτομενική (και όχι μόνο ακτινική) συνιστώσα. Αυτή η εφαπτομενική συνιστώσα της ώθησης μεταβάλλει την ενέργεια του κομήτη και, συνακόλουθα, το μεγάλο ημιάξονα της τροχιάς του (βλ. τις εξισώσεις διαταραχών του Gauss).

Είναι προφανές ότι η μεταβολή σχετίζεται με την κατεύθυνση του άξονα περιστροφής. Το  $a$  αυξάνει όταν ο αστεροειδής περιστρέφεται κατά την ορθή φορά (spin “up”), ενώ μειώνεται όταν περιστρέφεται ανάδρομα (spin “down”). Σημειώνουμε ότι, αν ο αστεροειδής έχει ακανόνιστο σχήμα, τότε η ώθηση προκαλεί ροπή, η οποία μεταβάλλει την περιστροφική του κίνηση (φαινόμενο YORP). Η θεωρητική ανάλυση του φαινομένου Yarkovsky δείχνει ότι η ώθηση είναι ασθενής αλλά υπολογίσιμη για σώματα με διάμετρο  $D < 10$  km. Η τιμή της μεταβολής  $\dot{a}_Y$  που προκαλείται εξαρτάται και από τις τιμές της θερμικής αγωγιμότητας και της περιόδου περιστροφής του αστεροειδούς. Οι υπολογισμοί δείχνουν ότι, κατά μέσον όρο, ο ρυθμός μεταβολής είναι ίση προς

$$\dot{a}_Y = \frac{2.7 \times 10^{-4}}{D} \quad (AU/My)$$

με το  $D$  να μετριέται σε km. Μπορεί η τιμή του  $\dot{a}_Y$  να φαίνεται μικρή, δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε ότι η ηλικία του Ήλιακου Συστήματος είναι περίπου 4.6 Gy. Ένας αστεροειδής με  $D=1$  km θα μπορούσε να διανύσει απόσταση  $\sim 1.2$  AU – δηλαδή πάνω από το μισό της κύριας ζώνης – κατά τη διάρκεια της ζωής του συστήματος. Επομένως, το φαινόμενο είναι σημαντικό και μας επιτρέπει να κατανοήσουμε πώς είναι δυνατό να υπάρχουν ακόμη και σήμερα παραγήνοι αστεροειδείς, τη στιγμή που οι βασικές πηγές – οι κύριοι συντονισμοί με το Δία – είναι σχεδόν άδειοι (διάκενα Kirkwood, Kirkwood gaps).

## 2.6 Επίδραση παλιρροιών

Η παλιρροιογόνος δύναμη οφείλεται στη διαφορά της βαρυτικής δύναμης που ασκεί ένα σώμα (π.χ. ένας δορυφόρος μάζας  $m$ ) σε διαφορετικά σημεία της επιφάνειας

ενός άλλου (πλανήτης, μάζας  $M$ ), λόγω του ότι τα σώματα δεν είναι σημειακά. Αν ο πλανήτης έχει φυσική ακτίνα  $R$  και ο δορυφόρος κινείται σε κυκλική τροχιά με ακτίνα  $a$ , η διαφορά αυτή (ανά μονάδα μάζας) είναι

$$\Delta F = \frac{G m}{(a-R)^2} - \frac{G m}{a^2} \simeq \frac{2 G m R}{a^3}$$

Το σχήμα ισορροπίας του πλανήτη είναι ελλειψοειδές<sup>8</sup>, με το μέγιστο ύψος,  $\xi$ , της υδροστατικής παλίρροιας να δίνεται από τη σχέση

$$\frac{\xi}{R} \sim \left(\frac{m}{M}\right) \left(\frac{R}{a}\right)^3$$

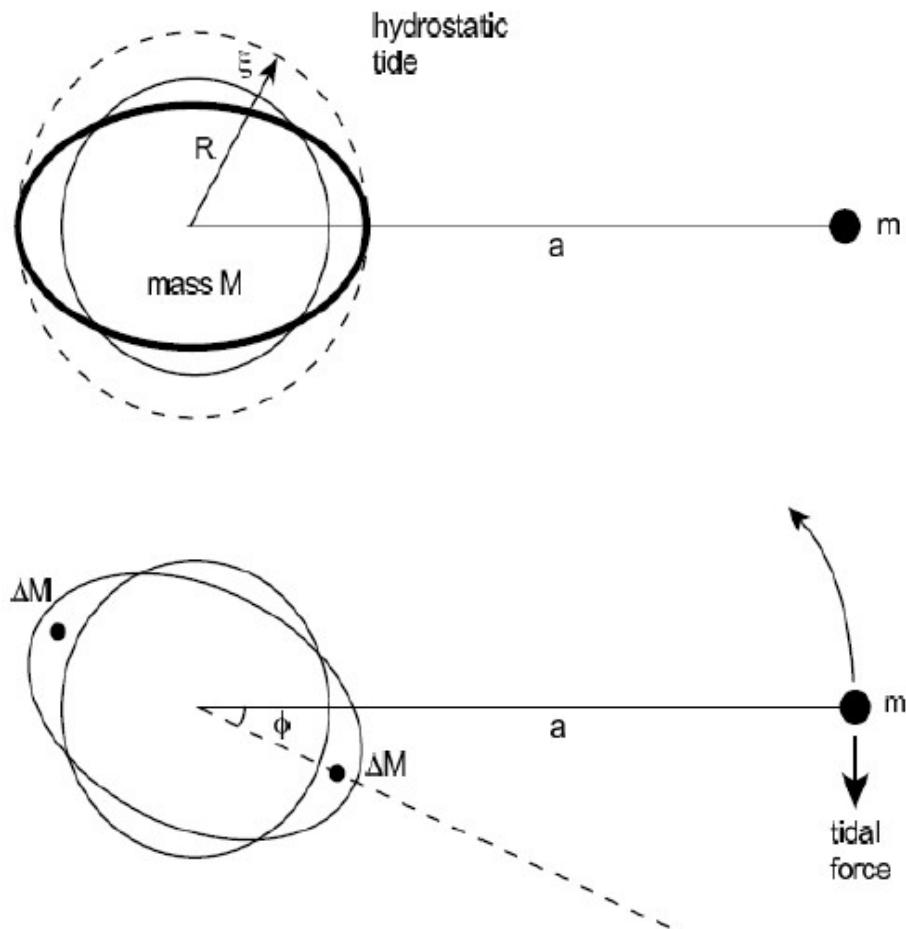
η οποία προκύπτει αν υπολογίσουμε το έργο που εκτελεί η δύναμη της παλίρροιας προκειμένου να ανυψώσει τη μάζα  $\Delta M$ , ενεργώντας σε διεύθυνση αντίθετη προς τη βαρύτητα του πλανήτη. Η μάζα του εξογκώματος είναι της τάξης του

$$\Delta M = 4\pi \rho R^2 \xi \sim \left(\frac{R}{a}\right)^3 m$$

Το βασικό σημείο που χρήζει προσοχής είναι ότι, αν λάβουμε υπόψη μιας την περιφορά του δορυφόρου γύρω από τον πλανήτη, τότε η παλίρροια είναι ουσιαστικά μια περιοδική διαταραχή και το σχήμα ισορροπίας του πλανήτη (και άρα η διεύθυνση του εξογκώματος) θα είναι το αποτέλεσμα της αντίδρασης του πλανήτη σε αυτήν τη διαταραχή. Αν η συχνότητα περιφοράς του δορυφόρου,  $n$ , δεν είναι ίση με τη συχνότητα περιστροφής του πλανήτη,  $\Omega$ , τότε η διεύθυνση του εξογκώματος θα καθορίζεται από τη διαφορά συχνοτήτων και από το μέγεθος της τριβής που ασκείται ανάμεσα σε γειτονικά στρώματα ύλης με διαφορετική πυκνότητα (π.χ. ωκεανός και στερεός πυθμένας). Οι τριβές αναγκάζουν τον πλανήτη να αντιδρά με υστέρηση φάσης ως προς την εξαναγκασμένη ταλάντωση, έτσι ώστε το μέγιστο του εξογκώματος να προπορεύεται της επιβατικής ακτίνας του δορυφόρου (για  $n > \Omega$ ) – όπως στην περίπτωση του συστήματος Γη-Σελήνη – ή να έπειται (για  $n < \Omega$ ) κατά γωνία  $\varphi$ .

---

<sup>8</sup> Το σχήμα ισορροπίας είναι η λύση της αλγεβρικής εξίσωσης  $f(x,y,z) = 0$  που προκύπτει από την απαίτηση η συνολική δύναμη στην επιφάνεια του πλανήτη (στο μη αδρανειακό σύστημα του κέντρου του πλανήτη) να είναι ίση με μηδέν.



Εικόνα 33: Επιβράδυνση της περιστροφής ενός πλανήτη λόγω του φαινομένου των παλιρροιών. (Credit?)

Επομένως, επειδή ο άξονας συμμετρίας του πλανήτη σχηματίζει γωνία  $\varphi$  με τη διεύθυνση πλανήτη-δορυφόρου, η μάζα του εξογκώματος (που μπορούμε να θεωρήσουμε ότι συγκεντρώνεται σε δύο αντιδιαμετρικά σημεία επάνω στον άξονα συμμετρίας) ασκεί ροπή στο δορυφόρο. Αυτό συνεπάγεται τη μεταβολή του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς του δορυφόρου που μπορεί να αποδειχθεί ότι δίνεται από τη σχέση

$$\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \sim M^{-1/2} \frac{m R^5}{Q} a^{-13/2}$$

όπου  $Q \sim 1/\varphi$ , ο παράγοντας κατανάλωσης ενέργειας (ή παράγοντας ποιότητας) λόγω τριβών στο εσωτερικό του πλανήτη. Η τιμή του  $Q$  χαρακτηρίζει την εσωτερική δομή του πλανήτη. Έτσι, αν καταφέρουμε να παρατηρήσουμε με ακρίβεια τις μικρομεταβολές που υφίστανται οι τροχιές των δορυφόρων των πλανητών (ή ένα σκάφος που εκτελεί διαστημική αποστολή γύρω από κάποιον πλανήτη) μπορούμε να

υπολογίσουμε το  $Q$  και να πάρουμε πληροφορίες για την εσωτερική δομή του.

Σημειώνουμε ότι, όπως ο δορυφόρος εξασκεί παλιρροιογόνες δυνάμεις στον πλανήτη, αντίστοιχα και ο πλανήτης ασκεί παλιρροιογόνο δύναμη στον δορυφόρο. Αυτή η δύναμη εξαναγκάζει τα εσωτερικά στρώματα του δορυφόρου να “τρίβονται” μεταξύ τους και να θερμαίνονται, και μπορεί να προκαλέσει την εμφάνιση ηφαιστειακής δραστηριότητας, όπως στην περίπτωση της *Ιούς* ή του *Εγκέλαδου*. Επίσης, οι παλιρροιογόνοι ροπή μεταβάλλει τη συχνότητα περιστροφής του πλανήτη, τείνοντας να εξισώσουν τις δύο βασικές συχνότητες της κίνησης του συστήματος των δύο σωμάτων,  $n$  και  $\Omega$ . Η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του πλανήτη μπορεί να βρεθεί από τη σχέση

$$\dot{L} = |\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = I \dot{\Omega} + \frac{M m}{M + m} \frac{d(n a^2)}{dt}$$

που δίνει το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του, όπου  $L$  η στροφορμή,  $I$  η ροπή αδρανείας του πλανήτη και  $(M, m)$  οι μάζες του πλανήτη και του δορυφόρου. Χρησιμοποιώντας την έκφραση του  $da/dt$  που είδαμε προηγουμένως, καταλήγουμε στη σχέση

$$\dot{\Omega} \sim \frac{m}{M Q} \left( \frac{R}{a} \right)^3 n^2$$

## **Κεφάλαιο 3ο**

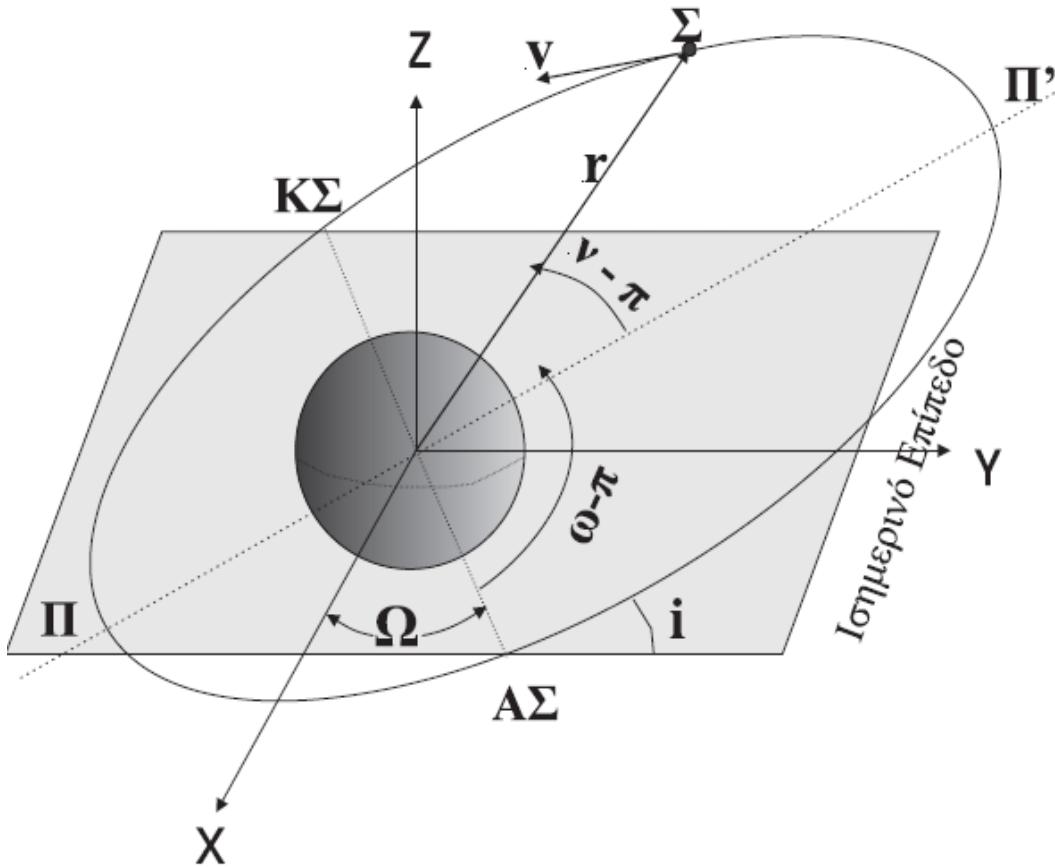
### **Εφαρμογές Ουράνιας Μηχανικής - Τεχνητοί Δορυφόροι**

Οι τροχιές των τεχνητών δορυφόρων της Γης δεν είναι τυχαίες. Η επιλογή της τροχιάς κάθε δορυφόρου καθορίζεται με βάση τις ιδιαιτερότητες της αποστολής του. Για παράδειγμα, ανάλογα με τις ανάγκες μας, οι δορυφόροι μπορεί να τεθούν σε ισημερινές, πολικές, ή ενδιάμεσης κλίσης τροχιές. Η τοποθέτηση του δορυφόρου στην τελική του τροχιά γίνεται σε διάφορα στάδια. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις της ελλειπτικής κίνησης, μπορούμε να σχεδιάσουμε τα διαδοχικά βήματα μετάθεσης της τροχιάς, πάντα με στόχο την ελαχιστοποίηση της απαιτούμενης ενέργειας. Βέβαια, ακόμη και μετά την τοποθέτηση του δορυφόρου στην τελική του τροχιά, θα πρέπει να έχει απομείνει ικανή ποσότητα καυσίμου, ώστε να μπορούν να πραγματοποιηθούν μικρές διορθώσεις στην τροχιά, κατά τη διάρκεια εκτέλεσης της αποστολής (συνήθως ~5-10 χρόνια). Οι διορθώσεις αυτές είναι απαραίτητες καθώς (α) ασθενείς δυνάμεις που ασκούνται στον δορυφόρο οδηγούν στην αργή απομάκρυνσή του από την επιθυμητή τροχιά και (β) πιθανές συγκρούσεις με "διαστημικά σκουπίδια" (space debris) ή μετεωροειδή, οι οποίες δεν? είναι δυνατό να προβλεφθούν, μπορεί να καταστρέψουν κάποια από τα όργανα του δορυφόρου.

Στις επόμενες παραγράφους θα περιγράψουμε το γεωκεντρικό σύστημα συντεταγμένων, βάσει του οποίου κατηγοριοποιούμε τις διάφορες οικογένειες τεχνητών δορυφόρων, περιγράφοντας επίσης συνοπτικά τη διαδικασία παρακολούθησης της τροχιάς ενός δορυφόρου κατά τη διάρκεια εκτέλεσης της αποστολής του. Στη συνέχεια, με βάση την ανάλυση της ελλειπτικής κίνησης που προηγήθηκε, θα δείξουμε πώς είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την ώθηση Δυ που πρέπει να ασκήσουμε στο δορυφόρο, ώστε να επιφέρουμε συγκεκριμένη διόρθωση ή μετάθεση της τροχιάς του, παρουσιάζοντας τις βασικότερες των περιπτώσεων. Ταυτόχρονα, θα αποδείξουμε τη βασική εξίσωση με την οποία υπολογίζουμε την κατανάλωσης ενέργειας/καυσίμου (εξίσωση πυραύλου) και θα δώσουμε παραδείγματα υπολογισμού του ενεργειακού κόστους μιας αποστολής, κάνοντας ιδιαίτερη αναφορά στην τοποθέτηση δορυφόρου σε γεωστατική τροχιά.

#### **3.1 Η τροχιά στο διάστημα**

Σε προηγούμενες παραγράφους μελετήσαμε τις ιδιότητες της ελλειπτικής κίνησης στο επίπεδο της τροχιάς. Όμως, το επίπεδο της τροχιάς δύο διαφορετικών δορυφόρων δεν είναι συνήθως το ίδιο, όπως συμβαίνει και για τους πλανήτες και τα χιλιάδες μικρά σώματα του Ήλιακου Συστήματος. Αν θέλουμε να γνωρίζουμε τον ακριβή προσανατολισμό της ελλειπτικής τροχιάς του δορυφόρου στο διάστημα, θα πρέπει να ορίσουμε - σε πλήρη αναλογία με τους πλανήτες, αστεροειδείς κλπ - ένα τριδιάστατο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς (κατά προσέγγιση αδρανειακό), ως προς το οποίο ορίζουμε τα αντίστοιχα στοιχεία της τροχιάς.



Εικόνα 34: Γεωμετρία της τροχιάς ενός τεχνητού δορυφόρου της Γης

Για κίνηση γύρω από τη Γη, το σύστημα αναφοράς είναι προφανώς γεωκεντρικό, με το επίπεδο  $xy$  να ταυτίζεται με τον ισημερινό της Γης και τον άξονα Οz να ταυτίζεται με τον άξονα περιστροφής της Γης. Σε αυτό το σύστημα αναφοράς, ο προσανατολισμός της ελλειπτικής τροχιάς του δορυφόρου στο χώρο καθορίζεται από τις γωνίες  $i$ ,  $\Omega$  και  $\omega$ , όπως φαίνεται στο αντίστοιχο σχήμα, οι οποίες έχουν την ίδια φυσική σημασία με τις αντίστοιχες γωνίες προσανατολισμού για τους πλανήτες. Το σημείο τομής της έλλειψης με το επίπεδο του Ισημερινού είναι ο αναβιβάζων σύνδεσμος (ΑΣ) της τροχιάς και η γωνία που σχηματίζει η γραμμή των συνδέσμων με τον άξονα Οx ονομάζεται μήκος του αναβιβάζοντος συνδέσμου,  $\Omega$ . Στο επίπεδο της τροχιάς, η γωνία που σχηματίζει η γραμμή των αφίδων με τη γραμμή των συνδέσμων ορίζει τη γωνία (όρισμα) του περιγείου,  $\omega$ . Η γωνία που σχηματίζει η επιβατική ακτίνα του κινητού με τη γραμμή των αφίδων είναι η αληθής ανωμαλία,  $v$ . Έτσι, η θέση του δορυφόρου ως προς το αδρανειακό σύστημα αναφοράς καθορίζεται πλήρως από το σύνολο των έξι στοιχείων της τροχιάς,  $(a, e, i, \Omega, \omega, v)$ . Αντί της  $v$  χρησιμοποιούμε συνήθως τη μέση ανωμαλία,  $M$  (ή  $\ell$ ). Προφανώς όλα τα στοιχεία της τροχιάς είναι σταθερά, αν αγνοήσουμε τις πιθανές διαταραχές, εκτός από την ανωμαλία του δορυφόρου.

Σημειώνουμε ότι, εκτός του προαναφερθέντος αδρανειακού συστήματος αναφοράς, χρησιμοποιείται επίσης το γεωκεντρικό περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς, το

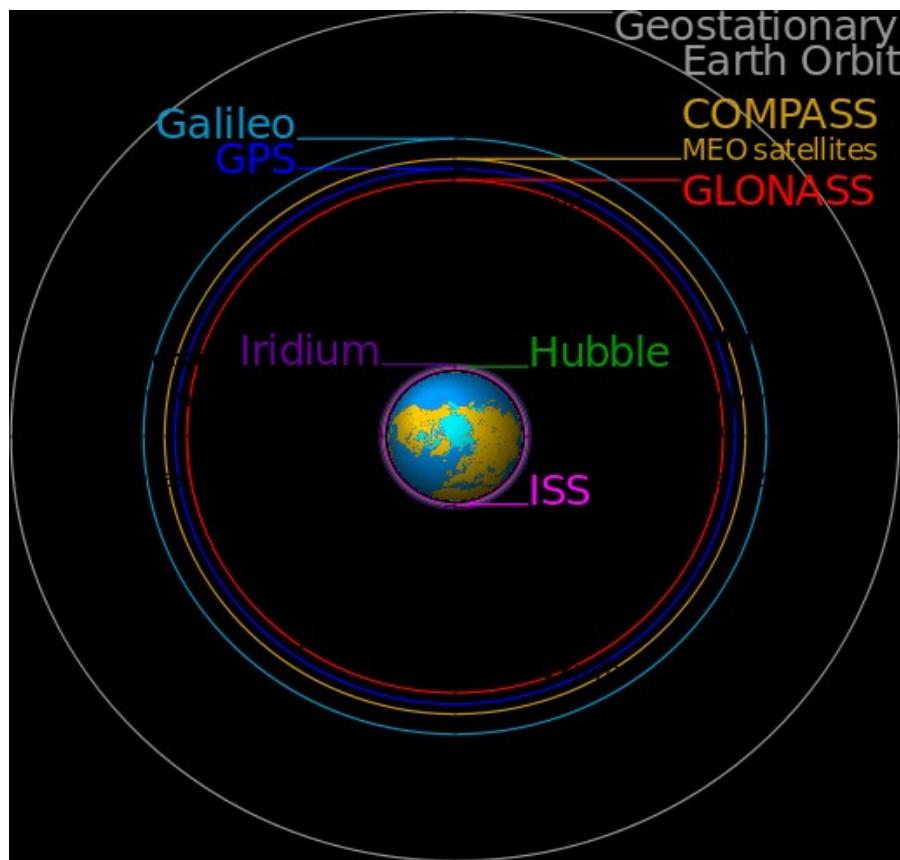
οποίο περιστρέφεται γύρω από το αδρανειακό σύστημα με γωνιακή ταχύτητα σταθερή και ίση με αυτήν της Γης. Στο περιστρεφόμενο σύστημα, ο αναβιβάζων σύνδεσμος της τροχιάς έχει μήκος  $\Omega' = \Omega - \omega_{\text{Γης}} t$ , όπου  $\omega_{\text{Γης}}$  η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης και  $t$  ο αστρικός χρόνος.

### 3.2 Τροχιακή κατανομή των δορυφόρων

Η πλειοψηφία των τεχνητών δορυφόρων της Γης ακολουθεί τροχιές χαμηλού ύψους,

$$H_i = r_i - R_{\text{Γης}}$$

όπου  $R_{\text{Γης}}$  η ακτίνα της Γης και το σύμβολο  $i$  αντικαθίσταται από τα  $p$  ή  $a$  αντίστοιχα για το περίγειο και το απόγειο της τροχιάς. Οι τροχιές χαμηλού ύψους ονομάζονται τροχιές LEO (Low Earth Orbits) και χαρακτηρίζονται από τον μεγάλο αριθμό περιφορών περί την Γη που εκτελεί ο δορυφόρος κατά τη διάρκεια μιας ημέρας (10-16 περιφορές). Σημειώνουμε ότι οι δορυφόροι σε τροχιές LEO δέχονται την επίδραση της αεροδυναμικής τριβής, λόγω του ότι βρίσκονται κοντά στην ανώτερη ατμόσφαιρα της Γης. Εκτός από τους "απλούς" δορυφόρους, τροχιές τύπου LEO ακολουθούν



Εικόνα 35: Θέση ορισμένων "χαρακτηριστικών" τεχνητών δορυφόρων της Γης. Το "συήνος" των δορυφόρων Iridium αποτελείται από 66 δορυφόρους και εξυπηρετεί τηλεπικοινωνικούς σκοπούς.

(α) ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός (International Space Station, ISS), με  $H=360$  km και

(β) Το Διαστημικό Τηλεσκόπιο Hubble (HST), με  $H=500$  km.

Ο ISS αποτελεί ένα από τα κορυφαία δείγματα τεχνολογικής ανάπτυξης του ανθρώπου, καθώς είναι το μεγαλύτερο (υπό κατασκευή) διεθνές εργαστήριο στο διάστημα. Αντίστοιχα, το HST είναι ίσως το πιο "επιτυχημένο" οπτικό τηλεσκόπιο στην ιστορία της Αστρονομίας, έχοντας οδηγήσει σε πολύ σημαντικά ερευνητικά αποτελέσματα την τελευταία δεκαετία.

Περίπου το 15% των δορυφόρων ακολουθούν τροχιές μεγάλου ύψους, έτσι ώστε να εκτελούν μία ή δύο περιφορές της Γης ανά ημέρα. Οι τροχιές αυτές ονομάζονται επομένως γεωσύγχρονες (GEO) και ημισύγχρονες, αντίστοιχα. Οι τροχιές τύπου GEO των οποίων το επίπεδο κίνησης σχεδόν ταυτίζεται με τον ισημερινό της Γης ονομάζονται γεωστατικές (geostationary), με τον δορυφόρο να βρίσκεται διαρκώς πάνω από έναν συγκεκριμένο τόπο του ισημερινού της Γης. Οι τροχιές ενδιάμεσου (medium) ύψους (MEO) είναι λίγες, αλλά εξαιρετικά σημαντικές για την ανθρώπινη δραστηριότητα, καθώς πρόκειται κυρίως για τους αστερισμούς δορυφόρων των συστημάτων προσδιορισμού θέσης GPS (των Η.Π.Α.), Galileo (της Ε.Ε.) και GLONASS (της Ρωσίας).

Η μεγάλη πλειοψηφία των δορυφορικών τροχιών είναι σχεδόν κυκλικές. Αξιοσημείωτη εξαίρεση αποτελούν οι τροχιές τύπου Molniya και Tundra, των οποίων οι εκκεντρότητες φτάνουν μέχρι και την τιμή  $e=0.8$ . Οι τροχιές αυτού του τύπου (περίπου 15% του συνόλου) ανακαλύφθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά τη δεκαετία του 1960 στην τέως Σοβιετική Ένωση. Πρόκειται για ειδική κατηγορία ημισύγχρονων και γεωσύγχρονων, αντίστοιχα, τροχιών, που ταυτόχρονα χαρακτηρίζονται από σταθερή κλίση  $i=63^{\circ}.4$ . Οι τροχιές αυτές έχουν την ιδιότητα να διατηρούν το απόγειό τους σταθερά πάνω από συγκεκριμένο τόπο, έχοντας αντισταθμίσει τις διαταραχές που προκαλεί το ισημερινό εξόγκωμα της Γης (βλ. παρακάτω). Η ιδιότητά τους αυτή τις καθιστά ιδανικές για τηλεπικονιωνιακή χρήση από τόπους μεγάλου γεωγραφικού πλάτους, όπως η τέως Σοβιετική Ένωση. Περίπου οι μισές γεωσύγχρονες και ημισύγχρονες τροχιές είναι τύπου Molniya και Tundra, ενώ οι υπόλοιπες είναι ισημερινές ή πολικές ( $i\sim 90^{\circ}$ ).

Μόλις το 10% των δορυφόρων ακολουθούν σχεδόν ισημερινές τροχιές ( $i<15^{\circ}$ ), στην πλειοψηφία τους κυκλικές τροχιές τύπου LEO. Οι τροχιές με κλίση  $i>60^{\circ}$  αποτελούν περίπου το 75% του καταλόγου. Εκτός των τροχιών τύπου Molniya και Tundra, μεγάλο ποσοστό των δορυφόρων ακολουθεί πολικές και ηλιοσύγχρονες ( $i\sim 90^{\circ}-110^{\circ}$ ) τροχιές. Αυτές οι τροχιές χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση και καταγραφή γεωλογικών, βαρυτημετρικών και μετεωρολογικών δεδομένων της Γης, την οποία καλύπτουν εξ ολοκλήρου. Οι ηλιοσύγχρονες τροχιές έχουν την επιπλέον ιδιότητα να διατηρούν σταθερό τον προσανατολισμό του αναβιβάζοντος συνδέσμου ως προς τον Ήλιο. Αυτό επιτρέπει σταθερό φωτισμό των κατόπτρων του δορυφόρου (και του

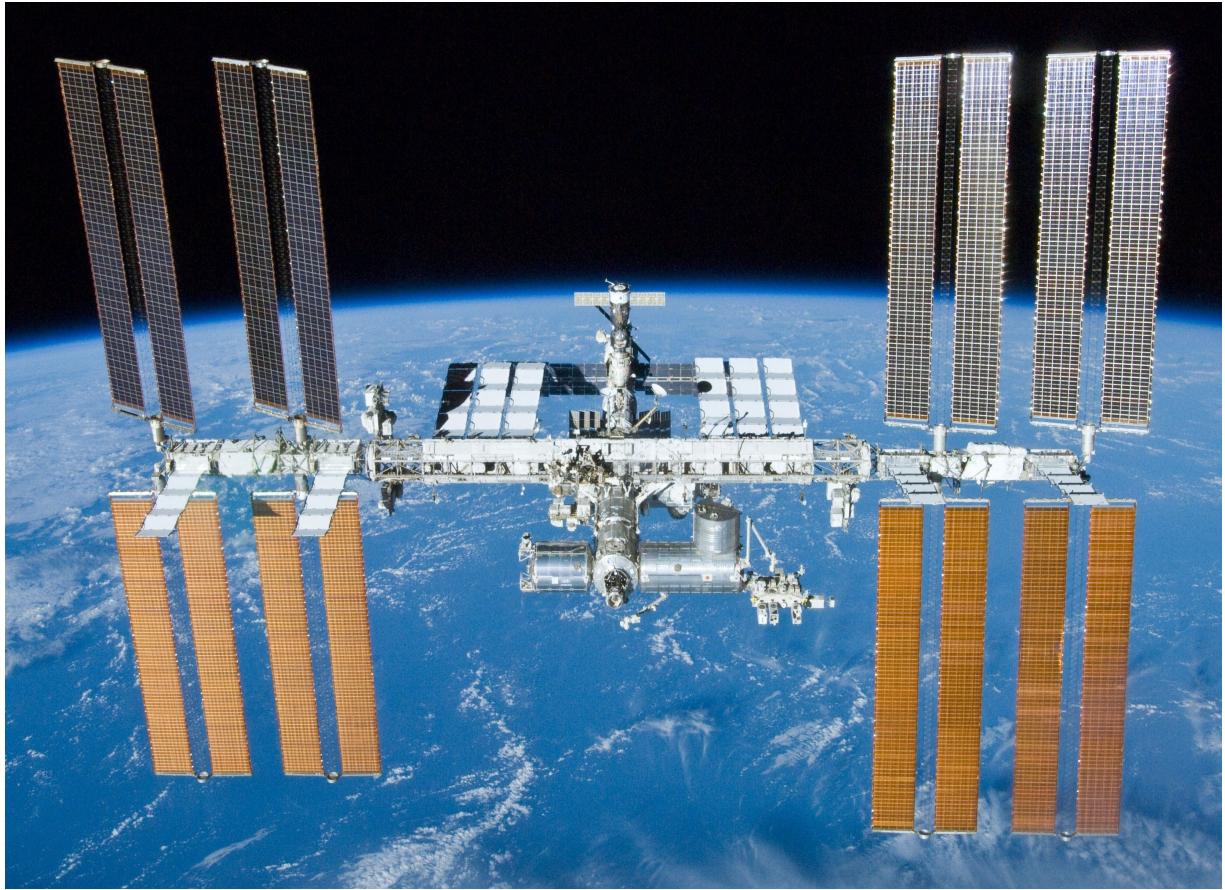
στόχου) όπως και την διαρκή παρακολούθηση του Ήλιου για επιστημονικούς σκοπούς (π.χ. το ηλιακό παρατηρητήριο SOHO).

### Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός (ISS)

Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός αποτελεί κορυφαίο τεχνολογικό επίτευγμα της ανθρωπότητας και παράδειγμα διεθνούς συνεργασίας που αποσκοπεί στην επιτημονική και τεχνολογική πρόοδο, σε τομείς πολύ ευρύτερους από τη Διαστημική, που είναι η προφανής εφαρμογή. Πρόκειται για μια μοναδική πλατφόρμα διεξαγωγής πειραμάτων σε δαστημικό περιβάλλον (βλ. ακτινοβολίες) και σε συνθήκες μικροβαρύτητας. Τα πειράματα που διεξάγονται από τα κατά καιρούς πληρώματα σχετίζονται κατά κύριο λόγο με τη Βιολογία, τη Φυσιολογία, τη Βοτανική, τη Μετεωρολογία, την Αστρονομία, αλλά και με τονείς της βασικής Φυσικής. Μεγάλο μέρος των πειραμάτων διευθύνεται από την ESA, μέσω του προγράμματος ELIPS.

Ο ISS είναι λοιπόν ένας κατοικήσιμος δορυφόρος σε τροχιά LEO με ύψος μεταξύ των 330 και 450 km, που συμπληρώνει ~16 περιφορές περί την Γη κάθε μέρα. Φυσικά αποτελεί το μεγαλύτερο τεχνητό αντικείμενο σε τροχιά. Είναι μάλιστα ορατός με γυμνό μάτι από τη Γη. Το πρώτο τμήμα του εκτοξεύτηκε το 1998. Αποτελείται από διάφορα τμήματα, όπως κατοικίσημοι θάλαμοι με ατμοσφαιρική πίεση, προωθητήρες, ηλιακά κάτοπτρα και επιστημονικά εργαστήρια. Η τοποθέτηση των διαφόρων τμημάτων έχει γίνει τόσο από αποστολές της NASA (Space Shuttle) όσο και από Ρωσικές αποστολές (Soyuz) και αποστολές της ESA (π.χ. Columbus module).

Ο ISS δεν είναι ο πρώτος διαστημικός σταθμός με δυνατότητα διεξαγωγής πειραμάτων από ανθρώπους. Οι πιο σημαντικοί από τους παλαιότερους τέτοιους σταθμούς ήταν ο Σοβιετικός Mir και ο Αμερικανικός Skylab. Ο ISS είναι όμως ο αρτιότερος και βρίσκεται σε συνεχή λειτουργία, με πληρώματα που παραμένουν για μήνες εκεί, από το 2000. Έχει εξαντλήσει επιτυχώς την αρχικώς προβλεπόμενη διάρκεια λειτουργίας του και το πρόγραμμα έχει ανανεωθεί προσφάτως μέχρι το 2024 (από τη μεριά της NASA). Ο Σταθμός λειτουργεί και συντηρείται από κοινού από τις διαστημικές υπηρεσίες της NASA, ESA, JAXA (Ιαπωνία), RosCosmos (Ρωσία) και CSA (Καναδάς). Τέλος, υπάρχουν συζητήσεις μεταξύ της NASA και της RosCosmos για τον μελλοντικό διάδοχο του ISS.

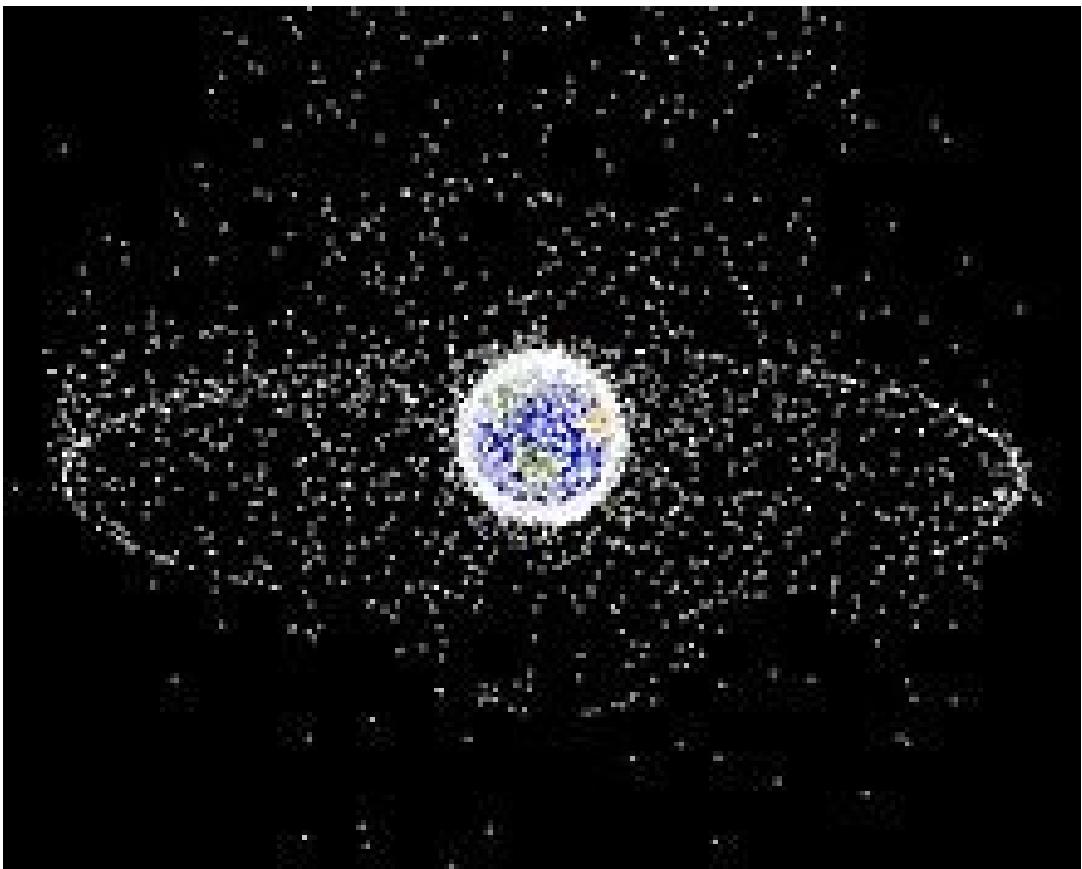


Εικόνα 36: Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός ISS

### Διαστημικά "Σκουπίδια" (Space Debris)

Τόσο ο ISS όσο και οι υπόλοιποι τεχνητοί δορυφόροι διατρέχουν κίνδυνο από πιθανή σύγκρουση με τα διαστημικά σκουπίδια. Πρόκειται για μικροαντικείμενα φυσικής ή, κυρίως, ανθρωπογενούς προέλευσης, τα οποία συγκεντρώνονται στις περιοχές κίνησης των δορυφόρων (κυρίως LEO και GEO). Η κατανομή τους ακολουθεί την κατανομή των τροχιών των δορυφόρων κι επομένως είναι σχεδόν ισοτροπική στην περιοχή των LEO και δακτυλιοειδής στην περιοχή των GEO.

Ως φυσικής προέλευσης σκουπίδια χαρακτηρίζονται μικροί μετεωρίτες ή σωματίδια σκόνης που παράγονται είτε από συγκρούσεις αστεροειδών (κυρίως) ή από την αποσάρθρωση των κομητών, κατά τις διαδοχικές διελεύσεις τους από το περιήλιο της τροχιάς τους. Σημειώνουμε ότι η πυκνότητα αυτών των εξωγενών αντικειμένων στο εσωτερικό Ήλιακό Σύστημα είναι σχδόν σταθερή με το χρόνο, αλλά όχι ομογενής ή ισότροπη, καθώς κατά κύριο λόγο τα σωματίδια αυτά συγκεντρώνονται σε μια στενή ζώνη κοντά στο επίπεδο της εκλειπτικής (όπως και οι αστεροειδείς) ή στα σημεία τομής της τροχιάς της Γης με συγκεκριμένους κομήτες. Η υπέρυθρη ακτινοβολία που εκπέμπουν τα σωματίδια σκόνης σε αυτή τη ζώνη αποτελεί το λεγόμενο ζωδιακό φως (zodiacal light).

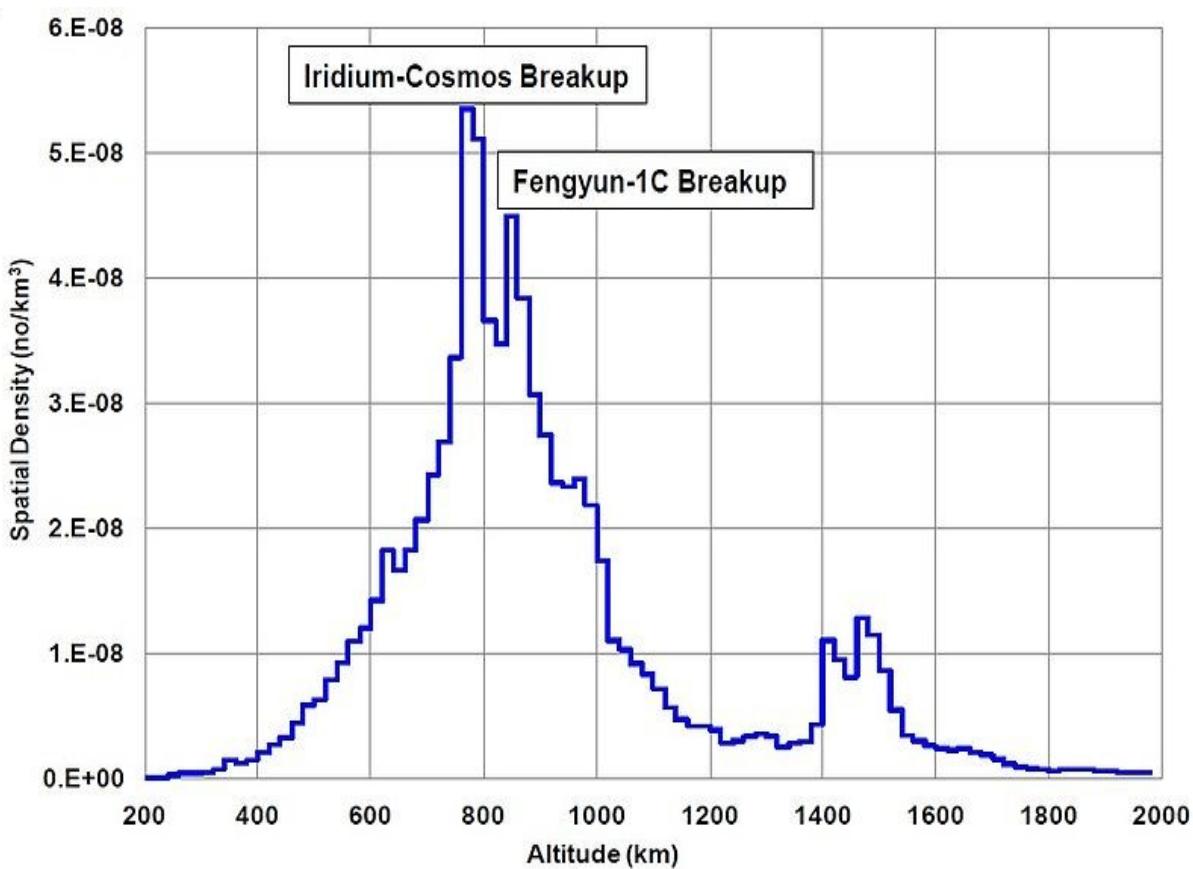


Εικόνα 37: Κατανομή των διαστημικών σκουπιδιών (απορριμάτων, συντριμμάτων?) περί την Γη.

Ο σημαντικότερος κίνδυνος όμως για τους δορυφόρους προέρχεται από τα ανθρωπογενούς προέλευσης διαστημικά σκουπίδια. Συνήθως στον ασαφή αυτό ορισμό συμεριλαμβάνονται αντικείμενα με πολύ διαφορετικές μάζες και διαστάσεις, από αινενεργούς δορυφόρους και δεξαμενές καυσίμων (πιθανώς ραδιενεργές) μέχρι φλοιύδες εξωτερικής βαφής ή μικρο-θράυσματα των ηλιακών κατόπτρων των δορυφόρων (πιθανόν από προηγούμενη σύγκρουση με άλλο σκουπίδι...) - ακόμη και εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν από αστροναύτες για επιδιόρθωση ή αναβάθμιση του HST ή του ISS.

Το πρόβλημα των διαστημικών σκουπιδιών δυστυχώς οξύνεται με την πάροδο των ετών, καθώς το πλήθος των διαστημικών αποστολών από τα τέλη του 1950 και μέχρι σήμερα αυξάνει διαρκώς. Μόνο η NASA έχει εκτελέσει πάνω από 200 διαστημικές αποστολές, ενώ παρόμοιους αριθμούς αποστολών έχουν εκτελέσει τόσο η ESA όσο και η Ρωσική (τέως Σοβιετική) Υπηρεσία. Τα τελευταία έχουν μπει στον κατάλογο των διαστημικών υπερδυνάμεων η Ιαπωνία, η Κίνα και η Ινδία. Ο διαρκώς αυξανόμενος πληθυσμός των σκουπιδιών που παράγονται από τις αποστολές και ο μικρός ρυθμός με τον οποίο εισέρχονται και καίγονται στην ατμόσφαιρα της Γης έχει ήδη από τη δεκαετία του 1980 ανησυχήσει τους επιστήμονες, αναφορικά με το ενδεχόμενο να οδηγηθούμε σε πολύ μεγάλες τιμές της πυκνότητάς τους (ιδιαίτερα στις περιοχές των

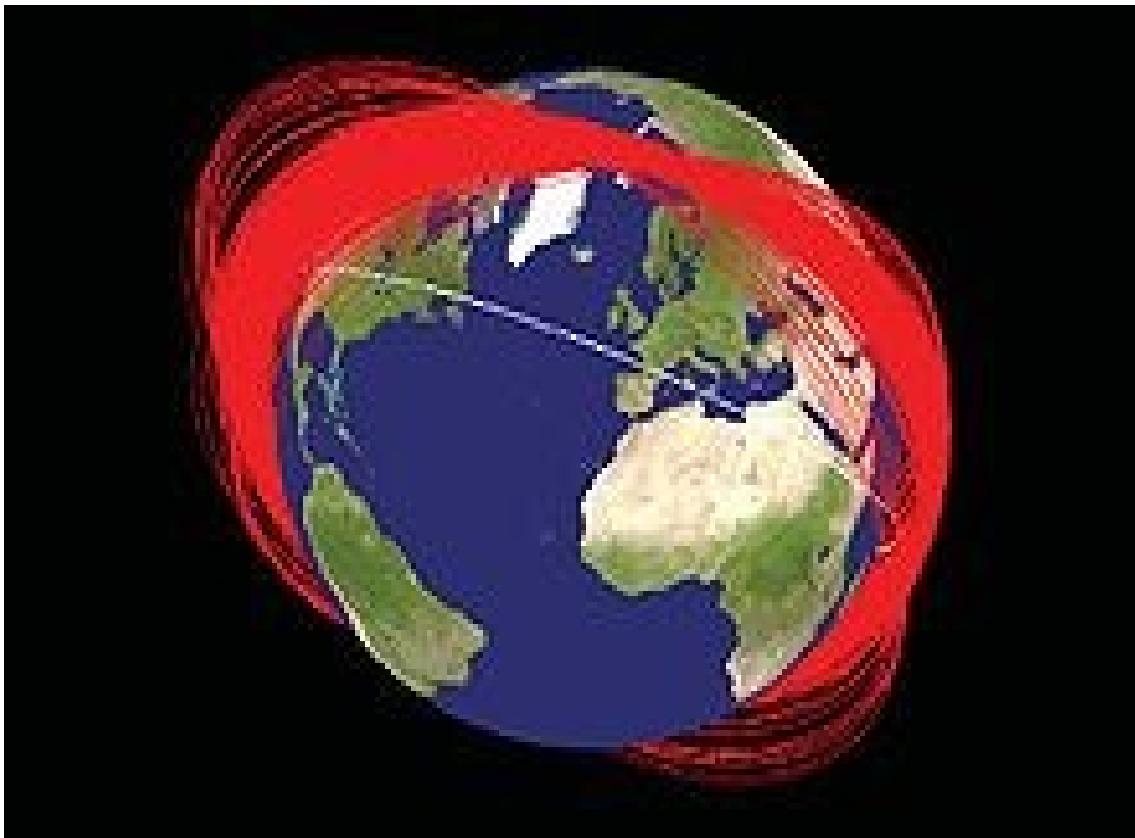
GEO και LEO), με αποτέλεσμα τον αυξημένο κίνδυνο καταστροφικών συγκρούσεων για κάθε εν ενεργεία αποστολή.



Εικόνα 38: Η σύγκρουση ενός δορυφόρου του αστερισμού Iridium με ένα δορυφόρο του αστερισμού Cosmos και η καταστροφή του δορυφόρου Fengyun-1C από στρατιωτικό πύραυλο αύξησε δραματικά την πυκνότητα των διαστημικών σκουπιδιών σε ορισμένα ύψη.

Η πιθανή σύγκρουση μεταξύ δορυφόρων των αστερισμών Iridium και Cosmos είχε προβλεφθεί, ως ακραίο ενδεχόμενο, στις αρχές τις δεκαετίας του 1990. Όταν συνέβη τελικά (το 2009), οι διαστημικές υπηρεσίες συνειδητοποίησαν ότι θα έπρεπε να ενταθούν τα μέτρα προφύλαξης των επόμενων αποστολών. Έτσι τόσο η NASA όσο και η ESA, με την υποστήριξη των Η.Π.Α., του Ο.Η.Ε. και της Ε.Ε, διερευνούν τις δυνατότητες μετριασμού ή εξάλλειψης του προβλήματος, με τη χρήση τόσο παθητικών (καλύτερος σχεδιασμός, χρήση νέων υλικών και μεθόδων κλπ) όσο και ενεργητικών μεθόδων (μέθοδοι σταδιακού "καθαρισμού" της περιοχής). Οι παθητικές μέθοδοι στοχεύουν στην αποδοχή συγκεκριμένων κανόνων από όλες τις διαστημικές υπηρεσίες, ώστε να αποφεύγονται στο μέλλον φαινόμενα όπως η σύγκρουση Iridium-Cosmos, πόσο μάλλον η εσκεμμένη διάλυση ενός δορυφόρου για στρατιωτικούς σκοπούς, όπως η πρόσφατη διάλυση του Fengyun-1C με στόχο τη δοκιμή οπλικού συστήματος από την Κίνα. Στο Σχήμα 5 φαίνεται πόσο αυξήθηκε η πυκνότητα των σκουπιδιών μόνο από τα δύο αυτά συμβάντα, ενώ στο Σχήμα 6 φαίνεται μια προσσιμοίωση της τροχιακής εξέλιξης των θραυσμάτων μιας τέτοιας σύγκρουσης. Είναι φανερό ότι η περιοχή που επηρεάζεται μπορεί να έχει αρκετά μεγάλο εύρος κι έτσι, μία σύγκρουση είναι πιθανό να οδηγήσει σε αλυσιδωτές συγκρούσεις. Οι ενεργητικές μέθοδοι έχουν ως στόχο τον καθαρισμό κυρίως της

περιοχής LEO, π.χ. με τη χρήση δέσμης laser η οποία θα στοχεύει σε κάποιο αντικείμενο και θα το θερμαίνει ώστε να το εξαναγκάσει να χάσει ύψος και να πέσει στην ατμόσφαιρα της Γης.



Εικόνα 39: Προσομοίωση της τροχιακής εξέλιξης των θραυσμάτων σύγκρουσης μεταξύ δορυφόρων.

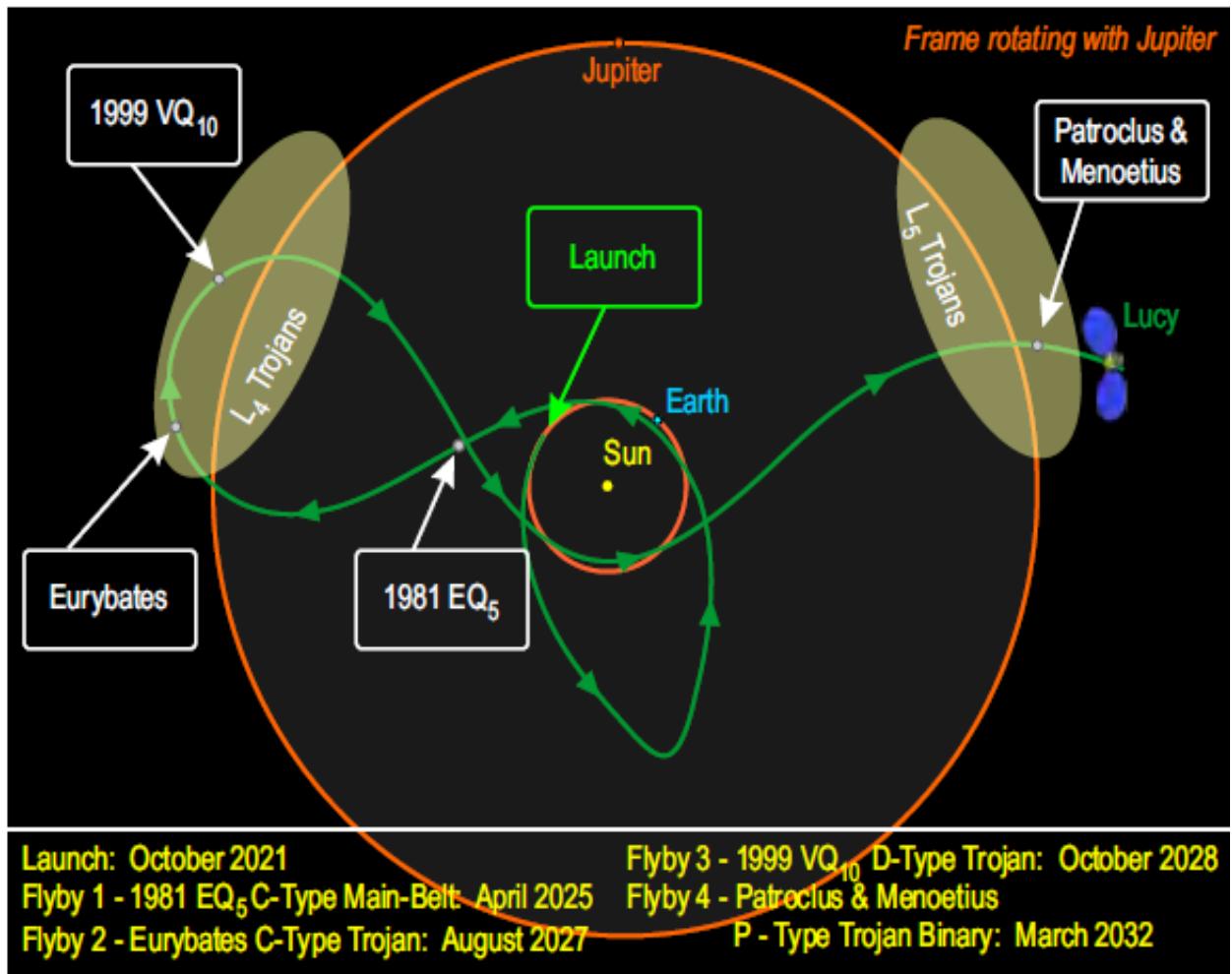
### Διαπλανητικές Αποστολές και Βαρυτική Υποβοήθηση

Ο λεπτομερής σχεδιασμός μιας διαπλανητικής αποστολής είναι εξαιρετικά απαιτητική διαδικασία. Η επιλογή της κατάλληλης τροχιάς είναι ένα από τα πιο κρίσιμα στάδια του σχεδιασμού, καθώς καθορίζει την επίτευξη των επιστημονικών στόχων, σε συνάρτηση με το προβλεπόμενο κόστος της αποστολής. Για αποστολές που στοχεύουν προς τους ανώτερους πλανήτες, ιδιαίτερα πέρα από τη ζώνη των αστεροειδών, απαιτείται η χρήση της βαρυτικής υποβοήθησης, όπως στο παράδειγμα του διαστημοπλοίου Cassini που είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο. Συνήθως η τροχιά του σκάφους διαιρείται σε τμήματα κατά τα οποία κινείται με τη βοήθεια των συστημάτων προώθησης (propulsion arcs), σε τμήματα βαρυτικής υποβοήθησης (encounter arcs) και σε τμήματα ελεύθερης πορείας (coasting arcs).

Επιλέγοντας το ποσό της ενέργειας που θέλουμε να κερδίσουμε συνολικά, δοκιμάζουμε αρχικά διάφορους συνδυασμούς (συνήθως μερικές χιλιάδες!) από πλέον του ενός τμήματος από κάθε κατηγορία, και στη συνέχεια επιλέγεται ο πλέον κατάλληλος συνδυασμός, με βάση την ελαχιστοποίηση του κόστους καυσίμων ή / και του χρόνου πτήσης. Η διαδικασία εύρεσης του κατάλληλου συνδυασμού

καταλήγει σε ένα μαθηματικό πρόβλημα βελτιστοποίησης (optimization), το οποίο επιλύεται με τη χρήση πολύπλοκων αλγορίθμων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού.

Ενα παράδειγμα τέτοιας τροχιάς δίνεται στη Εικόνα 40, όπου φαίνεται η επιλεγμένη (μέχρι στιγμής) λύση για την υπό μελέτη αποστολή *LUCY* της NASA που έχει στόχο τη μελέτη των Τρωικών αστεροειδών.

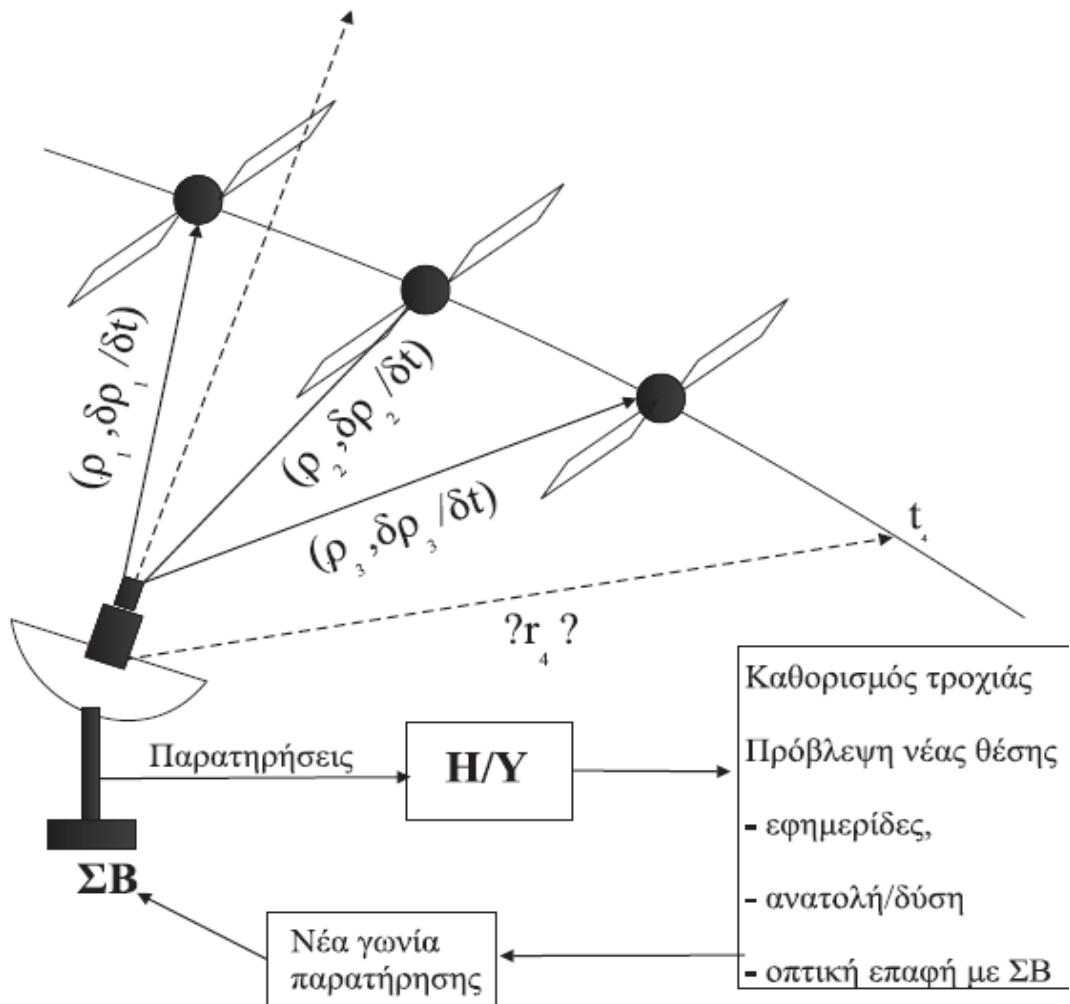


Εικόνα 40: Η επιλεγμένη λύση για την υπό μελέτη αποστολή *LUCY* της NASA που έχει ως στόχο τη μελέτη των Τρωικών αστεροειδών (credit: Hal Levison, SwRI)

### 3.3 Προσδιορισμός και Παρακολούθηση Τροχιάς

Κάθε δορυφόρος βρίσκεται σε διαρκή επικοινωνία με έναν ή περισσότερους σταθμούς βάσης (ΣΒ), με τους οποίους ανταλλάσσει δεδομένα. Εκτός της καταγραφής των παρατηρήσεων, σύμφωνα με τους στόχους κάθε αποστολής, ο ΣΒ

είναι επιφορτισμένος με τη διαρκή παρακολούθηση, τον ακριβή προσδιορισμό και την διατήρηση της επιθυμητής τροχιάς του δορυφόρου. Η διατήρηση της τροχιάς είναι επιβεβλημένη, καθώς διάφορες διαταραχές προκαλούν την αργή απομάκρυνση του δορυφόρου από την επιθυμητή τροχιά, και επιτυγχάνεται με την αποστολή κατάλληλων εντολών από το υπολογιστικό κέντρο του ΣΒ προς τον δορυφόρο. Η διαδικασία παρακολούθησης και προσδιορισμού της τροχιάς του δορυφόρου από τον ΣΒ περιγράφεται από το παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 41: Η διαδικασία παρακολούθησης και προσδιορισμού τροχιάς δορυφόρου από ΣΒ.

Αποδεικνύεται ότι τρεις διαδοχικές παρατηρήσεις του δορυφόρου είναι ικανές για τον καθορισμό των στοιχείων της τροχιάς. Βέβαια, η χρήση περισσότερων παρατηρήσεων (όταν είναι διαθέσιμες!) οδηγεί σε πιο ακριβή προσδιορισμό της τροχιάς, μέσω μιας διαδικασίας πολύπλοκων υπολογισμών που ονομάζεται διαφορική διόρθωση. Συνήθως ο προσδιορισμός της τροχιάς γίνεται με μέτρηση της σπιγμιαίας απόστασης (range),  $\rho$ , του δορυφόρου από τον ΣΒ και του ρυθμού μεταβολής της (range rate). Αυτό επιτυγχάνεται με τον υπολογισμό του χρόνου διαδρομής που απαιτείται ώστε το σήμα (φωτεινός παλμός laser ή δέσμη radar) να

φύγει από την κεραία του σταθμού, να ανακλαστεί από τον δορυφόρο και να επιστρέψει στην κεραία του ΣΒ. Το σήμα καλύπτει διαδρομή ίση με  $2\rho$  σε χρόνο  $\Delta t$ , ταξιδεύοντας με ταχύτητα  $c$ , δηλαδή

$$\rho = \frac{c \Delta t}{2}$$

Ταυτόχρονα, λόγω της σχετικής κίνησης του δορυφόρου ως προς τον ΣΒ, η συχνότητα λήψης του σήματος θα είναι λίγο διαφορετική από τη συχνότητα εκπομπής, λόγω μετάθεσης Doppler, έτσι ώστε

$$\dot{\rho} = \frac{\lambda \Delta f}{2}$$

όπου  $\lambda$  το εκπεμπόμενο μήκος κύματος και  $\Delta f$  η μετάθεση Doppler της συχνότητας  $f$ , την οποία υφίσταται το σήμα, καθώς διανύει την απόσταση  $\rho$ . Η παραπάνω σχέση προκύπτει από τη βασική εξίσωση του φαινομένου Doppler

$$\frac{u}{c} = \frac{\Delta f}{f}$$

με αντικατάσταση της ακτινικής ταχύτητας του δορυφόρου,  $u$ , από τη σχέση  $u = \Delta \rho / (\Delta t / 2) \approx 2 \dot{\rho}$  και  $c = \lambda f$ .

Έχοντας τα στοιχεία της τροχιάς για κάποια χρονική στιγμή, μπορούμε να κατασκευάσουμε εφημερίδες της μελλοντικής θέσης του δορυφόρου, να υπολογίσουμε τις χρονικές στιγμές ανατολής και δύσης του και, συνακόλουθα, την ορατότητα του δορυφόρου από τον ΣΒ κ.λ.π. Έτσι, για οποιαδήποτε χρονική στιγμή (π.χ.  $t_4$ , βλ. σχήμα), μπορούμε να γνωρίζουμε τη γωνία κατά την οποία πρέπει να στρέψουμε την κεραία του ΣΒ, ώστε να παρατηρήσουμε εκ νέου τον δορυφόρο και να πάρουμε τα δεδομένα που στο μεταξύ έχει συλλέξει. Αν η νέα θέση του δορυφόρου είναι σημαντικά διαφορετική από την προβλεπόμενη, τότε υπολογίζουμε αν και κατά πόσο απαιτείται διόρθωση της τροχιάς.

### 3.4 Διόρθωση και Μετάθεση Τροχιάς

Η διαδικασία τοποθέτησης του δορυφόρου σε δεδομένη τροχιά απαιτεί μεγάλο ενεργειακό κόστος. Η απαιτούμενη ώθηση του δορυφόρου μπορεί να υπολογιστεί με βάση την αρχή του πυραύλου?. Η ώθηση προκαλείται από την εκτόξευση του προωθητικού μέσου μέσω ενός στενού ανοίγματος που βρίσκεται στην άκρη της

δεξαμενής καυσίμου. Οι περισσότεροι δορυφόροι χρησιμοποιούν χημική ή ιοντική προώθηση, εκτοξεύοντας, αντίστοιχα, αέρια καύσης ή ιόντα. Η αποστολή του διαστημικού σκάφους SMART στη Σελήνη αποτέλεσε την πρώτη αποστολή σκάφους της ESA προωθούμενου αποκλειστικά με κινητήρα ιόντων. Η αποστολή τελείωσε επιτυχώς το φθινόπωρο του 2006, όταν το SMART συνετρίβη στην επιφάνεια της Σελήνης.

Η συνολική μάζα καυσίμου που απαιτείται για την τοποθέτηση ενός δορυφόρου σε ισημερινή γεωσύγχρονη τροχιά είναι κατά κανόνα ίση με αυτήν του σκάφους. Για τη διατήρηση ενός δορυφόρου στην επιθυμητή τροχιά (π.χ. τύπου GEO), απαιτείται μάζα καυσίμου περίπου ίση με το 2% της μάζας του σκάφους για κάθε έτος, ώστε να μπορούν να εκτελεστούν οι απαραίτητες διορθωτικές κινήσεις. Έτσι, τυχόν λάθος υπολογισμός κατά την διαδικασία τοποθέτησης του δορυφόρου στην τροχιά του, που θα οδηγούσε σε αυξημένη δαπάνη καυσίμου μόλις κατά 2%, θα στερούσε ένα έτος ωφέλιμης αποστολής.

### 3.4.1 Εξίσωση Πυράλου

Η ωστική δύναμη  $\hat{F}$  που δέχεται ο δορυφόρος κατά τη διάρκεια της φάσης προώθησης δίνεται από τη σχέση

$$\hat{F} = V_e \frac{dm}{dt} + A_e \Delta P = V_{\text{eff}} \frac{dm}{dt}$$

όπου  $V_e$  η σχετική ταχύτητα του προωθητικού μέσου ως προς το σκάφος,  $m$  η συνολική μάζα δορυφόρου και καυσίμου,  $A_e$  η επιφάνεια του ανοίγματος της δεξαμενής και  $\Delta P$  η διαφορά πίεσης μεταξύ της δεξαμενής και του περιβάλλοντος. Το δεξιό μέλος της εξίσωσης μπορεί να απλοποιηθεί, ορίζοντας την ενεργό (effective) σχετική ταχύτητα του προωθητικού μέσου ως προς το σκάφος,  $V_{\text{eff}}$ .

Κάθε σύστημα προώθησης χαρακτηρίζεται από την τιμή της σταθεράς ειδικής ώθησης,  $I_{SP}$ , η οποία δίνεται από τη σχέση

$$I_{SP} = \frac{\hat{F}}{g \frac{dm}{dt}}$$

όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας. Η  $I_{SP}$  έχει διαστάσεις χρόνου και εκφράζει την ικανότητα αύξησης της ταχύτητας του δορυφόρου, ή αλλιώς την αποδοτικότητα κάθε συστήματος προώθησης, ως προς την μετατροπή της εσωτερικής ενέργειας του καυσίμου σε κινητική ενέργεια του σκάφους. Η μεταβολή της ταχύτητας του

δορυφόρου λόγω προώθησης δίνεται από τη σχέση

$$\Delta V = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\hat{F}}{m} dt$$

όπου  $\Delta t = t_2 - t_1$  η διάρκεια της φάσης προώθησης. Αντικαθιστώντας στον παραπάνω τύπο την  $\hat{F}$  από τον ορισμό της  $I_{SP}$ , παίρνουμε την εξίσωση

$$\Delta V = g I_{SP} \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{m}$$

της οποίας η λύση ονομάζεται *εξίσωση πυραύλου*

$$m_f = m_i \exp\left(-\frac{\Delta V}{g I_{SP}}\right)$$

και συνδέει τη μεταβολή της ταχύτητας του σκάφους με την αρχική ( $m_i$ ) και τελική τιμή ( $m_f$ ) της μάζας του, για δεδομένη τιμή της ειδικής ώθησης. Η κατανάλωση καυσίμου  $\Delta m = m_f - m_i$ , δίνεται από την έκφραση

$$\Delta m = m_i \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta V}{g I_{SP}}\right) \right]$$

Για κάθε τύπο διόρθωσης ή μετάθεσης τροχιάς, η πρώτη μας κίνηση είναι ο ακριβής υπολογισμός της απαιτούμενης μεταβολής  $\Delta V$ . Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά του συστήματος προώθησης, προκύπτει η κατανάλωση καυσίμου,  $\Delta m$ , και η διάρκεια της φάσης προώθησης,  $\Delta t$ . Είναι φανερό ότι, αν απαιτούνται διαδοχικές μεταθέσεις τροχιάς, όπως π.χ. για την εκτέλεση διαπλανητικών αποστολών ή την τοποθέτηση δορυφόρου σε τροχιά τύπου GEO, ο σχεδιασμός γίνεται με βάση την ελαχιστοποίηση της συνολικής κατανάλωσης καυσίμου. Σημειώνουμε, τέλος, ότι η διάρκεια της φάσης προώθησης είναι μικρή, σε σχέση με την περίοδο περιφοράς του δορυφόρου. Έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μεταβολή της ταχύτητας του δορυφόρου γίνεται στιγμιαία, σε κάποιο δεδομένο σημείο της τροχιάς του. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τους βασικούς τύπους που χρησιμοποιούνται για τη διόρθωση και τη μετάθεση μιας τροχιάς.

### 3.4.2 Αλλαγή του ύψους του περιγείου/απογείου

Η αλλαγή του ύψους του περιγείου (ή του απογείου) επιτυγχάνεται, προκαλώντας τη μεταβολή της ταχύτητας του δορυφόρου κατά τη διάβασή του από το απόγειο (αντίστοιχα, από το περίγειο) της αρχικής τροχιάς, O1. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 42, οι δύο ελλειπτικές τροχιές ( $O1=(a,e)$  και  $O2=(a',e')$ ) θα εφαπτονται στο απόγειο (αντίστοιχα, στο περίγειο) της O1. Ο υπολογισμός του  $\Delta V$  γίνεται με χρήση του τύπου που συνδέει την ενέργεια,  $C$ , με τον ημιάξονα της τροχιάς:

$$\frac{-\mu}{2a} = C = \frac{u^2}{2} - \frac{\mu}{r}$$

Στο απόγειο της τροχιάς O1 η ταχύτητα του δορυφόρου θα δίνεται από τη σχέση

$$u_1 = \sqrt{2\left(\frac{\mu}{r_a} - \frac{\mu}{r_{p1}+r_a}\right)}$$

όπου  $(r_a, r_p)$  συμβολίζουν την απόσταση του απογείου και του περιγείου αντίστοιχα, ενώ οι δείκτες 1 ή 2 αναφέρονται στις τροχιές O1 και O2 αντίστοιχα. Στην παραπάνω σχέση κάναμε χρήση του ότι, για την O1,  $2a=r_{p1}+r_a$ . Εφόσον θέλουμε να αυξήσουμε το ύψος του περιγείου, θα πρέπει να αυξήσουμε την ταχύτητα του δορυφόρου στο απόγειο της τροχιάς του κατά  $\Delta V = u_2 - u_1 > 0$ , όπου

$$u_2 = \sqrt{2\left(\frac{\mu}{r_a} - \frac{\mu}{r_{p2}+r_a}\right)}$$

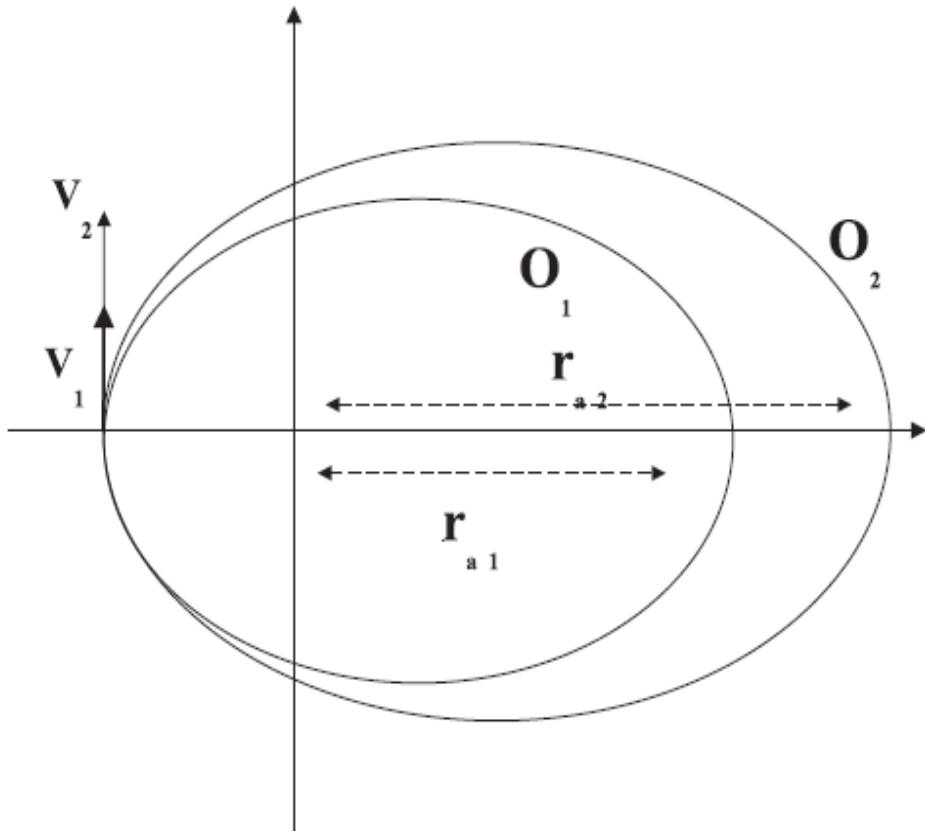
αφού για την O2 ισχύει  $2a' = r_a+r_{p2}$ .

Παρομοίως, αν θέλουμε να αυξήσουμε το ύψος του απογείου της τροχιάς του δορυφόρου, θα πρέπει να αυξήσουμε την ταχύτητά του κατά τη διάβασή του από το περίγειο της τροχιάς O1. Οι αντίστοιχοι τύποι για τις ταχύτητες  $u_1$  και  $u_2$  είναι

$$u_1 = \sqrt{2\left(\frac{\mu}{r_p} - \frac{\mu}{r_p+r_{al}}\right)} \quad , \quad u_2 = \sqrt{2\left(\frac{\mu}{r_p} - \frac{\mu}{r_p+r_{a2}}\right)}$$

όπου και πάλι ισχύει  $\Delta V > 0$ . Οι διορθώσεις αυτού του τύπου είναι συχνές για τις τροχιές LEO, καθώς η αεροδυναμική τριβή με την ανώτερη ατμόσφαιρα της Γης

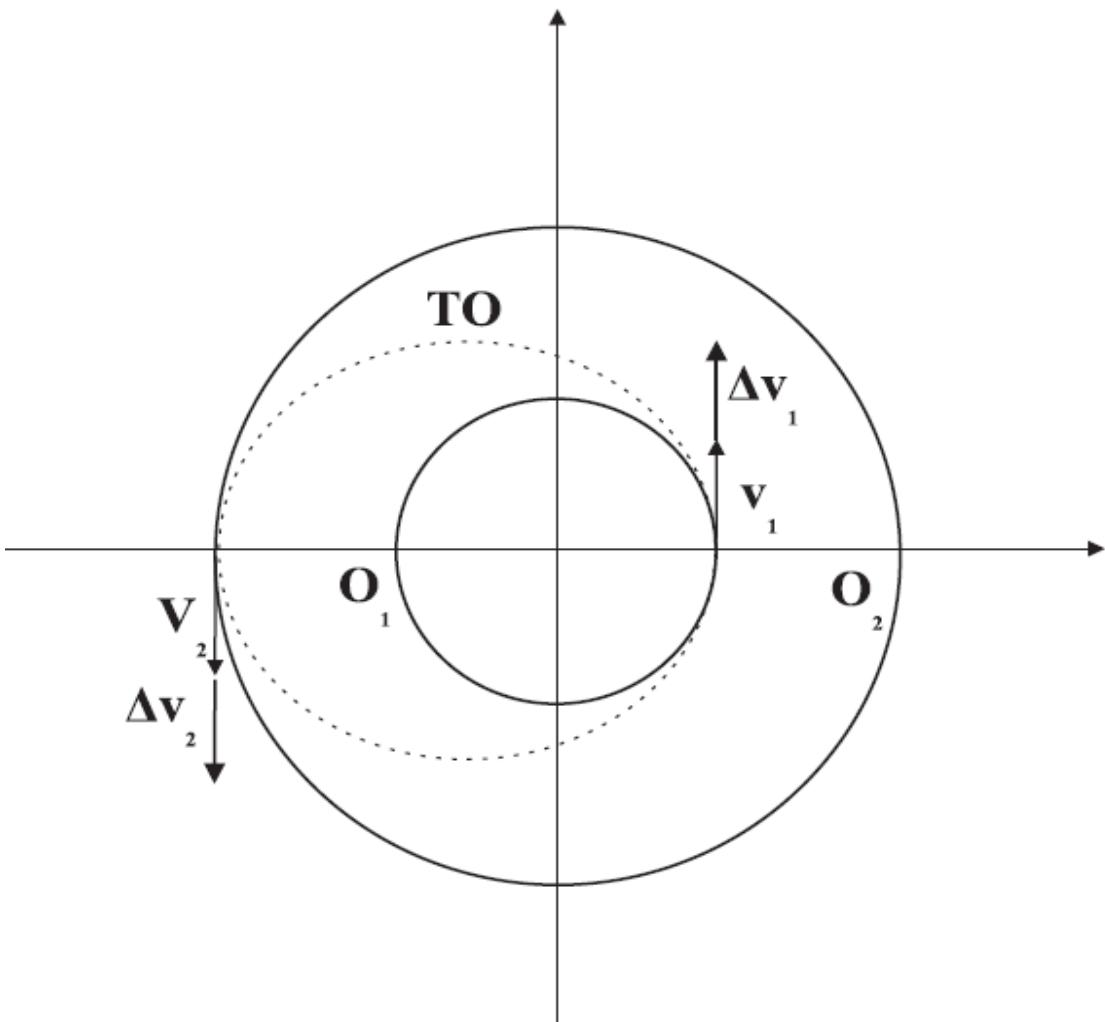
μειώνει διαρκώς το ύψους του περιγείου.



Εικόνα 42: Αλλαγή του ύψους του περιγείου/απογείου.

### 3.4.3 Μετάθεση τύπου Hohmann

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, απλές διορθώσεις της τροχιάς του δορυφόρου μπορούν να επιτευχθούν με μία μόνο πυροδότηση των προωθητικών πυραύλων. Αντίθετα, η μετάθεση του δορυφόρου σε νέα τροχιά, που δεν έχει κανένα κοινό σημείο με την αρχική, δεν είναι δυνατό να γίνει σε λιγότερα από δύο στάδια. Έτσι, ο δορυφόρος αναγκάζεται να ακολουθήσει προσωρινά μια τροχιά μεταφοράς (Transfer Orbit, TO), η οποία εφάπτεται τόσο στην αρχική όσο και στην τελική τροχιά του. Για μεταφορά από κυκλική τροχιά ακτίνας  $r_1$  σε ομόκεντρη κυκλική τροχιά ακτίνας  $r_2$ , η ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου επιτυγχάνεται ακολουθώντας τη διαδικασία μετάθεσης του Hohmann.



Εικόνα 43: Μετάθεση Hohmann

Η μετάθεση Hohmann πό την κυκλική τροχιά  $O_1$  (ακτίνας  $r_1=a_1$ ) στην κυκλική τροχιά  $O_2$  (ακτίνας  $a_2$ ) γίνεται σε δύο στάδια. Στο πρώτο αυξάνουμε την ταχύτητα του δορυφόρου κατά  $\Delta V_1$  ενόσω κινείται επί της  $O_1$ , έτσι ώστε να ακολουθήσει την ελλειπτική τροχιά μετάθεσης ΤΟ, με απόσταση περιγείου ίση προς  $a_1$  και απόσταση απογείου ίση προς  $a_2$ . Στο δεύτερο αυξάνουμε την ταχύτητα του δορυφόρου κατά  $\Delta V_2$  κατά τη χρονική στιγμή που ο δορυφόρος βρίσκεται στο απόγειο της ΤΟ, έτσι ώστε η ταχύτητά του να γίνει ίση με την κυκλική ταχύτητα σε απόσταση  $r=a_2$  και να ακολουθήσει την τελική τροχιά  $O_2$ . Εφόσον και οι δύο μεταβολές γίνονται στις αψίδες της ΤΟ, τα διανύσματα μεταβολής  $\Delta V_i$  είναι κάθετα στη γραμμή των αψίδων της ΤΟ και κατά τη φορά της κίνησης του δορυφόρου.

Κατά την πρώτη φάση προώθησης, η ταχύτητα του δορυφόρου αυξάνεται από  $v_1 = \sqrt{\mu/a_1}$  σε

$$u_p = \sqrt{2\mu \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_1 + a_2} \right)} = \left( \frac{2\mu a_2}{a_1(a_1 + a_2)} \right)^{1/2}$$

Επομένως, η μεταβολή της ταχύτητας είναι ίση προς

$$\Delta u_1 = u_p - u_1 = \sqrt{\frac{\mu}{a_1}} \left[ \sqrt{\frac{2a_2}{a_1 + a_2}} - 1 \right]$$

Ομοίως, κατά τη δεύτερη φάσης προώθησης του δορυφόρου, η ταχύτητά του μεταβάλεται από

$$u_{pa} = \sqrt{2\mu \left( \frac{r_p}{r_a(r_a + r_p)} \right)} = \left( \frac{2\mu a_1}{a_2(a_1 + a_2)} \right)^{1/2}$$

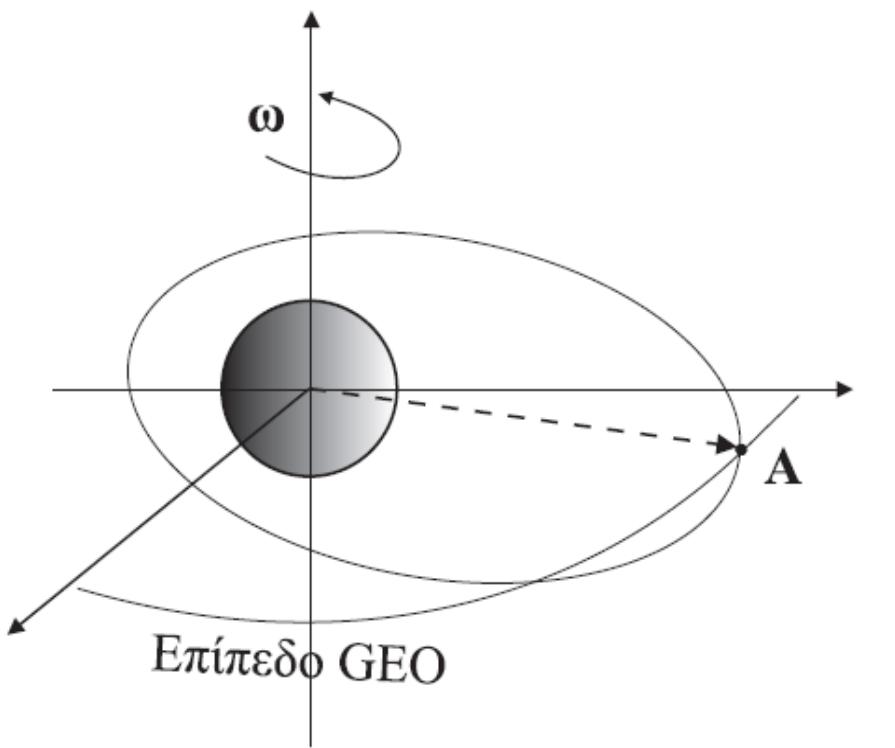
σε  $v_2 = \sqrt{\mu/a_2}$ , ώστε η μεταβολή  $\Delta v_2$  να δίνεται από τη σχέση

$$\Delta u_2 = u_2 - u_a = \sqrt{\frac{\mu}{a_2}} \left[ 1 - \sqrt{\frac{2a_1}{a_1 + a_2}} \right]$$

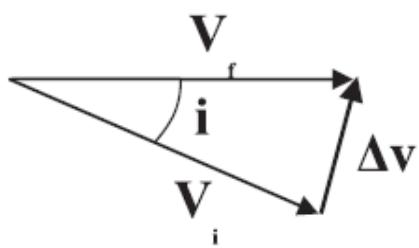
Η ολική μεταβολή της ταχύτητας του δορυφόρου, βάσει της οποίας υπολογίζεται η κατανάλωση καυσίμου, είναι  $\Delta u_1 + \Delta u_2$ , αφού και οι δύο επιμέρους μεταβολές προκαλούν αύξηση της ταχύτητας του σκάφους.

#### 3.4.4 Τοποθέτηση δορυφόρου σε τροχιά GEO

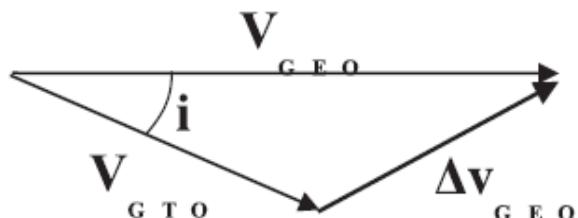
Μέχρι στιγμής μελετήσαμε διορθώσεις και μεταθέσεις μεταξύ συνεπίπεδων τροχιών. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, όμως, απαιτείται μετάθεση μεταξύ τροχιών με διαφορετική τιμή κλίσης ως προς το ισημερινό επίπεδο της Γης. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η τοποθέτηση δορυφόρου σε ισημερινή, κυκλική, γεωσύγχρονη τροχιά (GEO), την οποία θα μελετήσουμε σε αυτήν την παράγραφο.



(a)



(b)



Εικόνα 44: Τοποθέτηση δορυφόρου σε ισημερινή, κυκλική, γεωσύγχρονη τροχιά (GEO).

Η εκτόξευση του δορυφόρου γίνεται από κάποιο σημείο της Γης με γεωγραφικό πλάτος  $\varphi$ . Κατά συνέπεια, η ελάχιστη δυνατή τιμή της κλίσης του επιπέδου της τροχιάς του ως προς τον ισημερινό θα είναι  $i=\varphi$ . Οι ΗΠΑ συνήθως εκτοξεύουν τεχνητούς δορυφόρους από το ακρωτήριο Canaveral στη Florida, που βρίσκεται σε γεωγραφικό πλάτος  $\varphi=28^{\circ}.5$ . Αντίθετα, ο Ευρωπαϊκός Οργανισμός Διαστήματος (European Space Agency, ESA) χρησιμοποιεί τη βάση εκτόξευσης στο Kourou της Γαλλικής Guyana, με  $\varphi=5^{\circ}.2$ . Αν θέλουμε ο δορυφόρος να μεταπέσει σε ισημερινή τροχιά, θα πρέπει να προκαλέσουμε στροφή του διανύσματος της στροφορμής του, ώστε να γίνει κάθετο προς το επίπεδο του ισημερινού. Αυτό επιτυγχάνεται αν στρέψουμε το διάνυσμα της ταχύτητας του δορυφόρου κατά γωνία  $i$ , τη στιγμή που αυτός διέρχεται από το ισημερινό επίπεδο. Είναι προφανές ότι η συγκεκριμένη μετάθεση τροχιάς είναι λιγότερο δαπανηρή για δορυφόρους της ESA παρά για δορυφόρους των ΗΠΑ. Εκτός από τη στροφή του διανύσματος της ταχύτητας, το μέτρο της θα πρέπει επίσης να μεταβληθεί, ώστε η τελική τροχιά του δορυφόρου να είναι κυκλική. Σημειώνουμε ότι μια τυπική τροχιά εκτόξευσης είναι πολύ έκκεντρη, με απόσταση περιγείου  $\sim 200$  km.

Η τοποθέτηση δορυφόρου σε ισημερινή τροχιά GEO απαιτεί προσεκτικό σχεδιασμό της τροχιάς μεταφοράς (GTO). Συγκεκριμένα, η GTO σχεδιάζεται έτσι ώστε το απόγειό της να βρίσκεται πάνω στο ισημερινό επίπεδο (εν γένει, στο επιθυμητό επίπεδο της GEO) και σε απόσταση ίση με  $r_a=42.164,2$  km - το ύψος της κυκλικής, γεωστατικής, τροχιάς (περιόδος ίση με 24 ώρες). Η στροφή του διανύσματος της ταχύτητας συνεπάγεται μεταβολή

$$\Delta v_1 = 2 V_a \sin(i/2)$$

όπου  $V_a=V_i=V_f$  το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, στο απόγειο της GTO?. Ακόμη και μετά από την παραπάνω διόρθωση, η εκκεντρότητα της ισημερινής τροχιάς είναι μεγάλη, καθώς η απόσταση του απογείου της έχει τιμή  $\sim 42.000$  km, ενώ του περιγείου έχει τιμή  $\sim 200$  km. Η τροχιά του δορυφόρου γίνεται κυκλική (μετάθεση από GTO σε GEO), με αύξηση της ταχύτητάς του κατά τη διέλευσή του από το απόγειο της τροχιάς (βλ. προηγούμενη παράγραφο). Η απαιτούμενη μεταβολή της ταχύτητας δίνεται από τον τύπο

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{R}} \left[ 1 - \sqrt{\frac{2r_p}{R+r_p}} \right]$$

και η ολική μεταβολή της ταχύτητας είναι το άθροισμα των επιμέρους μεταβολών. Είναι εύκολο να αποδειχθεί ότι είναι δυνατό να επιτευχθεί συνδυασμένη μετάθεση (μηδενισμός της κλίσης με ταυτόχρονη αύξηση του περιγείου) με μία μόνο πυροδότηση του συστήματος προώθησης, διαδικασία που οδηγεί σε ελαχιστοποίηση της κατανάλωσης καυσίμου. Αν  $V_{GTO}$  είναι η ταχύτητα του δορυφόρου στο απόγειο της GTO (όπου τέμνει το ισημερινό επίπεδο) και  $V_{GEO}$  είναι η ταχύτητα της κυκλικής κίνησης σε ισημερινή γεωστατική τροχιά, η ολική μεταβολή της ταχύτητας του δορυφόρου σε ένα βήμα δίνεται από τον τύπο

$$\Delta V^2 = V_{GTO}^2 + V_{GEO}^2 - 2 V_{GTO}^2 V_{GEO}^2 \cos i$$

όπως προκύπτει από με εφαρμογή του τύπου του συνημιτόνου για το τρίγωνο που σχηματίζουν τα διανύσματα της ταχύτητας (βλ. Εικόνα 44)

**Παράδειγμα:** Δορυφόρος συνολικής μάζας  $m_s=2.000$  kg εκτοξεύεται σε τροχιά GTO με απόσταση περιγείου 200 km, απόσταση απογείου 42.164,2 km και κλίση  $i=7^\circ$ . Η σταθερά της ειδικής ώθησης του συστήματος προώθησης είναι  $I_{sp}=300$  sec. Υπολογίστε τις τιμές των  $\Delta V$  και το αντίστοιχο ενεργειακό κόστος για μεταφορά σε τροχιά GEO (a) σε δύο φάσεις και (b) σε μία φάση.

Σύμφωνα με τις σχέσεις της προηγούμενης παραγράφου, ο μηδενισμός της κλίσης αντιστοιχεί σε  $\Delta V_1=194.97$  m/sec, ενώ ο μηδενισμός της εκκεντρότητας αντιστοιχεί σε  $\Delta V_1=1,477.76$  m/sec. Έτσι, η ολική μεταβολή της ταχύτητας είναι  $\Delta V=1,672.73$  m/sec. Από την εξίσωση πυραύλου προκύπτει ότι χρειάζεται να καταναλώσουμε  $\Delta m=867$  kg καυσίμου. Αντίθετα, η συνδυασμένη μετάθεση (σε μία φάση και για μηδενισμό της κλίσης, ή) αντιστοιχεί σε  $\Delta V=1,502.4$  m/sec και κατανάλωση  $\Delta m=800$  kg καυσίμου. Επομένως, η συνδυασμένη μετάθεση οδηγεί σε εξοικονόμηση 67 kg καυσίμου, δηλαδή 3.3% της συνολικής μάζας του δορυφόρου, γεγονός που δίνει τη δυνατότητα παράτασης της αποστολής του κατά ~1.5 έτος.

## **Κεφάλαιο 4ο**

### **Δυναμική συμπεριφορά του Ηλιακού Συστήματος**

Με βάση τα φαινόμενα που αναλύσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, είμαστε πλέον σε θέση να περιγράψουμε τη δυναμική συμπεριφορά του Ηλιακού Συστήματος, το οποίο αποτελεί για εμάς ένα πρότυπο πλανητικό σύστημα. Συγκεκριμένα, θα προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα κατά πόσο οι τροχιές των πλανητών, των δορυφόρων τους και των μικρών σωμάτων μεταβάλλονται με την πάροδο εκατομμυρίων ετών και κατά πόσο το σύστημα είναι και θα παραμείνει στο μέλλον ευσταθές. Επιπλέον, θα συζητήσουμε τη σύνδεση μεταξύ μακροχρόνιων μεταβολών στην τροχιακή και περιστροφική κίνηση των πλανητών, από τη μία, και πιθανών μεταβολών στις κλιματολογικές συνθήκες, από την άλλη.

#### **4.1 Οι τροχιές των πλανητών**

Από τα προαναφερθέντα είναι φανερό ότι οι τροχιές των πλανητών, αλλά και των υπόλοιπων μικρών σωμάτων (αστεροειδείς, κομήτες) του Ηλιακού Συστήματος μας, είναι "ελλείψεις" μόνο σε πρώτη προσέγγιση. Στην πραγματικότητα, οι τροχιές των πλανητών δεν είναι κλειστές ελλείψεις, ούτε έχουν σταθερό σχήμα και προσανατολισμό στο διάστημα. Η βραδεία και μικρού πλάτους μετάπτωση των πλανητικών τροχιών προκαλείται κυρίως από την βαρυτική αλληλεπίδρασή τους και δευτερευόντως από την βαρύτητα του Ήλιου (όταν λαμβάνεται υπόψη και η σχετικιστική "διόρθωση" στο νόμο του Νεύτωνα). Παρά ταύτα, οι θέσεις και οι ταχύτητες των πλανητών μπορούν να προβλεφθούν με μεγάλη ακρίβεια για χρονικά διαστήματα της τάξης των 10-100 εκατομμυρίων ετών, με τη χρήση της θεωρίας διαταραχών. Αυτό φαίνεται να είναι και το χρονικό όριο προβλεψιμότητας των πλανητικών τροχιών καθώς, όπως δείχνουν πρόσφατες ερευνητικές μελέτες, οι τροχιές τους είναι ασθενώς χαοτικές. Οι πλανητικές εφημερίδες, στις οποίες καταγράφονται οι θέσεις και οι ταχύτητες των πλανητών για δεδομένη χρονική στιγμή, συντάσσονται είτε με χρήση της θεωρίας διαταραχών ή με την εφαρμογή αριθμητικών μεθόδων ολοκλήρωσης των εξισώσεων κίνησης με τη βοήθεια ηλεκτρονικών υπολογιστών. Εκτός από την οργάνωση σχεδίου παρατηρήσεων των πλανητών, οι εφημερίδες χρησιμοποιούνται για τη μελέτη πιθανών συσχετίσεων, μεταξύ των μεταπτώσεων της τροχιάς της Γης και άλλων γεωλογικών / γεωφυσικών δεδομένων, στα οποία έχουν καταγραφεί οι παλαιοκλιματικές συνθήκες της Γης.

##### *4.1.1 Μεταπτώσεις της τροχιάς και επίδραση στο Κλίμα της Γης*

Οι μεταπτώσεις όχι μόνο της τροχιάς αλλά και, κυρίως, του άξονα περιστροφής της Γης έχουν άμεση συσχέτιση με την περιοδική εμφάνιση μεγάλης κλίμακας παγετώνων, κάτι που πρώτος παρατήρησε o Milankovic, τη δεκαετία του 1920. Συγκεκριμένα, η μετάπτωση του άξονα περιστροφής, η μετάθεση του περιηλίου της Γης και οι μεταβολές της εκκεντρότητας της τροχιάς της είναι - σε πρώτη προσέγγιση - περιοδικά φαινόμενα, ο γραμμικός συνδυασμός των οποίων δίνει διακροτήματα. Έτσι, το ποσό της ηλιακής ενέργειας που προσλαμβάνει η Γη ανά έτος παρουσιάζει μέγιστο και ελάχιστα με περίοδο της τάξης των 100,000 ετών. Αξίζει επίσης να

σημειωθεί η επίδραση της Σελήνης στην περιστροφική κίνηση της Γης. Όπως πρότεινε πρόσφατα ο Laskar, η μάζα και η απόσταση της Σελήνης από τη Γη είναι τέτοιες, ώστε η μετάπτωση του άξονα περιστροφής της Γης να είναι ομαλή, με τη λόξωση της εκλειπτικής να εκτελεί ταλαντώσεις πολύ μικρού πλάτους γύρω από μια μέση τιμή, φαινόμενο γνωστό ως κλόνηση του άξονα. Αν οι τιμές των εν λόγω παραμέτρων ήταν αρκετά διαφορετικές, ο άξονας περιστροφής της Γης θα εκτελούσε χαοτικές μεταπτώσεις και η λόξωση της εκλειπτικής θα άλλαζε διαρκώς τιμές στο διάστημα  $0^{\circ}$ - $90^{\circ}$  κατά τυχαίο τρόπο, με συνέπεια να μην είναι δυνατή η ανάπτυξη σταθερού κλίματος, κάτι που θα είχε δραματικές επιπτώσεις στην εξέλιξη της βιόσφαιρας της Γης.

#### 4.1.2 Ήταν οι πλανήτες πάντοτε στις ίδιες τροχιές;

Σήμερα πιστεύουμε ότι οι μέσες αποστάσεις των πλανητών από τον Ήλιο δεν ήταν πάντοτε οι ίδιες με αυτές που παρατηρούμε σήμερα. Ο λόγος είναι ότι, κατά τα πρώτα στάδια της εξέλιξης του Ηλιακού Συστήματος, όταν η συνολική μάζα των μικρών σωμάτων του ηλιακού συστήματος ήταν τουλάχιστον χίλιες(!) φορές μεγαλύτερη απ' ό,τι σήμερα, η αλληλεπίδραση των πλανητών με αυτά τα υπολείμματα της δημιουργίας-τους οδήγησε σε εκτεταμένη μετανάστευση των πλανητών. Παρ' ό,τι το φαινόμενο αυτό δεν έχει ακόμη κατανοηθεί πλήρως, οι ερευνητές συμφωνούν ότι η συνολική διαδικασία σχηματισμού και μετανάστευσης των πλανητών είχε διάρκεια μικρότερη από 100 εκατομμύρια χρόνια. Επομένως, εδώ και 4.5 δισεκατομμύρια χρόνια το Ηλιακό Σύστημα έχει ουσιαστικά την ίδια "αρχιτεκτονική" με αυτήν που παρατηρούμε σήμερα. Στο θέμα αυτό θα επανέλθουμε στο Κεφάλαιο 8.

#### 4.1.3 Ευστάθεια του πλανητικού συστήματος

Σε πρώτη προσέγγιση, οι τροχιές των πλανητών είναι παντοτινά ευσταθείς. Αυτή τη λύση εξασφαλίζει το θεώρημα των Laplace-Lagrange, που βασίζεται στη γραμμική προσέγγιση του προβλήματος των τριών (ή περισσοτέρων) πλανητών, υπό την προϋπόθεση όμως ότι:

- (α) οι πλανήτες δεν βρίσκονται σε συντονισμούς και
- (β) οι τιμές των  $e$  και  $i$  είναι “αρκούντως” μικρές,

ώστε να ισχύει η θεώρηση του μέσου όρου των παρέλξεων και η γραμμική προσέγγιση. Αυτό όμως δεν είναι ακριβές. Ξέρουμε ότι οι πλανήτες – ακόμη κι αν δεν βρίσκονται ακριβώς σε κάποιον συντονισμό – βρίσκονται κοντά σε κάποιους συντονισμούς που προκαλούν μη αιμελητέες διαταραχές. Έτσι, ο Δίας και ο Κρόνος βρίσκονται κοντά στο συντονισμό 5:2 (η λεγόμενη μεγάλη ανισότητα) και ο Ουρανός βρίσκεται κοντά στο συντονισμό 2:1 με τον Ποσειδώνα. Επίσης, η συχνότητα μετάπτωσης του περιηλίου του Ερμή είναι σχεδόν ίδια με τη συχνότητα μετάπτωσης του περιηλίου του Δία (έχουμε λοιπόν τον αιώνιο συντονισμό  $g_E:g_{\Delta}=1:1$ ).

Ο συνδυασμός αυτών των συντονισμών προκαλεί την εμφάνιση ακανόνιστων, χαοτικών μεταβολών των στοιχείων της τροχιάς των πλανητών, οι οποίες, με την πάροδο δισεκατομμυρίων ετών, μπορεί να προκαλέσουν την αστάθεια του Ήλιακου Συστήματος. Για να κατανοήσουμε αυτό το φαινόμενο θα κάνουμε μια – όσο το δυνατόν πιο απλοϊκή – ανάλυση.

### Συντονισμοί και Χάος

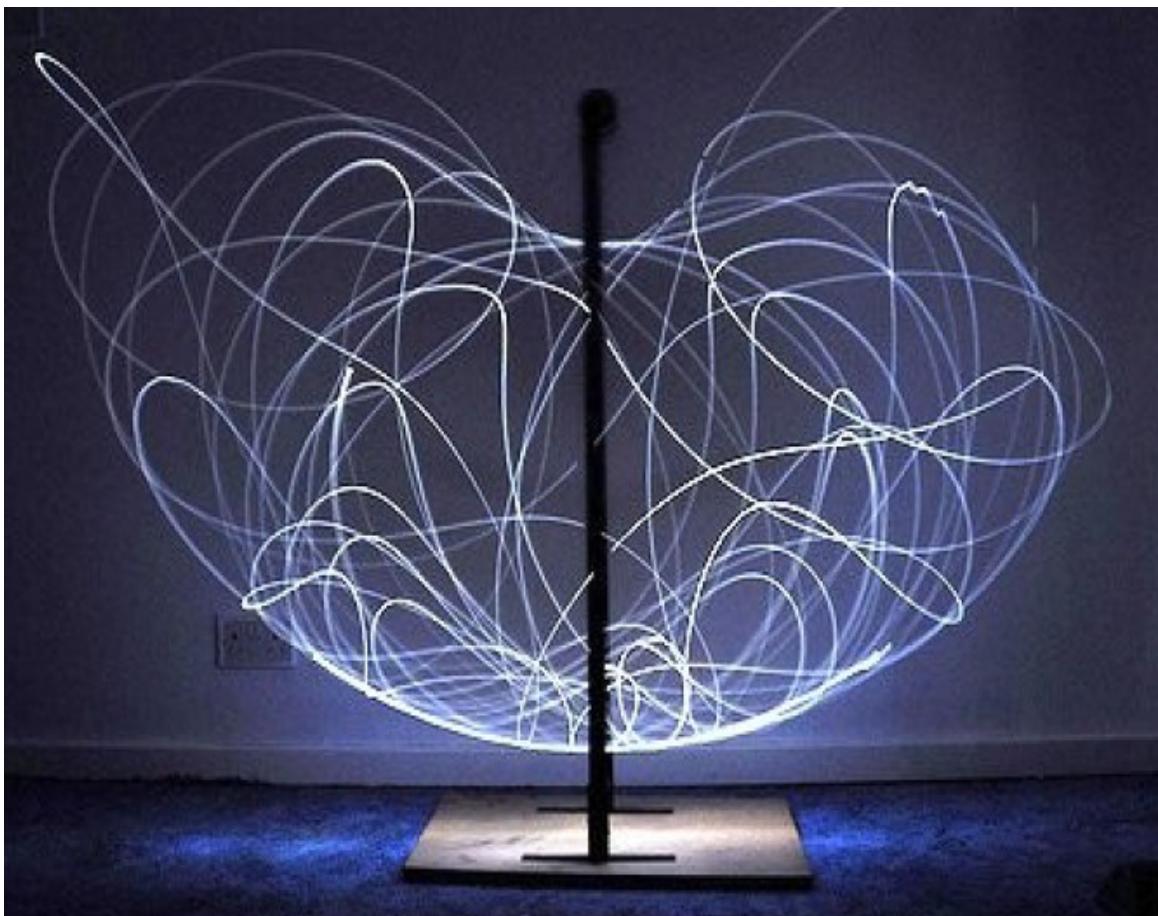
Η ύπαρξη ασταθών σημείων ισορροπίας σε κάθε συντονισμό – όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο – οδηγεί, αναπόφευκτα, στην εμφάνιση χαοτικών κινήσεων που “χαλάνε” την απλοϊκή εικόνα του “απλού εκκρεμούς” που περιγράψαμε. Το κύριο αίτιο εμφάνισης χάους είναι το γεγονός ότι *κανένας συντονισμός δεν είναι απομονωμένος* – άρα, δεν μπορούμε να απομονώσουμε έναν μόνο όρο της παρελκτικής συνάρτησης,  $R$ , και να επιλύσουμε τις εξισώσεις κίνησης. Εάν π.χ. στο παράδειγμα του προηγούμενου κεφαλαίου (συντονισμός 2:1 μεταξύ ενός αστεροειδούς και του πλανήτη Δία) θεωρούσαμε ότι ο Δίας ακολουθεί ελλειπτική και όχι κυκλική τροχιά (άρα  $e_\Delta > 0$ ), τότε θα έπρεπε να λάβουμε υπόψη μας ότι, για τον ίδιο λόγο συντονισμού  $n/n_\Delta$ , υπάρχει ακόμη ένας όρος της  $R$ , με έκφραση

$$\langle R \rangle = C'(a) e_\Delta \cos(\lambda - 2\lambda_\Delta + \varpi_\Delta)$$

(δηλαδή περιέχει το  $\varpi_\Delta$  αντί του  $\varpi$ ), ο οποίος επίσης ικανοποιεί τους κανόνες του d'Alembert και η συχνότητά του διαφέρει από αυτήν της γωνίας  $\varphi$  που είχαμε χρησιμοποιήσει προηγουμένως μόνο κατά

$$\delta \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = \dot{\varpi} - \varpi_\Delta \sim O(m_\Delta/M_{sun})$$

Η διαφορά είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις  $n$  και  $n_\Delta$ . Επομένως, στην πραγματικότητα ο συντονισμός 2:1 (και κάθε συντονισμός) αποτελείται από δύο (ή περισσότερους) γειτονικούς υπο-συντονισμούς, με την περιοχή “επιρροής” του καθενός να δίνεται από το εύρος της αντίστοιχης διαχωριστικής καμπύλης στο φασικό διάγραμμα. Αν οι θέσεις ισορροπίας των υπο-συντονισμών είναι αρκετά κοντά (που είναι, αφού η διαφορά συχνοτήτων είναι πολύ μικρή) και το εύρος του καθενός είναι αρκετά μεγάλο, τότε λέμε ότι έχουμε επικάλυψη συντονισμών (resonance overlap). Η τροχιά του αστεροειδούς, τότε, εξαναγκάζεται να μεταπηδά με απρόβλεπτο τρόπο από την περιοχή επιρροής του ενός στην περιοχή επιρροής του άλλου υπο-συντονισμού, όπως συμβαίνει και σε ένα διπλό εκκρεμές, όταν οι δύο γωνιακές συντεταγμένες των δύο μαζών έχουν παραπλήσιες συχνότητες και δεν μπορούμε να προβλέψουμε πότε η κάθε μάζα θα “στρίψει” προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά.



*Εικόνα 45: Εργαστηριακό πείραμα κίνησης διπλού εκκρεμούς, με κατάλληλες αρχικές συνθήκες ώστε οι δύο συχνότητες να είναι παραπλήσιες. Ένα LED προσαρτημένο στο άκρο της μιας μάζας μας δίνει το ίχνος της χαοτικής τροχιάς. (George Ioannidis/Wikimedia Commons)*

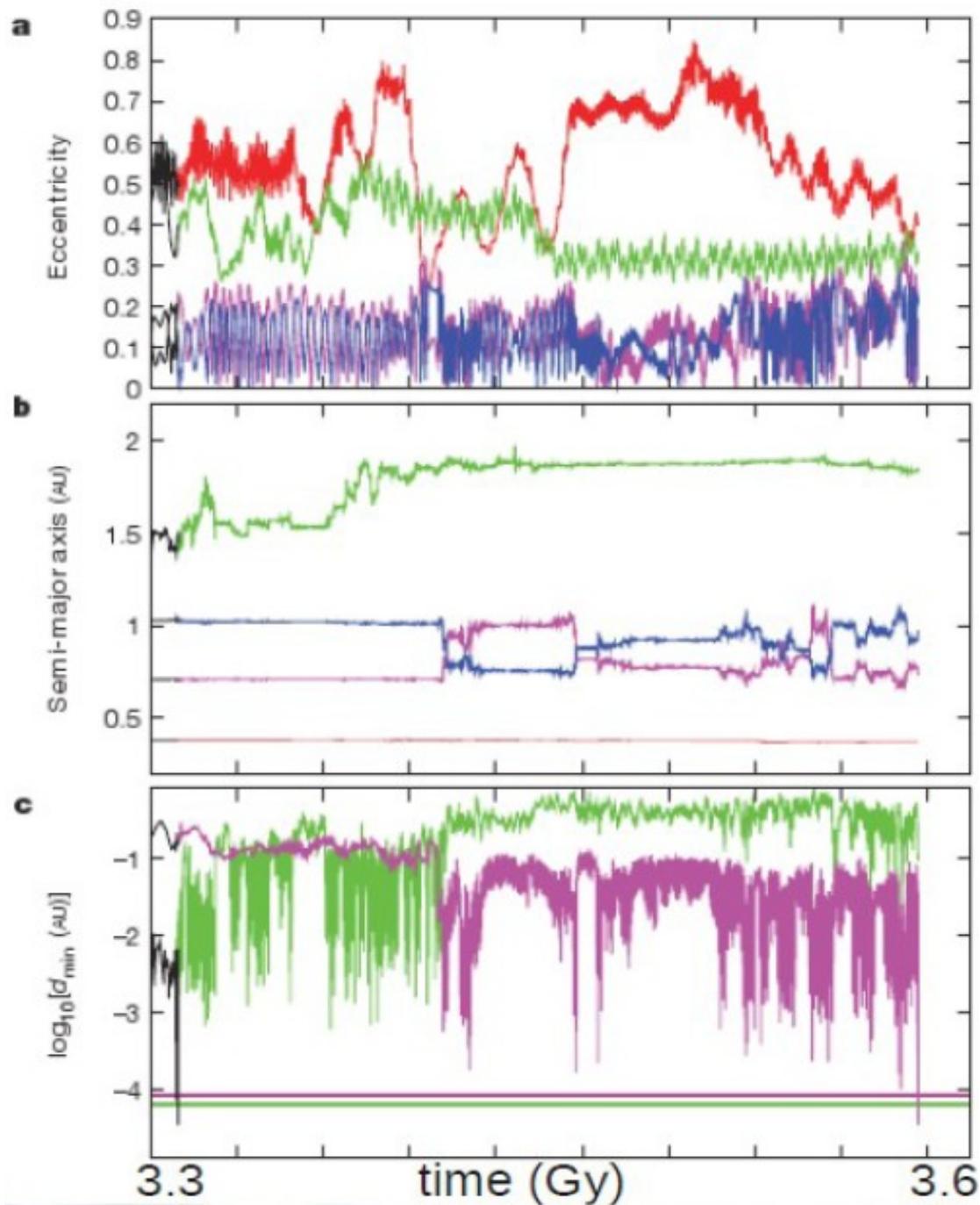
Σε μια τέτοια περίπτωση, η ποσότητα  $J=e^2+\ln(a)$  δεν είναι πια ολοκλήρωμα της κίνησης, αφού τα  $a$  και  $e$  επηρεάζονται και από μια δεύτερη ταλάντωση με παραπλήσια συχνότητα, η οποία προκαλεί μικρές, αλλά ακανόνιστες μεταβολές. Έτσι, σιγά-σιγά οι οριακές τιμές που μπορούν να πάρουν τα  $a$  και  $e$  κατά την ταλάντωσή τους αλλάζουν, με αποτέλεσμα να έχουμε μια αργή αύξηση της μέγιστης τιμής που μπορεί να φτάσει η εκκεντρότητα της τροχιάς. Αν αυτή η μέγιστη τιμή πλησιάσει την τιμή που απαιτείται ώστε η απόσταση του περιηλίου της τροχιάς του αστεροειδούς να γίνει π.χ.  $q=a(1-e)<1.5$  AU και να τιμήσει την τροχιά του Ήρη (για  $a=3.3$  AU απαιτείται  $e_{max}=0.54$ ), τότε – αργά ή γρήγορα – ο αστεροειδής είτε θα σκεδαστεί βαρυτικά από τον πλανήτη και θα εκτραπεί οριστικά από τη ζώνη των αστεροειδών, μετατρεπόμενος σε παραγήνο αστεροειδή, είτε ακόμη και θα συγκρουστεί με τον πλανήτη.

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι οι συντονισμοί μπορούν να επηρεάσουν δραματικά την ευστάθεια του πλανητικού συστήματος. Σήμερα γνωρίζουμε ότι οι τροχιές των μεγάλων πλανητών δεν είναι απολύτως ευσταθείς, αλλά είναι ελαφρώς χαοτικές. Αν κάνουμε μια σειρά από προσομοιώσεις στον υπολογιστή, επιλύοντας τις

πλήρεις εξισώσεις κίνησης και προσπαθώντας να υπολογίσουμε τις ακριβείς θέσεις και ταχύτητες των πλανητών μετά από μερικά δισεκατομμύρια χρόνια, θα δούμε ότι το αποτέλεσμα εξαρτάται δραματικά από την ακρίβεια με την οποία γνωρίζουμε τις αρχικές συνθήκες – η εξέλιξη είναι πολύ διαφορετική ακόμη κι αν αλλάξουμε τις αρχικές συνθήκες π.χ. στο 12ο δεκαδικό ψηφίο.

Αυτή η ευαισθητή εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες είναι το κύριο γνώρισμα του χάους και ο λόγος για τον οποίο δεν μπορούμε να προβλέψουμε με ακριβεία το μέλλον ενός συστήματος που αλληλεπιδρά με μη γραμμικό τρόπο, αφού ποτέ δεν μπορούμε να έχουμε άπειρη ακρίβεια στις αρχικές συνθήκες. Έτσι, κάθε μη γραμμικό σύστημα έχει περιορισμένο χρονικό ορίζοντα προβλεψιμότητας, που ονομάζεται χρόνος *Lyapunov*. Το σύστημα των πλανητών έχει χρόνο *Lyapunov* της τάξης των ~100 My.

Ο Γάλλος ερευνητής και Ακαδημαϊκός Jacques Laskar έχει ασχοληθεί διεξοδικά με την ευστάθεια των πλανητικών τροχιών. Έχει δείξει ότι, σε σύνολο ~2.500 προσομοιώσεων, στις οποίες οι αρχικές θέσεις και ταχύτητες των πλανητών επέλεξε να διαφέρουν κατά ασήμαντα μικρές ποσότητες – μικρότερες από τα σφάλματα των πραγματικών παρατηρήσεων – το Ηλιακό Σύστημα “διαλύεται” στο ~1% των περιπτώσεων. Ο “λόγος” της διάλυσης είναι ότι οι χαοτικές μεταβολές των στοιχείων της τροχιάς των μικρών πλανητών (κυρίως του Ερμή και του Άρη) οδηγούν σε αύξηση της εκκεντρότητας και τροχιές που τέμνονται, με επακόλουθο τη σύγκρουση δύο πλανητών ή την εκτροπή ενός πλανήτη σε υπερβολική τροχιά! Ένα παράδειγμα δίνεται στο παραπάνω διάγραμμα, όπου η Γη και η Αφροδίτη στο τέλος συγκρούονται (η απόστασή τους γίνεται μικρότερη από το άθροισμα των φυσικών ακτίνων τους). Έτσι, ακόμη κι αν το χάος είναι μια αδιαμφισβήτητη πραγματικότητα, η πιθανότητα διάλυσης του ηλιακού συστήματος λόγω αυτού είναι πολύ μικρή.



Εικόνα 46: Μία από τις προσομοιώσεις του Γάλλου αστρονόμου Jacques Laskar, για την εξέλιξη της τροχιάς των γήινων πλανητών. Επάνω: εκκεντρότητα, μέση: μεγάλος ημιάξονας, ως συναρτήσεις του χρόνου. Με κόκκινο χρώμα ο Ερμής, με ιώδες χρώμα η Αφροδίτη, με μπλε η Γη και με πράσινο ο Άρης. Κάτω: οι αποστάσεις των κέντρων των πλανητών, ως συναρτήσεις του χρόνου. (Jacques Laskar)

## **4.2 Οι τροχιές των φυσικών δορυφόρων των πλανητών**

Η μεγάλη πλειοψηφία των κανονικών δορυφόρων των πλανητών ακολουθούν ευσταθείς τροχιές. Κυρίαρχο ρόλο σε αυτό πιστεύουμε ότι παίζει η σταθεροποιητική επίδραση των παλιρροιογόνων δυνάμεων.

Υπάρχουν βέβαια και εξαιρέσεις, όπως π.χ. οι δορυφόροι *Προμηθέας* και *Πανδώρα* του Κρόνου, οι οποίοι βρίσκονται σε συντονισμό πολύ υψηλής τάξης, 121:116. Επειδή όμως η περίοδος της κίνησης είναι μόλις μερικές ημέρες, το αποτέλεσμα των χαοτικών παρελξεων είναι παρατηρήσιμο, καθώς ο χρόνος Lyapunov είναι μόλις ~3 έτη. Εκτελώντας διαδοχικές παρατηρήσεις των θέσεών τους κάθε μερικά χρόνια, μπορούμε να ελέγξουμε κατά πόσο οι δορυφόροι όντως βρίσκονται στις θέσεις που προέβλεπαν οι υπολογισμοί μας. Έτσι, για το συγκεκριμένο σύστημα, πιστοποιείται ότι οι προβλέψεις μας πέφτουν έξω συστηματικά, καθώς η χαοτική του κίνηση δε μας επιτρέπει να υπολογίσουμε με την απαιτούμενη ακρίβεια τη σωστή τιμή της στιγμιαίας συχνότητας περιφοράς κάθε σώματος και οι δορυφόροι βρίσκονται πάντοτε λίγο “πιο μπροστά” ή λίγο “πιο πίσω” από τις προβλεπόμενες τιμές μέσου μήκους, λ.

Όπως προαναφέραμε, οι παλίρροιες παίζουν καθοριστικό ρόλο στη δυναμική εξέλιξη των δορυφόρων. Στην περίπτωση του συστήματος Γη-Σελήνη, όπου υπάρχει μόνο ένας δορυφόρος, η κίνηση είναι σχετικά απλή. Επειδή η περίοδος περιφοράς της Σελήνης είναι ~29 ημέρες, ενώ η συχνότητα περιστροφής της Γης μόλις 24 ώρες, η Σελήνη απομακρύνεται από τη Γη με ρυθμό ~3.8 cm/y ενώ η περίοδος περιστροφής της Γης (το μήκος της ημέρας, Length Of Day = LOD) αυξάνει κατά ~2.3 msec/αιώνα, καθώς η ροπή της παλίρροιας τείνει να εξισώσει τις δύο βασικές συχνότητες.

Στην περίπτωση ενός συστήματος δορυφόρων, όπως του Δία, η κίνηση είναι πιο πολύπλοκη, καθώς η παλίρροια μεταβάλλει τους μεγάλους ημιάξονες των τροχιών των δορυφόρων, ενώ οι ίδιοι αλληλεπιδρούν μέσω βαρυτικών δυνάμεων. Επειδή η μεταβολή του *a* γίνεται με διαφορετικό ρυθμό για κάθε σώμα, ο λόγος των περιόδων περιφοράς αλλάζει με συνεχή τρόπο. Έτσι, αν δύο δορυφόροι ήταν αρχικά μακριά από κάποιο συντονισμό, θα μπορούσαν, με την πάροδο του χρόνου, να βρεθούν σε συντονισμό, λόγω της *μετανάστευσης* (orbital migration) που προκαλεί η παλίρροια. Πιστεύουμε ότι αυτός είναι ο λόγος που τα συστήματα κανονικών δορυφόρων, τόσο του Δία όσο και του Κρόνου εμφανίζουν πολλαπλούς συντονισμούς περιόδου.

Αυτό που έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι πώς, τελικά, το σύστημα “κλειδώνεται” σε συντονισμό και η (όποια) μετανάστευση των τροχιών λόγω παλίρροιας γίνεται πια με τέτοιο τρόπο ώστε ο λόγος των περιόδων να διατηρείται σταθερός και η εκκεντρότητα της τροχιάς σχεδόν απολύτως μηδενική – όπως συμβαίνει τους δορυφόρους του Δία. Αυτό είναι το πρόβλημα της *αδιαβατικής διάβασης* του συντονισμού που η επίλυση του είναι αρκετά περίπλοκη και προβλέπει ότι – ανάλογα με τις τιμές του λόγου των μαζών, της ταχύτητας μετανάστευσης και τις αρχικής εκκεντρότητας κάθε τροχιάς –

τα δύο σώματα μπορούν είτε (a) να κλειδωθούν στο συντονισμό και η παλίρροια να αποσβέσει σιγά-σιγά (δρώντας ως τριβή) τις ταλαντώσεις των *a* και *e*, ή (β) να διασχίσουν το συντονισμό και να συνεχίσουν τη μετανάστευση με διαφορετικό ρυθμό (μέχρι τον επόμενο συντονισμό), αλλά και διαφορετικές πλέον εκκεντρότητες.

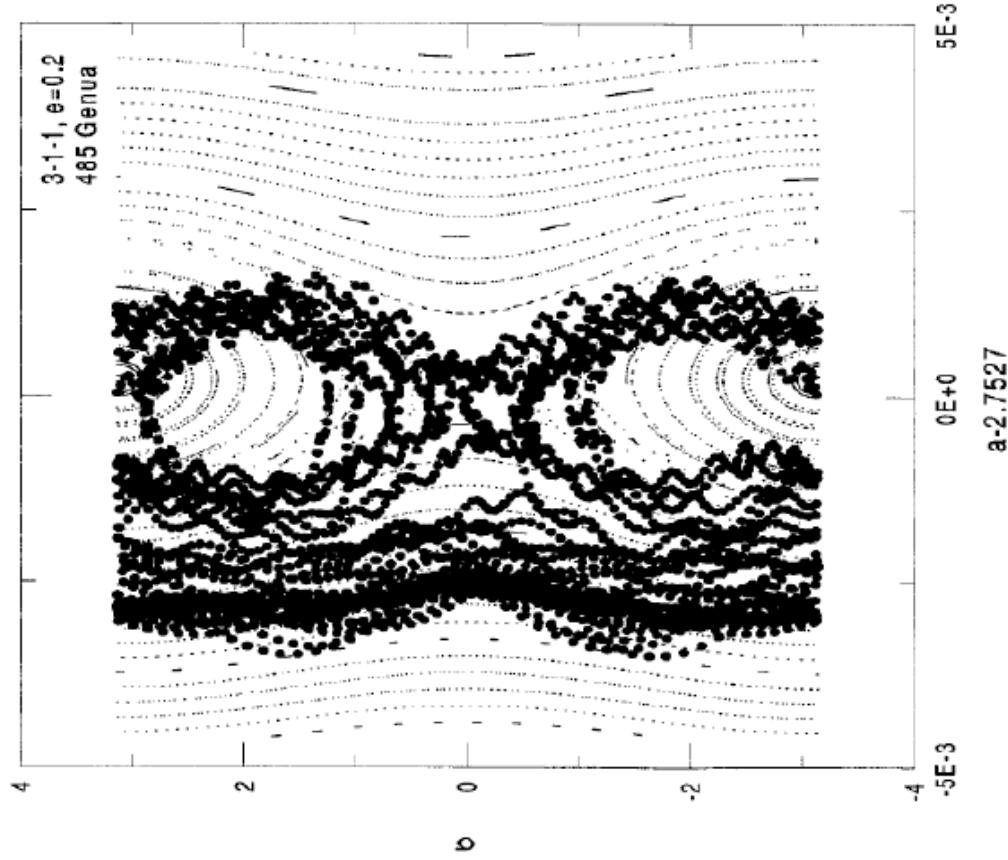
Με παρόμοιο τρόπο πιστεύουμε ότι σχηματίστηκαν τα εξωηλιακά συστήματα που απαρτίζονται από δύο πλανήτες σε συντονισμό. Η ακτινική μετανάστευση που οδήγησε στο “κλείδωμα” των πλανητών σε συντονισμό, δεν οφείλεται βέβαια στην παλίρροια του αστέρα, αλλά στην παλίρροια του πρωτοπλανητικού δίσκου, μέσα στον οποίο σχηματίστηκαν.

#### 4.3 Οι τροχιές των αστεροειδών

Όπως ήδη αναλύσαμε, οι αστεροειδείς έχουν ευσταθείς τροχιές, αν κινούνται μακριά από τους βασικούς συντονισμούς με το Δία, τον Ήρη ή τους άλλους πλανήτες. Αντίθετα, στις περιοχές των ισχυρών συντονισμών, οι τροχιές είναι χαοτικές και γι' αυτό το λόγο η αριθμητική πυκνότητα των αστεροειδών στις εν λόγω περιοχές είναι σχεδόν μηδενική. Σήμειώνουμε ότι οι αστεροειδείς δέχονται παρέλξεις από όλους τους πλανήτες ταυτόχρονα, με συνέπεια να υπάρχουν ακόμη και συντονισμοί μεταξύ τριών σωμάτων, όπως π.χ. μεταξύ των περιόδων περιφοράς του αστεροειδή, του Δία και του Κρόνου, οι οποίοι προκαλούν επίσης την αστάθεια των τροχιών των αστεροειδών. Ένα παράδειγμα κίνησης αστεροειδούς σε τριπλό συντονισμό δίνεται στο παρακάτω διάγραμμα, όπου φαίνονται οι χαοτικές μεταβολές του *a*.

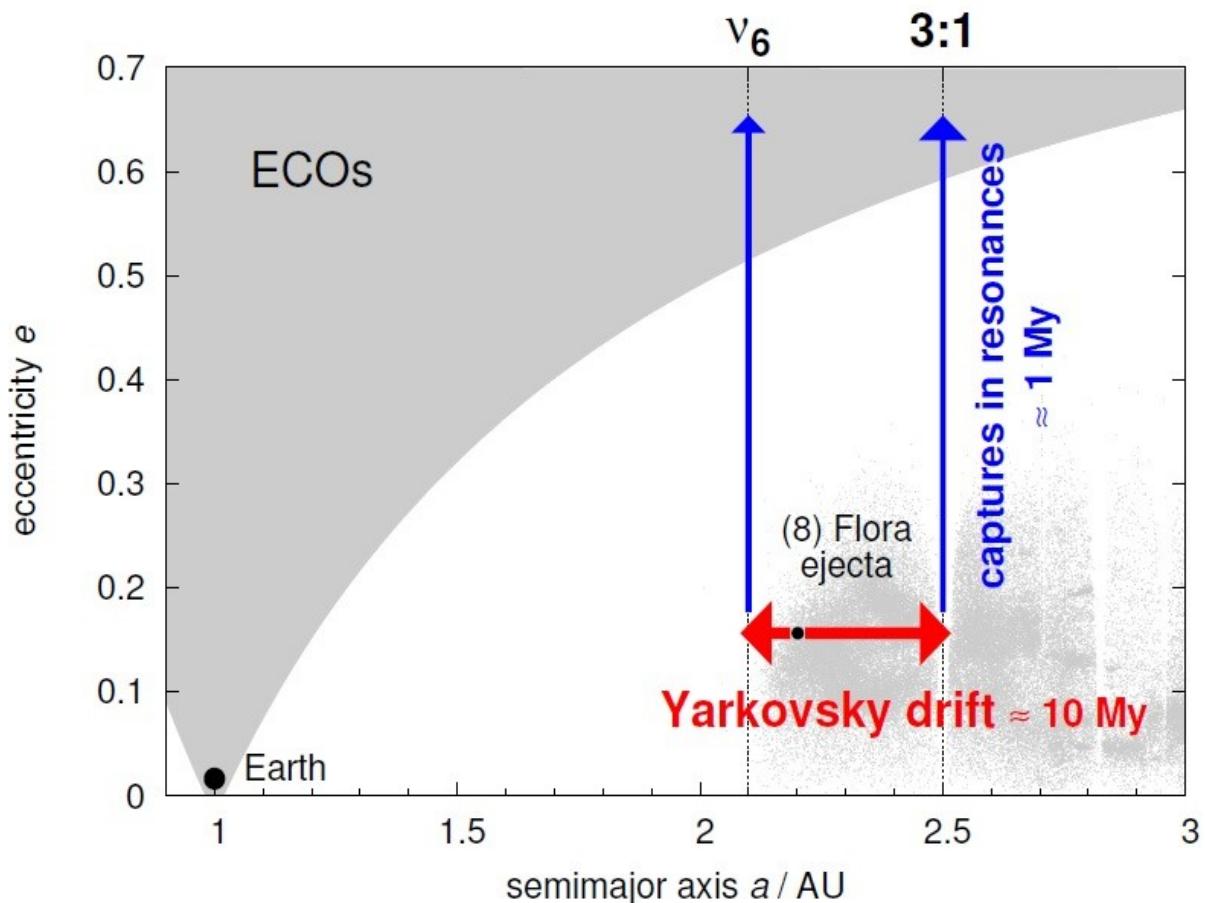
Οι αστεροειδείς που υφίστανται τις χαοτικές μεταβολές λόγω των συντονισμών, αργά ή γρήγορα εγκαταλείπουν την κύρια ζώνη και μετατρέπονται σε NEAs. Αν όμως οι συντονισμοί αδειάζουν με την πάροδο του χρόνου (γι' αυτό και υπάρχουν τα διάκενα Kirkwood) τότε πώς είναι δυνατό να υπάρχουν ακόμη τόσοι πολλοί NEAs;

Σήμερα πιστεύουμε ότι το φαινόμενο Yarkovsky είναι ο κύριος μηχανισμός αναγλήρωσης του πληθυσμού των NEAs που επιτρέπει σε αστεροειδείς που, αρχικά, κινούνται μιακριά από τους βασικούς συντονισμούς να “πέσουν” μέσα στην περιοχή επιρροής τους. Τότε, μέσω του φαινομένου της χαοτικής διάχυσης που περιγράφαμε προηγουμένως, οι αστεροειδείς αυτοί θα μετατραπούν σε NEAs.



Εικόνα 47: Χρονική εξέλιξη της τροχιάς αστεροειδούς 485 Genua, ο οποίος βρίσκεται στον τριπλό συντονισμό 3:1:1, (Nesvorný & Morbidelli, 1998)

Οι υπολογισμοί δείχνουν ότι οι κύριες “πηγές” NEAs είναι ο συντονισμός 3:1 με το Δία ( $a=2.5$  AU) και ο αιώνιος συντονισμός  $g=g_6$  ( $a=2.1$  AU, συμβολίζεται με  $\nu_6$ ) όπου η συκνότητα μετάπτωσης του περιηλίου της τροχιάς ενός αστεροειδή είναι ίση με αυτή της μετάπτωσης του περιηλίου του Κρόνου – όλοι οι υπόλοιποι συντονισμοί έχουν μικρή συνεισφορά. Ο χρόνος διαφυγής από αυτές τις περιοχές (λόγω της χαοτικής αύξησης της εκκεντρότητας πάνω από το όριο σύγκρουσης με τη Γη) είναι μόλις  $\sim 1$  My. Ο χρόνος που απαιτείται ώστε ένας αστεροειδής που κινείται ανάμεσα σε αυτούς τους συντονισμούς να μετακινηθεί κατά τη διεύθυνση του  $a$  (λόγω Yarkovsky) και να “πέσει” σε κάποιον από τους δύο είναι  $\sim 10$  My. Έτσι, συνολικά, ο μέσος χρόνος που απαιτείται για να παραχθεί ένας νέος NEA είναι της τάξης των  $\sim 10$  My. Επειδή ο μέσος χρόνος ζωής των NEAs στην περιοχή της Γης είναι επίσης της τάξης των  $\sim 10$  My, συμπεραίνουμε ότι ο ρυθμός “παραγωγής” ισούται περίπου με το ρυθμό “καταστροφής” των NEAs και έτσι ο πληθυσμός τους είναι περίπου σταθερός, καθ όλη τη διάρκεια ζωής του ηλιακού συστήματος.



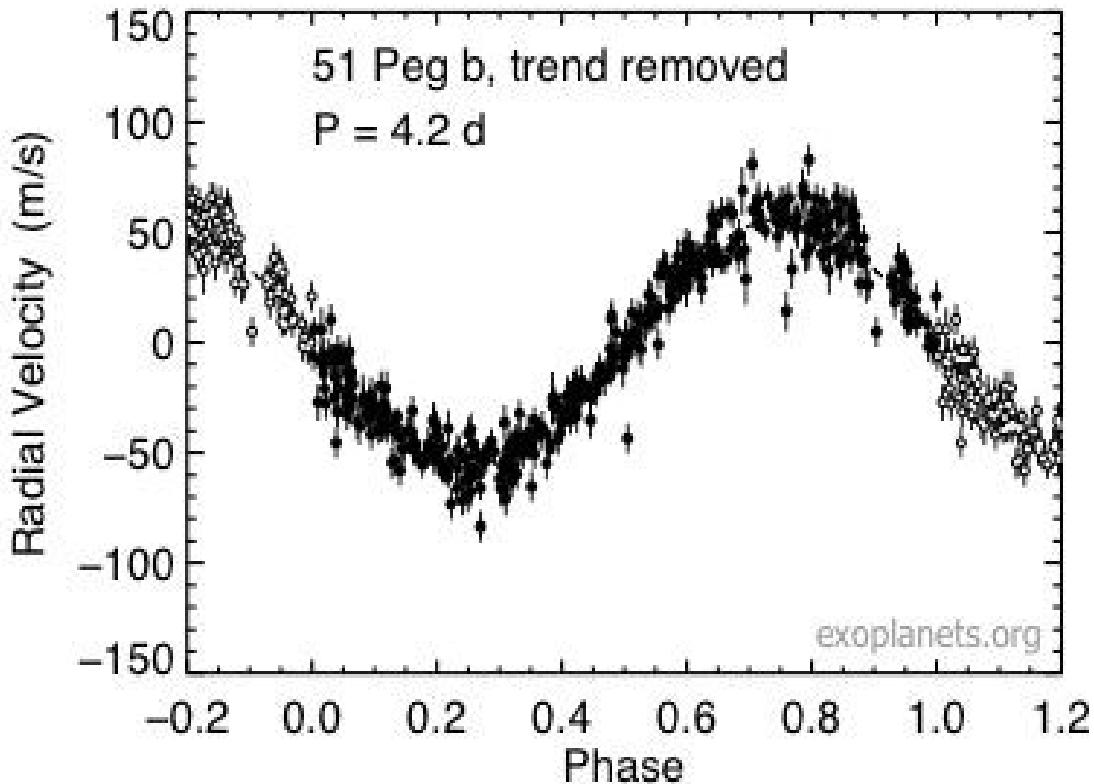
Εικόνα 48: Σχηματική αναπαράσταση (εκκεντρότητα ως προς μεγάλο ημιάξονα) για την μεταφορά μετεωριτών από την Κύρια Ζώνη των αστεροειδών μέσω του φαινομένου Yarkovsky. Στο πρώτο στάδιο διάρκειας  $\sim 10 \text{ My}$ , το φαινόμενο Yarkovsky μεταβάλλει τους μεγάλους ημιάξονες των μετεωροειδών προς τις θέσεις κύριων συντονισμών (π.χ. ο αιώνιος? συντονισμός νδ με τον Κρόνο και ο συντονισμός μέσης κίνησης 3:1 με τον Δία). Στο δεύτερο βήμα ο συντονισμός αυξάνει γρήγορα την εκκεντρότητα και έτσι σε  $\sim 1 \text{ My}$  η τροχιά εισέρχεται στην διαγραμμισμένη περιοχή, όπου τέμνει την τροχιά της Γης. (M.Broz/Charles Univ.)

## **Κεφάλαιο 5ο**

### **Εξωηλιακά Πλανητικά Συστήματα**

#### **5.1 Παρατηρήσεις Εξωπλανητών**

Ο πρώτος πλανήτης εκτός του ηλιακού συστήματος ανακαλύφθηκε το 1992, στο διπλό σύστημα αστέρων νετρονίων PSR(1257+12), ενώ ο πρώτος εξωπλανήτης γύρω από αστέρα της κύριας ακολουθίας ανακαλύφθηκε το 1995, στο σύστημα 51 Peg. Από τότε μέχρι σήμερα (Οκτώβριος 2015), έχει επιβεβαιωθεί η ύπαρξη 1.969



*Εικόνα 49: Η ακτινική ταχύτητα του αστέρα 51 Pegasi, όπως προκύπτει από παρατηρήσεις, ως συνάρτηση του χρόνου, η οποία οφείλεται στην ύπαρξη ενός αόρατου συνοδού. (exoplanets.org)*

πλανητών σε 1.240 εξωηλιακά πλανητικά συστήματα – τα 490 από τα οποία έχουν περισσότερους από έναν πλανήτης. Τα αποτελέσματα των αποστολών Kepler (NASA) και CoRoT (ESA) έχουν εντοπίσει μέχρι σήμερα ακόμη ~2.900 υποψήφιους εξωπλανήτες.

Οι βασικές μέθοδοι ανακάλυψης εξωπλανητών είναι οι ακόλουθες:

- (α) απευθείας απεικόνιση (direct imaging)
- (β) ακτινικές ταχύτητες (radial velocities)

### (γ) διαβάσεις (transits)

Οι μέθοδοι αυτοί θα αναλυθούν παρακάτω εκτενώς. Σημειώνουμε ότι ο 51 Peg (b) εντοπίστηκε με τη μέθοδο των ακτινικών ταχυτήτων. Εκτός των παραπάνω βασικών μεθόδων, χρησιμοποιούνται επίσης η αστρομετρική μέθοδος αλλά και η μέθοδος των βαρυτικών μικροφακών.

Η αστρομετρική μέθοδος βασίζεται στο γεγονός ότι η ακριβής θέση ενός αστέρα στον ουρανό αλλάζει, καθώς κινείται γύρω από το κέντρο μάζας του συστήματος αστέρας-πλανήτης. Καταγράφοντας λοιπόν αυτήν την κίνηση του αστέρα – δηλαδή τις μεταβολές των ουρανογραφικών συντεταγμένων του – μπορούμε να υπολογίσουμε τις βασικές παραμέτρους του πλανήτη (μάζα και ακτίνα) και της τροχιάς του (περίοδο, ημιάξονα, εκκεντρότητα, όρισμα του περιηλίου).

Η μέθοδος των μικροφακών βασίζεται στο σχετικιστικό φαινόμενο της εκτροπής των φωτεινών ακτίνων που περνάνε δίπλα από κάθε ισχυρή βαρυτική πηγή. Έτσι, μια ισχυρή βαρυτική πηγή, που παρεμβάλλεται ανάμεσα σε μια σημειακή πηγή φωτός και τον παρατηρητή, μπορεί να λειτουργήσει ως φακός, εστιάζοντας το φως της πηγής προς την κατεύθυνση του παρατηρητή και προκαλώντας την εμφάνιση ενός φωτεινού δακτυλιοειδούς ειδώλου (δακτύλιος Einstein). Οι πλανήτες, έχοντες πολύ μικρή μάζα σε σχέση με τους αστέρες, λειτουργούν ως μικροφακοί, παραμορφώνοντας ελαφρά το είδωλο του αστέρα και μετατοπίζοντάς το στην ουράνια σφαίρα.

#### 5.1.1 Απευθείας απεικόνιση

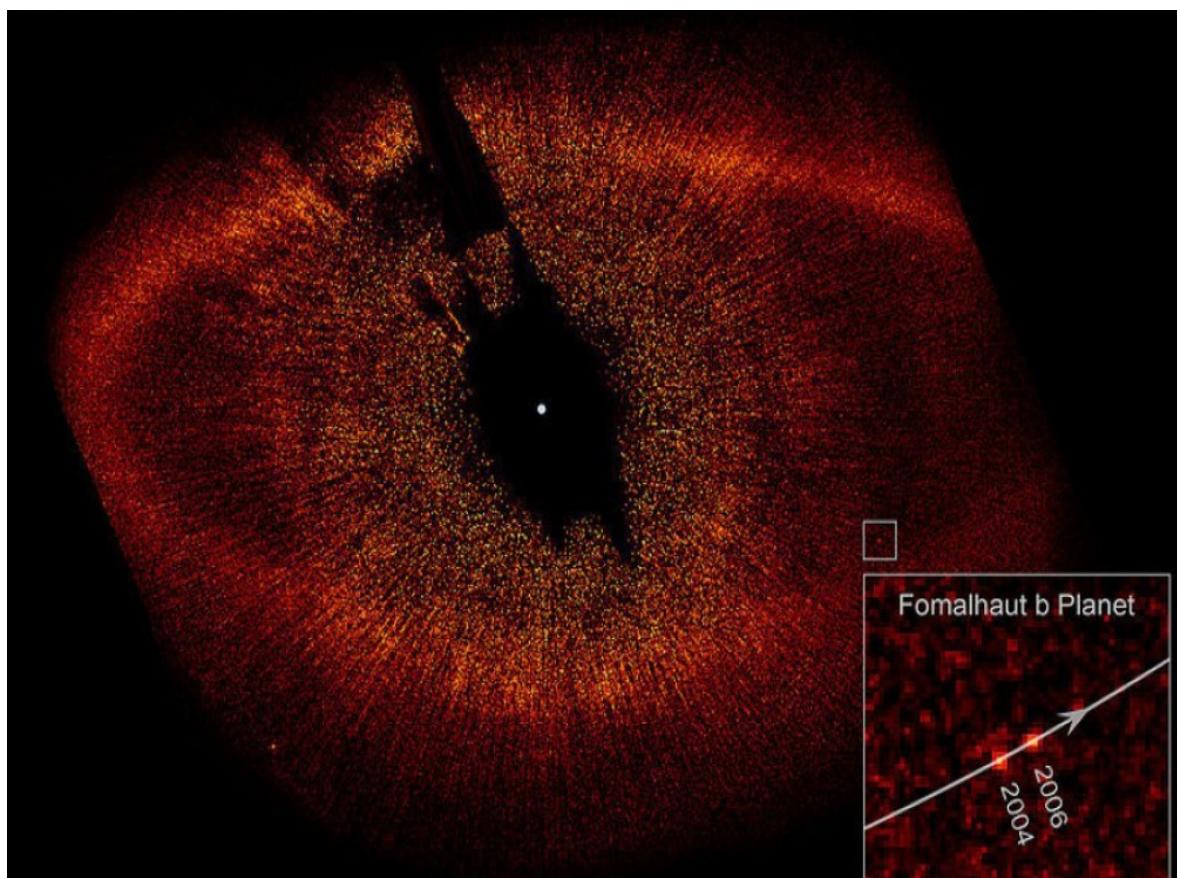
Η απευθείας παρατήρηση ενός εξωπλανήτη είναι εξαιρετικά δύσκολη, καθώς η μεγάλη απόσταση του αστέρα από το δικό μας σύστημα και η μικρή φωτεινότητα ενός πλανήτη (που απλά αντανακλά το φως του αστέρα) απαιτούν τη χρήση οργάνων με πολύ μεγάλη ευαισθησία. Επίσης, η ακτίνα της τροχιάς του πλανήτη θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε ένας αισθητήρας (π.χ. φακός τηλεσκοπίου) να μπορεί να διακρίνει τον αστέρα και τον πλανήτη ως δύο διαφορετικά σημεία-πηγές. Ο τύπος που δίνει τη διακριτική ικανότητα του φακού είναι

$$\omega'' = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

όπου  $\omega''$  η γωνιώδης απόσταση (διακριτική ικανότητα) των δύο ειδώλων μετρούμενη σε δεύτερα λεπτά της μοίρας,  $\lambda$  το μήκος κύματος της ακτινοβολίας και  $D$  η διάμετρος του αντικειμενικού φακού (ή του κατόπτρου) του τηλεσκοπίου.

Ο πρώτος εξωπλανήτης που παρατηρήθηκε απευθείας είναι ο πλανήτης Fomalhaut

b, που εντοπίστηκε από την ομάδα του ελληνοαμερικανού Paul Kalas το 2006, με τη χρήση παρατηρήσεων από το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble κατά το χρονικό διάστημα 2004-2006. Ο αστέρας Fomalhaut ήταν γνωστός ήδη από το γεγονός ότι περιβάλλεται από έναν δίσκο σκόνης (debris disc), που εμφανίζει κυματοειδή δομή. Επομένως, υπήρχε από πριν η αίσθηση ότι ο λόγος που εμφανίζονται κυματισμοί είναι πιθανώς η βαρύτητα ενός μεγάλου πλανήτη που περιφέρεται – παραμένοντας μέσα στον δίσκο – γύρω από τον αστέρα.

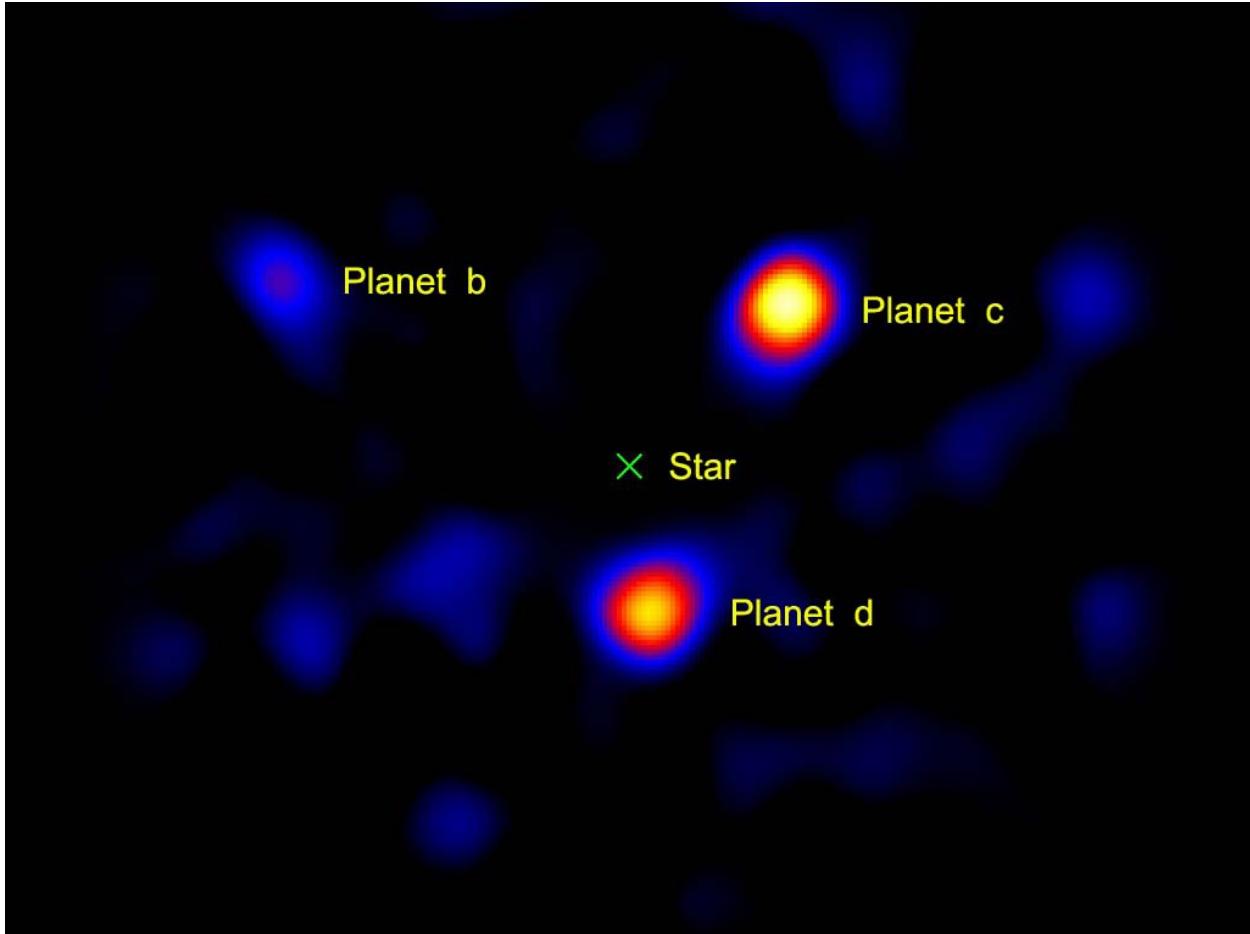


Εικόνα 50: Φωτογραφία στο οπτικό από το τηλεσκόπιο Hubble δείχνει τον πλανήτη Fomalhaut b, που περιφέρεται γύρω από τον μητρικό αστέρα. Η μεγέθυνση (δεξιά κάτω) της μικρής τετράγωνης περιοχής δείχνει την μετακίνηση του πλανήτη σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η εικόνα του αστέρα έχει αφαιρεθεί, για λόγους ευκρίνειας της εικόνας, και έχει αντικατασταθεί με μία κουκκίδα στο κέντρο του. (NASA/ESA)

Η λεπτομερής ανάλυση των εικόνων του Hubble κατέδειξε ένα μετακινούμενο φωτεινό σημείο, του οποίου η θέση στο δίσκο είχε μεταβληθεί σημαντικά κατά το χρονικό διάστημα των παρατηρήσεων. Με βάση την ιδία κίνηση του σημείου, υπολογίστηκε ότι αντιστοιχεί σε σώμα μάζας ίσης με 3 φορές της μάζα του Δια ( $3 M_{\Delta}$ ) και ακτίνα τροχιάς  $\sim 115$  AU (που αντιστοιχεί σε περίοδο 875 έτη).

Το πρώτο πολλαπλό σύστημα που παρατηρήθηκε απευθείας είναι το σύστημα των τριών πλανητών που περιφέρονται γύρω από τον αστέρα HR 8799. Η παρατηρηση έγινε δυνατή με την απομόνωση (και αφαίρεση από τα δεδομένα) της ακτινοβολίας του αστέρα, οπότε αποκαλύφθηκε η ύπαρξη τριών αμυδρών φωτεινών πηγών γύρω

του. Παίρνοντας παρατηρήσεις σε διάφορες χρονικές στιγμές, έγινε αντιληπτό ότι οι τρεις πιηγές μετακινούνται και υπολογίστηκαν οι βασικές παράμετροι της τροχιάς τους (μάζα, περίοδος τροχιάς, ημιάξονας).

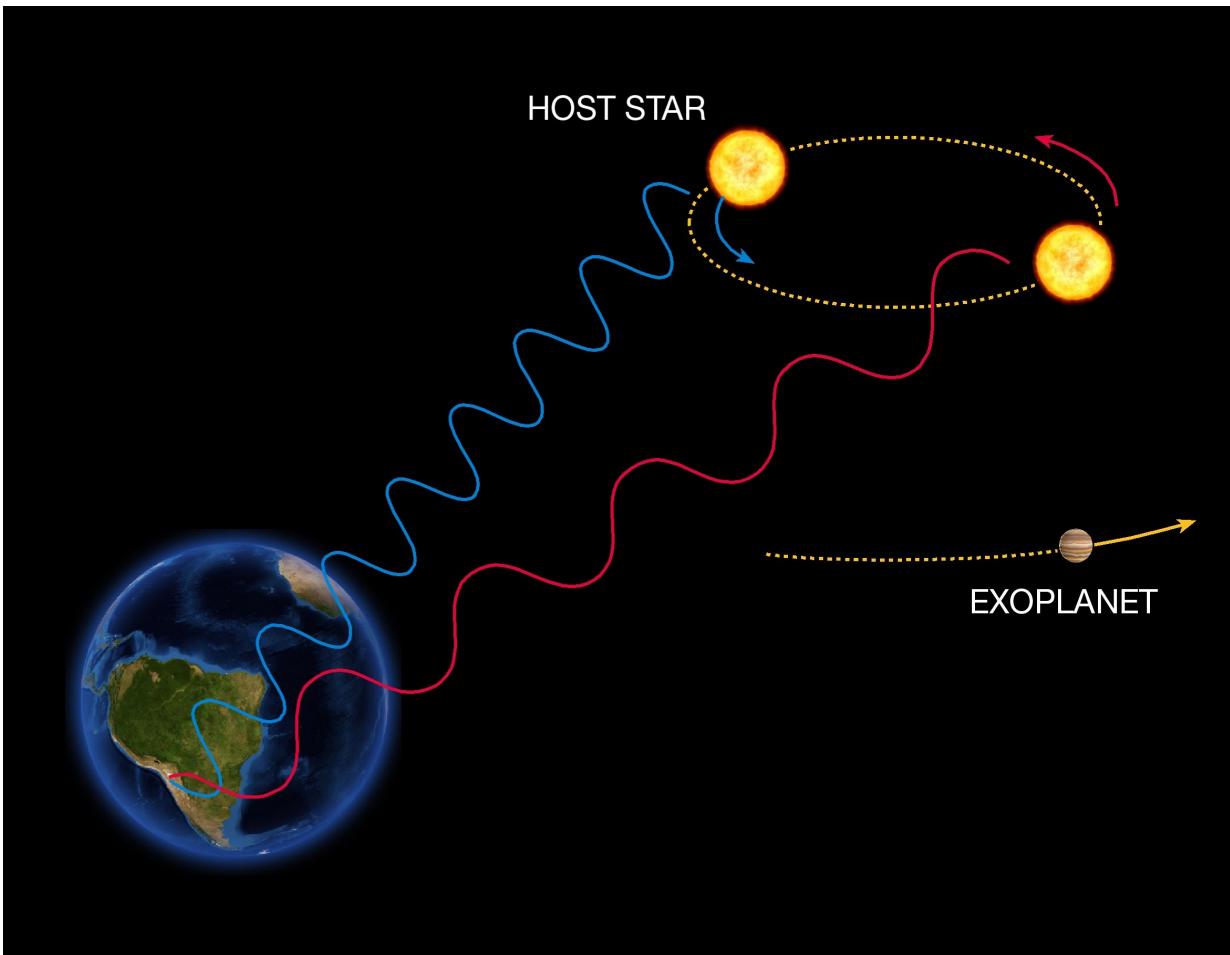


Εικόνα 51: Απενθείας απεικόνιση των εξωπλανητών γύρω από τον αστέρα HR8799, από το ειδικά εξοπλισμένο με στεμματογράφο (για την περίπτωση) τηλεσκόπιο του όρους Πάλομαρ. (JPL/NASA)

### 5.1.2 Ακτινικές ταχύτητες

Η μέθοδος των ακτινικών ταχυτήτων είναι, μέχρι στιγμής, η πιο αποδοτική σε ό,τι αφορά τον εντοπισμό εξωπλανητών. Βασίζεται στην περιοδική κίνηση του αστέρα που προκαλεί ο πλανήτης και την συνεπαγόμενη μετάθεση των φασματικών γραμμών στο παρατηρούμενο φάσμα ακτινοβολίας του αστέρα, λόγω του φαινομένου Doppler.

Καθώς τα δύο σώματα κινούνται γύρω από το κοινό κέντρο μάζας, ο αστέρας απομακρύνεται και πλησιάζει προς τα εμάς με περιοδικό τρόπο – οι μεταβολές βέβαια είναι μικρές. Έτοι, το μήκος κύματος,  $\lambda$ , στο οποίο παρατηρούνται οι όποιες φασματικές γραμμές (π.χ. οι γνωστές γραμμές απορρόφησης του υδρογόνου από τη χρωμόσφαιρα του αστέρα) μετατοπίζονται – σύμφωνα με το γνωστό φαινόμενο τύπο του Doppler – προς το ερυθρό (όταν απομακρύνεται ο αστέρας) ή το κυανό (όταν προσεγγίζει) κατά ένα ποσό  $\Delta\lambda$ .



Εικόνα 52: Η μέθοδος των ακτινικών ταχυτήτων για την ανακάλυψη εγωπλανητών βασίζεται στην ανίχνευση μεταβολών της ταχύτητας του μητρικού αστέρα, λόγω της μεταβαλλόμενης κατεύθυνσης της βαρυτικής έλξης από ένα μη παρατηρούμενο εξωπλανήτη, ο οποίος περιφέρεται γύρω από τον αστέρα. Όταν ο αστέρας πλησιάζει προς τον παρατηρητή, το φάσμα του παρουσιάζει μετάθεση προς το κυανό, ενώ όταν ο αστέρας απομακρύνεται από τον παρατηρητή το φάσμα του παρουσιάζει μετάθεση προς το ερυθρό. Παρατηρώντας συστηματικά το φάσμα ενός αστέρα μπορούμε να διαπιστώσουμε αν παρουσιάζει περιοδή μετάθεση και, έτσι, να διαπιστώσουμε αν γύρω του περιφέρεται ένας μη παρατηρούμενος εξωπλανήτης. (ESO)

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c}$$

όπου  $v_r$  η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας απομάκρυνσης (ή προσέγγισης) και  $c$  η ταχύτητα του φωτός. Η μετατόπιση είναι περιοδική και άρα, με συνεχόμενες παρατηρήσεις του  $\Delta\lambda$ , υπολογίζουμε την περίοδο της τροχιάς των δύο σωμάτων,  $T$ . Επειδή το επίπεδο της κίνησης εν γένει σχηματίζει γωνία  $i$  με τη γραμμή παρατήρησης, η μετρούμενη ταχύτητα,  $K$ , είναι η προβολή του διανύσματος της ταχύτητας του αστέρα επί της γραμμής παρατήρησης,

$$K = v_{star} \sin i$$

Για την κίνηση των δύο σωμάτων ισχύει προφανώς

$$M_{\text{star}} v_{\text{star}} = M_P v_K$$

όπου  $M_P$  η μάζα του πλανήτη και  $v_K$  η κυκλική ταχύτητα κατά Kepler (θεωρούμε κυκλική τροχιά χάριν απλότητας)

$$v_K = \sqrt{\frac{GM_{\text{star}}}{a}}$$

Έχοντας λοιπόν την περίοδο,  $T$ , και το  $K$ , υπολογίζουμε την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του πλανήτη (από τον 3ο νόμο του Kepler)

$$a = \left( \frac{GM_{\text{star}}T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3}$$

και ένα κάτω όριο για την τιμή της μάζας του,  $M = M_P \sin i$ , μέσω της σχέσης

$$K = v_{\text{star}} \sin i = \left( \frac{M_P \sin i}{M_{\text{star}}} \right) \sqrt{\frac{GM_{\text{star}}}{a}}$$

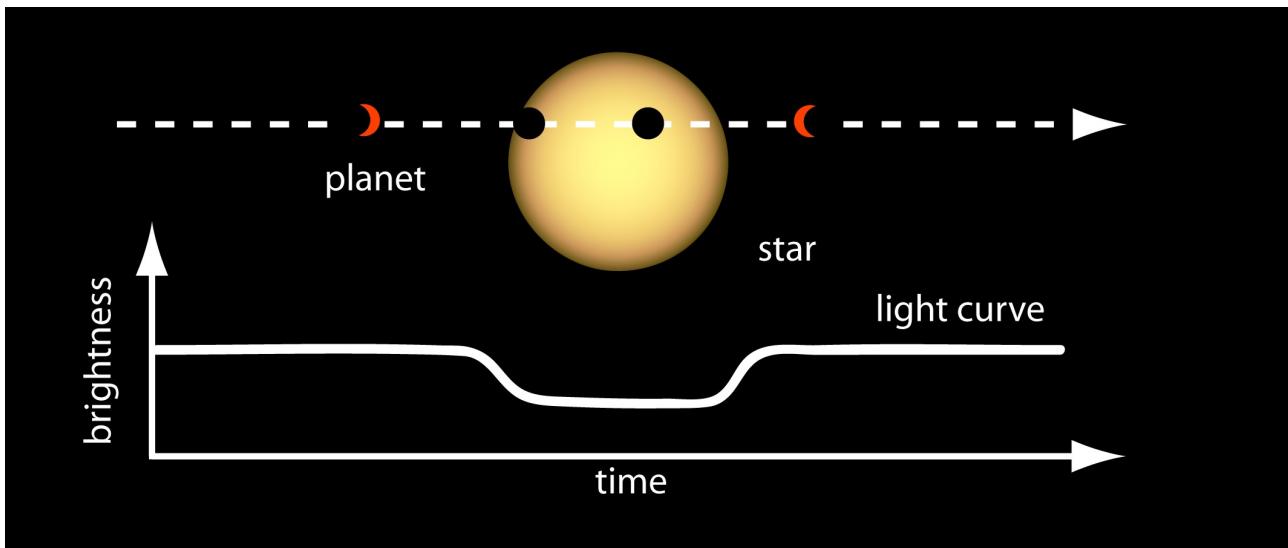
αν γνωρίζουμε τη μάζα του αστέρα. Για ελλειπτικές τροχιές, η παρατηρούμενη ταχύτητα είναι συνάρτηση της εκκεντρότητας,  $e$ , και της θέσης του περιηλίου,  $\omega$ . Με διαδοχικές παρατηρήσεις του  $K$  και χρησιμοποιώντας την εξίσωση του Kepler μπορούμε να εκτιμήσουμε τα  $(e, \omega)$ , δοκιμάζοντας διάφορα ζεύγη τιμών και ελέγχοντας κάθε φορά (με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων) πόσο καλά η θεωρητική μας καμπύλη προσαρμόζεται στη χρονοσειρά των τιμών της  $K(t)$ .

### 5.1.3 Διαβάσεις

Η μέθοδος των διαβάσεων είναι πιο απλή στην εφαρμογή της, καθώς βασίζεται σε απλή φωτομετρία και όχι στη λήψη του φάσματος ακτινοβολίας του αστέρα. Δυστυχώς, δεν είναι πάντοτε εφαρμόσιμη.

Όταν ο πλανήτης διέρχεται μπροστά από τον φωτεινό δίσκο του αστέρα, η λαμπρότητα του αστέρα μειώνεται, καθώς ο δίσκος του πλανήτη σκιάζει ένα μέρος του αστρικού δίσκου. Η μεταβολή αυτή είναι βέβαια ανεπαίσθητη αλλά μετρήσιμη,

αν ο πλανήτης κινείται σε λογική απόσταση από τον αστέρα.



*Eikóra 53: Transit data are rich with information. By measuring the depth of the dip in brightness and knowing the size of the star, scientists can determine the size or radius of the planet. The orbital period of the planet can be determined by measuring the elapsed time between transits. Once the orbital period is known, Kepler's Third Law of Planetary Motion can be applied to determine the average distance of the planet from its stars. (NASA)*

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δυο διαδοχικών διαβάσεων συμπίπτει με την περίοδο περιφοράς του πλανήτη, από την οποία υπολογίζουμε και τον ημιάξονα της τροχιάς. Η μείωση της φωτεινής ροής δεν είναι ακαριαία καθώς, μπαίνοντας (ή βγαίνοντας) ο πλανήτης μπροστά από τον αστρικό δίσκο, το εμβαδόν που αποκόπτει είναι αρχικά μικρότερο από το εμβαδόν της διατομής του. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται μέχρι η πτώση της λαμπρότητας να γίνει μέγιστη, είναι ανάλογο της ακτίνας του πλανήτη, η οποία υπολογίζεται κατ' αυτόν τον τρόπο.

Σημειώνουμε ότι, προκειμένου να είναι δυνατή η παρατήρηση της διάβασης, θα πρέπει η κλίση του επιπέδου της τροχιάς ως προς τη γραμμή παρατήρησης να είναι περίπου μηδενική. Για την ακρίβεια, η μέγιστη κλίση για την οποία μπορεί να παρατηρηθεί διάβαση εξαρτάται από την ακτίνα της τροχιάς του πλανήτη και τη φυσική ακτίνα των δύο σωμάτων, μέσω της απλής γεωμετρικής σχέσης

$$\cos i = (R_{Star} + R_P) / a$$

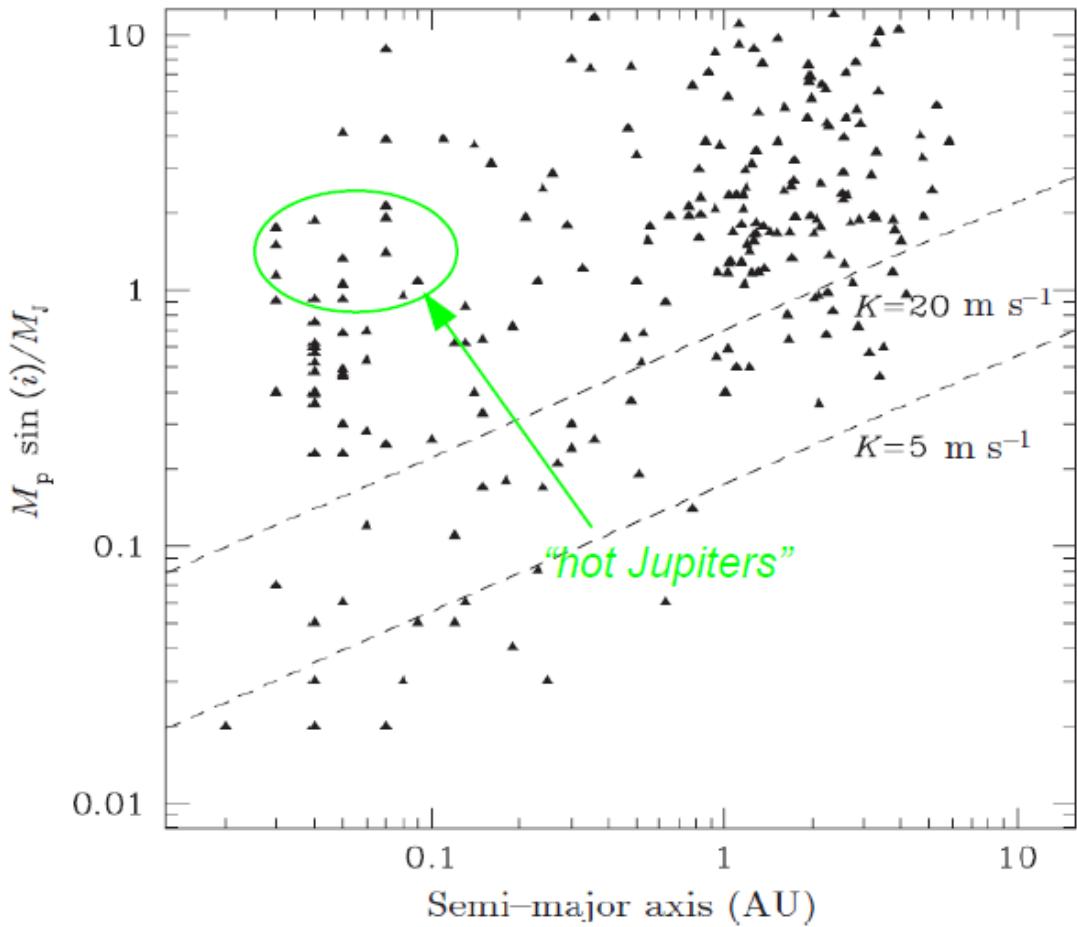
Τέλος, σημειώνουμε ότι τυχόν μεταβολές στο χρονικό διάστημα μεταξύ διαδοχικών διαβάσεων υποδεικνύουν την ύπαρξη περισσοτέρων πλανητών, οι οποίοι διαταράσσουν την τροχιά του πλανήτη του οποίου παρατηρούμε τη διάβαση.

Είναι προφανές ότι ο συνδυασμός της μεθόδου των ακτινικών ταχυτήτων με αυτήν των διαβάσεων επιτρέπει τον υπολογισμό της μάζας, της ακτίνας και των

στοιχείων της τροχιάς ενός εξωπλανήτη.

## 5.2 Στατιστικές Κατανομές

Με βάση το μέχρι τώρα στατιστικό δείγμα των εξωπλανητών, μπορούμε να επιχειρήσουμε να εξαγάγουμε μερικά γενικά συμπεράσματα, αναφορικά με τους διάφορους “τύπους” πλανητικών συστημάτων που υπάρχουν. Σημειώνουμε βέβαια ότι τα συστηματικά σφάλματα που υπεισέρχονται στις διαθέσιμες παρατηρήσεις είναι ακόμη ανυπέρβλητα. Έτσι, είναι πιθανόν ότι ολόκληρες περιοχές τιμών των βασικών παραμέτρων δεν είναι ακόμη προσπελάσιμες από τα όργανα παρατήρησης. Για παράδειγμα, είναι προφανές ότι όσο μεγαλύτερη η μάζα ενός εξωπλανήτη, τόσο πιο έντονο το  $K$  του αστέρα, που είναι ανάλογο του  $M_p$ . Επίσης, το  $K$  είναι αντιστρόφως ανάλογο της ρίζας του  $a$ . Έτσι, τείνουμε να παρατηρούμε κατά προτίμηση μεγάλους πλανήτες, σε σχετικά μικρές αποστάσεις από τον αστέρα. Η παρατήρηση μιας διάβασης είναι επίσης πιο πιθανή για μικρές τιμές του  $a$ . Από την άλλη, όσο μεγαλύτερη η περίοδος παρατήρησης, τόσο μεγαλύτερο το  $a$  που μπορεί να παρατηρηθεί. Συμπερασματικά, οφείλουμε να αναγνωρίσουμε ότι δεν είμιστε ακόμη σε θέση να απαντήσουμε με ικανοποιητικό τρόπο στο “πώς” μοιάζει (ή, αν υπάρχει καν) ένα τυπικό πλανητικό σύστημα.



Εικόνα 54: Διάγραμμα της ποσότητας  $M_p \sin(i)/M_J$  (όπου  $M_p$  και  $M_J$  η μάζα του πλανήτη και του Δία, αντίστοιχα) ως προς την τιμή του μεγάλου ημιάξονα, όπου διακρίνεται η θέση των “καυτών Διών”. Credit?

Η κατανομή της μάζας και του ημιάξονα της τροχιάς των εξωπλανητών δείχνει ότι, μέχρι στιγμής, παρατηρούμε δύο βασικούς τύπους συστημάτων:

(α) συστήματα με πλανήτες σαν το Δία (και, πιο πρόσφατα, με μικρότερες μάζες – σαν τον Ποσειδώνα), με τροχιές πολύ μικρής περιόδου (μερικές ημέρες), ή  $a < 0.2$  AU. Οι πλανήτες μεγάλης μάζας ονομάζονται “καυτοί Δίες” (hot Jupiters). Τα θεωρητικά μοντέλα σχηματισμού και εξέλιξης γιγάντιων πλανητών δείχνουν ότι, πιθανότατα, οι πλανήτες αυτοί σχηματίστηκαν σε μεγαλύτερες αποστάσεις από τον αστέρα, αλλά μετανάστευσαν μέσα στον πρωτοπλανητικό δίσκο, οδηγούμενοι τελικά πολύ κοντά στον αστέρα.

(β) συστήματα με μεγαλύτερους πλανήτες (αέριους γίγαντες) που κινούνται σε πιο απομακρυσμένες τροχιές ( $a \sim 1-3$  AU). Αρκετοί από αυτούς έχουν μάζες που πιθανόν ξεπερνούν τις  $10 M_\Delta$ , ώστε να πλησιάζουν στο όριο της μάζας που απαιτείται για να μετατραπούν σε αστέρες ( $\sim 100 M_\Delta$ )

Μέχρι στιγμής, δεν έχει εντοπιστεί κανένα σύστημα που να μοιάζει αρκετά με το δικό μας. Παρότι έχουμε βρει συστήματα με πολλούς πλανήτες (π.χ. το σύστημα HD 10180 έχει δέκα(!) πλανήτες, αλλά ο πιο μακρινός βρίσκεται σε απόσταση μόλις ~3 AU από τον αστέρα), δεν έχουμε ακόμη εντοπίσει πλανήτη σαν τη Γη (δηλ. με ίδια μάζα αλλά και απόσταση από τον αστέρα). Πιστεύουμε, όμως, ότι αυτό είναι θέμα χρόνου (και τεχνολογικής εξέλιξης). Ειδικά για τον εντοπισμό πλανήτη σαν τη Γη, θεωρούμε ότι η αποστολή Kepler – που παρατηρεί διαβάσεις γύρω από ~100.000 αστέρες μιας συγκεκριμένης περιοχής του ουρανού για διάστημα 7 ετών (2009-2016) με εκτιμώμενο ποσοστό επιτυχούς εντοπισμού πλανητών ~5% – θα καταφέρει να εντοπίσει ένα μονοψήφιο αριθμό πλανητών σαν τον δικό μας.

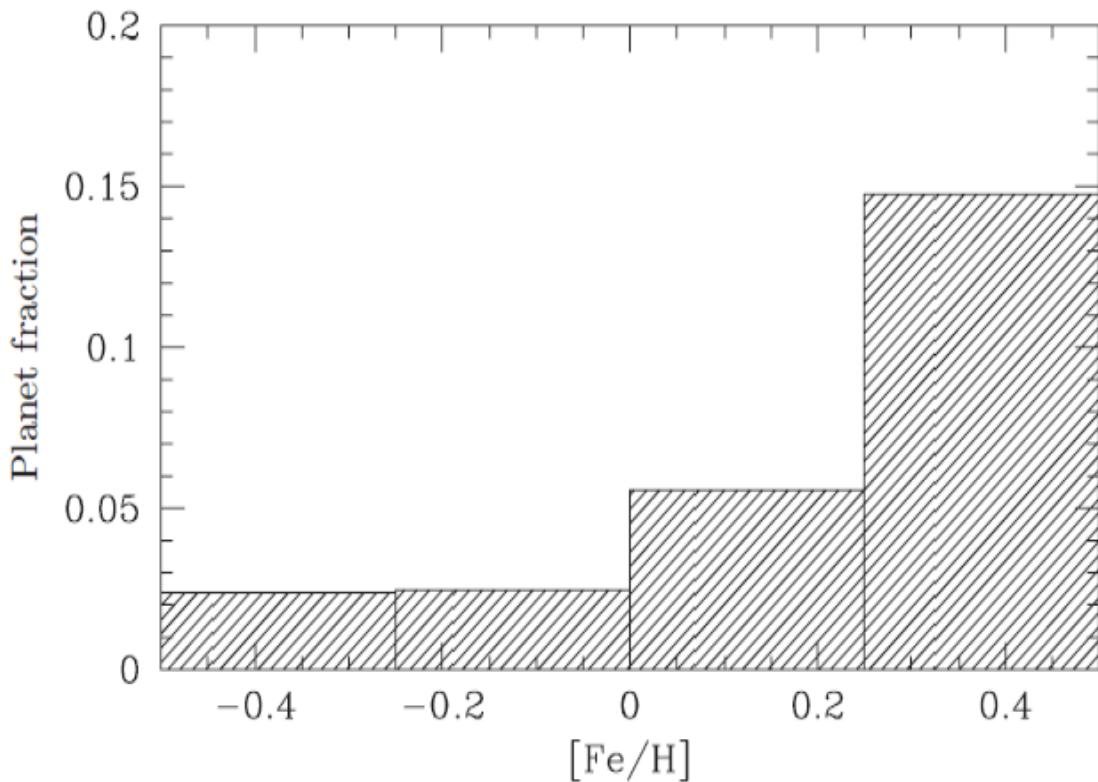
Μεταξύ των συστημάτων που γνωρίζουμε υπάρχουν αρκετά πολλαπλά συστήματα, με 2-10 πλανήτες. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζουν κάποια από αυτά, όπου τουλάχιστον δύο πλανήτες φαίνεται να κινούνται σε συντονισμό (με λόγο περιόδων συνήθως 2:1 ή 3:1). Επειδή η πιθανότητα να σχηματιστούν δύο πλανήτες σε τέτοιες θέσεις ώστε να βρίσκονται από την αρχή σε συντονισμό είναι μηδενική, πιστεύουμε ότι σε αυτά τα συστήματα οι τροχιές των πλανητών εξελίχθηκαν έτσι ώστε οι πλανήτες να “κλειδωθούν” σε θέσεις συντονισμού, κατά τρόπο ανάλογο με τις τροχιές των φυσικών δορυφόρων του Δία και του Κρόνου.

Κάθε αστέρας χαρακτηρίζεται από το ποσοστό “μετάλλων” που περιέχει, το οποίο συμβολίζεται με  $Z^9$ . Στην Αστρονομία το ποσοστό του υδρογόνου συμβολίζεται με X και το ποσοστό του ήλιου με Y, με την κανονικοποίηση  $X + Y + Z = 1$ . Συνήθως αντί για το Z χρησιμοποιούμε την ποσότητα  $Z/X$ , η οποία ονομάζεται μεταλλικότητα (metallicity) του αστέρα, πολλές φορές εκφρασμένη με μονάδα την μεταλλικότητα του Ήλιου,  $Z_H = Z_H / X_H$ , δηλ. την ποσότητα  $Z/Z_H$ . Από όλα τα “μέταλλα” εκείνο του οποίου οι φασματικές γραμμές παρατηρούνται πιο εύκολα είναι ο σίδηρος. Μπορεί να αποδειχθεί ότι  $\log(Z/Z_H) = A.[Fe/H]$ , όπου  $[Fe/H]$  είναι ο λογάριθμος της περιεκτικότητα της ύλης του αστέρα σε σίδηρο ως προς την περιεκτικότητά του σε υδρογόνο και A μια σταθερά μεταξύ 0.9 και 1. Έτσι,  $[Fe/H] = 0$  σημαίνει ίδια μεταλλικότητα με αυτήν του Ήλιου.

Μετρώντας το ποσοστό των πλανητών που παρατηρούνται γύρω από αστέρες διαφορετικής μεταλλικότητας, βλέπουμε ότι το ποσοστό των παρατηρούμενων πλανητών αυξάνει πολύ, καθώς αυξάνει η μεταλλικότητα. Αυτή η παρατήρηση είναι μάλλον αναμενόμενη, αφού η ύπαρξη περισσότερων μετάλλων στον πρωτοπλανητικό δίσκο συνεπάγεται αυξημένη πιθανότητα σχηματισμού στερεών πρωτοπλανητών.

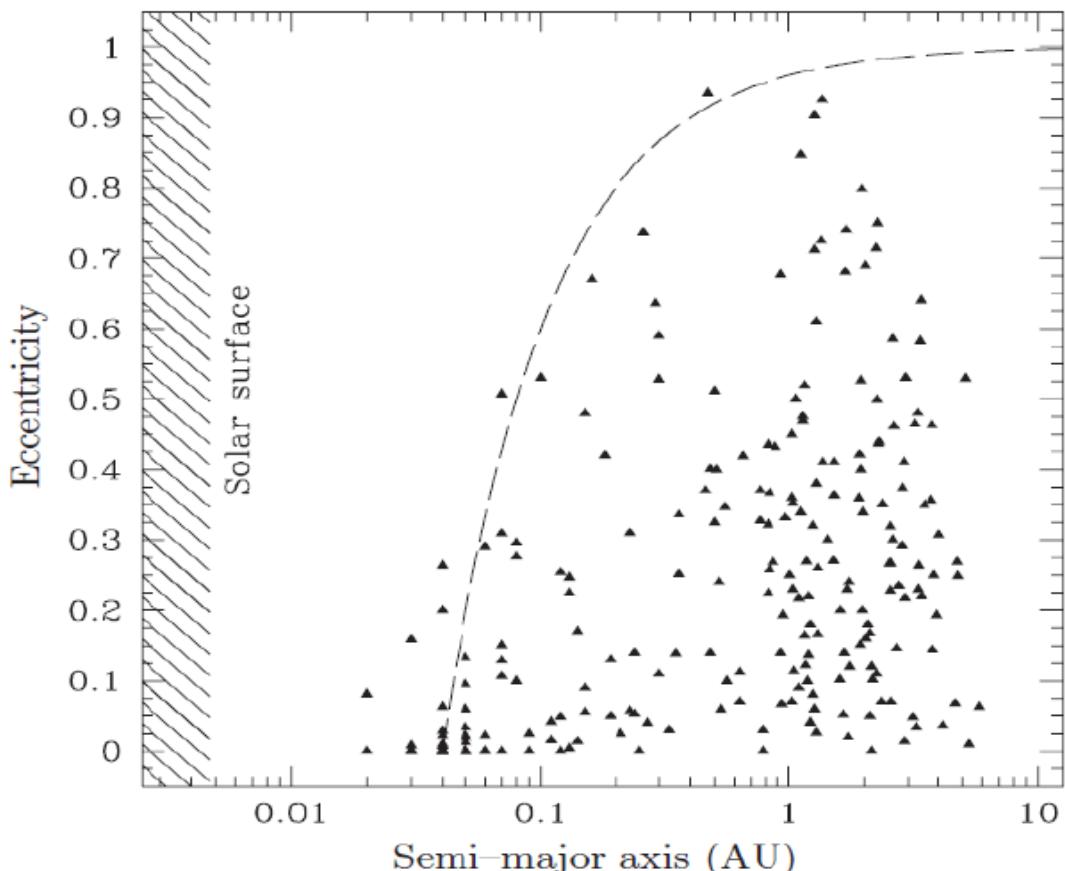
Το πιο αναπάντεχο παρατηρησιακό δεδομένο είναι η κατανομή της εκκεντρότητας της τροχιάς των γνωστών εξωπλανητών. Σε αντίθεση με το ηλιακό σύστημα, όπου οι εκκεντρότητες όλων των πλανητών είναι μικρότερες από 0.1, οι εξωπλανήτες ακολουθούν τροχιές με μεγάλες τιμές εκκεντρότητας – η μέση τιμή είναι  $e > 0.3$ .

<sup>9</sup> Στην Αστρονομία ως “μέταλλα” χαρακτηρίζουμε όλα τα χημικά στοιχεία με μαζικό αριθμό, A, μεγαλύτερο του 4, δηλ. όλα τα στοιχεία που είναι “βαρύτερα” από το υδρογόνο και το ήλιο.



Εικόνα 55: Κατανομή των εξωπλανητών συναρτήσει της μεταλλικότητας του μητρικού αστέρα.  
Credit?

Το αποτέλεσμα αυτό έρχεται σε αντίθεση με τις “κλασικές” θεωρίες σχηματισμού πλανητών, οι οποίες προβλέπουν ότι οι σχηματιζόμενοι πλανήτες ακολουθούν (λόγω συμμετρίας) κυκλικές τροχιές. Η φαινομενική αυτή αντίθεση μπορεί να αρθεί μόνο αν υποθέσουμε ότι, μετά το πέρας της διαδικασίας σχηματισμού, οι τροχιές των πλανητών αλλάζουν, μέσα από δυναμικές αλληλεπιδράσεις, προκειμένου οι τελικές τροχιές να είναι ευσταθείς, αν και αρκετά ελλειπτικές, όπως θα δείξουμε στο επόμενο Κεφάλαιο.



Εικόνα 56: Η εκκεντρότητα των εξωπλανητών ως συνάρτηση του μεγάλου ημιάξονα. Credit?

### 5.3 Οι αποστολές CoRoT και Kepler

Ο αριθμός των νέων ανακαλύψεων εξωπλανητών εκτοξεύτηκε τα τελευταία χρόνια, εξαιτίας των παρατηρήσεων που πραγματοποίησαν δύο διαστημικά παρατηρητήρια: το ευρωπαϊκό CoRoT και το αμερικανικό Kepler.

#### CoRoT

Η αποστολή CoRoT σχεδιάστηκε από το Γαλλικό οργανισμό διαστήματος (CNES) και πραγματοποιήθηκε σε συναεργασία με την ESA. Ο στόχος της ήταν διπλός: (α) η ανίχνευση εξωπλανητών μικρής περιόδου με τη μέθοδο των διαβάσεων και (β) η μέτρηση αστρικών ταλαντώσεων (αστεροσεισμολογία). Το σκάφος, στο οποίο εγκαταστάθηκε ένα τηλεσκόπιο 27 cm, εκτοξεύτηκε σε πολική τροχιά ύψους ~830 km το Δεκέμβριο του 2006. Η αποστολή του τελείωσε, επισήμως, το 2013.

Το CoRoT ανακάλυψε 'μόλις' 32 εξωπλανήτες σε έξι χρόνια λειτουργίας. Ο μικρός αριθμός ανακαλύψεων εξηγείται από το γεγονός ότι η επιστημονική ομάδα της αποστολής είχε θέσει ως προϋπόθεση για κάθε ανακοίνωση την επιβεβαίωσή της μέσω επίγειων παρατηρήσεων (κάτι που δεν ήταν πάντοτε εφικτό). Παρά ταύτα, το CoRoT έθεσε τις βάσεις για αποστολές αυτού του τύπου (όπως το Kepler) και προετοίμασε (με σχετικά χαμηλό κόστος) την επόμενη αποστολή της ESA, την

αποστολή PLATO που αναμένεται να εκτοξευτεί σε μερικά χρόνια από σήμερα και να ξεπεράσει τόσο σε αριθμό όσο και σε ποιότητα παρατηρήσεων το Kepler.

Από τις σημαντικότερες ανακαλύψεις του CoRoT (2009) ήταν ο πλανήτης Corot-7b, ο πρώτος που ανακαλύφθηκε ποτέ με μέγεθος παραπλήσιο με αυτό της Γης (ακτίνα ~1.7 φορές την ακτίνα της Γης). Οι περισσότεροι από τους υπόλοιπους πλανήτες που ανακάλυψε έχουν μέγεθος συγκρίσιμο με αυτό του πλανήτη Δία. Εκτός των 32 επιβεβαιωμένων περιπτώσεων, το CoRoT έχει εντοπίσει περί τους 600 υποψήφιους (μη επιβεβαιωμένους) πλανήτες.

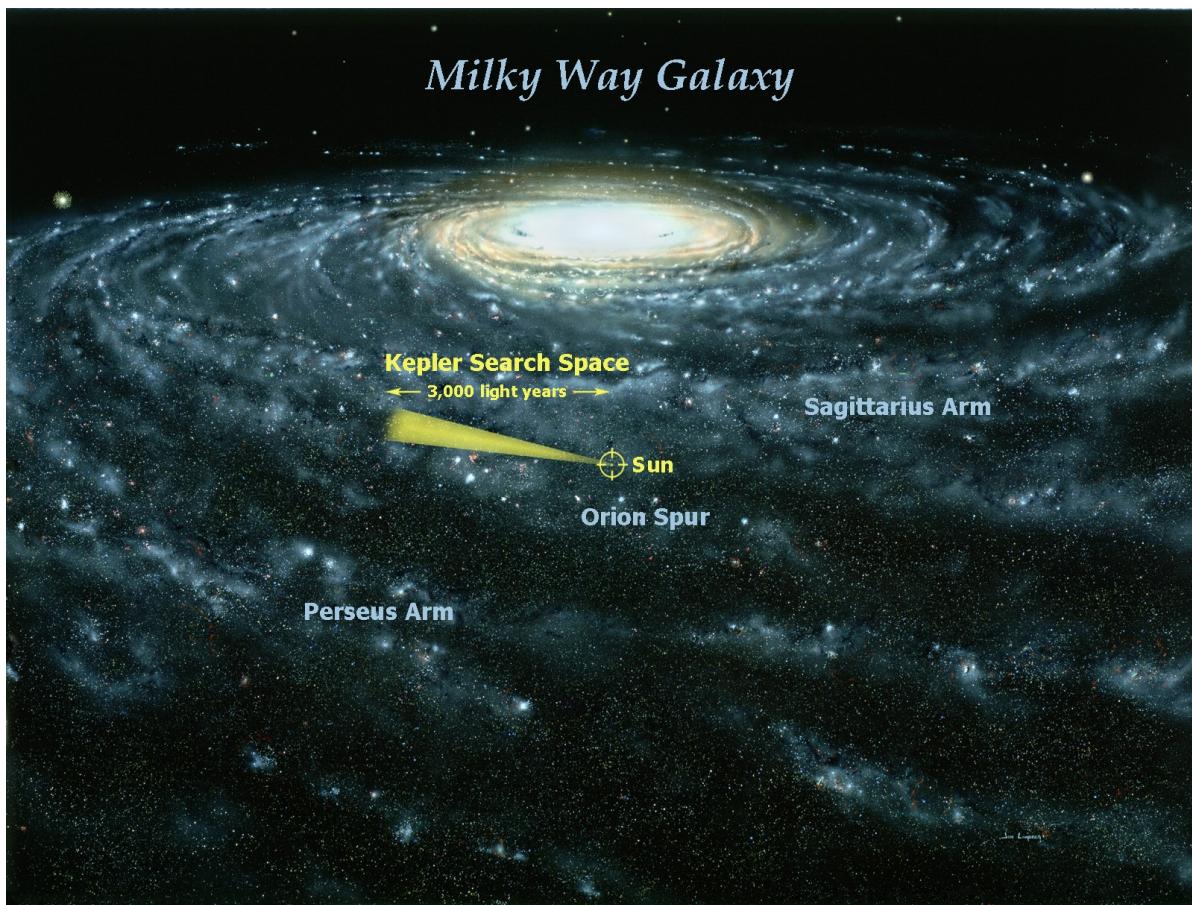


Εικόνα 57: Το διαστημικό παρατηρητήριο Kepler (NASA/JPL)

### *Kepler*

Η αποστολή Kepler είνα μακράν η πιο επιτυχημένη αποστολή αναζήτησης εξωπλανητών μέχρι σήμερα. Οι επιβεβαιωμένοι εξωπλανήτες που έχει ανακαλύψει ξεπερνούν τους 1,000(!), οι οποίοι κατανέμονται σε πάνω από 400 συστήματα, ενώ οι μη επιβεβαιωμένες (ακόμη) περιπτώσεις διάβασης ξεπερνούν τις 4,000.

Η αποστολή Kepler σχεδιάστηκε ώστε να εντοπίσει τουλάχιστον δέκα γήινους πλανήτες στην κατοικήσιμη ζώνη (βλ. παρακάτω) κάποιων συστημάτων. Για το λόγο αυτό παρατηρούσε ανελλειπώς με ένα ψηφιακό φωτόμετρο, προσαρμοσμένο στο 95 εκατοστών τηλεσκόπιο του διαστημόπλοιου, περίπου 150,000 αστέρες σε ένα συγκεκριμένο τμήμα του Γαλαξία.

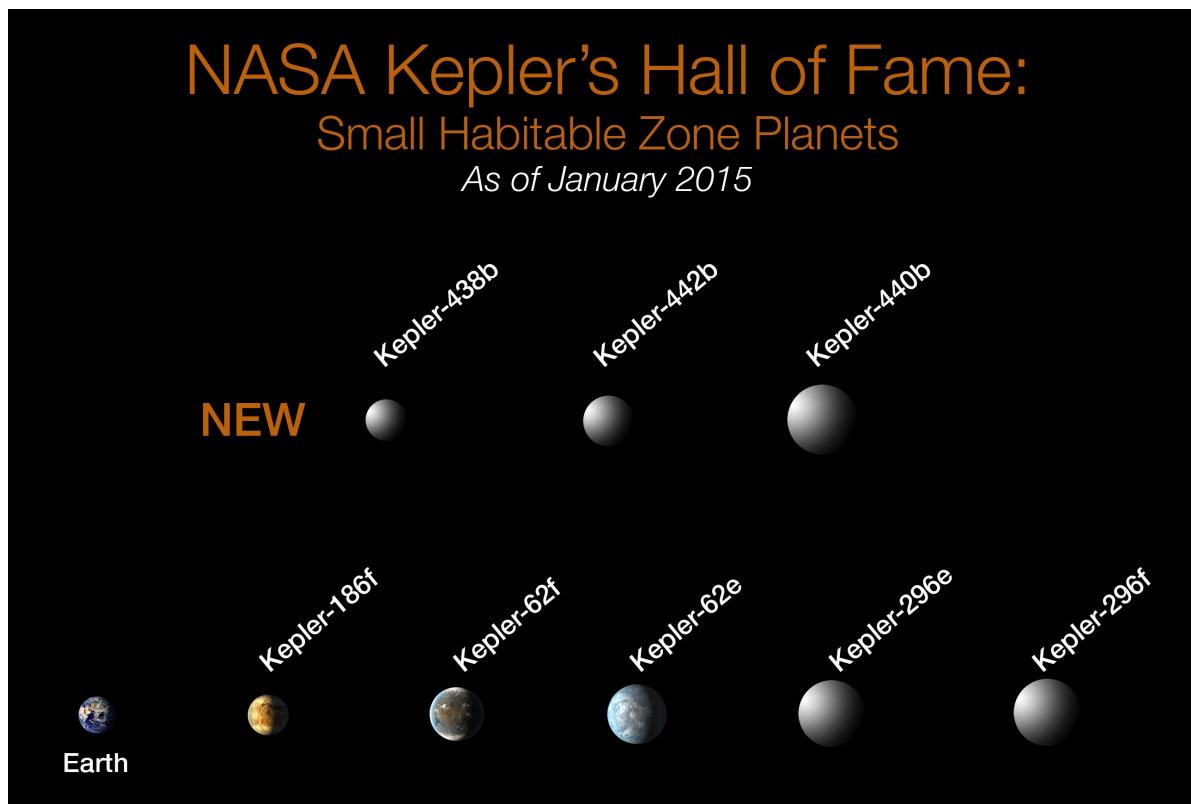


Εικόνα 58: Το πεδίο αναζήτησης του Kepler στο Γαλαξία (NASA/JPL)

Σε πέντε χρόνια λειτουργίας (2009-2014) το Kepler είχε ήδη εντοπίσει 8 γήινους πλανήτες στην κατοικίσιμη ζώνη κάποιων συστημάτων, αν και οι περισσότεροι ήταν αρκετές φορές μεγαλύτεροι από τη Γη, σε μάζα. Τον Ιανουάριο του 2015 ανακαλύφθηκαν δύο ακόμη πιθανότητα βραχώδεις πλανήτες (Kepler 438-b και 442-b) και τον Ιούλιο του 2015 ανακοινώθηκε ο πρώτος πλανήτης που είναι σχεδόν πανομοιότυπος με τη Γη (Kepler 452-b) και περιφέρεται στην κατοικήσιμη ζώνη ενός αστέρα παρόμοιου φασματικού τύπου με τον Ήλιο.

Λόγω του πολύ μεγάλου αριθμού ανακαλύψεων, το Kepler εμπλούτισε αποφασιστικά τις στατιστικές κατανομές των εξωπλανητών, ιδιαίτερα σε ότι αφορά τους μεσαίας μάζας πλανήτες, καθώς το 75% των ανακαλύψεων αφορά εξωπλανήτες με διαστάσεις παρόμοιες ή μικρότερες του Ποσειδώνα (βλ. Εικόνα 12). Έτσι, η εικόνα μας σχετικά με το ποιοι είναι οι βασικοί “τύποι” πλανητικών συστημάτων και ποιά η σχετική πιθανότητα ένας αστέρας συγκεκριμένου τύπου να φιλοξενεί ένα πλανητικό σύστημα κάποιου επίσης συγκεκριμένου τύπου έχει βελτιωθεί σημαντικά σε σχέση με μερικά χρόνια πριν, αν και ακόμη δεν μπορεί να θεωρηθεί πλήρης. Πάντως, με βάση μόνο τη συχνότητα εντοπισμού πλανητών, οι επιστήμονες εκτιμούν ότι κάθε αστέρας του Γαλαξία μπορεί να έχει, κατά μέσον όρο, 1.6 πλανήτες. Με μια πιο συνητηριακή εκτίμηση, μπορούμε να πούμε ότι πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον τόσοι πλανήτες

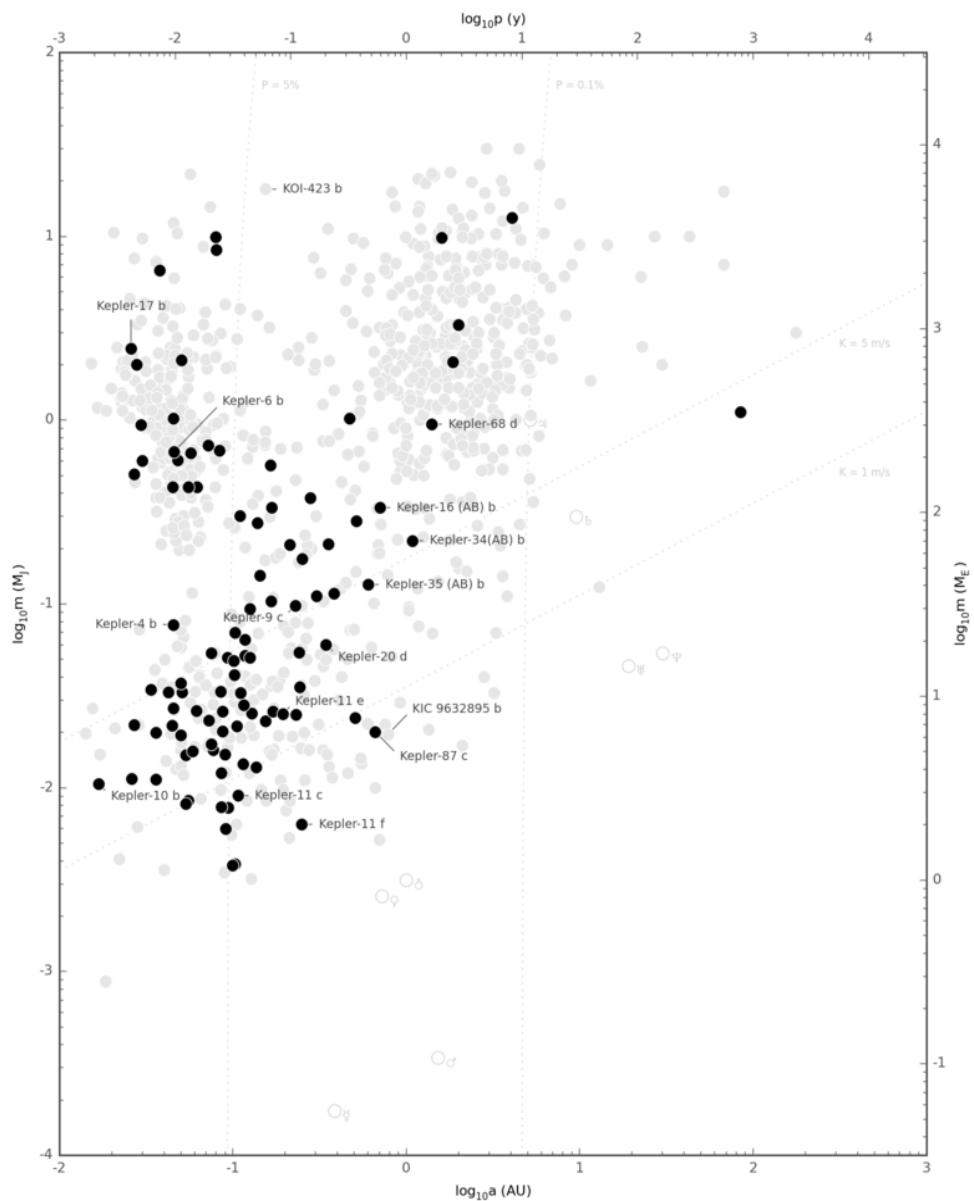
όσοι και αστέρες στο Γαλαξία μας (περίπου 200 δισεκατομμύρια...)



Εικόνα 59: Οι γήινοι πλανήτες που έχει ανακαλύψει το Kepler στην κατοικήσιμη ζώνη άλλων συστημάτων (NASA/JPL)

Σημειώνουμε επίσης ότι ένας σημαντικός αριθμός πλανητών που ανακαλύφθηκαν από την αποστολή Kepler ανήκουν σε πολλαπλά συστήματα (από 2 εώς και 10 πλανήτες!). Μάλιστα, εκτιμάται ότι περίπου το 17% των αστέρων του Γαλαξία φιλοξενεί πολλαπλό σύστημα πλανητών.

Πάντως, μέχρι σήμερα, κανένα σύστημα από αυτά που έχουν ανακαλυφθεί δεν είναι αρκετά όμοιο με το Ήλιακό Σύστημα. Βέβαια, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι πλανήτες με τροχιές μεγάλης περιόδου (π.χ. Κρόνος) δεν είναι εύκολο να εντοπιστούν με τη μέθοδο των διαβάσεων. Έτσι, χρειάζονται μακροχρόνιες παρατηρήσεις (ή εξαιρετικά υψηλής ευκρίνειας παρατηρήσεις ανά μερικά έτη) προκειμένου να αντιστοιχήσουμε ένα σύστημα γιγάντιων πλανητών σε τροχιές μεγάλης περιόδου με κάποιο γνωστό σύστημα γήνων πλανητών σε τροχιές μικρής περιόδου.



*Εικόνα 60: Η στατιστική κατανομή μάζας περιόδου των εξωπλανητών, εμπλουτισμένη με τις παρατηρήσεις του Kepler (NASA/JPL)*

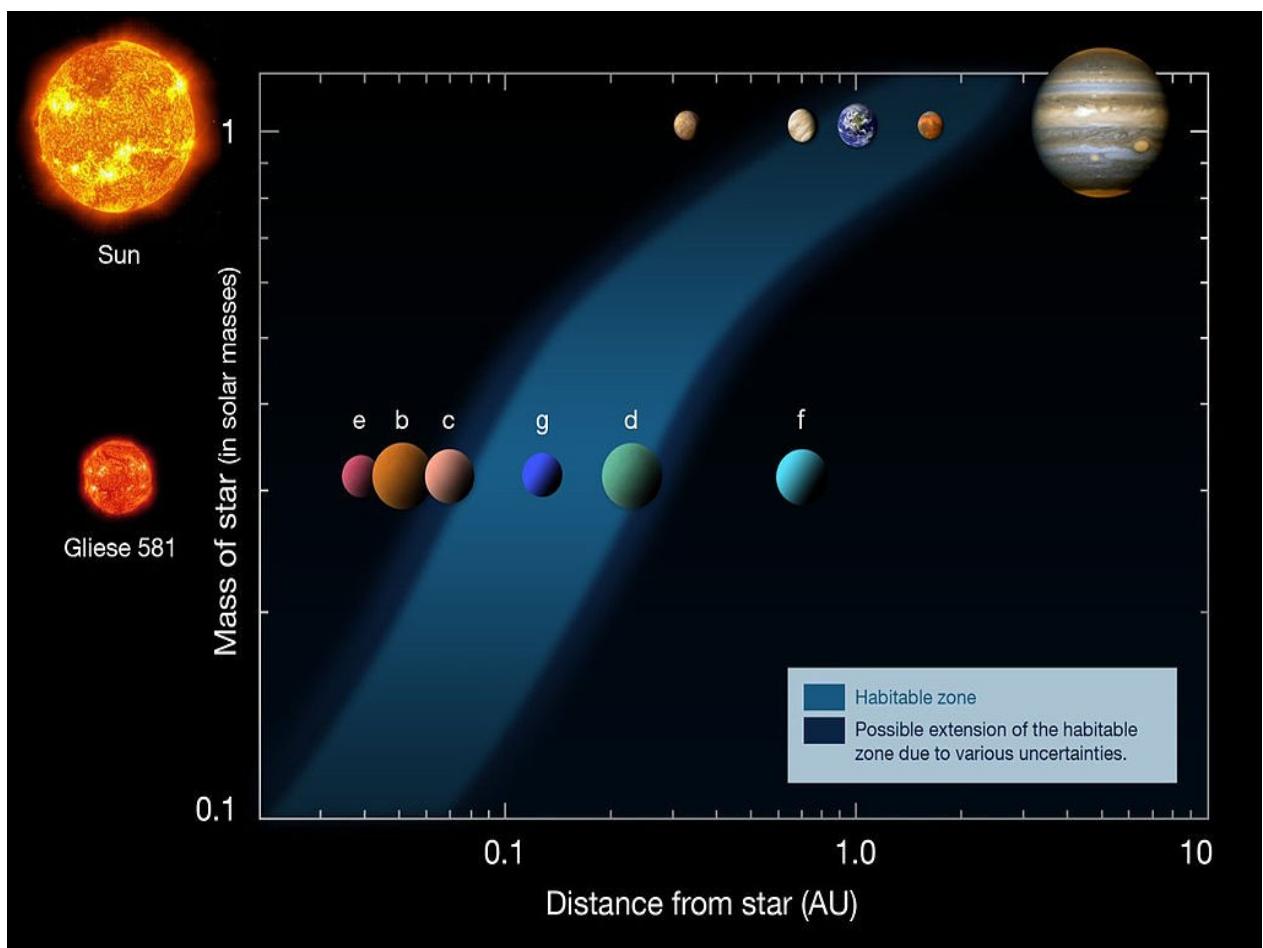
## Κεφάλαιο 6ο Δυναμική Εξωπλανητικών Συστημάτων

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε συνοπτικά στη δυναμική συμπεριφορά των εξωπλανητικών συστημάτων. Σημειώνουμε ότι πρόκειται για ένα ανοικτό ερευνητικό πεδίο, καθώς πολλά εξωπλανητικά συστήματα χαρακτηρίζονται από πλανήτες, των οποίων οι τροχιές είναι πολύ διαφορετικές από αυτές των πλανητών του Ηλιακού Συστήματος. Αυτό σημαίνει ότι απαιτούνται διαφορετικές θεωρητικές προσεγγίσεις, τόσο αναφορικά με τη μελέτη της μακροχρόνιας ευστάθειας των συστημάτων αυτών, όσο και αναφορικά με τη μελέτη της διαδικασίας σχηματισμού τους.

### 6.1 Κατοικήσιμη Ζώνη

Το ερώτημα αν ένας πλανήτης μπορεί να φιλοξενήσει ζωή είναι πολυσύνθετο και, προφανώς, δεν μπορεί να αναλυθεί διεξοδικά στα πλαίσια του παρόντος συγγράμματος. Ο κλάδος που ασχολείται με τη μελέτη των φυσικών, βιολογικών και αστρονομικών συνθηκών που πρέπει να συντρέχουν ώστε να εμφανιστεί (και να συντηρηθεί) ζωή σε πλανητικά σώματα ονομάζεται *Αστροβιολογία*.

Μια πρώτη ένδειξη βιωσιμότητας ενός πλανήτη είναι το κατά πόσο μπορεί να έχει νερό σε υγρή μορφή στην επιφάνειά του (άρα, θα πρέπει να έχει στερεή επιφάνεια). Είναι φανερό ότι σε πλανήτες πολύ κοντά στον μητρικό αστέρα η θερμοκρασία είναι υψηλή, οπότε το νερό είναι σε αέρια μορφή (υδρατμοί). Είναι επίσης φανερό ότι σε



Εικόνα 61: Η ζώνη κατοικησιμότητας του Ήλιου κι του αστέρα Gliese 581. Διακρίνονται οι πλανήτες των δύο συστημάτων, στις πραγματικές αποστάσεις τους από τον αστέρα.

πλανήτες πολύ μακριά από τον μητρικό αστέρα η θερμοκρασία είναι πολύ χαμηλή, οπότε το νερό βρίσκεται σε στερεά μορφή (πάγος). Η δακτυλιοειδής περιοχή γύρω από τον αστέρα, στην οποία η θερμοκρασία είναι τέτοια ώστε το νερό να μπορεί να διατηρηθεί σε υγρή μορφή ονομάζεται *κατοικήσιμη ζώνη* (habitable zone) του αστέρα. Προφανώς, η θέση και η έκταση της περιοχής αυτής καθορίζεται από την φωτεινότητα,  $L$ , του αστέρα, δηλαδή την ενέργεια που ακτινοβολεί (υπό μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων) ανά μονάδα χρόνου. Για τον Ήλιο, η κατοικήσιμη ζώνη αντιστοιχεί στη ζώνη τροχιών με  $a$  από  $\sim 0.8$  έως  $\sim 1.3$  AU. Έτσι, η Γη βρίσκεται εντός της κατοικήσιμης ζώνης, ενώ η Αφροδίτη και ο Άρης είναι (για λίγο) εκτός, σύμφωνα με αυτό τον ορισμό.

Για αστέρες μεγαλύτερης (ή μικρότερης) φωτεινότητας από αυτήν του Ήλιου, η κατοικήσιμη ζώνη απομακρύνεται (ή πλησιάζει, αντίστοιχα) προς τον αστέρα κατά έναν παράγοντα ανάλογο του  $\sqrt{L_{star}/L_{sun}}$ . Η εκκεντρότητα της τροχιάς του πλανήτη πρέπει επίσης να είναι μικρή για να είναι κατοικήσιμος, καθώς οι αποστάσεις του περικέντρου και του αποκέντρου της τροχιάς πρέπει να βρίσκονται εντός της κατοικήσιμης ζώνης – αλλιώς ο πλανήτης “μπαίνει” στη ζώνη, μη μπορώντας να διατηρήσει σταθερό κλίμα. Υπάρχουν, βέβαια, πολλές ακόμη προϋποθέσεις που πρέπει να πληροί ένας πλανήτης ώστε να αναπτύξει και να διατηρήσει τη ζωή, όπως π.χ. ικανή μάζα για να συγκρατήσει ατμόσφαιρα, μαγνητικό πεδίο που θα τον προστατεύει από τη διαβρωτική δράση του αστρικού ανέμου, ιονόσφαιρα που θα προστατεύει τα έμβια όντα από την υπεριώδη ακτινοβολία του αστέρα, κ.α.

Στην πραγματικότητα, η κατοικησιμότητα ενός πλανήτη είναι πολύ πιο σύνθετη έννοια και υπάρχουν αρκετοί παράγοντες που μπορεί να την επηρεάσουν. Έτσι, για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι ο πλανήτης θα πρέπει να έχει ένα "κατάλληλο" μοντέλο ατμόσφαιρας, που αναγκαστικά αλληλεπιδρά με την ακτινοβολία του αστέρα, τότε το εύρος της ζώνης κατοικησιμότητας δεν είναι απλά συνάρτηση της φωτεινότητας του αστέρα, και μάλιστα είναι μεγαλύτερο από ότι προβλέπει η παραπάνω απλοϊκή εξάρτηση. Στην Εικόνα 1 φαίνεται η κατοικήσιμη ζώνη του Ήλιακου Συστήματος (σύμφωνα με πιο λεπτομερή ορισμό της), σε σύγκριση με αυτήν του αστέρα Gliese 581. Ο Άρης είναι σαφώς εντός της ζώνης, ενώ η Αφροδίτη βρίσκεται πολύ κοντά στο εσωτερικό σύνορό της -άρα ο Άρης μπορεί να ήταν όντως κατοικήσιμος κατά το παρελθόν. Παρόμοια ισχύουν για τους πλανήτες  $g$  και  $d$  του συστήματος Gliese 581.

## 6.2 Πολλαπλά συστήματα - Μεταβολές των Χρόνων Διάβασης

Στην περίπτωση που ένα πλανητικό σύστημα είναι πολλαπλό, δηλαδή αποτελείται από πλέον του ενός πλανήτες που περιφέρονται γύρω από τον ίδιο αστέρα, τότε μέσω μιας βελτίωσης της μεθόδου των διαβάσεων μπορούμε να ανιχνεύσουμε κάποιους εξ αυτών, ακόμη κι αν δεν εκτελούν διαβάσεις μπροστά από το οπτικό πεδίο του τηλεσκοπίου. Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε στα δεδομένα της αποστολής Kepler προκειμένου να εντοπιστούν γήινοι εξωπλανήτες στην κατοικήσιμη ζώνη των υπό μελέτη αστέρων, οι οποίοι δεν είχαν παρατηρηθεί να εκτελούν άμεσες διαβάσεις.

Έστω ότι ένας από τους πλανήτες του συστήματος παρουσιάζει διαβάσεις, τις χαρακτηριστικές καμπύλες των οποίων (λαμπρότητα συναρτήσει του χρόνου) μπορούμε να μετρήσουμε με ακρίβεια. Είναι εύκολο να αντιληφθεί κανείς ότι η ύπαρξη ενός δεύτερου πλανήτη θα οδηγούσε σε περιοδικές μεταβολές του χρόνου (καλύτερα, της εποχής) διάβασης (TTV, Transit Timing Variations), λόγω βαρυτικών παρέλξεων. Μάλιστα, χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις διαταραχών του Lagrange, μπορούμε να υπολογίσουμε την αναμενόμενη μεταβολή της περιόδου των διαβάσεων, η οποία δίνεται από τη σχέση

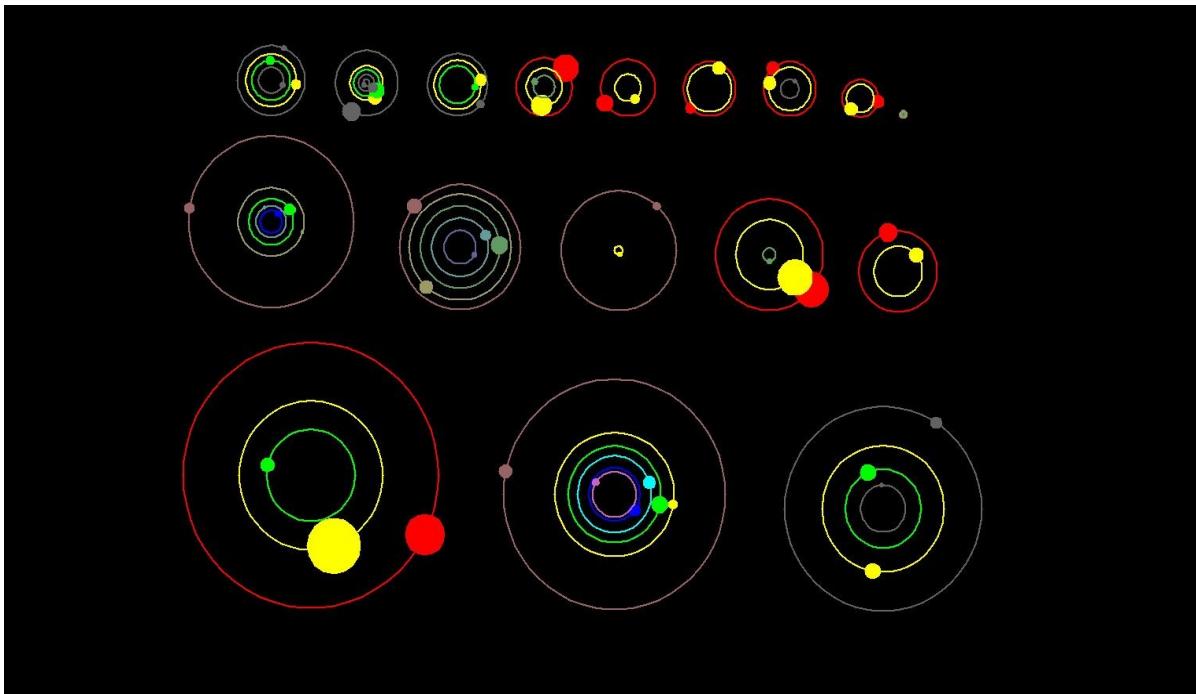
$$\Delta t \sim \frac{45\pi}{16} \left( \frac{M_2}{M_{star}} \right) T_1 \alpha_e^3 (1 - \sqrt{2} \alpha_e^{3/2})^{-2}$$

όπου  $M$  η μάζα και  $T$  η περίοδος,  $\alpha_e = a_1/[a_2(1-e_2)]$  και ο δείκτης "1" αναφέρεται στον πλανήτη που εκτελεί τις διαβάσεις, ενώ ο δείκτης "2" στον πλανήτη που προκαλεί τα TTVs στον πλανήτη "1". Το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  δεν είναι σταθερό, αφού οι τροχιές και των δύο πλανητών θα υφίστανται περιοδικές μεταβολές (σε πρώτη προσέγγιση, βλ. γραμμική θεωρία αέναντι κίνησης, Κεφάλαιο 4) των στοιχείων της τροχιάς τους, αλλά εξαρτάται από την εκκεντρότητα του "2" και επομένως μεταβάλλεται ανάμεσα σε δυο οριακές τιμές -η μέτρηση των οριακών τιμών του  $\Delta t$  μας δίνει μια καλή εκτίμηση για την  $e_2$ . Για μεγάλες τιμές του λόγου περιόδων των δύο πλανητών, ο τελευταίος παράγοντας στην παραπάνω εξίσωση είναι περίπου ίσος με τη μονάδα, οπότε η παραπάνω σχέση απλοποιείται. Λύνοντας ως προς  $M_2$ , παίρνουμε

$$M_2 \sim \frac{16}{45\pi} M_{star} \frac{\Delta t_{max}}{T_1} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^2 (1 - e_2)^3$$

Η παραπάνω σχέση μας δίνει τη μάζα του “κρυφού” πλανήτη, ως συνάρτηση των περιόδων των δύο πλανητών. Είναι φανερό ότι, αν το σύστημα αποτελείται από πλανήτες σε συντονισμό, τα TTVs μεγιστοποιούνται, με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η μέτρησή τους, ακόμη και για πολύ μικρές μάζες, συγκρίσιμες με αυτήν της Γης.

Με βάση την αναμενόμενη ακρίβεια των μετρήσεων της αποστολής Kepler, είχε υπολογιστεί ότι η μέθοδος της ανάλυσης των TTVs θα μπορούσε να ανιχνεύσει μικρούς πλανήτες που δεν εκτελούσαν διαβάσεις. Αυτό όντως επιβεβαιώθηκε αργότερα, με την ανάλυση των παρατηρήσεων της αποστολής. Στην παρακάτω εικόνα αναπαρίσταται γραφικά μια σειρά από πολλαπλά συστήματα που ανιχνεύτηκαν από την αποστολή Kepler και με τη βοήθεια της μεθόδου των TTVs (αλλά όχι μόνο). Πολύ πρόσφατα, η εφαρμογή της ανάλυσης των TTVs στα δεδομένα της αποστολής Kepler έδειξε ότι το σύστημα Kepler-60 αποτελείται από τρεις μικρούς πλανήτες (~5 μαζών Γης ο καθένας) που κινούνται στον τριπλό συντονισμό του Laplace, όπως και οι δορυφόροι του Δία (βλ. Κεφάλαιο 1).



Εικόνα 62: Πολλαπλά συστήματα που ανακαλύφθηκαν από την αποστολή Kepler. Με γκρι χρώμα οι τροχιές των πλανητών που έχουν ανιχνευθεί με τη μέθοδο των TTVs, αλλά δεν έχουν ακόμη επιβεβαιωθεί με άλλον τρόπο. Η διάμετρος κάθε σημείου είναι ανάλογη των ακτίνας του πλανήτη (NASA/JPL)

### 6.3 Δυναμική συμπεριφορά πολλαπλών συστημάτων

Η αποστολή Kepler ανακάλυψε περίπου 400 πολλαπλά εξωπλανητικά συστήματα. Βέβαια, κανένα από αυτά δεν μπορούμε να πούμε ότι μοιάζει με το Ήλιακό Σύστημα, παρ' ότι αρκετά εμφανίζουν κάποια κοινά χαρακτηριστικά με το δικό μας σύστημα. Το πιθανότερο είναι ότι, για να ανακαλύψουμε ένα εξωπλανητικό σύστημα αρκετά όμοιο με το δικό μας, θα πρέπει να περιμένουμε την επόμενη γενιά διαστημικών τηλεσκοπίων.

Από απόψη δυναμικής συμπεριφοράς, τα πολλαπλά συστήματα χωρίζονται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

#### a) Ιεραρχικά Συστήματα (*Hierarchical systems*)

Πρόκειται για συστήματα τα οποία φιλοξενούν συνήθως 2-3 πλανήτες, με μάζες συγκρίσιμες με αυτήν του Δία. Κύριο χαρακτηριστικό των συστημάτων αυτών είναι ότι οι πλανητικές τροχιές βρίσκονται σε αρκετά μεγάλες σχετικές αποστάσεις και, επομένως, ο λόγος περιόδων των διαδοχικών ζευγών πλανητών είναι μεγάλος. Αυτό συνεπάγεται πολύ μικρές διαταραχές για την τροχιά κάθε πλανήτη, ακόμη κι αν οι εκκεντρότητές τους είναι σχετικά μεγάλες.

Ένα τέτοιο σύστημα είναι το HD 12661. Οι δύο πλανήτες έχουν μάζες 2.3 και 1.9 φορές τη μάζα του Δια, αντίστοιχα, και ο λόγος των περιόδων είναι ~7. Σημειώνουμε ότι αρκετά από αυτά τα συστήματα αρχικά θεωρούσαμε ότι αποτελούνταν από ένα μόνο “καυτό Δια” (hot Jupiter), αλλά αργότερα ανακαλύφθηκε και δεύτερος πλανήτης. Ο σχηματισμός ενός ιεραρχικού συστήματος είναι επίσης σύνηθες αποτέλεσμα της φάσης βαρυτικής σκέδασης των σχηματιζόμενων πλανητικών συστημάτων (βλ. παρακάτω), η οποία θεωρούμε ότι ερμηνεύει την κατανομή εκκεντρότητας των εξωπλανητών.

### β) Συστήματα σε συντονισμό μέσης κίνησης

Πρόκειται για συστήματα με 2 ή περισσότερους πλανήτες σε απλό συντονισμό μέσης κίνησης (π.χ. 1:2 ή 2:3) ή σε πολλαπλό συντονισμό μέσης κίνησης (π.χ. το Kepler-60, με τρεις πλανήτες σε συντονισμό 1:2:4). Τα ολιγομελή συντονισμένα συστήματα αποτελούνται συνήθως από γιγάντιους πλανήτες, με μάζα συγκρισιμή με αυτήν του Δια. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το σύστημα HD 73526, με δύο πλανήτες περίπου διπλάσιους από το Δια, σε συντονισμό περιόδων 1:2.

Η αποστολή Kepler ανακάλυψε αρκετά συστήματα με μεγάλο αριθμό πλανητών να βρίσκονται σε πολλαπλό συντονισμό. Συνήθως τα συστήματα αυτά αποτελούνται από σχετικά μικρούς σε μάζα πλανήτες, με τροχιές αρκετά κοντά στον μητρικό αστέρα. Το Kepler-60, για παράδειγμα, έχει την ιδιαιτερότητα να αποτελείται από τρεις *υπερ-Gaiες* (super-Earths, ~3.5-6 μαζές Γης η καθεμιά) σε συντονισμό 1:-2:1 (δηλαδή,  $n_1-2n_2+n_3=0$ , όπου  $n$  η μέση κίνηση και ο δείκτης αντιστοιχεί στη θέση του πλανήτη κατά αύξουσα σειρά απόστασης από τον αστέρα) και οι περίοδοι των τροχιών είναι από 7.5 εώς 12 μέρες.

Τα συστήματα με το μεγαλύτερο αριθμό εξωπλανητών που έχουν ανακαλυφθεί μέχρι σήμερα είναι το Kepler-90 και το HD 10180 -και στα δύο υπάρχουν από επτά πλανήτες. Και τα δύο συστήματα φαίνεται ότι απαρτίζονται από *καυτές υπερ-Gaiες* και “*καυτούς Ποσειδώνες*” (hot Neptunes), δηλαδή σώματα με μάζες μεταξύ αυτής της Γης και αυτής του Ποσειδώνα, αλλά πολύ μικρές περιόδους περιοφοράς (άρα, πολύ κοντά στον μητρικό αστέρα).

Με βάση όσα γνωρίζουμε μέχρι σήμερα, η επικρατέστερη θεωρία σχηματισμού πολλαπλών συστημάτων σε συντονισμό είναι αυτή της πλανητικής μετανάστευσης, σύμφωνα με την οποία οι σχηματιζόμενοι πλανήτες μετακινούνταν ακτινικά υπό την επίδραση του αέριου πρωτοπλανητικού δίσκου, με αποτέλεσμα τη διαρκή μεταβολή του λόγου περιόδων (βλ. επόμενη παράγραφο και Κεφάλαιο 8). Όταν ο λόγος περιόδων γίνει ρητός αριθμός τότε, ανάλογα με το λόγο μαζών των πλανητών και το λόγο συντονισμού, η μετανάστευση μπορεί να επιβραδυνθεί δραστικά, ώστε οι πλανήτες να εγκλωβιστούν στο συντονισμό.

### γ) Μη-συντονισμένα συστήματα

Τα συστήματα αυτά δεν εμπίπτουν στις παραπάνω κατηγορίες κι επομένως, από δυναμικής άποψης, μοιάζουν αρκετά με το Ηλιακό Σύστημα. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πλανητών δεν είναι αμελητέες, αλλά ούτε και ισχυρές. Τα συστήματα αυτά δεν εμφανίζουν, συνήθως, ιδιαιτερότητες (π.χ. μεγάλες εκκεντρότητες) και άρα η δυναμική συμπεριφορά τους δεν παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Σημειώνουμε βέβαια ότι, ακριβώς λόγω των δυναμικών χαρακτηριστικών τους, τα μη συντονισμένα συστήματα πιθανόν να έχουν σχηματιστεί με τρόπο παρόμοιο με το Ηλιακό Σύστημα και άρα, από αυτή την άποψη, ίσως είναι και τα πιο ενδιαφέροντα.

### 6.4 Ερμηνεία της κατανομής εκκεντρότητας των εξωπλανητών

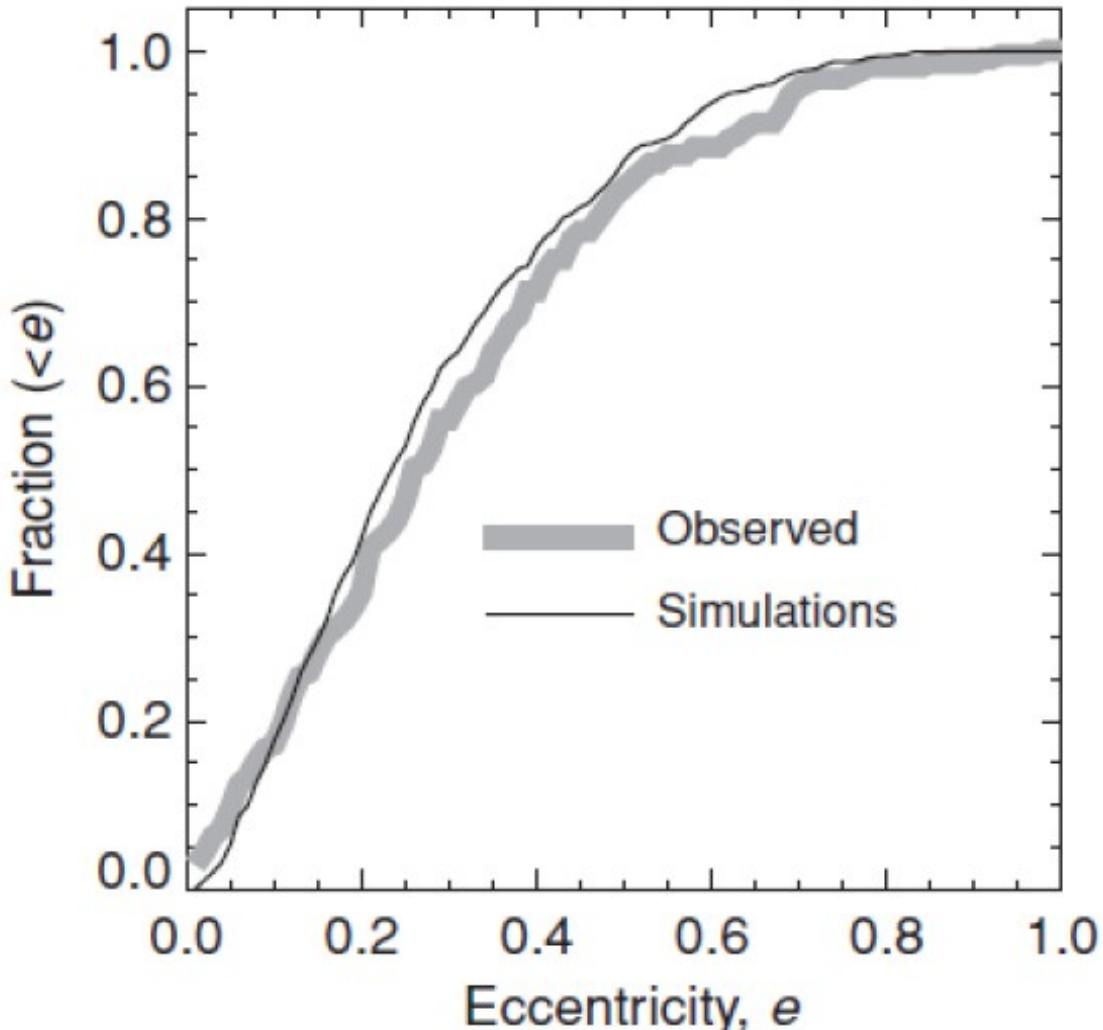
Όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι εκκεντρότητες των εξωπλανητών είναι, εν γένει, πολύ μεγαλύτερες από αυτές των πλανητών του Ηλιακού Συστήματος. Μάλιστα υπάρχουν πλανήτες σε τροχιές εκκεντρότητας μεγαλύτερης του 0.8. Η θεωρία σχηματισμού πλανητών (βλ. επόμενο Κεφάλαιο) προβλέπει σχεδόν ισοτροπική προσαύξηση μάζας και επομένως οι πλανήτες αναμένεται να ακολουθούν αρχικά σχεδόν κυκλικές τροχιές. Η εικόνα είναι προφανώς διαφορετική αν δύο ή περισσότερα σώματα σχηματίζονται σε αρκετά κοντινή απόσταση, ώστε οι μεταξύ τους βαρυτικές αλληλεπιδράσεις να είναι σημαντικές. Σε αυτήν την περίπτωση ο σχηματισμός των πλανητών απαιτεί περισσότερο χρόνο και οι τροχιές των δύο σωμάτων διαταράσσονται σημαντικά.

Ένα θεωρητικό σχήμα, που επιτρέπει να κατανοήσουμε τις μεγάλες τιμές της εκκεντρότητας της τροχιάς κάποιων εξωπλανητών, είναι το ακόλουθο: υποθέτουμε ότι σε ένα πλανητικό σύστημα σχηματίζονται σχεδόν ταυτόχρονα πάνω από δύο πλανήτες, με σχετικά μεγάλες μάζες και σε σχετικά κοντινές, περίπου κυκλικές τροχιές (μικρό  $\Delta a = |a_1 - a_2|$ , για δύο διαδοχικούς πλανήτες). Τότε, οι βαρυτικές παρέλξεις που ασκούν ο ένας στον άλλο θα είναι έντονες και η εκκεντρότητα της τροχιάς τους θα αυξηθεί σημαντικά, μετά από κάποιο χρονικό διάστημα, όπως προβλέπει ακόμη και η γραμμική θεωρία μακροπρόθεσμης κίνησης. Όταν η εκκεντρότητα της τροχιάς π.χ. του εσωτερικού πλανήτη (1) γίνει

$$e_1 > \Delta a / a_1$$

τότε οι τροχιές των δύο πλανητών τέμνονται, καθώς το αφήλιο της τροχιάς του (1) θα βρίσκεται σε απόσταση μεγαλύτερη του  $a_2$ . Όταν αυτό συμβεί, είναι πλέον θέμα χρόνου οι πλανήτες να περάσουν πολύ κοντά και να “σκεδαστούν βαρυτικά” ο ένας από τον άλλο, με πιθανό αποτέλεσμα ένας (ή και οι δύο) να διαφύγουν από το πεδίο έλξης του αστέρα, με την εκκεντρότητα της τροχιάς του να γίνεται  $e > 1$ , αφού η μηχανική ενέργειά του θα αυξηθεί, “σε βάρος” των υπολοίπων πλανητών. Το νέο σύστημα των εναπομεινάντων πλανητών θα “ηρεμήσει” σε μια κατάσταση

χαμηλότερης ενέργειας, με τους πλανήτες όμως να ακολουθούν τροχιές με πιθανώς μεγαλύτερες εκκεντρότητες από τις αρχικές, τις οποίες απέκτησαν κατά τη φάση της βαρυτικής σκέδασης.



Εικόνα 63: Ποσοστό των εξωπλανητών με εκκεντρότητα μικρότερη ή ίση με  $e$ , συναρτήσει του  $e$ . Παχιά γραμμή: παρατηρήσεις, λεπτή γραμμή: προσομοιώσεις. Credit?

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να προσομοιωθεί στον υπολογιστή. Αν εκτελέσουμε το ίδιο πείραμα πολλές φορές, κάθε φορά με διαφορετικές τιμές για το αριθμό, τις μάζες, και τους ημιάξονες των τροχιών των πλανητών, μπορούμε να υπολογίσουμε το ποσοστό των πλανητών,  $N(<e)$ , με εκκεντρότητα μικρότερη του  $e$ , που παραμένουν στο σύστημα, μετά το τέλος της φάσης σκέδασης.

Τα αποτελέσματα πολλών τέτοιων προσομοιώσεων θα μας δώσουν την “θεωρητική” κατανομή εκκεντροτήτων που αναμένεται να παρατηρούμε, εάν όλα τα πολλαπλά συστήματα έχουν περάσει από τη φάση της βαρυτικής σκέδασης. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2, η θεωρητική καμπύλη σχεδόν ταυτίζεται με την παρατηρούμενη κατανομή. Επίσης σημειώνουμε ότι ο παραπάνω δυναμικός μηχανισμός ερμηνεύει

την ύπαρξη ελεύθερων (ή ορφανών) πλανητών, οι οποίοι στην περίπτωση αυτή ταυτίζονται ακριβώς με εκείνους τους πλανήτες που, κατά τη φάση της βαρυτικής σκέδασης, εξαναγκάζονται να εγκαταλείψουν το πεδίο έλξης του μητρικού άστρου, κινούμενοι σε υπερβολικές τροχιές.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι, σε θεωρητικό επίπεδο, δεν είναι σαφείς οι προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται ώστε σε ένα σύστημα (α) να αναπτυχθούν ταυτόχρονα πολλοί πλανήτες παρόμοιου μεγέθους (αντί π.χ. ενός φαιού γίγαντα - brown dwarf - με μάζα  $> 10-20 M_{\text{Jup}}$ ) και (β) αυτό να συμβεί σε μια στενή περιοχή αποστάσεων, Δ<sub>a</sub>, ώστε οι σχηματιζόμενοι πλανήτες να οδηγηθούν αναγκαστικά στη φάση της σκέδασης. Επιπλέον, αξιζει να σημειωθεί ότι η διαδικασία που περιγράψαμε είναι πρακτικά αδύνατο να οδηγήσει στο σχηματισμό πολλαπλού συστήματος πλανητών σε συντονισμό, αφού η πιθανότητα μια σκέδαση να δώσει δύο τροχιές με ρητό λόγο περιόδων είναι πρακτικά μηδενική. Άρα τα συστήματα σε συντονισμό πρέπει να έχουν σχηματιστεί μέσω διαφορετικής φυσικής διαδικασίας.

Ένα βασικό θεωρητικό ερώτημα είναι: γιατί τα πολλαπλά εξωπλανητικά συστήματα να είναι ενγενώς ασταθή, ώστε να οδηγούνται ταχύτητα στη φάση της βαρυτικής σκέδασης; Η πραγματικότητα είναι ότι αυτό δεν είναι απαραίτητο. Υπάρχει, όμως, το ενδεχόμενο τα συστήματα να είναι αρχικά ευσταθή και να οδηγηθούν σταδιακά σε ασταθή μορφή: οι πλανήτες, αφού σχηματιστούν σε αρκετά μεγάλες σχετικές αποστάσεις, είναι δυνατό να μεταναστεύσουν μέσα στον αέριο δίσκο που τους περιβάλλει (βλ. Κεφάλαιο 8). Αυτό επιφέρει σημαντικές, αλλά αργές, μεταβολές της ακτίνας της τροχιάς κάθε πλανήτη αλλά και του λόγο περιόδων κάθε ζεύγους διαδοχικών πλανητών.

Αρκετές μελέτες δείχνουν ότι η μετανάτευση των σχηματιζόμενων πλανητών εν γένει επιβραδύνεται σημαντικά (ή, σταματά τελείωσι), όταν ο λόγος περιόδων πάρει ρητή τιμή μικρής τάξης (π.χ. 1:2, 2:3, ή 1:2:4 για τρεις πλανήτες), όταν δηλαδή οι πλανήτες βρεθούν σε συντονισμό, όπως ακριβώς εικάζεται ότι συνέβη και για τους κανονικούς δορυφόρους των γιγάντιων πλανητών του Ήλιακού Συστήματος. Τότε οι εκκεντρότητες των σχεδόν κυκλικών τροχιών τους θα αυξηθούν, λόγω των συντονισμένων αλληλεπιδράσεων (όπως ακριβώς συμβαίνει στους αστεροειδείς του Ήλιακού Συστήματος) και, υπό προϋποθέσεις, θα ξεπεράσουν το όριο που οδηγεί σε βαρυτική σκέδαση,  $e_i > \Delta a_{ij}/a_i$ . Έτσι, ακόμη και στην περίπτωση που ένα πλανητικό σύστημα δεν είναι ασταθές κατά την πρώτη φάση σχηματισμού του, μπορεί να γίνει ασταθές σε μεταγενέστερη φάση, λόγω της μετανάτευσης και παγίδευσης των πλανητών σε συντονισμό (resonance trapping).

Πολλά από τα συστήματα που θα παγιδευτούν σε συντονισμό προσωρινά, πιθανότατα να μην οδηγηθούν σε αστάθεια. Αυτό εξαρτάται από την τιμή του λόγου μαζών των πλανητών, του λόγο συντονισμού, αλλά και τις τιμές των φυσικών παραμέτρων που χαρακτηρίζουν το δίσκο αερίου (μάζα, ιξώδες, κ.α.). Έτσι, π.χ. για μικρές μάζες και μεγάλο λόγο συντονισμού από τη μία (ασθενής αλληλεπίδραση των πλανητών) και σημαντική μάζα αερίου από την άλλη (νεαρό σύστημα), οι εκκεντρότητες των

πλανητικών τροχιών πιθανότατα δεν θα αυξηθούν αρκετά ώστε οι τροχιές να τμηθούν και έτσι το σύστημα θα μείνει “κλειδωμένο” στο συντονισμό. Πρόσφατες μελέτες δείχνουν ότι αυτή η θεωρία μπορεί όντως να ερμηνεύσει την κατανομή τροχιών στα συντονισμένα συστήματα που έχουν πρατηρηθεί.

## **Κεφάλαιο 7ο**

### **Θεωρία Σχηματισμού Πλανητών**

Στο κεφάλαιο αυτό θα περιγράψουμε τα κύρια στάδια και τις βασικές φυσικές διαδικασίες που οδηγούν στο σχηματισμό πλανητών. Όπως και στα προηγούμενα, θα χρησιμοποιήσουμε το Ήλιακό Σύστημα ως πρότυπο, με δεδομένο ότι οι γνώσεις μας για το δικό μας πλανητικό σύστημα είναι πολύ λεπτομερέστερες από αυτές που έχουμε για τα εξωπλανητικά συστήματα.

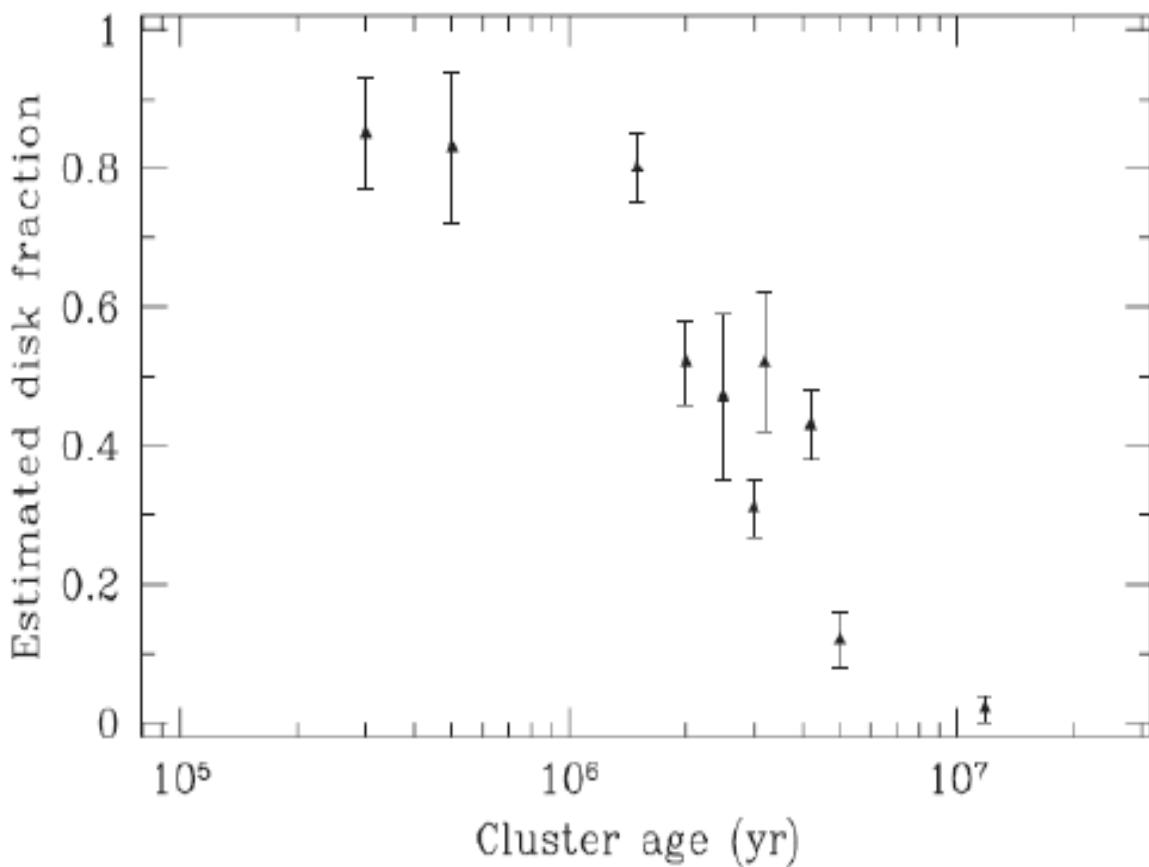
Οι πλανήτες σχηματίζονται μέσα σε πρωτοπλανητικούς δίσκους, οι οποίοι περιβάλλουν τους νεαρούς αστέρες. Έτσι, η ανάλυσή μας θα ξεκινήσει από τη μελέτη τέτοιων δίσκων. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε το σταδιακό σχηματισμό στερεών πλανητών, ξεκινώντας από τη συσσωμάτωση σωματιδίων σκόνης (με μέγεθος ~μμ) και καταλήγοντας σε πλανητικά έμβρυα και εν τέλει πλήρεις πλανήτες. Τέλος, θα περιγράψουμε πώς στερεοί πρωτοπλανήτες μπορούν, παίζοντας το ρόλο του “πυρήνα” να εξελιχθούν σε αέριοι γίγαντες, όπως ο Δίας.

#### **7.1 Πρωτοπλανητικοί δίσκοι**

Οι πρωτοπλανητικοί δίσκοι περιβάλλουν νεαρούς αστέρες (young stellar objects, YSOs) και γίνονται αντιληπτοί από την ισχυρή υπέρυθρη ακτινοβολία (infrared excess) που εκπέμπουν, η οποία οφείλεται στην απορρόφηση και επανεκπομπή της αστρικής ακτινοβολίας από τα στερεά σωματίδια σκόνης του δίσκου. Μερικές φορές οι δίσκοι εμφανίζουν επίσης έντονη ακτινοβολία στο υπεριώδες τμήμα του φάσματος (UV excess) λόγω της πρόσπιτωσης μαζών αερίου με μεγάλη κινητική ενέργεια στην επιφάνεια του αστέρα (στα θερμά σημεία προσαύξησης – accretion hot-spots). Οι παρατηρήσεις δείχνουν ότι τα μεγέθη και οι μάζες των δίσκων ποικίλλουν, με χαρακτηριστικές τιμές  $\sim 0.01$  -  $\sim 0.1 M_{\text{star}}$  και  $\sim 30$  -  $\sim 100$  AU. Η εκτιμώμενη αναλογία στερεών υλικών (σκόνης) προς αέρια (H και He) είναι  $\sim 100:1$ .

Πολύ σημαντική παράμετρος, αναφορικά με το πρόβλημα της δημιουργίας πλανητών, είναι ο χρόνος ζωής των δίσκων. Οι πρωτοπλανητικοί δίσκοι δεν είναι μόνιμοι (αλλιώς θα τους παρατηρούσαμε γύρω από κάθε αστέρα!). Αντίθετα, είναι αρκετά βραχύβιοι, με τις παρατηρήσεις να δείχνουν ότι δεν εμφανίζονται σε αστέρες με ηλικία μεγαλύτερη από  $\sim 10$  My. Οι βασικές φυσικές διεργασίες που οδηγούν στην “εξάτμιση” των δίσκων είναι:

- (α) η προσαύξηση μάζας πάνω στον αστέρα
- (β) η διάχυση υλικού στο διάστημα με τη μορφή αστρικού ανέμου, και
- (γ) η φωτοεξάχνωση του αερίου, λόγω της ακτινοβολίας του νεαρού αστέρα

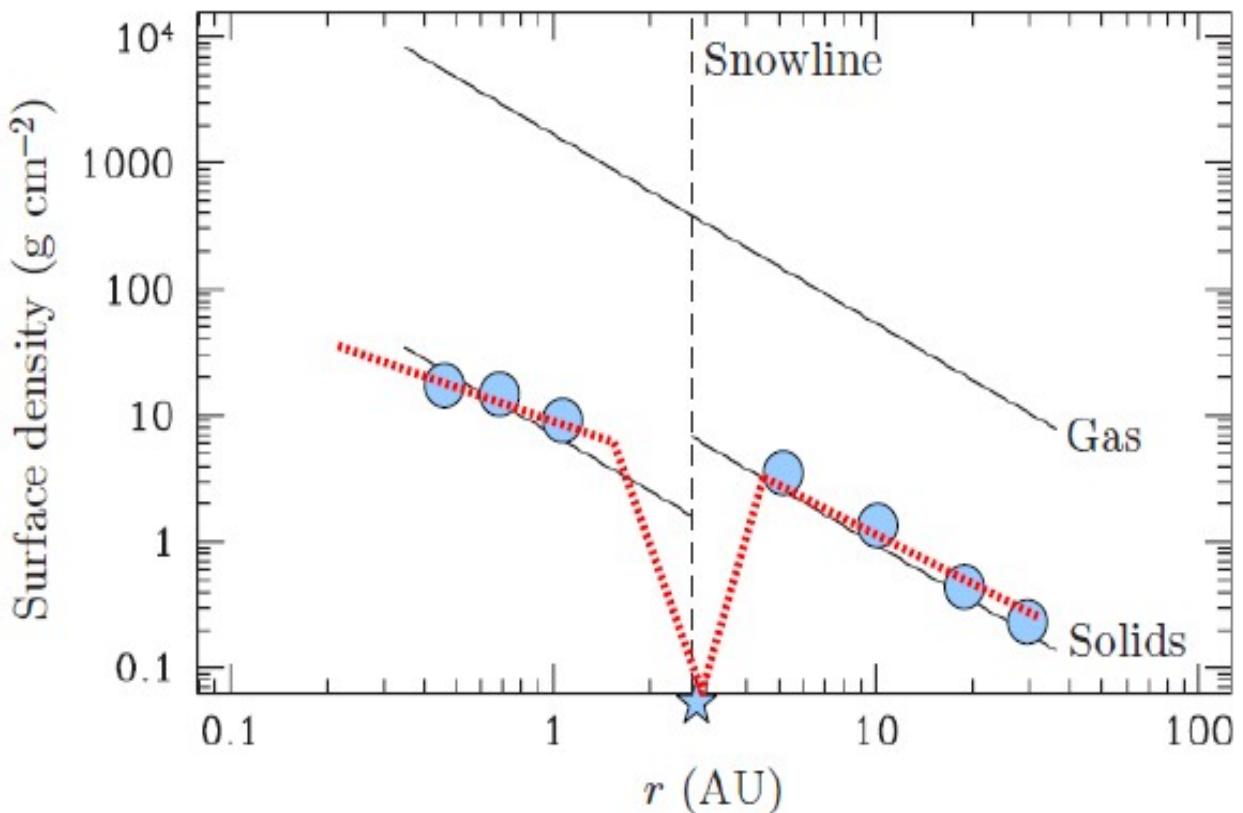


Εικόνα 64: Ποσοστό των αστέρων που φαίνεται να περιβάλλονται από πρωτοπλανητικούς δίσκους, ως συνάρτηση της ηλικίας των σμήνους στο οποίο ανήκουν. Συνάγεται ότι η μέση ηλικία των δίσκων είναι περίπου 3 My.

Ο μέσος χρόνος ζωής των δίσκων εκτιμάται σε ~3 My. Έτσι, οι πλανήτες πρέπει να σχηματίζονται μέσα στα πρώτα μερικά εκατομμύρια χρόνια από τη στιγμή που γεννιέται ο κεντρικός αστέρας. Αυτή η παρατήρηση αποτελεί και τον πιο “σκληρό” περιορισμό για τα θεωρητικά μοντέλα σχηματισμού πλανητών.

## 7.2 Φυσική περιγραφή πρωτοπλανητικών δίσκων

Ένας αξονικά συμμετρικός δίσκος απειροστού πάχους (όπως θεωρείται ότι είναι οι πρωτοπλανητικοί δίσκοι) χαρακτηρίζεται από το προφίλ επιφανειακής πυκνότητας,  $S(r)$ . Για το ηλιακό σύστημα μπορούμε να εκτιμήσουμε το προφίλ πυκνότητας και τη συνολική μάζα του πρωτοπλανητικού δίσκου, με βάση τη “συνταγή” του ηλιακού νεφελώματος ελάχιστης μάζας (minimum mass solar nebula, MMSN). Σύμφωνα με αυτήν:



Εικόνα 65: Επιφανειακή πυκνότητα της ύλης (αέριο - στερεά) στο μοντέλο MMSN. Η γραμμή πάγου στις  $\sim 2.8$  AU προκαλεί την ασυνεχή αύξηση των στερεών (λόγω πάγου) στις απομακρυσμένες περιοχές.

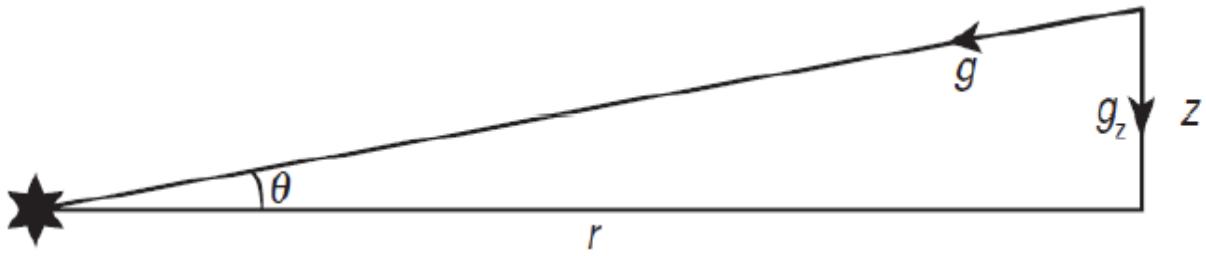
- (α) υπολογίζουμε τη συνολική μάζα στερεών υλικών που περιέχονται στους πλανήτες του ηλιακού συστήματος ( $\sim 50 M_\oplus$ )
- (β) προσθέτουμε όσο H και He χρειάζεται ώστε να φέρουμε το “μείγμα” στη σωστή αναλογία (του Ήλιου), και
- (γ) διαμοιράζουμε τη μάζα σε δακτυλίους, γύρω από την τροχιά κάθε πλανήτη

Το αποτέλεσμα δίνει μια εκτίμηση για τη συνάρτηση (ακτινικό προφίλ) επιφανειακής πυκνότητας του πρωτοηλιακού δίσκου

$$\Sigma(r) = \Sigma_0 \left( \frac{r}{1 \text{ AU}} \right)^{-3/2} \quad \text{g/cm}^2$$

με  $\Sigma_0 = 1700$  για το αέριο και  $\Sigma_0 = 7$  (για  $r < 2.7$  AU) ή  $\Sigma_0 = 30$  ( $r > 2.7$  AU) για

στερεά υλικά. Η κρίσιμη τιμή  $r_{\text{snow}}=2.7$  AU αντιστοιχεί στη λεγόμενη γραμμή πάγου (snowline) στο ηλιακό σύστημα – την απόσταση από τον Ήλιο στην οποία το νερό γίνεται πάγος (για την εκτιμώμενη – πολύ χαμηλή – τιμή της πίεσης του αερίου του πρωτοπλανητικού δίσκου), με συνέπεια η πυκνότητα των στερεών υλικών να αυξάνει κατά έναν παράγοντα ~4. Είναι εύλογο να υποθέσουμε ότι η πιθανότητα να σχηματιστεί ένας μεγάλος στερεός πρωτοπλανήτης (π.χ. ο πυρήνας του Δία) είναι αρκετά μεγαλύτερη σε αποστάσεις μεγαλύτερες της  $r_{\text{snow}}$ . Είναι προφανές ότι η θέση της γραμμής πάγου για κάθε πλανητικό σύστημα εξαρτάται (α) από τη φωτεινότητα του αστέρα, (β) από την πίεση στο εσωτερικό του δίσκου (και άρα από τις διαστάσεις και τη μάζα) και (γ) από τη χημική σύσταση (μέσο μοριακό βάρος<sup>10)</sup> του δίσκου.



Εικόνα 66: Σχέδιο κατακόρυφης τομής ενός πρωτοπλανητικού δίσκου. Φαίνεται η τοπική διεύθυνση της βαρύτητας για σωματίδια που βρίσκονται στην επιφάνειά του, σε ύψος  $z(r)$ .

Ο δίσκος διατηρεί το γεωμετρικό προφίλ του (δηλ. την αξονική και κατοπτρική συμμετρία – βλ. Σχήμα) λόγω της ισορροπίας των δυνάμεων που δέχεται κάθε στοιχειώδης μάζα  $dm$  κατά την κατακόρυφη και κατά την ακτινική διεύθυνση, αντίστοιχα. Η συνθήκη ισορροπίας κατά την  $Oz$  απαιτεί την ισότητα της κατακόρυφης συνιστώσας της επιτάχυνσης της βαρύτητας του αστέρα ( $g_z=g \sin \theta$ ) με την κατακόρυφη κλίση της πίεσης (ανά μονάδα μάζας) που ασκεί ο ίδιος ο αέριος δίσκος σε κάθε  $dm$ . Επομένως,

$$g_z = g \sin \theta = \frac{G M_{\text{star}}}{(r^2+z^2)^{1/2}} \frac{z}{(r^2+z^2)^{1/2}} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz}$$

για ιδανικό αέριο στο οποίο ισχύει η καταστατική εξίσωση  $P = \rho c_s^2$ , όπου  $P$  η πίεση,  $\rho$  η πυκνότητα και  $c_s$  η (τοπική) ταχύτητα του ήχου. Για  $\frac{z}{r} \ll 1$  η ολοκλήρωση της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης για το  $\rho$  δίνει

$$\rho = \rho_0 \exp(-z^2/2h^2)$$

10 Το μέσο μοριακό βάρος ορίζεται ως ...

όπου  $\rho_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Sigma}{h}$ ,  $\Sigma$  η ενεργός επιφανειακή πυκνότητα (δηλ., η επιφανειακή πυκνότητα που θα έπρεπε να έχει τοπικά ο δίσκος αν είχε απειροστό πάχος αλλά ίδια συνολική μάζα) και  $h=Hr$  η χαρακτηριστική κλίμακα ύψους (scale-height) του δίσκου, με  $H=$ σταθ~0.05. Παρατηρήστε ότι η κατανομή πυκνότητας είναι τύπου Gauss (δηλ.  $\sim \exp(-x^2)$ , με  $x=z/h$ ) και η τιμή της πέφτει σχεδόν στο μηδέν για  $z>h$ . Έτσι, το  $h$  ουσιαστικά δίνει το τοπικό ύψος του δίσκου. Μάλιστα ισχύει

$$h = \frac{c_s}{\Omega_K} , \quad \Omega_K = \sqrt{\frac{GM_{star}}{r^3}}$$

όπου  $\Omega_K = n$  η γωνιακή ταχύτητα μιας κυκλικής τροχιάς Kepler με ακτίνα  $r$ . Επομένως, η αδιάσταση κλίμακα ύψους,  $H$ , καθορίζεται από το λόγο της ταχύτητας του ήχου (που είναι ουσιαστικά η θερμική ταχύτητα των μορίων του αερίου προς την ταχύτητα της κυκλικής τροχιάς).

Αν θεωρήσουμε ότι ο δίσκος είναι τοπικά ισόθερμος – δηλαδή διατηρεί σταθερή τιμή θερμοκρασίας κατά την κατακόρυφη διεύθυνση για κάθε τιμή του  $r$ , τότε

$$c_s^2 = \frac{k_B T}{\mu m_H}$$

όπου  $k_B$  η σταθερά του Boltzmann,  $T$  η θερμοκρασία,  $\mu$  το μέσο μοριακό βάρος του αερίου και  $m_H$  το ατομικό βάρος του υδρογόνου. Για τυπικές τιμές στο ηλιακό σύστημα ( $T = 100$  K για  $r = 1$  AU και  $\mu = 2.3$ ) παίρνουμε  $c_s = 1$  km/s.

Η συνθήκη ισορροπίας κατά την ακτινική κατεύθυνση εκφράζεται από τη σχέση

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{GM_{star}}{r^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr}$$

όπου η κεντρομόλος επιτάχυνση ισούται με το άθροισμα της ακτινικής συνιστώσας του  $g$  και της ακτινικής κλίσης της πίεσης ανά μονάδα μάζας. Αν θεωρήσουμε ότι η πίεση (όπως και η θερμοκρασία) ελαττώνεται όσο αυξάνει η απόσταση από τον αστέρα, ακολουθώντας μια σχέση της μορφής

$$P = P_0 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{-b}$$

και χρησιμοποιήσουμε πάλι την καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου, η λύση της εξίσωσης ισορροπίας δίνει

$$v_\phi = v_{Kep} \left( 1 - b \frac{c_s^2}{v_K^2} \right)^{1/2}$$

για προφίλ πυκνότητας  $\Sigma \sim 1/r$  και  $H = 0.05$  παίρνουμε  $b = 3$  και  $v_\phi \sim 0.996 v_K$ , δηλαδή το αέριο τείνει να κινηθεί με ελαφρώς μικρότερη ταχύτητα απ' ότι τα στερεά σωματίδια που δεν υφίστανται τη δύναμη λόγω της μεταβολής της πίεσης του αερίου και άρα κινούνται με την Κεπλεριανή κυκλική ταχύτητα. Αυτό σημαίνει ότι τα σωματίδια σκόνης θα αισθάνονται έναν “αντίθετο άνεμο” - και άρα αεροδυναμική τριβή - που τα ωθεί προς τον αστέρα.

Η διαδικασία συμπύκνωσης των στερεών υλικών σε έναν πρωτοπλανητικό δίσκο εξαρτάται κατά κύριο λόγο από το προφίλ θερμοκρασίας του αερίου, το οποίο με τη σειρά του καθορίζεται από τους μηχανισμούς θέρμανσης και ψύξης του δίσκου. Στους πρωτοπλανητικούς δίσκους οι κύριοι μηχανισμοί θέρμανσης είναι:

(α) η απορρόφηση της αστρικής ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, και

(β) η θερμότητα που παράγεται κατά την πρόσπτωση αερίου στον αστέρα

Σε ότι αφορά το (α), αποδεικνύεται ότι ένας δίσκος απειροστού πάχους με πρακτικά άπειρη διάμετρο (σε σχέση με την ακτίνα του αστέρα,  $R_S$ ) απορροφά το  $1/4$  της συνολικής φωτεινότητας του αστέρα. Στο (β), η ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα είναι η βαρυτική δυναμική ενέργεια που απελευθερώνεται κατά την “πτώση” του υλικού επάνω στην επιφάνεια του αστέρα (σε απόσταση  $R_S$  από το κέντρο). Ένας δίσκος χαρακτηρίζεται ως παθητικός (passive disc) όταν ο ρυθμός πρόσπτωσης μάζας στον αστέρα,  $\dot{M}$ , (που συνήθως ονομάζεται ρυθμός προσαύξησης, accretion rate) είναι σχετικά χαμηλός – τόσος ώστε η θερμότητα που εκλύεται να είναι μικρότερη ή ίση από αυτήν που απορροφάται λόγω ακτινοβολίας:

$$\frac{G M_{star} \dot{M}}{R_S} = \frac{L_{star}}{4}$$

Για τον Ήλιο, η παραπάνω εξίσωση δίνει  $\dot{M} \approx 2 \cdot 10^8 M_{Sun}/y^{-1}$ . Θεωρώντας ότι ο δίσκος επανεκπέμπει τη θερμότητα που απορροφά ακτινοβολώντας ως μέλαν σώμα, το προφίλ θερμοκρασίας είναι

$$T \sim \left( \frac{r}{1 AU} \right)^{-3/4}$$

### 7.3 Χρονική εξέλιξη πρωτοπλανητικών δίσκων

Μέχρι τώρα υποθέσαμε ισορροπία κατά την ακτινική διεύθυνση, προκειμένου να εκτιμήσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά μιας στατικής κατανομής αερίου. Η προσέγγιση αυτή είναι λογική (αφού ο χρόνος ζωής ενός δίσκου είναι περίπου  $10^6$  φορές μεγαλύτερος από την περίοδο ενός υλικού σημείου σε απόσταση  $r \sim 1 AU$ ) αλλά όχι αρκετή για να κατανοήσουμε τη βασική εξελικτική διαδικασία που υφίσταται ο δίσκος: την προσαύξηση μάζας στον αστέρα. Είναι προφανές ότι, προκειμένου η στοιχειώδης μάζα  $dm$  που κινείται αρχικά σε κυκλική τροχιά με ακτίνα  $r > R_s$  να φτάσει στην επιφάνεια του αστέρα, θα πρέπει να χάσει στροφορμή. Επομένως, χρειάζεται κάποιος μηχανισμός τριβής που να ωθεί τα μόρια του αερίου προς τον αστέρα.

Ας φανταστούμε το δίσκο σαν μια συλλογή διαδοχικών δακτυλίων αερίου με μικρό πλάτος. Δύο γειτονικοί δακτύλιοι αερίου περιφέρονται γύρω από τον αστέρα με διαφορετική γωνιακή ταχύτητα, καθώς ακολουθούν τους νόμους του Kepler. Η διαφορική περιφορά “τεντώνει” επομένως κάθε  $dm$  κατά την αζιμουθιακή διεύθυνση, ενώ οι εσωτερικές δυνάμεις συνοχής του αερίου, που εκφράζονται από το ιξώδες (viscosity) αντιδρούν. Έτσι αναπτύσσεται διατμητική τάση (shearing stress) μεταξύ των δακτυλίων.

Σημειώνουμε ότι το μοριακό ιξώδες (που σχετίζεται με τη μέση ελεύθερη διαδρομή των μορίων) έχει πολύ μικρή τιμή (για τυπικούς δίσκους) και δε μπορεί να ερμηνεύσει τους παρατηρούμενους ρυθμούς προσαύξησης. Έτσι, πιστεύουμε ότι η κύρια “πηγή” ιξώδους είναι οι τυρβώδεις διακυμάνσεις (turbulence) που εμφανίζονται στους δίσκους, λόγω μαγνητοϋδροδυναμικών διαταραχών. Οι κυματισμοί αυτοί δε μπορεί να έχουν διαστάσεις μεγαλύτερες από το τοπικό πάχος του δίσκου,  $h$ , και η ταχύτητά τους δεν μπορεί να υπερβαίνει την τοπική ταχύτητα του ήχου, γιατί οι υπερηχητικές κυμάνσεις δημιουργούν ωστικά κύματα και “σβήνουν” λόγω της απότομης κατανάλωσης της ενέργειάς τους. Έτσι, το ιξώδες λόγω τύρβης δίνεται από τη σχέση

$$\nu = \alpha c_s h \quad (cm^2/s)$$

όπου  $\alpha < 1$  η σταθερά των Shakura-Sunyaev.

Το τυρβώδες ιξώδες (ή ιξώδες λόγω τύρβης) εξαναγκάζει το αέριο σε διάχυση (diffusion). Η εξίσωση που περιγράφει τη διάχυση της επιφανειακής πυκνότητας έχει το μορφή

$$\frac{\partial(\Sigma X)}{\partial t} = \frac{D}{2} \frac{\partial^2(\Sigma X)}{\partial X^2} \quad , \quad X = 2r^{1/2}$$

και ο συντελεστής διάχυσης (diffusion coefficient) έχει τιμή

$$D = \frac{\langle (\Delta X)^2 \rangle}{\Delta t} = \frac{12\nu}{X^2} \quad .$$

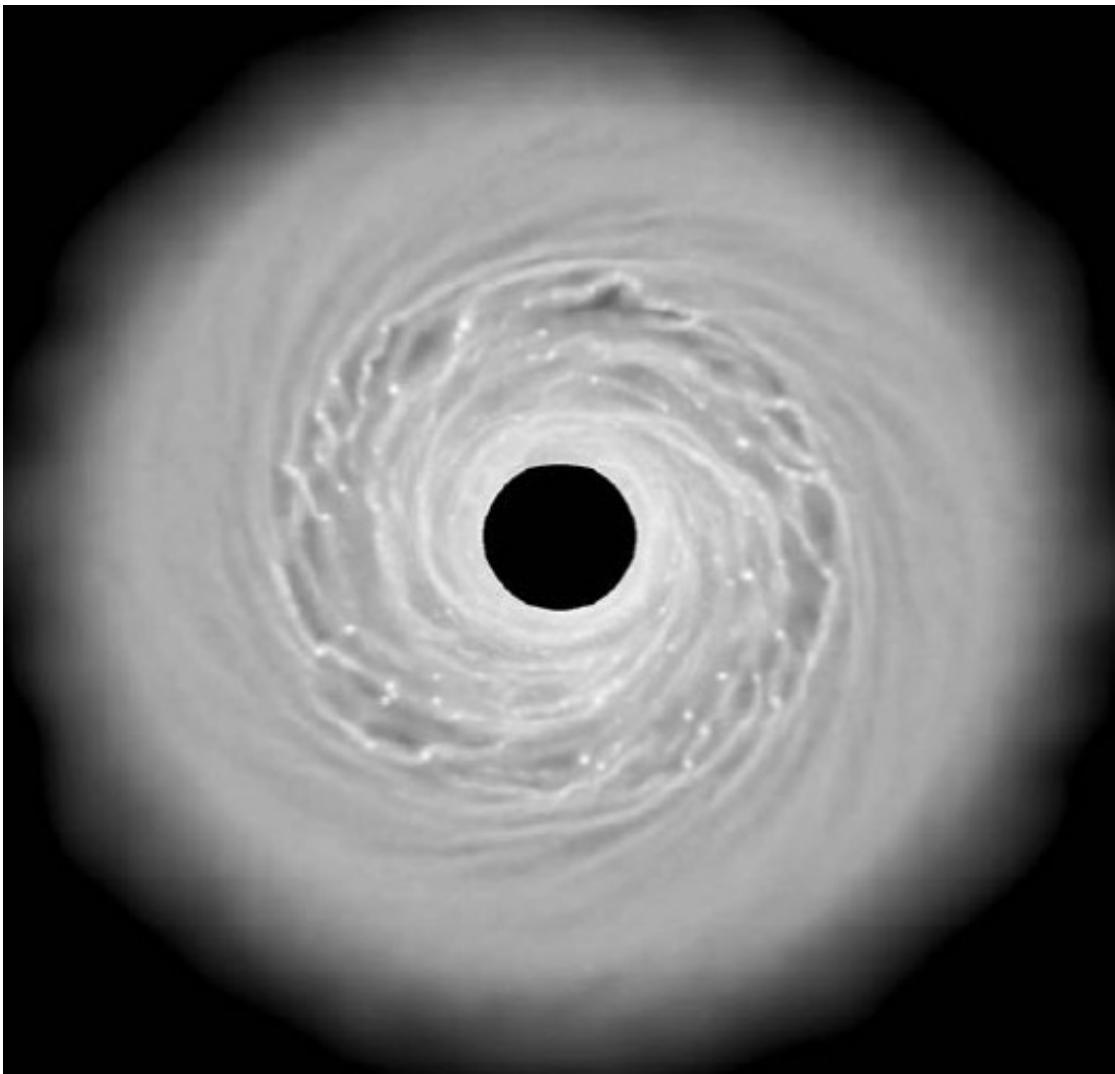
Έτσι, ο χαρακτηριστικός χρόνος διάχυσης, δηλαδή ο μέσος χρόνος που απαιτείται ώστε το αέριο που κινείται αρχικά σε απόσταση  $r$  από τον αστέρα να πέσει σε αυτόν ( $r \sim 0$ ) είναι

$$\tau_\nu = \frac{2r^2}{3\nu}$$

Η λύση της εξίσωσης διάχυσης που αντιστοιχεί σε σταθερή ροή ( $\partial/\partial t=0$ ) δίνει το ρυθμό προσαύξησης ως συνάρτησης του ιξώδους:

$$\nu \Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \sqrt{1 - R_s/r} \approx \frac{\dot{M}}{3\pi}$$

Δηλαδή, για να έχουμε σταθερή ροή, πρέπει το ακτινικό προφίλ του ιξώδους να έχει ίδια μορφή (αλλά αντίθετο εκθέτη) από το προφίλ επιφανειακής πυκνότητας,  $\Sigma$ .



Εικόνα 67: Κάτοψη πρωτοπλανητικού δίσκου. Εντού πρώτο χρώμα σημαίνει ανξημένη επιφανειακή πυκνότητα. Διακρίνονται έντονα φωτεινά σημεία που αντιστοιχούν σε τοπικές συγκεντρώσεις ύλης (πρωτο-πλανήτες), με τη ροή του αερίου στη γειτονιά τους να είναι τυρβώδης.

#### 7.4 Οδικός χάρτης σχηματισμού πλανητών

Τα βασικά στάδια σχηματισμού των πλανητών μπορούν να περιγραφούν συνοπτικά με την ακόλουθη αλληλουχία γεγονότων:

- (a) Τα σωματίδια σκόνης, υπό την επίδραση της βαρυτικής έλξης του αστέρα και της αεροδυναμικής τριβής που ασκεί το αέριο, καθιζάνουν στο μέσο επίπεδο (midplane) του δίσκου, αιχάνοντας έτσι την επιφανειακή πυκνότητα των στερεών.

(β) Διαδοχικές συγκρούσεις (που θα θεωρήσουμε για λόγους απλότητας ως πλήρως πλαστικές) δημιουργούν όλο και μεγαλύτερα σωματίδια, ώστε από διαστάσεις μη να φτάσουμε στο σχηματισμό πλανητοειδών – σώματα με διαστάσεις της τάξης των 100m -1km που επηρεάζονται πια πολύ ασθενώς από το αέριο, καθώς η βαρυτική τους αλληλεπίδραση είναι πολύ πιο σημαντική.

(γ) Οι πλανητοειδείς συγκρούονται μεταξύ τους ώστε να σχηματίσουν μερικά πρωτοπλανητικά έμβρυα, με διαστάσεις παρόμοιες με αυτές της Σελήνης. Τα έμβρυα γίνονται κυρίαρχοι του παιχνιδιού, κινούμενα μέσα σε έναν δίσκο πλανητοειδών.

(δ) Τα έμβρυα αλληλεπιδρούν βαρυτικά με “βίαιο” τρόπο, καθώς οι βαρυτικές δυνάμεις μεταξύ τους γίνονται όλο και πιο ισχυρές. Διαδοχικές συγκρούσεις εμβρύων – που ταυτόχρονα διαλύουν τον δίσκο των πλανητοειδών που τα περιβάλλει – οδηγούν στο σχηματισμό γήιων πλανητών. Σημειώνουμε ότι αυτοί οι “γήινοι” πλανήτες μπορεί να έχουν μάζα μέχρι και 10 φορές μεγαλύτερη από αυτήν της Γης, σε σχετικά μεγάλες αποστάσεις από τον Ήλιο – αυτοί θα αποτελέσουν τους πυρήνες των γιγάντιων πλανητών.

(ε) Υπό τις κατάλληλες προϋποθέσεις, ένας γήινος πρωτοπλανήτης μπορεί να μετατραπεί σε αέριο γίγαντα, απορροφώντας μεγάλες ποσότητες αερίου από τη γειτονιά του. Η διαδικασία ολοκληρώνεται όταν η ατμόσφαιρα καταρρεύσει επάνω στον πυρήνα και εξαντληθούν τα αποθέματα αερίου στη γειτονιά του.

Σημειώνουμε με έμφαση ότι όλα τα παραπάνω πρέπει να ολοκληρωθούν μέσα σε ~3 My, όσος είναι ο παρατηρούμενος μέσος χρόνος ζωής των πρωτοπλανητικών δίσκων.

## 7.5 Σχηματισμός Πλανητοειδών

Τα μικροσωματίδια σκόνης κινούνται υπό την επίδραση δύο βασικών δυνάμεων: (α) της βαρυτικής έλξης του μητρικού αστέρα και (β) της αεροδυναμικής τριβής που ασκούν τα μόρια του αερίου. Ο τύπος που δίνει τη δύναμη τριβής διαφέρει, ανάλογα με τις διαστάσεις των σωματιδίων. Για πολύ μικρά σωματίδια ισχύει ο τύπος της τριβής Epstein

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi}{3} \rho s^2 v_{th} \mathbf{v}$$

όπου  $\rho$  η πυκνότητα του αερίου,  $s$  η διάμετρος του σωματιδίου,  $\mathbf{v}$  η σχετική ταχύτητα αερίου-σωματιδίου και  $v_{th}$  η θερμική ταχύτητα των μορίων του αερίου. Ο τύπος αυτός ισχύει όταν  $s < \lambda$ , όπου  $\lambda$  η μέση ελεύθερη διαδρομή των μορίων του αερίου – δηλ., όταν τα σωματίδια είναι πολύ μικρά. Για μεγαλύτερα σωματίδια, ισχύει ο τύπος της τριβής Stokes

$$F = -\frac{\pi C_D}{2} \rho s^2 v v$$

όπου  $C_D$  ο συντελεστής τριβής που χαρακτηρίζει το σωματίδιο και εξαρτάται από το τη φύση του υλικού αλλά και το σχήμα του. Για  $s = 9\lambda/4$  οι δύο τύποι δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα. Για σωματίδια με διαστάσεις  $\sim \mu m$ , ο χρόνος τριβής είναι

$$t_{fr} = \frac{m v}{|F|} = \frac{\rho_m}{\rho} \frac{s}{v_{th}}$$

όπου  $\rho_m$  η πυκνότητα της στερεάς ύλης. Στο μοντέλο MMSN η τιμή του είναι  $\sim 1$  sec – δηλαδή τα μικροσωματίδια ακολουθούν πρακτικά τις γραμμές ροής του αερίου.

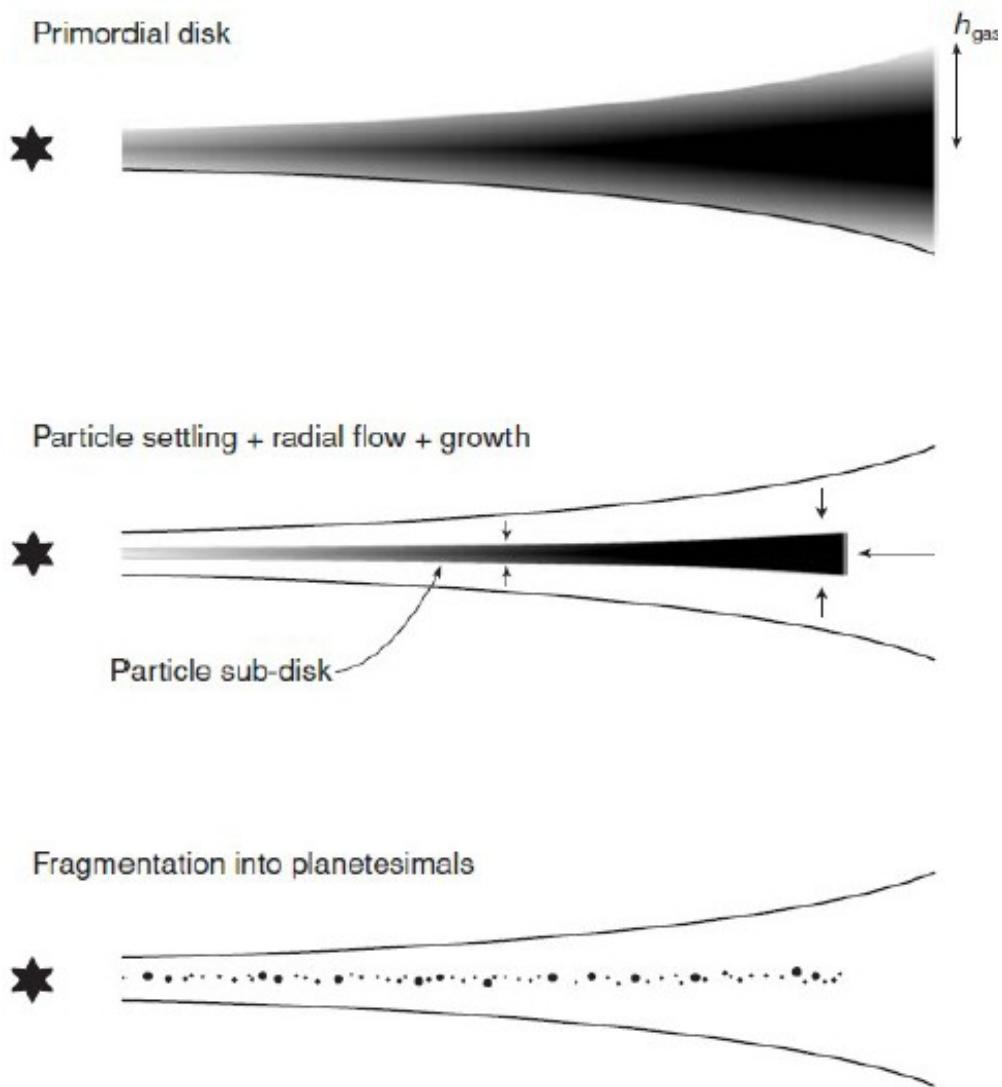
Κατά την κατακόρυφη διεύθυνση, τα σωματίδια κινούνται υπό την επίδραση της βαρύτητας του αστέρα και της αεροδυναμικής τριβής, αλλά δεν επηρεάζονται από κατακόρυφη μεταβολή της πίεσης του αερίου, αφού η αντίστοιχη δύναμη ασκείται μόνο στα μόρια του αερίου. Έτσι, η κατακόρυφη κίνηση ενός σωματιδίου είναι ουσιαστικά ελεύθερη πτώση (προς τον αστέρα) με τριβή. Επειδή ο χρόνος τριβής είναι εξαιρετικά μικρός, κάθε σωματίδιο φτάνει γρήγορα στην οριακή ταχύτητα πτώσης

$$v_T = \frac{\rho_m}{\rho} \frac{s}{v_{th}} \Omega^2 z$$

και ο χρόνος καθίζησης (για να φτάσει από ύψος  $h$  στο  $z=0$ ) είναι

$$t_{ff} = \frac{h}{v_T} \sim 10^4 - 10^5 \text{ y}$$

Αν λάβουμε υπόψη ότι, κατά την πτώση τους, τα σωματίδια μπορεί να συγκρουστούν, αυξάνοντας τη διάμετρο και άρα την ταχύτητά τους, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι τα στερεά υλικά καθίζανται στο μέσο επίπεδο του δίσκου μέσα σε μόλις μερικές χιλιάδες χρόνια, έχοντας ήδη αυξήσει τις διαστάσεις τους κατά περίπου 6 τάξεις μεγέθους ( $s \sim 1m$ !). Έτσι, με αυξημένη πια την επιφανειακή πυκνότητα του υπο-δίσκου των στερεών, υπάρχει αρκετός χρόνος για να συνεχίσει η διαδικασία αύξησης του μεγέθους τους, μέχρι και το  $\sim 1$  km.



Εικόνα 68: Σχηματική αναπαράσταση της δημιουργίας πλανητοειδών. Τα σωματίδια σκόνης καθίζανον στο μέσο επίπεδο του δίσκου, όπου η πυκνότητα αυξάνεται ραγδαία, με αποτέλεσμα τον κατακερματισμό του δίσκου των στερεών σε πλανητοειδείς, οι οποίοι σχηματίζονται λόγω βαρυτικής αστάθειας.

Η παραπάνω ανάλυση ισχύει εφόσον υποθέσουμε ότι η κίνηση των σωματιδίων κατά την ακτινική διεύθυνση είναι πολύ πιο αργή από την κίνηση κατά την κάθετη στον δίσκο διεύθυνση, και άρα τα σωματίδια δεν κινδυνεύουν να πέσουν επάνω στον αστέρα προτού μεγαλώσουν αρκετά. Μια πρώτη ανάλυση δείχνει ότι η υπόθεση αυτή δεν ισχύει. Για διαστάσεις  $\sim 1\text{m}$ , η τριβή κατά την ακτινική διεύθυνση είναι πολύ ισχυρή και τα σωματίδια θα έπεφταν στον Ήλιο μέσα σε μερικές χιλιάδες χρόνια το πολύ. Όμως, κανένας δίσκος δεν είναι τελείως ομαλός, αλλά υπάρχουν αυξομειώσεις της πίεσης (κύματα) κατά την ακτινική διεύθυνση  $r$ , που δρουν έτσι ώστε να ανασχέσουν την πορεία των σωματιδίων προς τον αστέρα. Έτσι τα σωματίδια συγκρατούνται σε ασφαλή απόσταση, μέχρις ότου αυτά μεγαλώσουν τόσο ώστε οι μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις να είναι πολύ πιο ισχυρές από τις δυνάμεις τριβής.

## 7.6 Σχηματισμός γήινων πλανητών

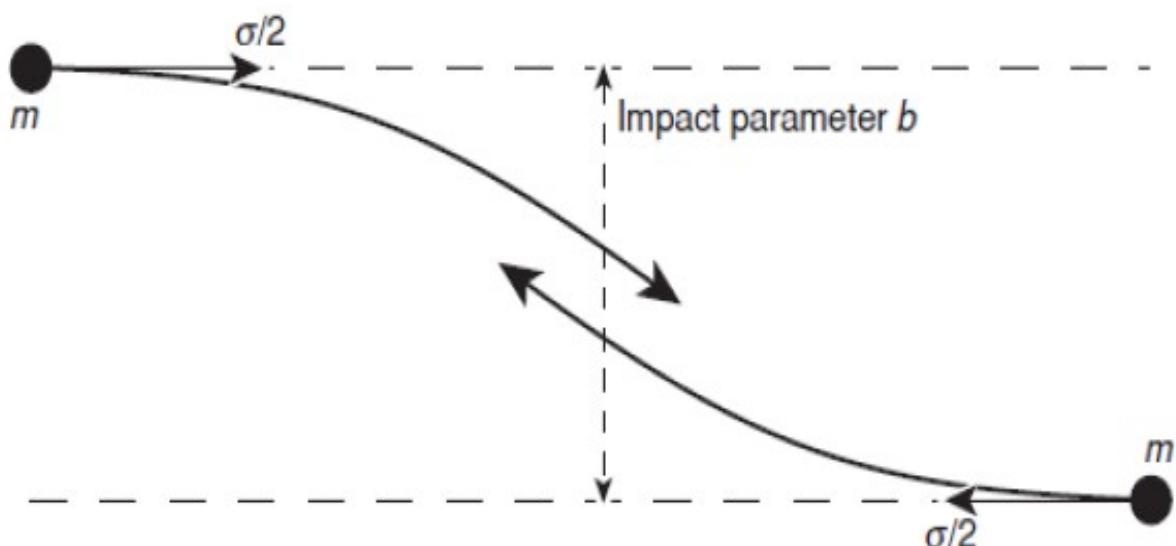
Η “τυπική” γραμμική διάσταση ενός γήινου πλανήτη είναι περισσότερο από τρεις τάξεις μεγαλύτερη από την “τυπική” διάσταση πλανητοειδούς ( $\sim 1 \text{ km}$ ). Επειδή ο όγκος ενός σώματος είναι ανάλογος του κύβου της διαμέτρου του, απαιτούνται  $\sim (10^3)^3 \sim 10^9 - 10^{10}$  πλανητοειδείς για να φτιαχτεί ένας πλανήτης με μάζα  $1-10 M_\oplus$ .

Στη φάση αυτή, το αέριο του δίσκου παίζει πολύ μικρό ρόλο. Οι δυνάμεις βαρύτητας μεταξύ των πλανητοειδών κυριαρχούν τοπικά (λόγω της μεγάλης αριθμητικής πυκνότητάς τους) και καθορίζουν πλήρως τη δυναμική του προβλήματος. Οι τελικές μάζες και ο χρόνος σχηματισμού των πλανητών εξαρτάται από:

(α) την κατανομή μάζας και τις τροχιές των πλανητοειδών και

(β) το ρυθμό συγκρούσεων μεταξύ τους

όπου και πάλι θεωρούμε τελείως πλαστικές κρούσεις. Έτσι, η πρώτη ποσότητα που χρειάζεται να υπολογίσουμε είναι η ενεργός διατομή (cross-section) των συγκρούσεων.



Εικόνα 69: Μεταβολή της τροχιάς δύο πλανητοειδών που πλησιάζουν ο ένας τον άλλο με σχετική ταχύτητα,  $\sigma$ , ως προς το σύστημα αναφοράς της διαμέσου.

Ας θεωρήσουμε δύο πλανητοειδείς που πλησιάζουν ο ένας τον άλλο με σχετική ταχύτητα  $\sigma/2$  ο καθένας, ως προς τη διάμεσο της απόστασης που τους χωρίζει (για μικρές αποστάσεις θεωρούμε ευθύγραμμη κίνηση). Η παράμετρος σκέδασης,  $b$ , είναι η κάθετη απόσταση που τους χωρίζει, όταν είναι ακόμη πολύ μακριά από το σημείο

εγγύτατης διέλευσης (στο κέντρο του σχήματος). Η ενεργός διατομή σκέδασης μπορεί να βρεθεί με απλούς υπολογισμούς, αν λάβουμε υπόψη μας τη διατήρηση της ενέργειας και της στροφορμής του συστήματος. Η πρώτη δίνει για το ένα σώμα (λαμβάνοντας υπόψη ότι σε μεγάλη απόσταση η βαρυτική δυναμική ενέργεια ισούται με 0)

$$\frac{1}{4} m \sigma^2 = m v_{max}^2 - \frac{G m^2}{R_C}$$

όπου  $m$  η μάζα του κάθε σωματιδίου και  $v_{max}$  η μέγιστη ταχύτητα (όταν φτάνουν στην ελάχιστη απόσταση,  $R_C$ ). Η απαίτηση διατήρησης της στροφορμής δίνει

$$v_{max} = \frac{1}{2} \frac{\sigma b}{R_C}$$

Σύγκρουση θα έχουμε αν η ελάχιστη απόσταση  $R_C$  είναι μικρότερη από τη φυσική ακτίνα των σωμάτων,  $R_S$ . Τότε η ενεργός διατομή θα είναι  $\pi b^2$ , όπου  $b$  η μέγιστη παράμετρος σκέδασης που οδηγεί σε κρούση ( $R_C=R_S$ ):

$$\Gamma = \pi b_{max}^2 = \pi R_S^2 \left( 1 + \frac{v_{esc}^2}{\sigma^2} \right)$$

όπου

$$v_{esc}^2 = \frac{4 G m}{R_S}$$

το τετράγωνο της ταχύτητας διαφυγής από το σημείο σύγκρουσης. Ο παράγοντας ( $\Gamma/\pi R_S^2$ ) ονομάζεται **παράγοντας βαρυτικής εστίασης** (gravitational focusing factor). Όσο μεγαλύτερη η τιμή του, τόσο περισσότερες είναι οι συγκρούσεις μεταξύ πλανητειδών και άρα τόσο μεγαλύτερος ο ρυθμός ανάπτυξης (growth rate) ενός πλανήτη. Είναι φανερό από την παραπάνω σχέση, ότι η τιμή του  $\sigma^2$ , που (σε 3 διαστάσεις) αναπαριστά τη διασπορά των ταχυτήτων (velocity dispersion) είναι καθοριστική. Όσο πιο μικρή είναι, τόσο περισσότερες συγκρούσεις θα έχουμε.

Επομένως, σε έναν “ήρεμο” δίσκο, όπου όλα τα γειτονικά σωματίδια έχουν σχεδόν κυκλικές τροχιές με πολύ μικρή διαφορά στη γωνιακή ταχύτητα, ευνοείται η ανάπτυξη ενός πλανήτη περισσότερο από έναν “ανήσυχο” δίσκο, όπου οι γωνιακές ταχύτητες γειτονικών σωματιδίων είναι δυνατό να διαφέρουν κατά πολύ. Με την

πάροδο του χρόνου, καθώς οι μάζες των πρώτων εμβρύων αυξάνουν, οι διαταραχές που ασκούν στους γειτονικούς πλανητοειδείς αυξάνουν κι επομένως ο ρυθμός ανάπτυξης μειώνεται.

Η παραπάνω ανάλυση είναι βεβαίως προσεγγιστική, αλλά αρκετή για να μας δώσει τις βασικές παραμέτρους του προβλήματος. Όταν ένα πλανητικό έμβρυο αποκτήσει μάζα αρκετά μεγαλύτερη από τα γειτονικά του, τότε θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας την επίδρασή του στις τροχιές των πλανητοειδών. Σε πρώτη προσέγγιση, αυτό που έχει σημασία είναι να υπολογίσουμε την ακτίνα της σφαίρας επιρροής του εμβρύου, δηλαδή την έκταση της γειτονιάς του, μέσα στην οποία η δυναμική καθορίζεται από τη βαρύτητα του εμβρύου, έναντι της βαρύτητας του κεντρικού αστέρα.

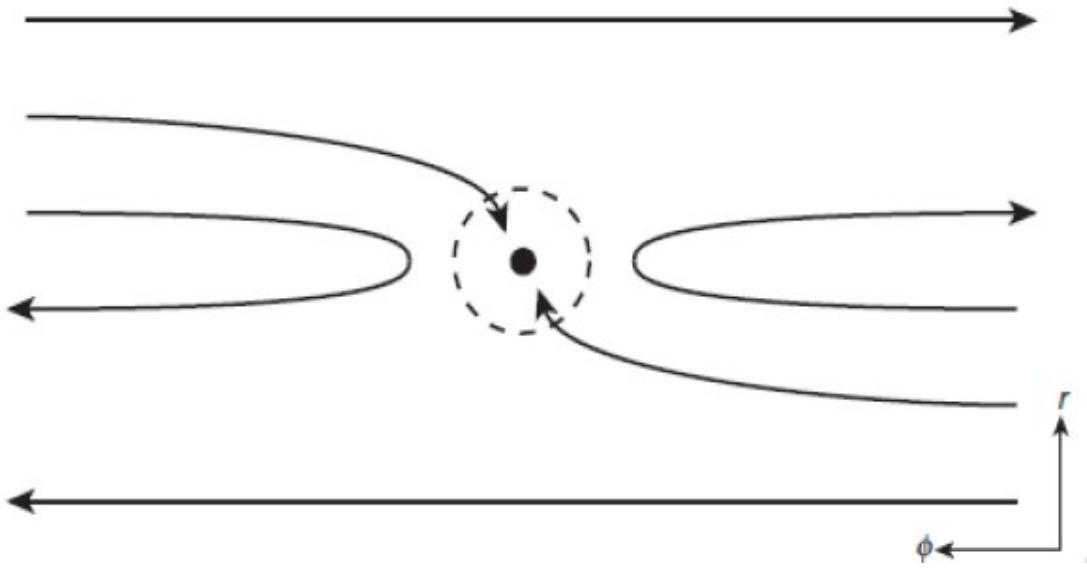
Ο υπολογισμός μπορεί να γίνει συγκρίνοντας τη γωνιακή ταχύτητα περιφοράς του εμβρύου γύρω από τον αστέρα,  $\Omega_k$ , με τη γωνιακή ταχύτητα περιφοράς ενός σωματιδίου γύρω από τον πρωτοπλανήτη (πλανητικό έμβρυο). Η απόσταση που οι δύο ταχύτητες εξισώνονται, ορίζει την ακτίνα της σφαίρας επιρροής του πρωτοπλανήτη – ένα σωματίδιο που θα βρεθεί μέσα σε αυτήν θα τείνει να κινηθεί ως δορυφόρος του πρωτοπλανήτη, παρά ως πλανητοειδής που περιφέρεται γύρω από τον αστέρα. Η ακτίνα αυτή ονομάζεται *aktína tou Hill* και δίνεται από τη σχέση

$$r_H = a \left( \frac{M_p}{3M_{star}} \right)^{1/3}$$

όπου  $M_p$  η μάζα του πρωτοπλανήτη. Είναι εμφανές ότι τα σωματίδια που τείνουν να συγκρουστούν με τον πρωτοπλανήτη (και άρα να συνεισφέρουν στην ανάπτυξή του) είναι αυτά που περιφέρονται σε έναν δακτύλιο με εύρος  $r_H$  γύρω από την τροχιά του. Όταν η περιοχή αδειάσει, ο ρυθμός ανάπτυξης του πλανητικού εμβρύου μειώνεται δραματικά.

Έστω λοιπόν ένας σχετικά μεγάλος πρωτοπλανήτης με μάζα  $M$ , ακτίνα  $R$  και ταχύτητα διαφυγής  $v_{esc}$ , που αναπτύσσεται μέσα σε έναν δίσκο πλανητοειδών με επιφανειακή πυκνότητα  $\Sigma_s$ , διασπορά ταχυτήτων  $\sigma$ , πάχος  $h_s = \sigma / \Omega$  και πυκνότητα μάζας  $\rho_s = \Sigma_s / (2h)$ . Ο ρυθμός αύξησης της μάζας του θα είναι ανάλογος του αριθμού των σωματιδίων που προσπίπτουν στην επιφάνειά του, δηλαδή ανάλογος της μάζας, της σχετικής ταχύτητας και της ενεργού διατομής σκέδασης

$$\frac{dM}{dt} = \rho_s \sigma \pi R_s^2 \left( 1 + \frac{v_{esc}^2}{\sigma^2} \right)$$



Εικόνα 70: Μεταβολή της τροχιάς πλανητοειδών που πλησιάζουν στη σφαίρα Hill ενός πρωτοπλανήτη, σε σύστημα αναφοράς που περιστρέφεται γύρω από τον ήλιο με τη γωνιακή ταχύτητα του πρωτοπλανήτη.

Με αντικατάσταση, προκύπτει η σχέση

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2} \Sigma_s \Omega R_s^2 \left( 1 + \frac{v_{esc}^2}{\sigma^2} \right)$$

που δείχνει την εξάρτηση από την απόσταση (μέσω του  $\Omega$ ) και από την επιφανειακή πυκνότητα των πλανητοειδών. Έτσι, σε μεγάλες αποστάσεις από τον αστέρα, ο ρυθμός μεταβολής της μάζας μειώνεται. Για την απόσταση του Δία (στο μοντέλο MMSN) χρειάζονται  $\sim 10$  My για να φτιαχτεί ένα σώμα με διáμετρο μόλις  $\sim 100$  km, αν  $v_{esc} \sim \sigma$ . Η εξάρτηση, επομένως, του ρυθμού ανάπτυξης από το  $\sigma$  είναι εξαιρετικά ισχυρή. Καταλήγουμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι, για να έχουμε ανάπτυξη γήινων πλανητών σε χρόνους  $\sim 1$  My χρειαζόμαστε “ήρεμους” δίσκους (όπου  $\sigma \rightarrow 0$ ). Όντως, για  $v_{esc} >> \sigma$ , παίρνουμε

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\sqrt{3}\pi}{2} \frac{G \Sigma_s \Omega}{\sigma^2} M R_s = k M^{4/3}$$

με το  $k$  να είναι περίπου σταθερό για μικρά χρονικά διαστήματα. Επειδή ο ρυθμός ανάπτυξης είναι ανάλογος του  $M^{4/3}$  (δηλ. πιο “γρήγορος” απ' ό,τι στη γραμμική περίπτωση που δίνει εκθετική λύση), έχουμε υπερταχεία ανάπτυξη (runaway growth). Έτσι, αν έχουμε π.χ. δύο γειτονικά έμβρυα με διαφορετικές μάζες, το

μεγαλύτερο αυξάνει ακόμη γρηγορότερα, εξαντλώντας τα αποθέματα που έχει στη διάθεσή του ο μικρότερος γείτονάς του.

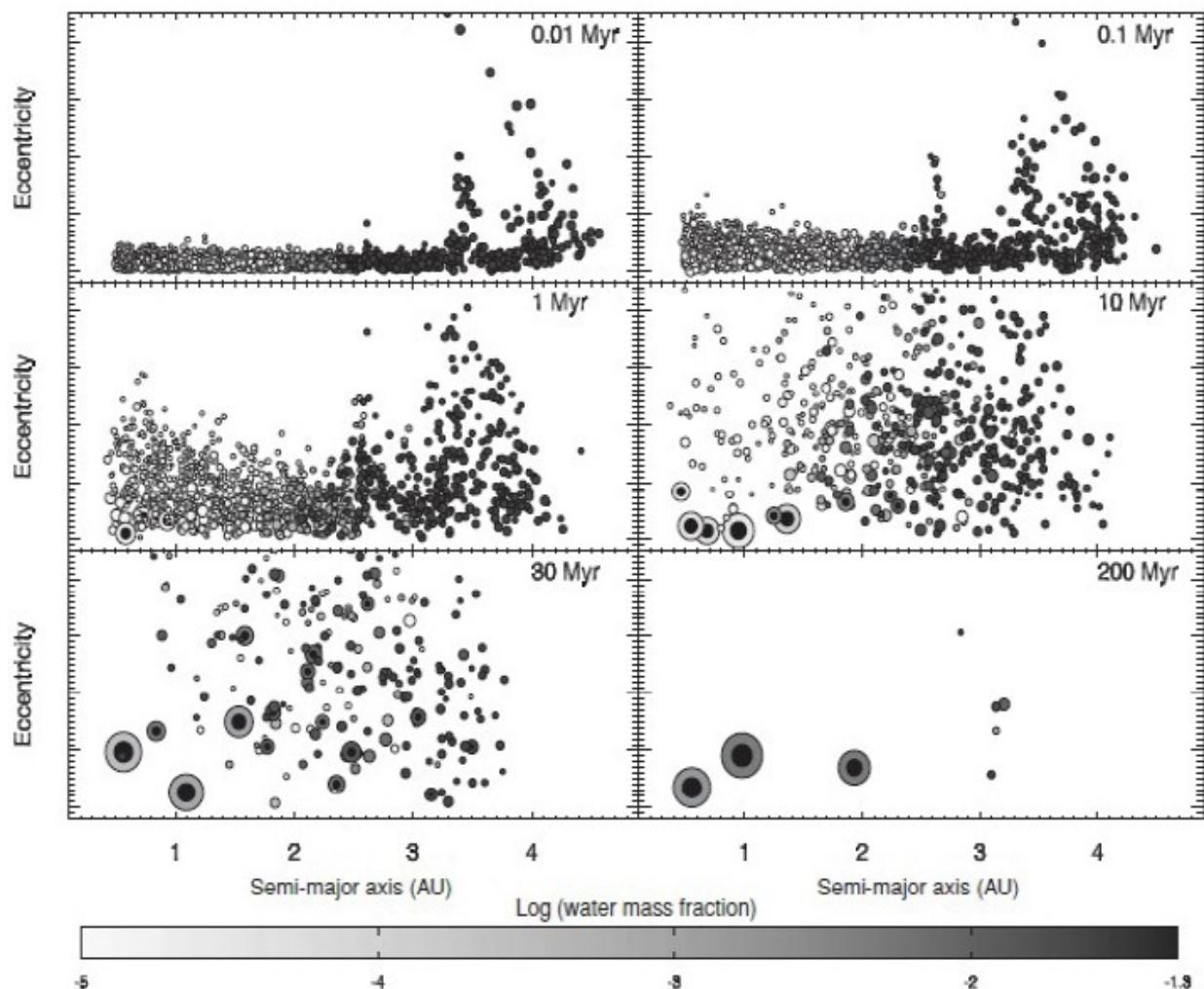
Προφανώς, όσο η μάζα του εμβρύου αυξάνει, το σ μεγαλώνει (αφοί ασκεί εντονώτερες διαταραχές στους γειτονικούς πλανητοειδείς) αλλά και ο πληθυσμός των διαθέσιμων πλανητοειδών στη γειτονιά του ελαττώνεται (παρά τη μικρή αύξηση της σφαίρας επιρροής). Έτσι, η διαδικασία υπερταχείας ανάπτυξης σταματά, όταν η διαθέσιμη μάζα, που βρίσκεται σε έναν δακτύλιο με εύρος  $\Delta r = C r_h$  ( $C \sim 2$ ) και πάχος  $h$  ενσωματώθει στο πλανητικό έμβρυο. Τότε η μάζα του πρωτοπλανήτη έχει φτάσει στο όριο απομόνωσης από το δίσκο (isolation mass), που δίνεται από τη σχέση

$$M_{iso} = \frac{8(\pi C)^{3/2}}{\sqrt{3}} a^3 \Sigma_S^{3/2} M_{star}^{-1/2}$$

Επειδή η υπερταχεία ανάπτυξη ευνοεί τα μεγαλύτερα έμβρυα εις βάρος των μικροτέρων, στο τέλος της διαδικασίας απομένουν μερικά μεγάλα έμβρυα, διασπαρμένα στο δίσκο σε σχετικά μεγάλες αποστάσεις μεταξύ τους – οι λεγόμενοι ολιγάρχες. Αυτοί συνεχίζουν να μεγαλώνουν, αλλά με πολύ μικρότερο ρυθμό σε σχέση με πριν. Αυτή η φάση της ολιγαρχικής ανάπτυξης διαρκεί σχετικά περισσότερο απ' ό,τι η φάση της υπερταχείας ανάπτυξης και χαρακτηρίζεται από σποραδικές συγκρούσεις εμβρύων με τους γύρω πλανητοειδείς.

Στο τέλος της διαδικασίας, τα στερεά σώματα στον εσωτερικό πρωτοπλανητικό δίσκο (την περιοχή της Γης, για τις χαρακτηριστικές τημέσι μεγεθών του MMSN) διατάσσονται ως εξής: 100-1,000 έμβρυα με μάζες της τάξης των 0.01-0.1  $M_\Gamma$  και μερικά δισεκατομμύρια πλανητοειδείς (με σχετικά μεγάλο  $\sigma$ , δηλ., σχετικά έκκεντρες και επικλινείς? τροχιές), με περίπου ίση συνολική μάζα με αυτήν των εμβρύων. Στις εξωτερικές περιοχές του συστήματος (π.χ. στην απόσταση του Δία) οι πρωτοπλανήτες που σχηματίζονται μπορεί να φτάσουν μέχρι και 10-20  $M_\Gamma$ .

Η τελική φάση σχηματισμού των γήινων πλανητών δεν μπορεί να αναλυθεί επαρκώς με απλές στατιστικές περιγραφές. Τα έμβρυα έχουν τόσο μεγάλες μάζες, που οι μεταξύ τους βαρυτικές δυνάμεις υπεριοχύουν έναντι των δυνάμεων που ασκεί ο δίσκος του αερίου και οι εναπομείναντες πλανητοειδείς. Τα έμβρυα δεν μπορούν να παραμείνουν απομονωμένα για πολύ, καθώς διαταράσσουν τις τροχιές τους μέχρι που αυτές αρχίζουν να τέμνονται. Έτσι, ακολουθεί μια βίαιη φάση διαδοχικών συγκρούσεων, που οδηγεί στο σχηματισμό μερικών (τεσσάρων, στην περίπτωση του ηλιακού συστήματος) γήινων πλανητών. Η διαδικασία αυτή μπορεί να αναπαρασταθεί μέσω αριθμητικών προσομοιώσεων σε ηλεκτρονικό υπολογιστή.



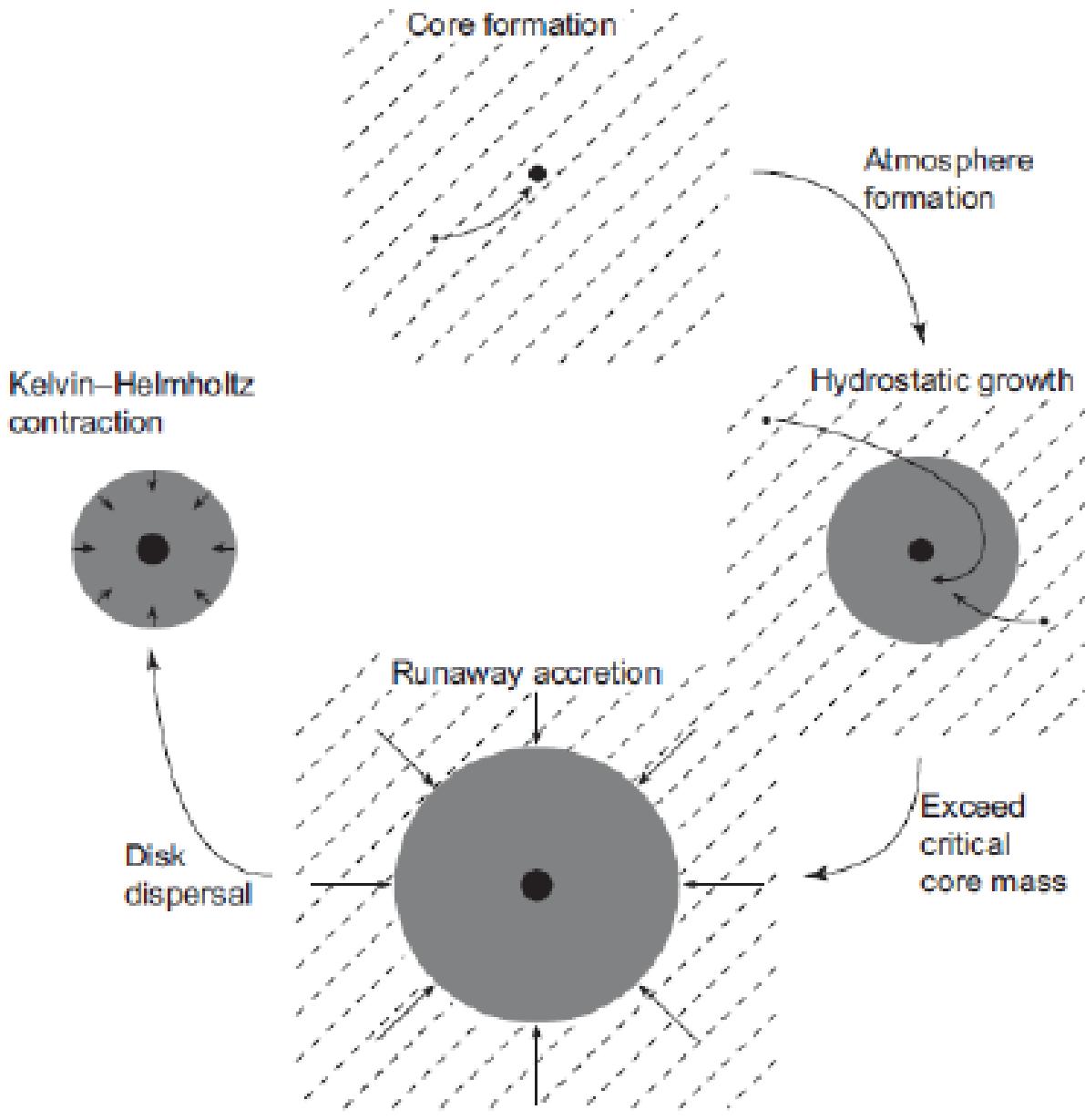
Εικόνα 71: Τελική φάση σχηματισμού των γήινων πλανητών. Δίνονται έξι χρονικά στιγμιότυπα από μια επιτυχημένη προσομοίωση. Οι διαδοχικές συγκρούσεις οδηγούν στην ανάοντξη των πλανητών στην περιοχή  $< 2 \text{ AU}$ .

Η τελική φάση σχηματισμού των γήινων πλανητών μπορεί να διαρκέσει αρκετές δεκάδες εκατομμύρια χρόνια – χρόνος αρκετός ώστε, εν τω μεταξύ, να σχηματιστούν οι αέριοι γίγαντες σε αποστάσεις 5-20 AU από τον Ήλιο. Σημειώνουμε επίσης ότι, κάνοντας διάφορες υποθέσεις για τη χημική σύσταση των πλανητειδών και των εμβρύων (π.χ. περισσότερο νερό σε μεγαλύτερες αποστάσεις από τον Ήλιο) μπορούμε να ελέγξουμε κατά πόσο η σύσταση των πλανητών που σχηματίζονται συμφωνεί με την παρατηρούμενη σύσταση των γήινων πλανητών.

## 7.7 Σχηματισμός αέριων γιγάντων

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι, μετά το τέλος της περιόδου ολιγαρχικής ανάπτυξης των πρωτοπλανητών, οι στερεοί πυρήνες των μετέπειτα γιγάντιων πλανητών έχουν πρακτικά σχηματιστεί (μερικές μάζες Γης). Το ερώτημα που τίθεται είναι υπό ποιες προϋποθέσεις ένας στερεός πρωτοπλανήτης μπορεί να προσελκύσει

μεγάλη ποσότητα αερίου – στην αρχή ως ατμόσφαιρα-κέλυφος – η οποία αργότερα θα καταρρεύσει, σχηματίζοντας έτσι ένα σώμα με υπερ-δεκαπλάσια μάζα από την αρχική, με το 90% αυτής να αποτελείται από αέριο (κυρίως H, He).



Εικόνα 72: Γραφική σύνοψη της διαδικασίας σχηματισμού των γιγάντων πλανητών. Διακρίνονται οι φάσεις σχηματισμού του πυρήνα, της ατμόσφαιρας σε ισορροπία, της υπερταχείας ανάπτυξης εκτός ισορροπίας που προκαλείται από τη διαρκή διόγκωση του πυρήνα και τέλος η φάση συρρίκνωσης του πλανήτη, μετά τη διάλυση του δίσκου..

Ένας πλανήτης με μάζα  $M_p$  μπορεί να συγκρατήσει ατμόσφαιρα, εφόσον η θερμική ταχύτητα των μορίων που την αποτελούν – που είναι της αυτής τάξης μεγέθους με

την ταχύτητα του ήχου – είναι μικρότερη της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια του πλανήτη. Η συνθήκη αυτή δίνεται από τη σχέση

$$c_s < \frac{2GM_p}{R_p}$$

Αντικαθιστώντας την ακτίνα του πλανήτη από τη σχέση  $M_p = 4\pi\rho_p R_p^3/3$  και παίρνοντας υπόψη ότι  $c_s = (h/r)v_K = (h/r)\sqrt{GM_{star}/a}$ , βρίσκουμε τη συνθήκη που δίνει την ελάχιστη μάζα του πλανήτη, ο οποίος μπορεί να συγκρατήσει ατμόσφαιρα κοντά στην επιφάνειά του

$$M_p > \left(\frac{3}{32\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{h}{r}\right)^3 \frac{M_{star}^{3/2}}{a^{3/2} \rho_p^{1/2}}$$

Το αποτέλεσμα αυτό δίνει εξαιρετικά μικρές τιμές μάζας ( $<0.001 M_\Gamma$  σε απόσταση 5 AU στο μοντέλο MMSN). Οποιοδήποτε πλανητικό έμβρυο μπορεί να έχει ατμόσφαιρα – η σχέση δε μας λέει όμως τι πάχος θα έχει αυτή η “ατμόσφαιρα”.

Προφανώς μια απειροστά λεπτή ατμόσφαιρα δεν έχει ιδιαίτερη σημασία. Το ερώτημα που πρέπει να απαντήσουμε είναι ποια είναι η μάζα του πλανήτη που μπορεί να συντηρήσει ένα κέλυφος (envelope) αερίου γύρω του, με μικρή αλλά σημαντική μάζα (π.χ. ένα κλάσμα  $\sim 10\%$  της μάζας του,  $\varepsilon \sim 0.1 M_p$ ). Προφανώς, το σύστημα θα πρέπει να διατηρεί τη συνθήκη υδροστατικής ισορροπίας, η οποία σε σφαιρική συμμετρία παίρνει τη μορφή

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM_p}{r^2} \rho$$

Για ιδανικό αέριο ( $P = \rho c_s^2$ ), η παραπάνω διαφορική εξίσωση για τη  $\rho(r)$  λύνεται και δίνει

$$\ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = - \frac{GM_p}{rc_s^2}$$

όπου  $\rho_0$  η τιμή της πυκνότητας που αντιστοιχεί στην απόσταση όπου η ταχύτητα του ήχου είναι ίση με την ταχύτητα διαφυγής. Η τελική μορφή του προφίλ πυκνότητας είναι

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{-GM_p}{r c_s^2} - \frac{1}{2}\right)$$

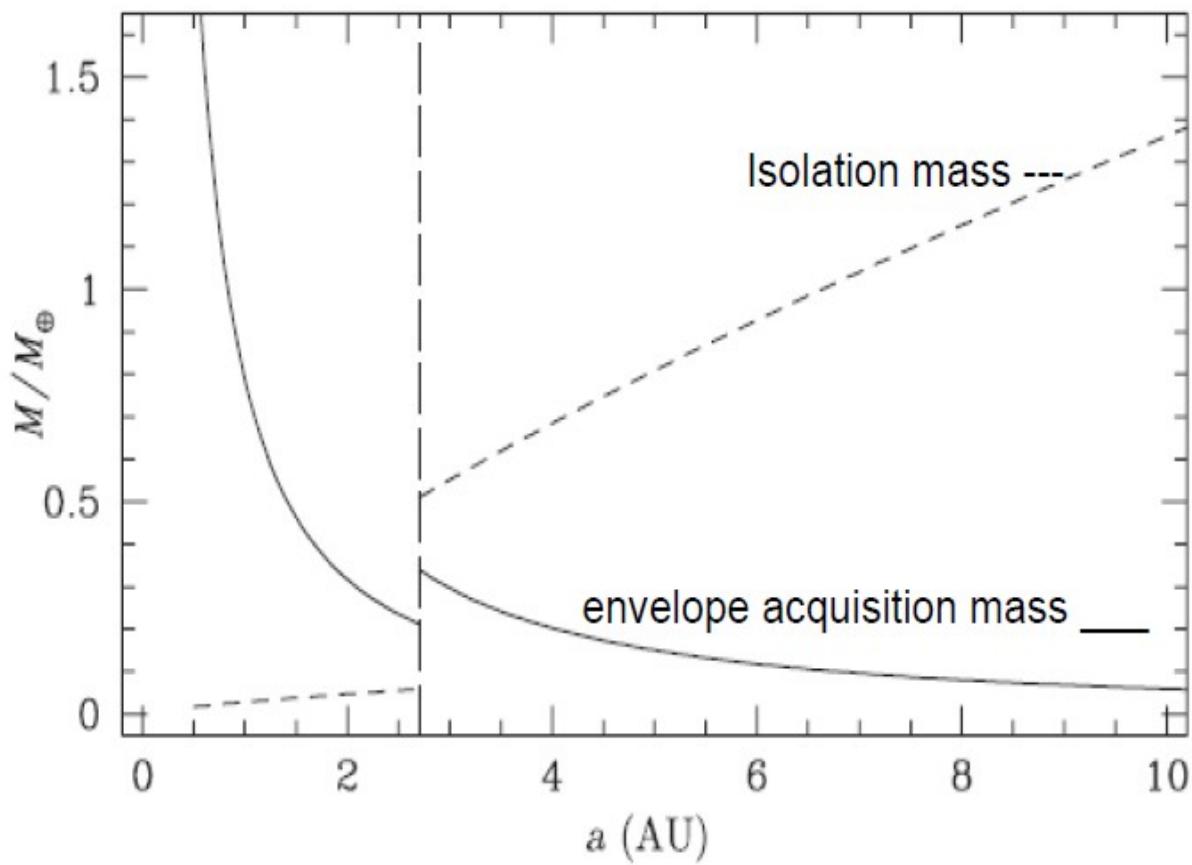
και άρα η τιμή της πυκνότητας στο κέλυφος πέφτει εκθετικά με την απόσταση από την επιφάνεια του πλανήτη. Έτσι, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μάζα του κελύφους είναι περίπου  $M_{env} \approx \frac{4\pi}{3} R_p^3 \rho(R_p)$ , όπου  $\rho(R_p)$  η τιμή της πυκνότητας που αντιστοιχεί σε  $r=R_p$ . Με τις κατάλληλες αντικαταστάσεις, η συνθήκη  $M_{env} \geq \varepsilon M_p$  δίνει μια εκτίμηση της συνολικής μάζας του πλανήτη

$$M_p \geq \left( \frac{3}{4\pi \rho_p} \right)^{1/2} \left( \frac{c_s^2}{G} \right)^{3/2} \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon \rho_p}{\rho_0} \right) \right]^{3/2}$$

Η κύρια εξάρτηση είναι από την ταχύτητα του ήχου, η οποία ελαττώνεται με την αύξηση του  $r$ . Έτσι, είναι πιο εύκολο για έναν πρωτοπλανήτη που βρίσκεται στις απομακρυσμένες, πιο “κρύες”, περιοχές του συστήματος να προσελκύσει ένα σημαντικό κέλυφος αερίου ως ατμόσφαιρα. Για έναν πλανήτη από πάγο ( $\rho_p=1$  g/cm<sup>3</sup>) που βρίσκεται σε απόσταση  $r=5$  AU από τον Ήλιο και για τις αντίστοιχες τιμές πυκνότητας και ταχύτητας του ήχου στο μοντέλο MMSN (για  $r=5$  AU:  $\rho=2\times 10^{-11}$  g/cm<sup>3</sup> και  $c_s \sim 700$  m/s) παίρνουμε

$$M_p \geq 0.2 M_\Gamma$$

για λόγο μαζών κελύφους προς πλανήτη ίσο με  $\varepsilon=0.1$ . Η αντίστοιχη τιμή για την περιοχή της Γης είναι  $\sim 1 M_\Gamma$ . Αυτό δεν σημαίνει ότι η Γη θα μπορούσε να είχε συγκρατήσει μια τόσο μεγάλη ατμόσφαιρα από Η και He. Η σύγκριση πρέπει να γίνει μεταξύ της μάζας που απαιτείται ώστε να έχουμε ένα σημαντικό κέλυφος αερίου και της μάζας του εμβρύου που αποτελεί τον στερεό πυρήνα του πλανήτη, κατά τα πρώτα στάδια της διαδικασίας – ουσιαστικά τη μάζα απομόνωσης του εμβρύου που μόλις έχει “βγει” από τη φάση της υπερταχείας ανάπτυξης.



Εικόνα 73: Γραφική παράσταση της μάζας των πυρήνα (διακεκομένη γραμμή) και της μάζας που απαιτείται για την προσαύξηση κελύφους αερίου, σα συναρτήσεις της απόστασης από τον ήλιο. Είναι φανερό ότι οι γήινοι πλανήτες δε θα μπορούσαν να μετασχηματιστούν σε αέριους γίγαντες, αφού οι στερεοί πυρήνες τους είναι πολύ μικρότεροι απ' ό,τι απαιτείται για να συλλάβουν βαρυτικά σημαντική ποσότητα αερίου.

Από τα παραπάνω σχήμα – που δείχνει τη σύγκριση των δύο ποσοτήτων για ένα μεγάλο εύρος τιμών του  $r$  – καταλαβαίνουμε γιατί οι γήινοι πλανήτες του Ηλιακού Συστήματος δεν εξελίχθηκαν σε αέριους γίγαντες: τα πρωτοπλανητικά έμβρυα από τα οποία δημιουργήθηκαν δεν είχαν αρκετή μάζα ώστε να συγκρατήσουν ένα σημαντικό κέλυφος αερίου. Αντίθετα, οι πυρήνες των αέριων γιγάντων που βρίσκονται στην περιοχή των 5-10 AU ήταν τουλάχιστον μια τάξη μεγέθους μεγαλύτεροι απ' ό,τι απαιτούνταν.

Μια πιο λεπτομερής ανάλυση του προβλήματος απαιτεί τη χρήση του πλήρους συστήματος εξισώσεων που περιγράφει την εξέλιξη ενός συστήματος πυρήνα-κελύφους:

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G M}{r^2} \rho$$

Οι παραπάνω εξισώσεις εκφράζουν τη διατήρηση της μάζας και της ορμής. Στο σύστημα υπάρχει ακόμη μια εξίσωση που εκφράζει τη διατήρηση της ενέργειας και δίνει τη θερμοβαθμίδα στο εσωτερικό του πλανήτη

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3 \kappa_R \rho}{16 \sigma T^3} \frac{L}{4 \pi r^2}$$

όπου υποθέσαμε – χάριν απλότητας – ότι ο πλανήτης “κρυώνει” αποκλειστικά μέσω ακτινοβολίας (στην πραγματικότητα η ροή θερμότητας λόγω μεταφοράς αερίων μαζών δεν μπορεί να αγνοηθεί). Στον παραπάνω τύπο εμφανίζεται η σταθερά,  $\sigma$ , των Stefan-Boltzmann καθώς και η μέση αδιαφάνεια κατά Rosseland,  $\kappa_R$ .

Το σύστημα των εξισώσεων “κλείνει” με την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων,  $P(\rho, T)$  και τον προσδιορισμό της πηγής φωτεινότητας του πλανήτη. Η κύρια πηγή φωτεινότητας προέρχεται από τη μετατροπή σε θερμότητα της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας των πλανητοειδών που συνεχίζουν να πέφτουν επάνω στον πυρήνα

$$L = \frac{G M_C \dot{M}_C}{R_C} \propto M_C^{2/3} \dot{M}_C$$

όπου  $M_C$  η μάζα του πυρήνα. Ο πυρήνας, λοιπόν, συνεχίζει να αναπτύσσεται μαζί με το κέλυφος αερίου που τον περιβάλλει. Το ερώτημα που τίθεται είναι το εξής: μπορεί το σύστημα να αναπτύσσεται συνεχώς, διατηρώντας την υδροστατική ισορροπία;

Επιλύοντας το παραπάνω σύστημα εξισώσεων, μπορούμε να βρούμε μια σχέση μεταξύ της συνολικής μάζας του πλανήτη,  $M_P=M(r=R_P)$ , της μάζας του πυρήνα,  $M_C$ , και του ρυθμού αύξησης της  $M_C$ , η οποία πρέπει να ισχύει ώστε η διαρκής ανάπτυξη του συστήματος πυρήνα-κελύφους να γίνεται με παράλληλη διατήρηση της υδροστατικής ισορροπίας. Πρόκειται δηλαδή ουσιαστικά για ένα ολοκλήρωμα του συστήματος των παραπάνω διαφορικών εξισώσεων. Απαλείφοντας το  $\rho$  από τη δεύτερη και την τρίτη εξίσωση, παίρνουμε

$$\frac{dT}{dP} = \frac{3\kappa_R L}{64\pi\sigma G M T^3} \Rightarrow T^4 \approx \frac{3}{16\pi} \frac{3\kappa_R L}{\sigma G M_P} P$$

Κατά την ολοκλήρωση υποθέσαμε ότι οι υπόλοιπες ποσότητες είναι σχεδόν σταθερές. Χρησιμοποιώντας την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων ( $P \sim T$ ) και χρησιμοποιώντας εκ νέου την εξίσωση για την  $dT/dr$ , βρίσκουμε την έκφραση για την  $\rho(r)$

$$\rho(r) = \frac{64\pi\sigma}{3\kappa_R L} \left( \frac{\mu m_H G M_P}{4k_B} \right)^4 \frac{1}{r^3}$$

Ολοκληρώνοντας για  $R_P < r < r_{OUT}$  (την απόσταση όπου η ταχύτητα του ήχου εξισώνεται με την ταχύτητα διαφυγής), βρίσκουμε τη μάζα του κελύφους

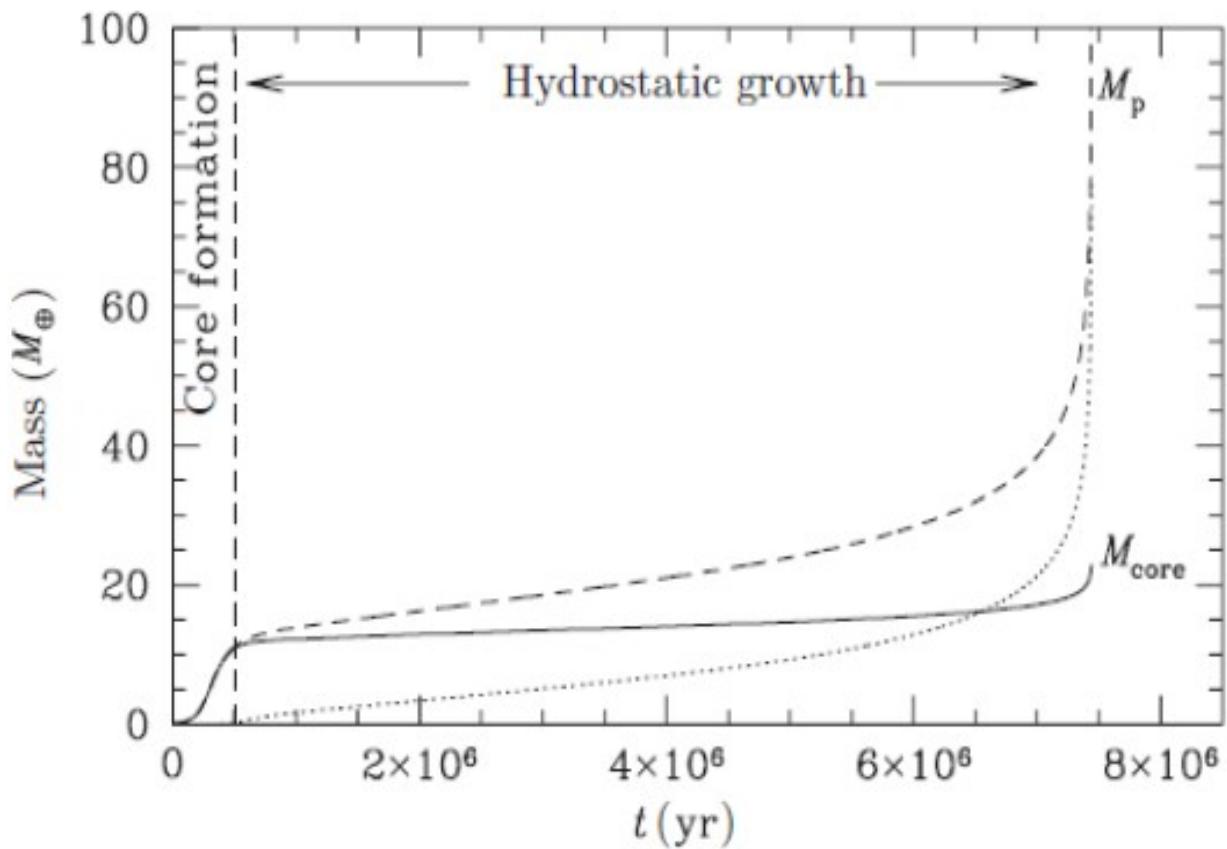
$$M_{env} = C \frac{M_P^4}{L} \ln \left( \frac{r_{OUT}}{R_P} \right)$$

όπου στη σταθερά  $C$  περιλαμβάνονται όλες οι σταθερές που περιέχονται στη σχέση που προκύπτει από την ολοκλήρωση. Τέλος, αντικαθιστώντας την έκφραση για την  $L$  και λαμβάνοντας υπόψη ότι  $M_C = M_P - M_{env}$ , καταλήγουμε στη ζητούμενη σχέση

$$M_C = M_P - \left( \frac{C}{\dot{M}_C} \right) \frac{M_P^4}{M_C^{2/3}}$$

Για σταθερή τιμή του ρυθμού αύξησης του πυρήνα (δηλ. του αριθμού των πλανητοειδών που πέφτουν πάνω στον πυρήνα στη μονάδα του χρόνου), η παραπάνω εξίσωση δεν έχει λύση για κάθε τιμή της  $M_C$ . Υπάρχει λοιπόν μια μέγιστη – κρίσιμη – τιμή της μάζας του πυρήνα, πέραν της οποίας το σύστημα πυρήνας-κέλυφος δεν μπορεί να διατηρήσει την υδροστατική ισορροπία!

Η πλήρης αριθμητική επίλυση του συστήματος των εξισώσεων είναι η μόνο μέθοδος που μπορεί να απαντήσει στο τι συμβαίνει όταν η ισορροπία καταστρέφεται. Η λύση αυτή – για διάφορες τιμές των παραμέτρων – δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 74: Υπερταχεία ανάπτυξη των γιγάντιων πλανητών, μετά την παραβίαση των συνθηκών ισορροπίας στο σύστημα πυρήνα-κελύφους. Η μάζα του πλανήτη αυξάνεται υπερεκθετικά, όταν ο πυρήνας υπερβεί τις  $\sim 20 M_{\oplus}$ .

Όπως φαίνεται σε αυτό, η μάζα του πλανήτη αυξάνει υπερεκθετικά μόλις το σύστημα φύγει από την κατάσταση ισόρροπης ανάπτυξης. Το κέλυφος καταρρέει επάνω στον πυρήνα (ο πυρήνας και το κέλυφος αερίου αναμιγνύονται) και η προσαύξηση μάζας συνεχίζεται με δραματικά μεγάλους ρυθμούς – το αέριο στη γειτονιά του πλανήτη προσπαθεί να καλύψει τη διαρκώς αυξανόμενη ζήτηση!

Η διαδικασία ουσιαστικά σταματά, μετά από μερικά εκατομμύρια χρόνια, όταν το αέριο στη γειτονιά του πλανήτη έχει πια εξαντληθεί – είτε γιατί απορροφήθηκε από τον πλανήτη είτε γιατί ο δίσκος έχει πια εξατμιστεί. Τότε, ο στερεός πρωτοπλανήτης με μάζα  $\sim 10 M_{\oplus}$  έχει πια μετατραπεί σε έναν αέριο γίγαντα με μάζα  $\sim 100 M_{\oplus}$ .

## \* 7.8 Πλανητική Μετανάστευση

Όταν ο σχηματισμός των πλανητών τελειώσει, το πλανητικό σύστημα αποτελείται πλέον από ένα μικρό αριθμό πλανητών (γήινων και αέριων γιγάντων) και τα υπολείμματα του πρωτοπλανητικού δίσκου (αερίου και πλανητοειδών), μέσα στον οποίο σχηματίστηκαν οι πλανήτες. Αν η μάζα του υπολείμματος του δίσκου είναι

σημαντική, η βαρυτική αλληλεπίδραση των πλανητών με το δίσκο μπορεί να οδηγήσει στο φαινόμενο της πλανητικής μετανάστευσης.

Συγκεκριμένα, η ανταλλαγή στροφοριμής μεταξύ των πλανητών και του αερίου του δίσκου (ή τους εναπομείναντες πλανητοειδείς) οδηγεί στη μεταβολή της ακτίνας της τροχιάς των πλανητών. Σήμερα πιστεύουμε ότι οι “καυτοί Δίες” (hot Jupiters) που παρατηρούνται σε εξωηλιακά πλανητικά συστήματα έχουν καταλήξει σε αυτές τις τροχιές (πολύ κοντά στον αστέρα) ακριβώς μέσω του φαινομένου της μετανάστευσης.

Σημειώνουμε ότι, για λόγους συμμετρίας, οι τροχιές των πλανητών μόλις έχουν σχηματιστεί είναι σχεδόν τελείως κυκλικές. Επομένως, η ύπαρξη εξωπλανητών με σημαντική εκκεντρότητα τροχιάς υποδεικνύει δυναμικές μεταβολές που – κατά πάσα πιθανότητα – οφείλονται στο συνδυασμό των βαρυτικών τους αλληλεπιδράσεων και της ακτινικής τους μετανάστευσης. Έτσι, είναι πολύ πιθανό ότι, έστω και προσωρινά, οι πλανήτες σε πολυπληθή συστήματα εξαναγκάζονται να μετακινηθούν ακτινικά, έτσι ώστε να “διασχίσουν” σημαντικούς τροχιακούς συντονισμούς (μέσης κίνησης). Οι εξαναγκασμένες ταλαντώσεις, που προκαλούν οι συντονισμοί, οδηγούν στην αύξηση της εκκεντρότητας των τροχιών των πλανητών.

Η λεπτομερής ανάλυση του φαινομένου της μετανάστευσης απαιτεί γνώσεις και δεξιότητες μεταπυχιακού επιπέδου. Παραταύτα, για λόγους πληρότητας του παρόντος συγγράμματος, το επόμενο κεφάλαιο έχει αφιερωθεί στο εν λόγω φαινόμενο και ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να το συμβουλευτεί.

## **Κεφάλαιο 8ο**

### **Τελικά Στάδια Σχηματισμού Πλανητικών Συστημάτων**

Οι σημερινές τροχιές των πλανητών στο Ηλιακό Σύστημα δεν είναι απαραίτητο ότι ταυτίζονται με τις αρχικές τροχιές που οι πλανήτες είχαν κατά τη φάση σχηματισμού τους. Αντίθετα, όπως θα δούμε παρακάτω, το πιθανότερο είναι ότι οι σημερινές τροχιές των πλανητών είναι πολύ διαφορετικές από τις πρωταρχικές τροχιές τους. Το ίδιο ισχύει πιθανότατα και για την πλειονότητα των παρατηρούμενων εξωπλανητικών συστημάτων. Το γεγονός αυτό οφείλεται κατά κύριο λόγο στη μετανάστευση των πλανητών (planet migration) η οποία πιστεύουμε ότι συμβαίνει κατά τα πρώτα στάδια σχηματισμού κάθε πλανητικού συστήματος, ως συνέπεια της βαρυτικής αλληλεπίδρασης των υπό σχηματισμό πλανητών με τον πρωτοπλανητικό δίσκο που τους περιβάλλει. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε τους δύο τύπους μετανάστευσης που είναι δυνατό να λάβουν χώρα: (a) λόγω αλληλεπίδρασης με τον αέριο δίσκο (gas-driven migration, GDM) και (b) λόγω αλληλεπίδρασης με τον εναπομείναντα δίσκο των πλανητοειδών (planetesimal-driven migration, PDM).

#### **8.1 Αλληλεπίδραση πλανήτη-αερίου (GDM)**

Έστω ένας πλανήτης μάζας  $M_p$  που περιφέρεται γύρω από αστέρα μάζας  $M_*$ , σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $a$  και περιβάλλεται από δίσκο αερίου επιφανειακής πυκνότητας  $\Sigma(\eta)$ . Ένας στοιχειώδης όγκος αερίου  $\Delta V$ , με μάζα  $\Delta M$ , κινείται σε παραπλήσια κυκλική τροχιά απόστασης  $b$  και πλησιάζει τον πλανήτη με σχετική ταχύτητα  $\Delta u$ . Αν θεωρήσουμε ότι ο πλανήτης αλληλεπιδρά με τον στοιχειώδη του αερίου μόνο όταν προσεγγίσουν αρκετά κοντά (προσέγγιση στιγμαίας ώσης, impulse approximation) και η δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης είναι μηδενική όταν βρίσκονται μακριά, τότε η μεταβολή της κινητικής ενέργειάς του,  $\Delta M$ , κατά την εγγύτερη προσέγγιση (close encounter) θα ισούται με τη δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης στη θέση αυτή:

$$\frac{1}{2} \Delta M (2 \Delta u) |\delta u_r| = \frac{G M_p \Delta M}{b}$$

όπου  $\delta u_r$  η μεταβολή της σχετικής ταχύτητας κατά την ακτινική διεύθυνση, και

$$|\delta u_r| = \frac{2 G M_p}{b \Delta u}$$

Η μεταβολή αυτή δεν οδηγεί σε μεταβολή της στροφορμής, αφού είναι παράλληλη στο διάνυσμα θέσης. Όμως, η εφαπτομενική συνιστώσα της ταχύτητας θα πρέπει επίσης να μεταβληθεί κατά  $\delta u_\theta$ , αφού η αλληλεπίδραση είναι συντηρητική. Με δεδομένο ότι η ακτινική συνιστώσα θα αυξηθεί, η εφαπτομενική συνιστώσα θα

πρέπει να μειωθεί, ώστε να ισχύει

$$\Delta u^2 \approx |\delta u_r|^2 + (\Delta u - \delta u_\theta)^2$$

απ' όπου προκύπτει

$$\delta u_\theta \approx \frac{1}{2\Delta u} \left( \frac{2GM_p}{b\Delta u} \right)^2$$

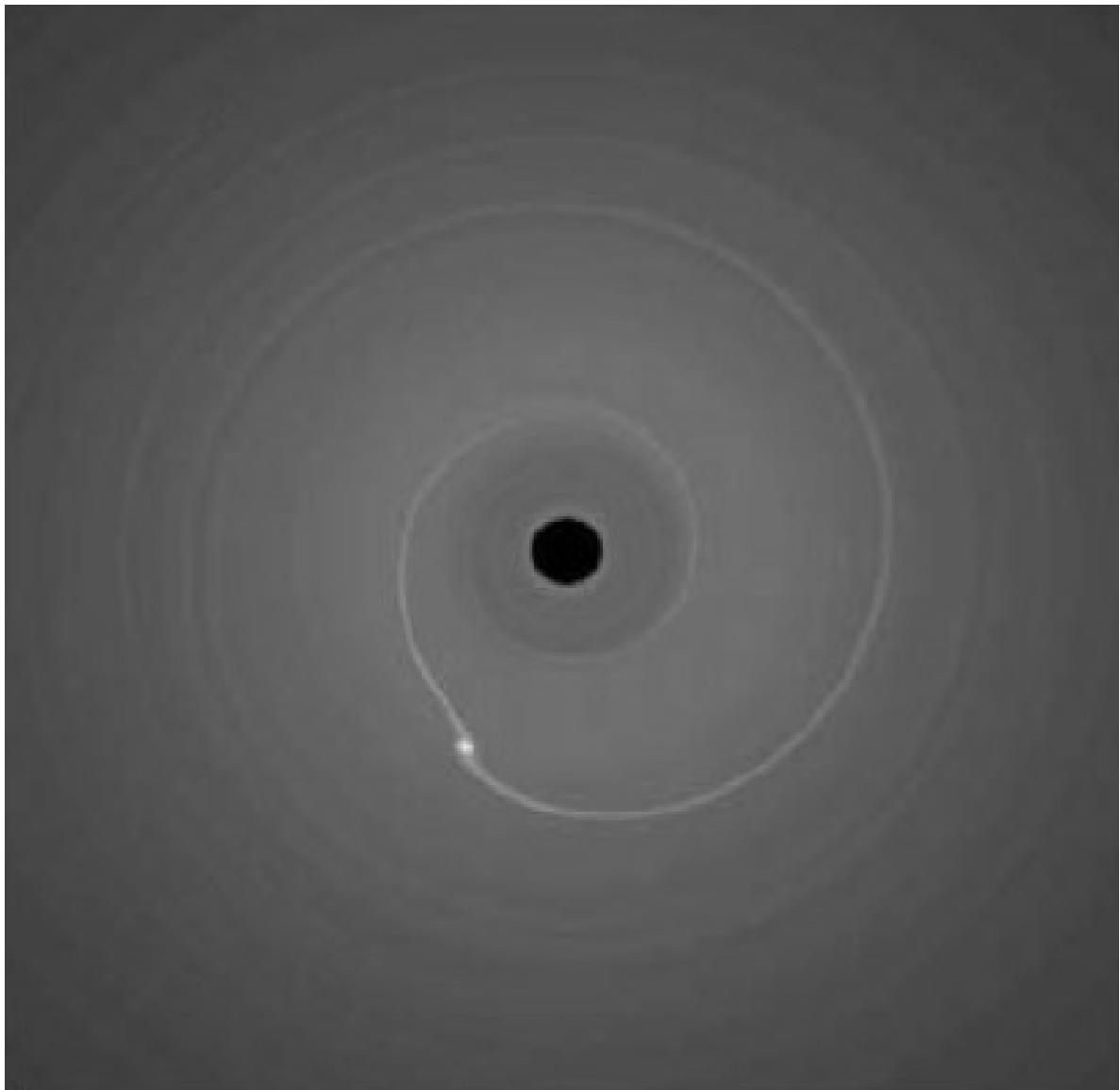
Επομένως, η μεταβολή της στροφορμής ανά μονάδα μάζας του στοιχείου  $\Delta M$  (την οποία σε αυτό το κεφάλαιο θα συμβολίζουμε με  $j$ , για λόγους συμφωνίας με άλλα συγγράμματα), θα είναι ίση με

$$\delta j = \frac{2G^2M_p^2a}{b^2\Delta u^3}$$

κατά μέτρο. Ο προσδιορισμός του προσήμου της ποσότητας  $\delta j$  είναι σημαντικός. Εάν το στοιχείο  $\Delta V$  κινείται σε εξωτερική του πλανήτη τροχιά (ακτίνας  $a+b$ ), τότε ο πλανήτης το "προσπερνάει", στο δικό του σύστημα αναφοράς. Επομένως, η μείωση της εφαπτομενικής συνιστώσας της σχετικής ταχύτητας του αερίου σημαίνει αύξηση της στροφορμής του. Ο πλανήτης, αντίθετα, θα υποστεί μείωση της στροφορμής του κατά το ίδιο ποσό. Έτσι, ο πλανήτης θα τείνει να κινηθεί προς τον αστέρα, ενώ το αέριο θα απωθηθεί από τη γειτονιά του πλανήτη.

Ένας στοιχειώδης όγκος του αερίου που κινείται αρχικά σε εσωτερική του πλανήτη τροχιά, έχει μεγαλύτερη ταχύτητα από τον πλανήτη και άρα "προσπερνά" τον πλανήτη, στο σύστημα αναφοράς του πλανήτη. Έτσι, η μείωση της εφαπτομενικής συνιστώσας της σχετικής ταχύτητας συνεπάγεται μείωση της στροφορμής του στοιχείου  $\Delta V$ . Αντίθετα, η στροφορμή του πλανήτη θα αυξηθεί. Έτσι, ο πλανήτης θα τείνει να κινηθεί προς τα έξω, ενώ το αέριο πάλι θα απωθηθεί (προς τον αστέρα) από τον πλανήτη.

Τελικά, στην περίπτωση που ο πλανήτης περιβάλλεται από αέριο τόσο εκτός όσο και εντός της τροχιάς του, η τελική διεύθυνση και το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του εξαρτάται από το ποιο τμήμα του δίσκου υπερισχύει. Για αέριο που βρίσκεται σε αποστάσεις μεταξύ  $b_{\min}$  και  $b+db$  από τον πλανήτη, η συνολική συνεισφορά βρίσκεται αν χρησιμοποιήσουμε την προηγούμενη σχέση για να υπολογίσουμε το συνολικό ρυθμό μεταβολής του  $J$ ,



Εικόνα 75: Προσομοίωση της αλληλεπίδρασης πρωτοπλανητικού δίσκου αερίου με σχηματιζόμενο εξωπλανήτη (κάτοψη, ο κεντρικός αστέρας δε διακρίνεται) - εντονότερη φωτεινότητα σημαίνει μεγαλύτερη πυκνότητα ύλης. Η μεγαλύτερη τιμή της πυκνότητας αντιστοιχεί στη θέση του πρωτοπλανήτη. Διακρίνεται επίσης το σπειροειδές παλιρροϊκό κύμα μεταφοράς στροφορμής.

$$\frac{dJ}{dt} = \lim_{\delta T \rightarrow \infty} \frac{\delta j \delta m}{\delta T}$$

όπου  $\delta m = (2\pi a\Sigma) db$  η μάζα του αερίου στο δακτύλιο και  $\delta T$  η συνοδική περίοδος κάθε στοιχείου μάζας  $\Delta M$  ως προς τον πλανήτη

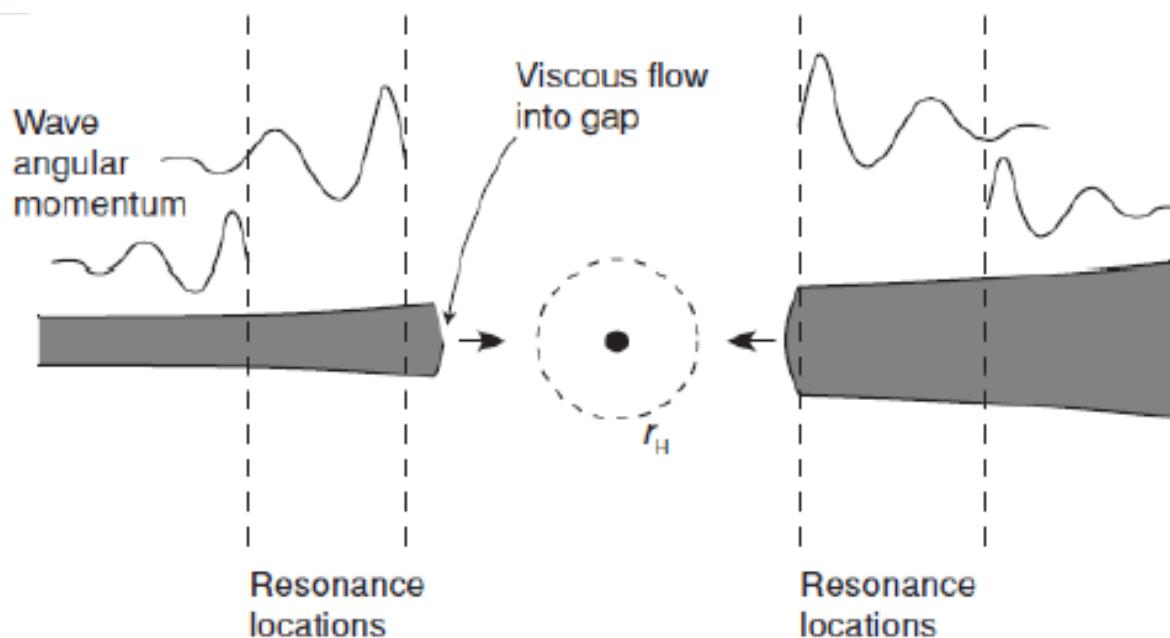
$$\delta T = \frac{2\pi}{|n-n_P|} \approx 2\pi \left(\frac{2a}{3n_P}\right) b$$

που είναι σχεδόν η ίδια για κάθε στοιχείο στο δακτύλιο, όπου  $n$  η μέση κίνηση. Η τελευταία σχέση προέκυψε μετά από διαφόριση του νόμου του Kepler και για  $b < a$ . Ολοκληρώνοντας από  $b=b_{min}$  και θεωρώντας πρακτικά δίσκο άπειρης έκτασης, προκύπτει ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του πλανήτη:

$$\frac{dJ}{dt} = -\frac{8}{27} \frac{G^2 M_p^2 a \Sigma}{n_p^2 b_{min}^3}$$

Παρά την απλοϊκή προσέγγιση της στιγμαίας ώσης, μπορεί να αποδειχτεί ότι ένας πιο ακριβής υπολογισμός θα έδινε παρόμοια αποτέλεσμα, με τη διαφορά ενός παράγοντα. Το βασικό αποτέλεσμα εδώ είναι ότι:

- (a) αν ο δίσκος εκτείνεται σε μεγάλη (πρακτικά άπειρη) απόσταση από τον αστέρα, τότε ο πλανήτης μεταναστεύει προς τον αστέρα (*inward migration*) και
- (β) η ροπή είναι ανάλογη του τετραγώνου της μάζας του πλανήτη, ενώ η στροφορμή είναι ανάλογη της μάζας. Επομένως, η χαρακτηριστική χρονική κλίμακα με την οποία η στροφορμή του πλανήτη θα αλλάξει σημαντικά,  $\tau=J/|dJ/dt|$  θα είναι αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του. Η *ταχύτητα μετανάστευσης* θα είναι ανάλογη του  $M_p$  - άρα, όσο μεγαλύτερος ο πλανήτης τόσο πιο γρήγορα θα κινηθεί προς τον αστέρα. Ένας πλανήτης με μάζα  $\sim 5 M_{\oplus}$  σε τροχιά  $a=5$  AU και σε δίσκο επιφανειακής πυκνότητας  $\Sigma(r=5 \text{ AU}) \sim 100 \text{ g/cm}^2$  (MMSN) έχει  $\tau \sim 1 \text{ My}$ .



Εικόνα 76: Γραφική απεικόνιση της διαδικασίας μετανάστευση Τύπου II.

Αν θέλουμε να είμαστε ακριβείς στους υπολογισμούς μας, τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε τις μεταβολές των χαρακτηριστικών φυσικών μεγεθών του αερίου (πυκνότητα, πίεση, θερμοκρασία και ενέργεια), υπό την επίδραση της βαρύτητας του περιφερόμενου πλανήτη. Στη γραμμική προσέγγιση (μικρό  $M_p$ ), μπορεί κανείς να δείξει ότι ο πλανήτης προκαλεί κύματα πυκνότητας στο δίσκο, μέσω των οποίων έχουμε μεταφορά στροφορμής. Τα κύματα δημιουργούνται σε εκείνες τις θέσεις στο δίσκο όπου η μέση τιμή των βαρυτικών διακυμάνσεων που ασκεί ο πλανήτης δεν μηδενίζεται μέσα σε μια περίοδο του πλανήτη - δηλαδή, στους συντονισμούς (1ης τάξης) και διαδίδονται στο δίσκο μέσω μεταβολών της πίεσης. Αν σχεδιάσουμε το γεωμετρικό τόπο των μεγίστων της επιφανειακής πυκνότητας (όπου έχουμε τη μέγιστη μεταβολή της στροφορμής) ως συνάρτηση της απόστασης από τον πλανήτη, τότε εμφανίζεται ένα σπειροειδές κύμα πυκνότητας (spiral wake, βλ. Εικόνα 1). Η συνολική μεταβολή της στροφορμής του πλανήτη βρίσκεται αν αθροίσουμε τη συνεισφορά όλων των συντονισμών και το αποτέλεσμα είναι πολύ κοντά σε αυτό που πήραμε με την προσέγγιση της στιγμιαίας ώσης.

Έτσι, μικροί πλανήτες, ή πυρήνες γιγάντιων πλανητών, μεταναστεύουν με ρυθμό  $da/dt \sim M_p$ . Αυτή είναι η λεγόμενη μετανάστευση Τύπου I (Type I migration). Αντίθετα, γιγάντιοι πλανήτες σαν το Δία ακολουθούν μετανάστευση Τύπου II (Type II migration), με το ρυθμό μεταβολής του  $a$  να είναι ανεξάρτητος της μάζας του πλανήτη. Όταν η μάζα του πλανήτη είναι αρκετά μεγάλη, η μεταβολή της

στροφορμής που προκαλεί στο αέριο της γειτονιάς του είναι τόσο σημαντική που δεν μπορεί να περιγραφεί από μια απλή (γραμμική) διαταραχή. Με δεδομένο ότι η ροπή είναι ανάλογη του  $M_p^2$ , είναι προφανές ότι το αέριο από μια αρκετά εκτεταμένη περιοχή γύρω από τον πλανήτη θα απωθείται από αυτόν. Η διάχυση (λόγω ιξώδους) του αερίου θα τείνει να αναπληρώσει την κενή περιοχή. Αν το ιξώδες του δίσκου δεν είναι μεγάλο, τότε ο πλανήτης είναι ικανός να ανοίξει ένα χάσμα (gap) γύρω από την τροχιά του (βλ. Εικόνα 2).

Είναι λογικό να υποθέσουμε ότι το μικρότερο δυνατό χάσμα θα είναι συγκριτικό με την κατακόρυφη διάσταση του δίσκου τοπικά,  $h=H\cdot a$ , όπου  $H \sim 0.05$  το άνοιγμα (scale height) του δίσκου. Η συνολική στροφορμή που πρέπει να δαπανηθεί (από τον πλανήτη) ώστε όλη η μάζα που περιέχεται σε ένα δακτύλιο εύρους  $h$  γύρω από την τροχιά του πλανήτη να απωθηθεί εκτός του δακτυλίου είναι

$$\Delta J = 2\pi h a \Sigma \cdot \left( \frac{dj}{dr} \right)_a \cdot h$$

όπου  $dj/dr = (G M_* r)^{1/2}$  η χωρική παράγωγος (κλίση) του μέτρου της στροφορμής ανά μονάδα μάζας του αερίου. Η χαρακτηριστική χρονική κλίμακα “διάνοιξης” του χάσματος δίνεται τότε από τη σχέση  $\tau_\delta = J / |dJ/dt|$ , όπου έχουμε θέσει  $b_{min}=h$ . Την ίδια στιγμή το αέριο που βρίσκεται εκατέρωθεν του χάσματος προσπαθεί να το κλείσει, μέσω διάχυσης, με χαρακτηριστικό χρόνο

$$\tau_\kappa = \frac{h^2}{v}$$

όπου  $v$  το ιξώδες του δίσκου. Εξισώνοντας τις δύο χρονικές κλίμακες βρίσκουμε την κρίσιμη τιμή της μάζας του πλανήτη για την οποία μπορούμε να έχουμε διάνοιξη του χάσματος

$$q = M_p/M_{star} = \left( \frac{27\pi}{8} \right)^{1/2} \left( \frac{h}{r} \right)^{5/2} \alpha_{ss}^{1/2}$$

όπου  $\alpha_{ss}$  η παράμετρος ιξώδους των Shakura-Sunyaev. Για τυπικές τιμές των παραπάνω μεγεθών στο μοντέλο Minimum Mass Solar Nebula (βλ. Κεφάλαιο 7), ο λόγος μαζών είναι περίπου αυτός του Κρόνου ως προς τον Ήλιο. Επομένως, πλανήτες μεγαλύτεροι από τον Κρόνο είναι ικανοί να ανοίξουν ένα χάσμα στον πρωτοπλανητικό δίσκο, μεταβάλλοντας σημαντικά τη δομή του.

Η φορά και η χρονική κλίμακα της μετανάστευσης του πλανήτη γίνεται εύκολα κατανοητή, αν θυμηθούμε ότι το αέριο που βρίσκεται εκτός του χάσματος και σε μεγαλύτερες αποστάσεις από τον αστέρα τείνει να "υπεριηδήσει" το χάσμα, διαχεόμενο προς τον αστέρα. Ο πλανήτης όμως αντιδρά, προσφέροντας στροφορμή στο αέριο, ώστε να "μπλοκάρει" τη διάχυσή του προς το χάσμα. Αυτή τη διαφορά στροφορμής την κερδίζει ο πλανήτης από το αέριο που κινείται στον εσωτερικό δίσκο, το οποίο τότε θα πρέπει να κινηθεί προς τον αστέρα. Όμως, τότε και ο πλανήτης θα πρέπει επίσης να κινηθεί προς τον αστέρα, αλλιώς το χάσμα θα διευρυνόταν συνεχώς.

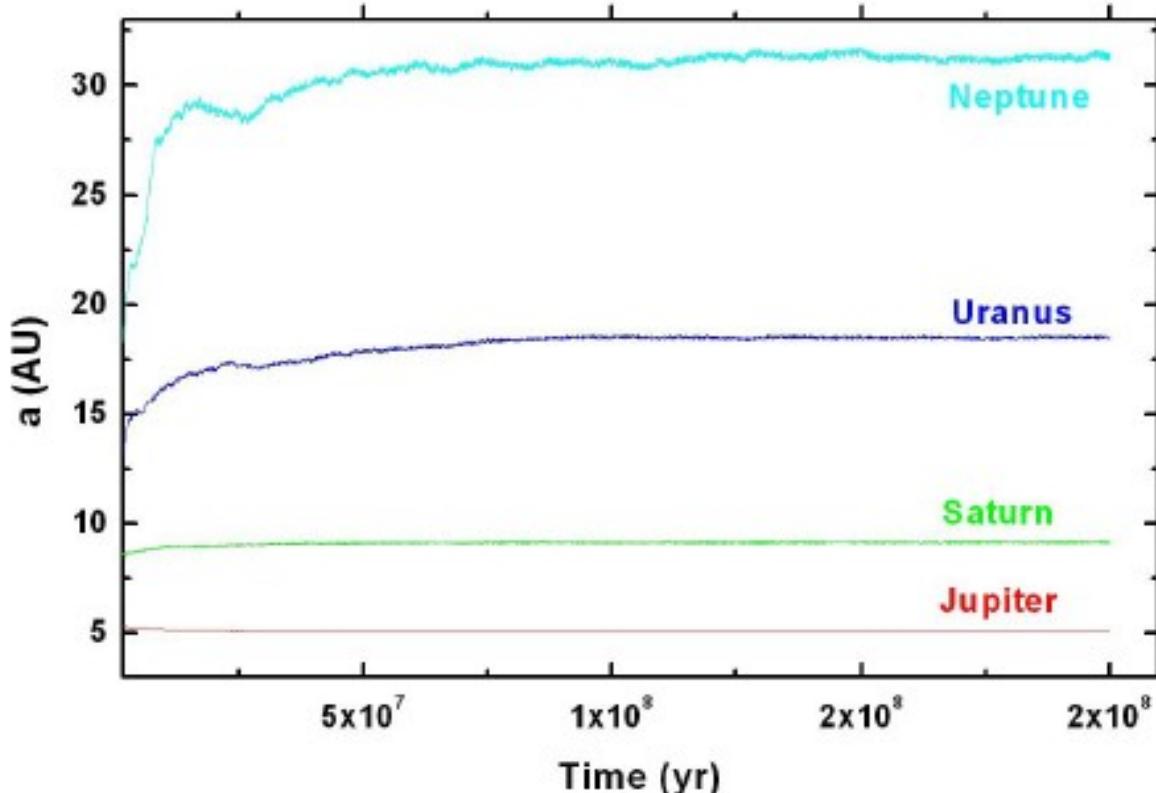
Ο παραπάνω συλλογισμός καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η φορά της μετανάστευσης Τύπου II είναι προς τον αστέρα. Επίσης, είναι εύκολα αντιληπτό ότι η μάζα του πλανήτη δεν πρέπει να επηρεάζει την ταχύτητα της μετανάστευσης παρά μόνο το εύρος του χάσματος, αφού όλα εξαρτώνται από το ρυθμό με τον οποίο το αέριο του εξωτερικού δίσκου κάνει στροφορμή λόγω του ιξώδους. Όντως, η χαρακτηριστική ταχύτητα μετανάστευσης του Τύπου II είναι η ταχύτητα διάχυσης του αερίου

$$u = -\frac{3v}{2r}$$

Επομένως, γιγάντιοι πλανήτες, σαν το Δία, κινούνται αργά προς τον αστέρα, με ρυθμό ανάλογο του ιξώδους του δίσκου και ανεξάρτητα από τη μάζα τους. Σημειώνουμε ότι για μάζες κοντά στο όριο που προαναφέρθηκε, το χάσμα δεν είναι απολύτως "καθαρό". Μάλιστα κατά την μετανάστευση του πλανήτη αρκετό αέριο εγκλωβίζεται προσωρινά γύρω από την τροχιά του πλανήτη και του ασκεί ροπή που τον εξαναγκάζει να κινηθεί πιο γρήγορα προς τα μέσα, με αποτέλεσμα περισσότερη μάζα αερίου να εγκλωβίζεται γύρω από την τροχιά του κ.ο.κ. Έτσι, μπορεί να έχουμε ανατροφοδοτούμενη μετανάστευση (Τύπου III, ή *runaway migration*) κατά την οποία ο πλανήτης κινείται με μεγάλη ταχύτητα προς τον αστέρα. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι, σε μαγνητισμένους δίσκους, η μετανάστευση μπορεί να έχει και μια συνιστώσα με τυχαία κατεύθυνση, λόγω μαγνητο-υδροδυναμικής τύρβης (turbulence).

## 8.2 Αλληλεπίδραση πλανήτη-πλανητειδών (PDM)

Όταν ο πρωτοπλανητικός δίσκος αερίου έχει σχεδόν εξατμιστεί (λόγω φωτοεξάχνωσης ή διάχυσης προς τον αστέρα), τότε η μετανάστευση GDM ουσιαστικά σταματά. Στο σύστημα συνυπάρχουν οι γιγάντιοι πλανήτες που πιθανόν σχηματίστηκαν και ένα πλήθος πλανητειδών, η συνολική μάζα των οποίων μπορεί να είναι σημαντική. Με βάση τις τιμές πυκνότητας για το MMSN μπορούμε να δείξουμε ότι η συνολική μάζα των πλανητειδών στην περιοχή μεταξύ των 20 και των 50 AU στον ηλιακό σύστημα ήταν της τάξης των  $40 M_{\oplus}$  (η συνολική μάζα στο εσωτερικό Ηλιακό Σύστημα δεν ήταν μεγαλύτερη από  $2-3 M_{\oplus}$ ). Αυτή η μεγάλη τιμή μάζας είναι λογική, με δεδομένο ότι η πυκνότητα της ύλης πρέπει να είναι αυτή, ώστε να είναι εφικτός ο σχηματισμός στερεών εμβρύων με διαστάσεις συγκρίσιμες με αυτές του Πλούτωνα.



Εικόνα 77: Προσομοίωση της εξέλιξης του εξωτερικού ηλιακού συστήματος, κατά τη φάση της PDM. οι αρχικές τροχιές των πλανητών είναι αρκετά απομακρυσμένες, ώστε η εξέλιξή τους να μην επηρεάζεται από πιθανούς συντονισμούς μεταξύ τους.

Ο εξωτερικός δίσκος των πλανητοειδών αποτελεί έτοι μια "αποθήκη" στροφορμής που μπορεί να ανταλλαγεί με τους πλανήτες, μέσω κοντινών προσεγγίσεων, με παρόμοιο τρόπο όπως και με τους στοιχειώδεις όγκους του αερίου. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται planetesimal-driven migration (PDM). Αν ένας πλανήτης μάζας  $M_p$  βρίσκεται σε τροχιά απόστασης  $a$  από τον αστέρα και σκεδάσει βαρυτικά έναν πλανητοειδή μικρής μάζας,  $\delta m$ , σε εσωτερική τροχιά (απώλεια στροφορμής), τότε η αύξηση της στροφορμής του πλανήτη θα επιφέρει μεταβολή της ακτίνας της τροχιάς του κατά

$$\frac{\delta a}{a} \sim \frac{\delta m}{M_p}$$

Προφανώς η μεταβολή είναι πολύ μικρή. Όμως, αν ο δίσκος είναι σχεδόν συνεχής, τότε ένας νέος πλανητοειδής θα βρεθεί σε παρόμοια τροχιά με τον προηγούμενο και θα σκεδασθεί βαρυτικά από τον πλανήτη, εξαναγκάζοντάς τον να μετακινηθεί λίγο ακόμη προς τα έξω κ.ο.κ. Έτοι, η μετανάστευση του πλανήτη προς τα έξω συντηρείται. Ολοκληρώνοντας την παραπάνω σχέση, παίρνουμε εκθετική μεταβολή του  $a$ , αν υποθέσουμε σταθερή μάζα ανά μονάδα μήκους για το δίσκο (άρα μείωση

της πυκνότητας,  $\Sigma(r) \sim 1/r$ . Η παραπάνω σχέση δεν μπορεί να ισχύει ακριβώς για κάθε τιμή του  $M_p$ , καθώς οι μεγάλοι πλανήτες σκεδάζουν γρήγορα το υλικό σε μια ζώνη γύρω από την τροχιά τους, ανοίγοντας "χάσμα" στο δίσκο των πλανητοειδών, το οποίο δεν μπορεί να πληρωθεί γρήγορα, αφού ο δίσκος των πλανητοειδών δεν έχει ιξώδες. Επομένως, για μεγάλους πλανήτες (π.χ. Δίας), η PDM επιβραδύνεται γρήγορα και μπορεί πρακτικά να σταματήσει, προτού ο πλανήτης μετακινηθεί σημαντικά.

Ο παραπάνω απλοϊκός υπολογισμός μπορεί να γίνει πιο ακριβής, ως εξής. Ο πλανήτης επηρεάζει σημαντικά τους πλανητοειδείς σε απόσταση της τάξης της ακτίνας του Hill

$$\Delta r \sim r_{Hill} = a \left( \frac{M_p}{M_{star}} \right)^{1/3}$$

Η ζώνη αυτή έχει συνολική μάζα πλανητοειδών ίση με

$$\Delta m = 2\pi a \Sigma(a) \Delta r$$

Αν θεωρήσουμε σχεδόν κυκλικές τροχιές, η συνολική μεταβολή της στροφορμής των πλανητοειδών της ζώνης, οι οποίοι σκεδάζονται από τον πλανήτη, θα είναι περίπου ίση με

$$\Delta J = \Delta m \left( \frac{dj}{dr} \right)_a \Delta r$$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση τις προηγούμενες και θεωρώντας σχεδόν σταθερή ειδική στροφορμή ανά μονάδα μάζας για κάθε πλανητοειδή,  $j = (G M_{Star} r)^{1/2}$ , παίρνουμε τη μεταβολή της ακτίνας της πλανητικής τροχιάς

$$\Delta a \approx \frac{2\pi a \Sigma \Delta r^2}{M_p}$$

Αντίστοιχα, η μέγιστη τιμή της μάζας του πλανήτη που μπορεί να μεταναστεύσει βρίσκεται αν απαιτήσουμε  $\Delta a > \Delta r$ , οπότε

$$M_p \leq 2\pi a \Sigma \Delta r$$

δηλαδή, η μάζα του πλανήτη πρέπει να είναι μικρότερη από τη συνολική μάζα των πλανητοειδών σε μια ζώνη με ακτίνα ίση με μερικές φορές την ακτίνα του Hill.

Ο ρυθμός μετανάστευσης βρίσκεται αν υπολογίσουμε το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε οι πλανητοειδείς να εκτραπούν από τον πλανήτη προς εσωτερικές τροχιές, το οποίο είναι συγκρίσιμο με τη μέση συνοδική περίοδο ως προς τον πλανήτη στην εν λόγω περιοχή

$$\Delta t = \frac{2aT}{3\Delta r}$$

όπως προκύπτει διαφορίζοντας τον 3ο νόμο του Kepler. Έτσι, ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του πλανήτη (αν θεωρήσουμε ότι η τροχιά παραμένει σχεδόν κυκλική) δίνει για την ταχύτητα μετανάστευσης

$$\frac{da}{dt} = \frac{a}{T} \frac{\pi a^2 \Sigma}{M_{Star}}$$

η οποία, σε αυτή την προσέγγιση, είναι *ανεξάρτητη* της μάζας του πλανήτη.

Η μετανάστευση PDM είναι πιο πολύπλοκη (και πιο ενδιαφέρουσα) αν έχουμε ένα σύστημα περισσότερων πλανητών. Ας θεωρήσουμε το σύστημα των εξωτερικών πλανητών του Ηλιακού Συστήματος (βλ. Εικόνα 3). Ήδη από τη δεκαετία του 1990 οι αστρονόμοι εξέφραζαν αμφιβολίες κατά πόσον οι σημερινές τροχιές τους είναι ίδιες με τις αρχικές, καθώς ο χρόνος σχηματισμού ενός στερεού πυρήνα μάζας  $\sim 10 M_{\text{Pls}}$  στην απόσταση του Ουρανού ή του Ποσειδώνα είναι πολύ μεγαλύτερος από το χρόνο ζωής του αέριου δίσκου κι επομένως οι δύο αυτοί πλανήτες δε θα έπρεπε να έχουν ατμόσφαιρα (σίγουρα όχι της τάξης των  $\sim 4 M_{\text{Pls}}$ ), αν είχαν σχηματιστεί στις σημερινές τροχιές τους. Έτσι, έγινε αντιληπτό ότι η ανταλλαγή στροφορμής με τον εξωτερικό δίσκο των στερεών υπολειμμάτων (σημερινή ζώνη Edgeworth-Kuiper) θα πρέπει να τους εξανάγκασε σε σημαντική PDM.

Η προσομοίωση αυτής της διαδικασίας σε υπολογιστή έδειξε ότι όντως, αν οι πλανήτες κινούνταν αρχικά πιο κοντά στον Ήλιο, θα εξαναγκάζονταν να μεταναστεύσουν σε τροχιές παραπλήσιες με τις σημερινές. Η Εικόνα 3 δείχνει το αποτέλεσμα μιας τέτοιας προσομοίωσης. Ο Ποσειδώνας ξεκινά να μεταναστεύει γρήγορα, αφού η μάζα του είναι σχετικά μικρή. Οι πλανητοειδείς που εκτρέπονται σε εσωτερικές τροχιές πλησιάζουν τότε τον Ουρανό, ο οποίος ξεκινά επίσης να μεταναστεύει, με λίγο μικρότερο ρυθμό απ' ό,τι ο Ποσειδώνας λόγω (α) της διαφορετικής τροχιακής κατανομής των πλανητοειδών (ελλειπτικές και επικλινείς

τροχιές) και (β) του μικρότερου αριθμού πλανητοειδών που συναντά, αφού κάποιοι εκτοξεύονται από τον Ποσειδώνα σε μεγαλύτερες τροχιές, λόγω διαφορετικής γωνίας σκέδασης - κάποιοι από αυτούς αποτελούν σήμερα τα σώματα του σκεδασμένου δίσκου (Scattered Disc Objects, SDOs). Τα σώματα που σκεδάζονται από τον Ουρανό σε εσωτερικές τροχιές πλησιάζουν τον Κρόνο, ο οποίος με τη σειρά του μεταναστεύει, αλλά με πολύ μικρότερο ρυθμό, λόγω της ακόμη μικρότερης πυκνότητας πλανητοειδών που συναντά και της μεγαλύτερης μάζας του (αδειάζει την εν λόγω περιοχή πιο γρήγορα απ' ό,τι μπορεί να την αναπληρώσει ο Ουρανός). Τέλος, οι πλανητοειδείς που σκεδάζονται από τον Κρόνο σε εσωτερικές τροχιές συναντούν τον Δία. Λόγω της μεγάλης μάζας του τελευταίου, όλοι σχεδόν οι πλανητοειδείς εκτοξεύονται σε υπερβολικές τροχιές (προς τα “έξω”) και άρα ο Δίας μεταναστεύει βραδέως προς τον Ήλιο.

Το παραπάνω σχήμα μετανάστευσης (ή *αλυσίδα μετανάστευσης, migration chain*) ερμηνεύει με επιτυχία τις τιμές του μεγάλου ημιάξονα των σημερινών τροχιών των πλανητών, καθώς και την τροχιά του Πλούτωνα και των υπολοίπων αντικειμένων σε συντονισμό 2:3 με τον Ποσειδώνα. Τα σώματα αυτά παγιδεύονται στο συντονισμό καθώς ο Ποσειδώνας κινείται προς τα έξω και η εκκεντρότητα τη τροχιάς του αυξάνει λόγω της διατήρησης της αδιαβατικής αναλλοίωτης του συντονισμού (βλ. επόμενη παράγραφο). Αυτό που όμως αποτυγχάνει να ερμηνεύσει είναι οι σημερινές τιμές της εκκεντρότητας των πλανητικών τροχιών. Ο λόγος είναι ότι κατά την PDM οι τροχιές των πλανητοειδών γίνονται στην πραγματικότητα αρκετά ελλειπτικές, συγκρατώντας παράλληλα τις εκκεντρότητες των πλανητών σε πολύ μικρές τιμές,  $e \sim 0.001$  -το φαινόμενο ονομάζεται *δυναμική τριβή* (dynamical friction). Εποι, αν δεν υπήρξε κάποιος μηχανισμός αύξησης της εκκεντρότητας των πλανητών, η PDM θα είχε οδηγήσει σε κυκλικές πλανητικές τροχιές. Το *μοντέλο της Νίκαιας* (βλ. παρακάτω) έδωσε τη μέχρι σήμερα αποδεκτή λύση σε αυτό το πρόβλημα.

### 8.3 Μορφοποίηση εξωπλανητικών συστημάτων

Η μετανάστευση λόγω αερίου (GDM) παίζει πολύ σημαντικό ρόλο στη μορφοποίηση των νεαρών εξωπλανητικών συστημάτων, καθώς η μάζα του αερίου στο δίσκο είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν των πλανητοειδών, ιδιαίτερα για πλανήτες μεγάλης μάζας.

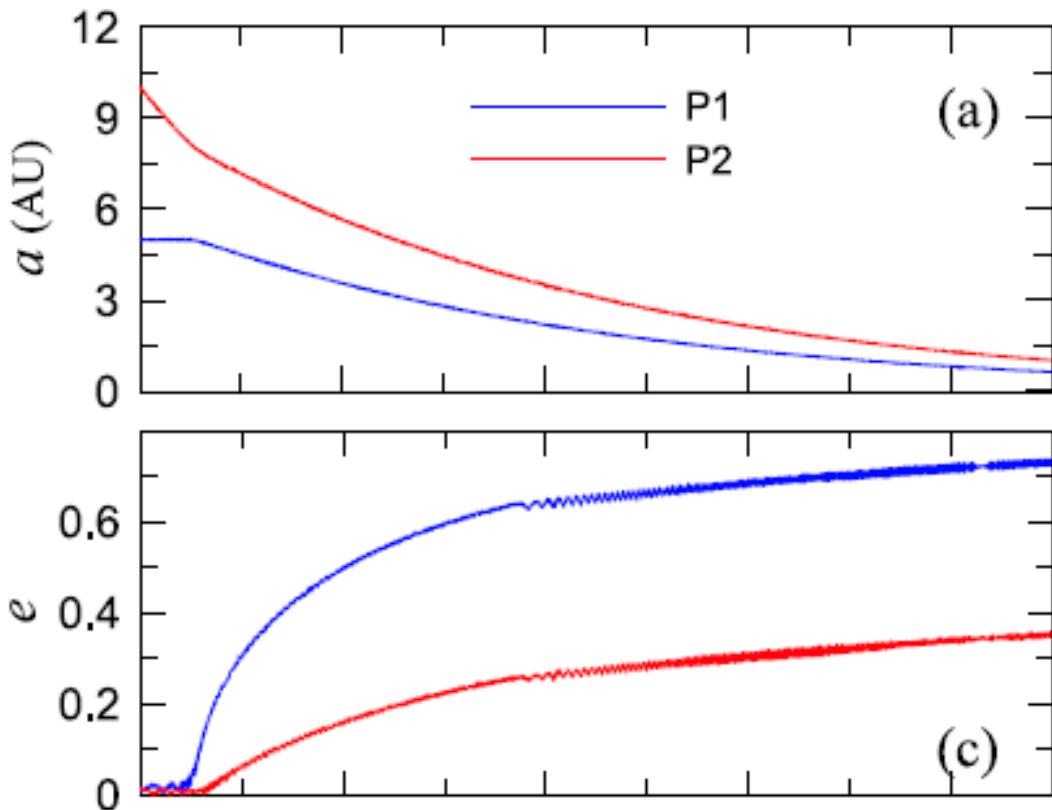
Σε πρώτη προσέγγιση, η GDM μεταβάλλει την ακτίνα της τροχιάς κάθε πλανήτη με τρόπο που προσομοιάζει σε μια δύναμη τύπου Stokes:

$$\mathbf{F} = -C(\mathbf{u} - A\mathbf{u}_c)$$

όπου ( $C$ ,  $A$ ) παράμετροι που εξαρτώνται από τις φυσικές παραμέτρους του δίσκου και τη στιγμιαία τιμή του ημιάξονα της τροχιάς του πλανήτη και  $\mathbf{u}_c$  η κυκλική ταχύτητα σε κάθε θέση,  $a$ . Αυτό συνεπάγεται τη σχεδόν εκθετική μεταβολή του ημιάξονα της τροχιάς, όπως φαίνεται σε επόμενο διάγραμμα.

Αν το σύστημα έχει έναν μόνο πλανήτη (με μάζα συγκρίσιμη με αυτήν του Δία), τότε αυτός θα προσεγγίσει τον αστέρα μετά από χρόνο ~1 My. Οι περισσότεροι πρωτοπλανητικοί δίσκοι φαίνεται ότι έχουν πολύ μικρή πυκνότητα κοντά στον αστέρα, καθώς η αλληλεπίδρασή τους με την αστρική ακτινοβολία και τον αστρικό άνεμο εξατμίζει το υλικό του δίσκου στη γειτονιά του αστέρα, δημιουργώντας ένα εσωτερικό χάσμα. Έτσι, ο πλανήτης θα επιβραδυνθεί σημαντικά στη γειτονιά του αστέρα και μπορεί να επιβιώσει σε τροχιά πολύ μικρής περιόδου, μέχρι ο δίσκος αερίου να εξατμιστεί ολοσχερώς. Σήμερα πιστεύουμε ότι αυτός είναι ο μηχανισμός που οδηγεί σε πλανητικά συστήματα με “καυτούς Δίες” (hot Jupiters). Αν ένα σύστημα αποτελείται από δύο (ή και περισσότερους) πλανήτες, η εξέλιξη είναι διαφορετική. Αν αγνοήσουμε τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, τότε οι πλανήτες θα καταλήξουν κοντά στον αστέρα μέσα σε ένα χρονικό διάστημα ~1 My, αλλά ακολουθώντας ελαφρώς διαφορετική ταχύτητα μετανάστευσης. Στην πραγματικότητα όμως, οι μεταξύ τους δυνάμεις δεν μπορεί να αγνοηθούν, ιδιαίτερα όταν ο λόγος περιόδων των τροχιών τους είναι κοντά σε κάποιο λόγο συντονισμού. Έτσι, αν ο λόγος περιόδων είναι αρχικά  $T_1/T_2 > 2$  (όπου "1" ο εσωτερικός και "2" ο εξωτερικός πλανήτης) και ο ρυθμός μεταβολής του "2" είναι ελαφρώς μεγαλύτερος από αυτόν του "1", τότε οι πλανητικές τροχιές συγκλίνουν και ο λόγος περιόδων θα γίνει σύντομια ίσος με 2, ώστε οι πλανήτες να παγιδευτούν στο συντονισμό 1:2. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4, το σύστημα από εκεί και έπειτα συνεχίζει να μεταναστεύει προς τον αστέρα, διατηρώντας σταθερό το λόγο περιόδων. Ταυτόχρονα, οι εκκεντρότητες των τροχιών αυξάνουν σημαντικά, προκειμένου η *αδιαβατική αναλλοίωτη* (adiabatic invariant) του συντονισμού να διατηρεί σταθερή τιμή -πρόκειται για μια συνάρτηση του *a* και *e* παρόμοιας έκφρασης με το ολοκλήρωμα της κίνησης που βρήκαμε στο Κεφάλαιο 2, όταν μελετήσαμε αστεροειδείς που κινούνται σε συντονισμό 1:2 με το Δία στο Ηλιακό Σύστημα.

Η μείωση του *a* και η αύξηση του *e* για κάθε πλανήτη συνεχίζεται, όσο διαρκεί η μετανάστευσή τους προς τον αστέρα. Εάν εν τω μεταξύ ο δίσκος εξατμιστεί, τότε το σύστημα θα καταλήξει σε μικρής περιόδου συντονισμένες τροχιές, με σχετικά μεγάλες εκκεντρότητες. Στην αντίθετη περίπτωση, είναι πιθανό η διαρκής αύξηση των εκκεντροτήτων να οδηγήσει σε τροχιές που τέμνονται, με αποτέλεσμα, αργά ή γρήγορα, το σύστημα των πλανητών να οδηγηθεί στη φάση της βαρυτικής σκέδασης. Τα πιθανά αποτελέσματα της σκέδασης είναι η δημιουργία ενός μη συντονισμένου ή ιεραρχικού συστήματος, ή ακόμη και η “απώλεια” ενός πλανήτη, ο οποίος θα εκτοξευτεί σε υπερβολική τροχιά.



Εικόνα 78: Παγίδευση στο συντονισμό 1:2 συστήματος δύο γιγάντων πλανητών που μεταναστεύουν (Τύπου II) στον πρωτοπλανητικό δίσκο αερίου. Η εκκεντρότητα και των δύο αυξάνεται, ενόσω οι πλανήτες συνεχίζουν να μεταναστεύουν προς τον αστέρα, και το σύστημα ενδέχεται να οδηγηθεί σε φάση σκέδασης.

Σημειώνουμε ότι η παραπάνω εξέλιξη δεν είναι η μόνη δυνατή για ένα σύστημα δύο πλανητών. Αν οι πλανήτες βρίσκονται αρχικά σε σχετικά μικρή απόσταση και ο λόγος μαζών είναι κοντά στο λόγο μαζών Δία-Κρόνου, τότε, ανάλογα και με τις τοπικές συνθήκες του δίσκου, η μετανάστευση μπορεί να επιβραδυνθεί σημαντικά ή ακόμη και να αλλάξει φορά (προς τα έξω). Ο λόγος είναι ότι ο “μικρός” πλανήτης δεν μπορεί να ανοίξει ο ίδιος ένα καθαρό χάσμα στη γειτονιά της τροχιάς του, καθώς ο “μεγάλος” απωθεί σημαντικές ποσότητες αερίου προς την περιοχή του “μικρού”. Τότε, το σύστημα των δύο πλανητών σχηματίζει ένα κοινό χάσμα. Προσομοιώσεις αυτής της περίπτωσης δείχνουν ότι ο μικρός πλανήτης συγκλίνει γρήγορα προς τον μεγάλο και τελικά παγιδεύεται σε κάποιο συντονισμό. Το αέριο του εξωτερικού δίσκου όμως μπορεί να διέλθει μέσω του κοινού χάσματος προς τον εσωτερικό δίσκο, υπερπηδώντας τους δύο πλανήτες. Έτσι, χάνει σημαντική ποσότητα στροφορμής, την οποία αποδίδει στο σύστημα των πλανητών, αναγκάζοντάς τους να κινηθούν προς τα έξω.

Σήμερα πιστεύουμε ότι το Ήλιακό Σύστημα εμπίπτει σε αυτή την περίπτωση και, άρα, οι πλανήτες Δίας και Κρόνος δεν μετανάστευσαν σημαντικά προς τον Ήλιο

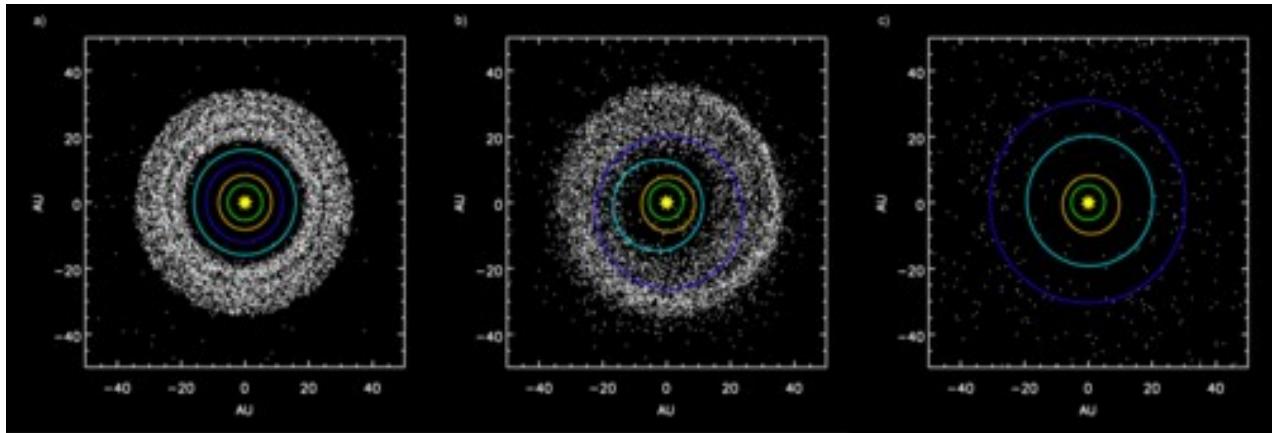
αλλά, αντίθετα, κατά τη φάση της GDM, παρέμειναν σχετικά κοντά στις τροχιές όπου σχηματίστηκαν, ακριβώς λόγο του προνομιακού λόγου μαζών. Είναι φανερό ότι αυτή η ιδιαιτερότητα του Ηλιακού Συστήματος ήταν κρίσιμη για την μετέπειτα εξέλιξή του και, πιθανότατα, για τη δυνατότητα σχηματισμού των γήινων πλανητών.

#### 8.4 Μορφοποίηση του Ηλιακού Συστήματος - Το μοντέλο της Νίκαιας

Όπως είδαμε στις προηγούμενες παραγράφους, το Ηλιακό Σύστημα φαίνεται ότι πήρε την τελική, σημερινή, μορφή του κυρίως μέσω της μετανάστευσης PDM των εξωτερικών πλανητών. Η προηγούμενη φάση μετανάστευσης (GDM) είχε μάλλον μικρό αποτέλεσμα, σε ό,τι αφορά τις μεταβολές της τροχιάς των γιγάντιων πλανητών, λόγω της ταυτόχρονης ανάπτυξης των Δία και Κρόνου και του προνομιακού λόγου μαζών των δύο πλανητών. Επίσης, όπως είδαμε στην παράγραφο 8.2, η τελική φάση μετανάστευσης των εξωτερικών πλανητών λόγω αλληλεπίδρασης με τον εξωτερικό δίσκο των πλανητοειδών (PDM) ερμηνεύει τις τιμές των μεγάλων ημιαξόνων της τροχιάς τους, αλλά όχι τις τιμές των εκκεντροτήτων τους,  $e \sim 0.05-0.10$ .

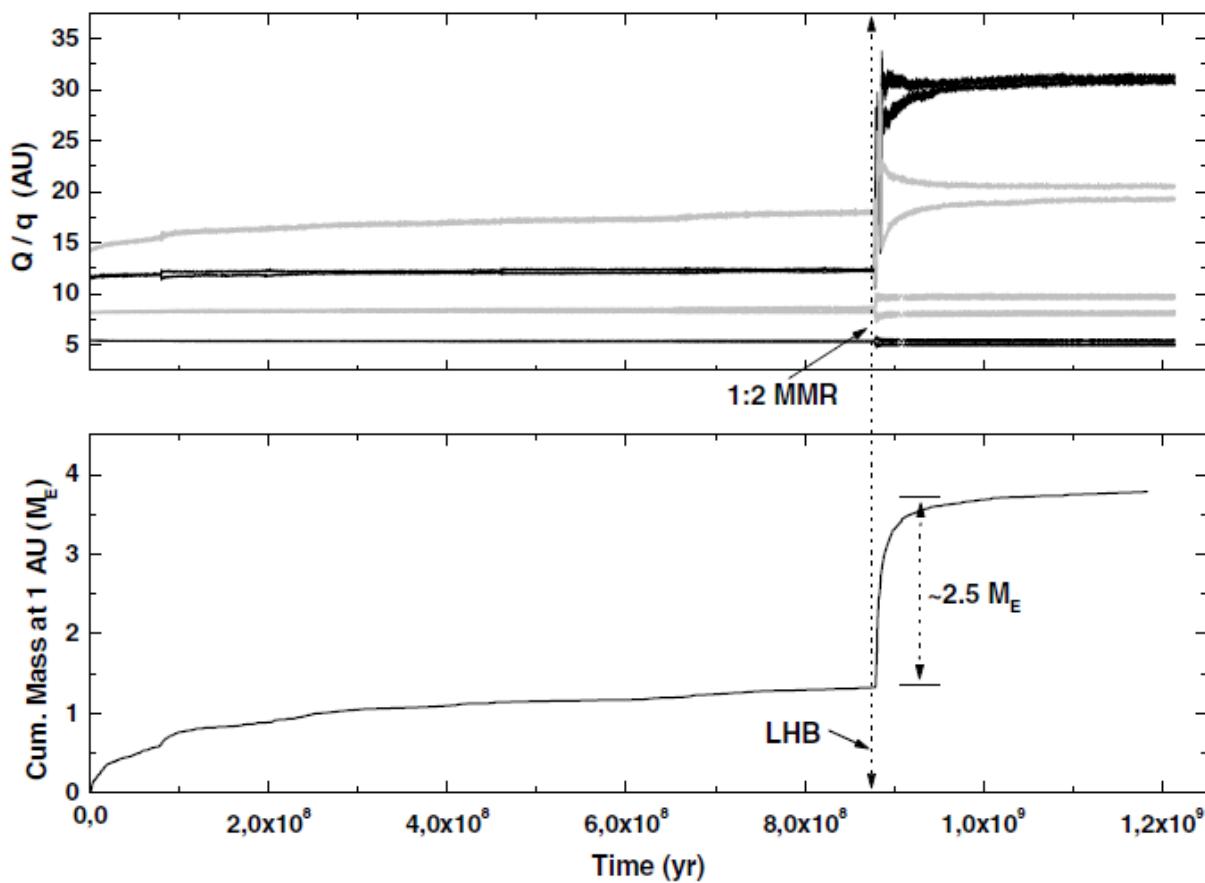
Ένα βασικό σημείο που χρήζει ιδιαιτερης προσοχής στις προσομοιώσεις της PDM είναι η επιλογή των αρχικών συνθηκών των πλανητών και η θεωρούμενη (συνολική) μάζα και έκταση του δίσκου των πλανητοειδών. Αν αυτές οι παράμετροι είναι παρόμοιες με εκείνες που χρησιμοποιήσαμε π.χ. στην προσομοίωση της Εικόνας 3, τότε το αποτέλεσμα της προσομοίωσης είναι σχεδόν πάντοτε το ίδιο: κυκλικές πλανητικές τροχιές στις σωστές (κατά προσέγγιση) αποστάσεις. Σημειώνουμε ότι, για μάζες δίσκου  $\sim 40 M_{\text{J}}\text{s}$ , ο μόνος τρόπος να σταματήσει ο Ποσειδώνας σε απόσταση 30 AU από τον Ήλιο είναι ο δίσκος να εκτείνεται αρχικά μέχρι τις 30-35 AU -ο “ελαφρός” Ποσειδώνας θα σταματήσει να μεταναστεύει όταν φτάσει στα άκρα του δίσκου των πλανητοειδών. Αυτό σημαίνει ότι ο δίσκος του Ηλιακού Συστήματος εκτείνονταν το πολύ μέχρι τις 35 AU, κάτι το οποίο καθιστά προβληματική την ερμηνεία της ύπαρξη μιας ευσταθούς ζώνης (Kuiper) στην περιοχή των 40-50 AU. Αυτό όμως είναι ένα ανοιχτό ερευνητικό πρόβλημα και δε θα μας απασχολήσει, στο πλαίσιο αυτού του συγγράμματος.

Οι αρχικές συνθήκες των πλανητών στην προσομοίωση της Εικόνας 3 -αλλά και στις περισσότερες των προσομοιώσεων που έγιναν από επιστήμονες μέχρι το 2005- είχαν επιλεγεί έτσι ώστε, κατά τη διάρκεια της μετανάστευσης, οι πλανήτες να μην βρεθούν σε κάποιο σημαντικό συντονισμό, κι επομένως να μην διαταράξουν σημαντικά ο ένας την τροχιά του άλλου. Όμως, αποτελέσματα προσομοιώσεων GDM έδειχναν ότι ήταν εξαιρετικά πιθανό ο Δίας και ο Κρόνος να βρεθούν σε πολύ πιο κοντινές τροχιές (με λόγο περιόδων  $<2$ ), μετά το τέλος της GDM και πριν την έναρξη της PDM.



Εικόνα 79: Προσομοίωση της εξέλιξης του εξωτερικού Ηλιακού Συστήματος στο μοντέλο της Νίκαιας. Στα τρία στιγμιότυπα που δίνονται (πριν, κατά και μετά την αστάθεια) φαίνεται η μεταβολή των τροχιών.

Το μοντέλο PDM της Νίκαιας (από τη Γαλλική πόλη στην οποία εργάζονταν οι ερευνητές που το ανέπτυξαν) παρουσιάστηκε το 2005 και αποτέλεσε τομή στη μελέτη των πρώτων σταδίων εξέλιξης του Ηλιακού Συστήματος. Η βασική διαφορά του από το “κλασικό” μοντέλο PDM είναι ότι, για πρώτη φορά, έγινε η προσπάθεια μελέτης της εξέλιξης των πλανητικών τροχιών με αφετηρία ρεαλιστικές αρχικές συνθήκες (σύμφωνα με τις μέχρι τότε προσομοιώσεις GDM), οι οποίες αναγκαστικά θα οδηγούσαν σε ιοχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των γιγάντιων πλανητών του Ηλιακού Συστήματος. Εποι, οι αρχικές συνθήκες των Δία και Κρόνου επιλέχτηκαν ώστε ο λόγος περιόδων να είναι σημαντικά μικρότερος του 2 ( $a_{\Delta}=5.4$  AU και  $a_{\kappa}=8.2$  AU) και αντίστοιχα οι Ουρανός και Ποσειδώνας τέθηκαν σε τροχιές με  $a_{\text{O}} \sim 11.5$  AU και  $a_{\kappa} \sim 14$  AU - δηλαδή, το πλανητικό σύστημα είχε περίπου τη μισή έκταση απ' ότι σήμερα. Επίσης, στα ίδια αριθμητικά πειράματα ο δίσκος των πλανητοειδών εκτείνονταν μέχρι τις 30-35 AU αλλά η εσωτερική ακτίνα του ήταν σε απόσταση  $\sim 3r_{\text{Hill}}$  από τον Ποσειδώνα, αφού κατά τη φάση της GDM η περιοχή αυτή θα έπρεπε να έχει ήδη αδειάσει, λόγω της βαρυτικής επίδρασης του πλανήτη.



Εικόνα 80: Εξέλιξη των τροχιών των γιγάντιων πλανητών στο μοντέλο της Νίκαιας. Στο κάτω γράφημα φαίνεται η μάζα των κομητοειδών που κταφτάνε στην απόσταση της Γης, σα συνάρτηση του χρόνου.

Οι προσομοιώσεις έδειξαν μια μη αναμενόμενη εξέλιξη του συστήματος. Αρχικά, η αλυσίδα της μετανάστευσης ακολουθεί το κλασικό μοντέλο, αλλά με πολύ πιο αργό ρυθμό, λόγω της σχετικά μεγάλης απόστασης του δίσκου από τον Ποσειδώνα. Ο λόγος περιόδων Δία-Κρόνου αυξάνεται αργά, πλησιάζοντας προς την τιμή  $\rho=2$ . Μετά από 600-800 εκατομμύρια χρόνια (ανάλογα με τις ακριβείς αρχικές συνθήκες), ο λόγος περιόδων γίνεται ακριβώς ίσος με  $\rho=2$ . Τότε το σύστημα γίνεται ασταθές, καθώς οι δύο μεγαλύτεροι πλανήτες του συστήματος διέρχονται από τον ακριβή συντονισμό 1:2. Οι εκκεντρότητές τους αυξάνονται σημαντικά και οι διαταραχές που ασκούν στους άλλους δύο πλανήτες μεγεθύνονται απότομα. Επειδή οι τροχιές όλων των πλανητών είναι σχετικά κοντά, η απότομη αύξηση της εκκεντρότητας οδηγεί σε βαρυτική σκέδαση. Έτσι, ο Ποσειδώνας και ο Ουρανός “εκτοξεύονται” απότομα σε μεγάλες ηλιοκεντρικές αποστάσεις, εισερχόμενοι σε απομακρυσμένες περιοχές του δίσκου των πλανητοειδών, στις οποίες δε θα μπορούσαν να έχουν άμεση πρόσβαση, αν οι τροχιές τους παρέμεναν κυκλικές. Τότε η μετανάστευση των πλανητών επιταχύνεται και ο δίσκος των πλανητοειδών διαλύεται (οι πλανητοειδείς εκτοξεύονται σε πολύ έκκεντρες τροχιές) μέσα σε λίγα εκατομμύρια χρόνια. Όταν η συνολική μάζα του εναπομείναντος δίσκου των πλανητοειδών γίνει μικρότερη από  $\sim 5 M_{\text{Jup}}$ , η PDM σταματά και οι πλανήτες καταλήγουν σε τροχιές σχεδόν ταυτόσημες με

τις σημερινές, τόσο σε ό,τι αφορά τις τιμές του μεγάλου ημιάξονα (όπως και στο κλασικό μοντέλο) όσο και σε ό,τι αφορά τις τιμές της εκκεντρότητας αλλά και της σχετικής κλίσης της τροχιάς τους.

Τρία στιγμιότυπα από μια προσομοίωση στο μοντέλο της Νίκαιας δίνονται στην Εικόνα 5. Επίσης, στην Εικόνα 6, δίνεται η χρονική εξέλιξη των τροχιών των πλανητών. Στο διάγραμμα δίνονται τόσο η απόσταση του περιηλίου όσο και του αφηλίου των πλανητικών τροχιών ως συναρτήσεις του χρόνου -οι δυο καμπύλες ταυτίζονται αρχικά ( $e \sim 0$ ) και διαχωρίζονται όταν οι Δίας και Κρόνος διασχίζουν το συντονισμό 1:2 ( $e > 0.1$ ). Η δυναμική τριβή δεν είναι ικανή να αποσβέσει πλήρως τις διαταραχές, κι έτσι οι πλανήτες καταλήγουν σε ελλειπτικές τροχιές.

Ταυτόχρονα, κατά την έναρξη της φάσης της σκέδασης των πλανητών, μεγάλος αριθμός πλανητοειδών εισέρχεται στο εσωτερικό ήλιακο σύστημα, σε μικρό χρονικό διάστημα (βλ. Εικόνα 6). Η συνολική μάζα των πλανητοειδών (καλύτερα, κομητοειδών, αφού η σύστασή τους θα ήταν παρόμοια με αυτή των σημερινών κομητών) που φτάνει στην απόσταση της Γης είναι περίπου  $2.5 M_{\text{Γης}}$ , όση πρέπει να είναι ώστε να προκληθεί ο Όψιμος Σφοδρός Βομβαρδισμός (Late Heavy Bombardment, LHB) της Γης και της Σελήνης. Ο LHB είναι ένα επεισόδιο έντονου βομβαρδισμού το οποίο θεωρείται ότι συνέβη περίπου 700 My μετά από το σχηματισμό της Σελήνης και διήρκεσε μόλις μερικά εκατομμύρια χρόνια, σχηματίζοντας τους τεράστιους κρατήρες που παρατηρούνται στην επιφάνειά της ακόμη και με γυμνό μάτι (οι "θάλασσες" της Σελήνης, που αργότερα καλύφθηκαν με λάβα).

Είναι φανερό ότι το μοντέλο της Νίκαιας ερμηνεύει ταυτόχρονα τόσο της σημερινές τροχιές των εξωτερικών πλανητών του Ηλιακού Συστήματος όσο και τον LHB, συνδέοντας, με φυσικό τρόπο, τα δύο παρατηρησιακά δεδομένα με την εποχή της πλανητικής μετανάστευσης. Μάλιστα αποδίδει αυτά τα χαρακτηριστικά του συστήματος σε μια φάση αστάθειας (σκέδασης) η οποία όμως συμβαίνει "φυσιολογικά" στο σύστημα, γιατί η PDM ωθεί τους πλανήτες ώστε να αλληλεπιδράσουν μέσω συντονισμού. Το μοντέλο της Νίκαιας είναι η μόνη θεωρία εξέλιξης του συστήματος που πετυχαίνει να ερμηνεύσει ταυτόχρονα αυτά τα, φαινομενικά, διαφορετικά φαινόμενα.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι, σε αρκετές προσομοιώσεις, το σύστημα των πλανητών δεν καταφέρνει να "ηρεμήσει" σε ευσταθείς τροχιές. Αυτό μπορεί να σημαίνει ότι η ίδια η ύπαρξη του Ηλιακού Συστήματος, με τη σημερινή μορφή του, ενέχει ένα σποιχείο τυχαιότητας. Αυτό δεν είναι εύκολα αποδεκτό απ' όλους τους επιστήμονες, αν και φαίνεται ότι η βαρυτική σκέδαση, με την πληθώρα τελικών καταστάσεων που μπορεί να οδηγήσει, είναι κανόνας για τα πλανητικά συστήματα εν γένει. Το πώς θα έμοιαζε το Ηλιακό Σύστημα και, ακόμη περισσότερο, πώς θα εξελίσσονταν το κλίμα και η βιόσφαιρα της Γης αν κάποιος από τους εξωτερικούς πλανήτες είχε διαφύγει σε υπερβολική τροχιά, ή αν δεν είχε συμβεί ο LHB (που "αποστείρωσε" την επιφάνεια της Γης) δεν είναι εύκολο να απαντηθεί. Είναι, πάντως, ένα ανοιχτό ερευνητικό

ζήτημα, το οποίο δε θα είχε έρθει στην επιφάνεια αν δεν είχε μελετηθεί το μοντέλο της Νίκαιας.

Τέλος, σημειώνουμε ότι είναι πιθανό και άλλα εξωηλιακά συστήματα, κυρίως τα μη συντονισμένα, να υπέστησαν επίσης αντίστοιχες δομικές μεταβολές με το Ήλιακό Σύστημα, κατά τη φάση της PDM που ακολούθησε τη φάση της GDM.