Ανισότητες Cauchy-Schwarz & Τριγώνου : (25-0

Cauchy-Schwarz: $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \leq ab \ (=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|)$ (1)

$|\vec{a}\cdot\vec{b}|$: απόλυτη τιμή του αριθμού $\vec{a}\cdot\vec{b}$

ab: γινόμενο των μέτρων των διανυσμάτων $\vec{a}$ & $\vec{b}$

Ανισότητες Τριγώνου : $|a-b| \leq |\vec{a}+\vec{b}| \leq a+b$ (2)

$|a-b|$: απόλυτη τιμή της διαφοράς των μέτρων $|\vec{a}|=a$ και $|\vec{b}|=b$ των δυο διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$

$a+b$: Άθροισμα των μέτρων $|\vec{a}|=a$ και $|\vec{b}|=b$ των διανυσμάτων $\vec{a}$ & $\vec{b}$

Παράδειγμα για ορθογώνια προβολή

Δίνονται $\vec{a}=(1,1,1)$ και $\vec{b}=(1,3,-2)$ με γωνίες

$\measuredangle(\vec{a},\vec{e})=45^\circ$ και $\measuredangle(\vec{b},\vec{e})=60^\circ$ ως προς έναν άξονα ε με διανυσματική μονάδα $\vec{e}$. Ζητούμενο: η ορθογώνια προβολή του $(\vec{a}+\vec{b})$ επί του $\vec{e}$.

Καταρχήν: διανυσματική μονάδα $\vec{e}$ σημαίνει: $|\vec{e}|=1$.

Έχουμε

$$(\vec{a}+\vec{b})_{\vec{e}} = \frac{[(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{e}]}{\vec{e}\cdot\vec{e}}\vec{e} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{e}}{\underbrace{\vec{e}\cdot\vec{e}}_{=1}}\vec{e} + \frac{\vec{b}\cdot\vec{e}}{\underbrace{\vec{e}\cdot\vec{e}}_{=1}}\vec{e}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{e} = \underset{\sqrt{3}}{\underset{\parallel}{|\vec{a}|}}\cdot\underset{1}{\underset{\parallel}{|\vec{e}|}}\cdot\cos(45^\circ) = \sqrt{3}\cdot\underset{\sqrt{2}/2}{\underset{\parallel}{\cos(45^\circ)}}$$

$$\vec{b}\cdot\vec{e} = \underset{\sqrt{14}}{\underset{\parallel}{|\vec{b}|}}\cdot\underset{1}{\underset{\parallel}{|\vec{e}|}}\cdot\cos(60^\circ) = \sqrt{14}\cdot\underset{\frac{1}{2}}{\underset{\parallel}{\cos(60^\circ)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{(\vec{a}+\vec{b})_{\vec{e}} = \frac{\sqrt{6}}{2}\vec{e} + \frac{\sqrt{14}}{2}\vec{e}}$$

Προσοχή εδώ: το $\vec{e}$ δίνει απλά την κατεύθυνση, πάνω στην οποία θέλουμε να υπολογίσουμε την προβολή του $(\vec{a}+\vec{b})$, όπως παραπάνω. Δεν είναι η βάση ως προς άξονα x. Είναι απλά ένα μοναδιαίο διάνυσμα $(|\vec{e}|=1)$.