ΤΥΠΟΙ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΩΝ

$$\sum_{n=1}^{k} n = \frac{k(k+1)}{2}\,, \qquad \sum_{n=0}^{k-1} (n+1) = \frac{k(k+1)}{2}\,,$$

$$\sum_{n=1}^{k} n^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}, \qquad \sum_{n=0}^{k-1} (n+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6},$$

$$\sum_{n=1}^{k} n^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4}, \qquad \sum_{n=0}^{k-1} (2n+1) = k^2\,,$$

$$\sum_{n=1}^{k} 2n = \sum_{n=1}^{2k} n - \sum_{n=0}^{k-1} (2n+1) = \frac{2k(2k+1)}{2} - k^2 = k(k+1)\,,$$

$$\sum_{n=1}^{k-1} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{k-1}{k}\,, \qquad \sum_{n=0}^{k} (-1)^n n^2 = (-1)^k \frac{k(k+1)}{2},$$

κακέραιος

$$\sum_{n=0}^{k-1} \alpha^n = 1+\alpha+\alpha^2+\ldots+\alpha^{k-1} = \frac{\alpha^k-1}{\alpha-1}$$ (Γεωμετρική πρόοδος),

$$\sum_{n=1}^{k} [\alpha+(n-1)\omega] = \frac{k}{2}\,[2\alpha+(k-1)\omega]$$ (Αριθμητική πρόοδος),

$$\sum_{n=1}^{k} n\alpha^n = \alpha+2\alpha^2+\ldots+k\alpha^k = \alpha\,\frac{1-\alpha^k}{(1-\alpha)^2} - \frac{k\alpha^{k+1}}{1-\alpha}$$ (Μεικτή πρόοδος),

$$\sum_{n=0}^{k} \binom{k}{n} \alpha^{k-n}\beta^n = (\alpha+\beta)^k \quad (n\leq k)$$ (Διώνυμο του *Newton*).

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣΗΣ

1. $\left[c\cdot f(x)\right]' = c\cdot f'(x)$
2. $\left[f(x)+g(x)\right]' = f'(x)+g'(x)$
3. $\left[f(x)\cdot g(x)\right]' = f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$
4. $\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]' = \dfrac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{\left[g(x)\right]^2}$

ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

1. $(c)'=0$
2. $(x^{\nu})' = \nu x^{\nu-1}$
3. $\left[f^{\nu}(x)\right]' = \nu f'(x)f^{\nu-1}(x)$
4. $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
5. $(e^{f(x)})' = f'(x)\cdot e^{f(x)}$
6. $\left(\ln f(x)\right)' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$
7. $\left(\eta\mu f(x)\right)' = f'(x)\cdot\sigma\upsilon\nu f(x)$
8. $\left(\sigma\upsilon\nu f(x)\right)' = -f'(x)\cdot\eta\mu f(x)$
9. $\left(\varepsilon\varphi f(x)\right)' = \dfrac{f'(x)}{\sigma\upsilon\nu^2 f(x)}$
10. $\left(\sigma\varphi f(x)\right)' = -\dfrac{f'(x)}{\eta\mu^2 f(x)}$
11. $(\sinh x)' = \cosh x$
12. $(\cosh x)' = \sinh x$
13. $(\tanh x)' = \dfrac{1}{\cosh^2 x} = 1-\tanh^2 x$
14. $(\coth x)' = -\dfrac{1}{\sinh^2 x} = 1-\coth^2 x$
15. $x = f_1(t)\,,\ y = f_2(t) \Rightarrow$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}\ ,\quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)\frac{dt}{dx}$$

ΑΟΡΙΣΤΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

1. $\int dx = x+c$
2. $\int x^{\nu}dx = \dfrac{x^{\nu+1}}{\nu+1}+c,\quad \nu\neq-1$
3. $\int \dfrac{1}{x}dx = \ln|x|+c$
4. $\int e^x dx = e^x + c$
5. $\int xe^x dx = (x-1)e^x + c$
6. $\int \eta\mu x dx = -\sigma\upsilon\nu x + c$
7. $\int x\eta\mu x dx = -x\sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x + c$
8. $\int \eta\mu^2 x dx = \dfrac{x-\eta\mu x\cdot\sigma\upsilon\nu x}{2}+c$
9. $\int \dfrac{1}{\eta\mu^2 x}dx = -\sigma\varphi x + c$
10. $\int \sigma\upsilon\nu x dx = \eta\mu x + c$
11. $\int x\sigma\upsilon\nu x dx = x\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x + c$
12. $\int \dfrac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}dx = \varepsilon\varphi x + c$
13. $\int \varepsilon\varphi x dx = -\ln|\sigma\upsilon\nu x| + c$
14. $\int \sigma\varphi x dx = \ln|\eta\mu x| + c$
15. $\int \sinh x dx = \cosh x + c$
16. $\int \cosh x dx = \sinh x + c$
17. $\int f^{\nu}(x)f'(x)dx = \dfrac{f^{\nu+1}(x)}{\nu+1}+c,\quad \nu\neq-1$
18. $\int \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)|+c$
19. $\int \dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx = 2\sqrt{f(x)}+c$
20. $\int \dfrac{1}{\alpha^2+x^2}dx = \dfrac{1}{\alpha}\mathrm{To\xi\varepsilon\varphi}\dfrac{x}{\alpha}+c$
21. $\int \dfrac{1}{x^2-\alpha^2}dx = \dfrac{1}{2\alpha}\ln\left|\dfrac{x-\alpha}{x+\alpha}\right|+c$
22. $\int \dfrac{1}{\sqrt{\alpha^2-x^2}}dx = \mathrm{To\xi\eta\mu}\dfrac{x}{\alpha}+c$

23. $\int \frac{1}{\sqrt{\alpha^2+x^2}}dx = ar\sinh\frac{x}{\alpha}+c$

24. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-\alpha^2}}dx = ar\cosh\frac{x}{\alpha}+c$

25. $\int \frac{1}{x\sqrt{\alpha^2 \pm x^2}}dx = \frac{1}{\alpha}\ln\left|\frac{x}{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 \pm x^2}}\right|+c$

26. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-\alpha^2}}dx = \frac{1}{\alpha}\text{Τοξσυν}\frac{\alpha}{x}+c$

27. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm \alpha^2}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2 \pm \alpha^2}\right|+c$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΟΡΙΣΜ. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ

1. $\int_\alpha^\beta f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)dt$

2. $\int_\alpha^\beta f(x)dx + \int_\beta^\gamma f(x)dx = \int_\alpha^\gamma f(x)dx$

3. $\int_\alpha^\beta f(x)dx = -\int_\beta^\alpha f(x)dx$

4. $\int_\alpha^\beta Cf(x)dx = C\int_\alpha^\beta f(x)dx, \quad C = \text{σταθ.}$

5. $\int_\alpha^\beta \left(f(x)+g(x)\right)dx = \int_\alpha^\beta f(x)dx + \int_\alpha^\beta g(x)dx$

6. $f(x) \le g(x), \forall x \in [\alpha,\beta] \Rightarrow \int_\alpha^\beta f(x)dx \le \int_\alpha^\beta g(x)dx$

ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΙ

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial t}$$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΩΝ

Γραμμική ε.δ. 1ης τάξης

$y_{k+1} - q_k y_k = r_k$, k=0,1,2,...

$$y_k = \left(\prod_{i=0}^{k-1} q_i\right) y_0 + \sum_{n=0}^{k-2} \left(\prod_{i=n+1}^{k-1} q_i\right) r_n + r_{k-1}, \quad k=0,1,2,\ldots$$

$$y_k = \left(\prod_{i=0}^{k-1} q_i\right) y_0 + \sum_{n=0}^{k-1} \left(\prod_{i=n+1}^{k-1} q_i\right) r_n, \quad k=0,1,2,\ldots$$

$$y_k = \left(\prod_{i=n_0}^{k-1} q_i\right) y_{n_0} + \sum_{n=n_0}^{k-2} \left(\prod_{i=n+1}^{k-1} q_i\right) r_n + r_{k-1}, \quad n_0 \geq 0, \quad k=n_0, n_0+1, n_0+2,\ldots$$

Ομογενή Γραμμική ε.δ. 2ης τάξης

$a_2 y_{k+2} + a_1 y_{k+1} + a_0 y_k = 0$

$a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$

1) $y_k = c_1 \lambda_1^k + c_2 \lambda_2^k$

2) $y_k = c_1 \lambda_1^k + c_2 k \lambda_1^k$

3) $y_k = c_1 r^k \sigma\upsilon\nu k\theta + c_2 r^k \eta\mu k\theta$

$\lambda_1, \lambda_2 = \alpha \pm i\beta \qquad r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \qquad \sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{\alpha}{r} \qquad \eta\mu\theta = \dfrac{\beta}{r}, \qquad -\pi < \theta \leq \pi$

Ομογενή Γραμμική ε.δ. τάξης n≥3

$a_n y_{k+n} + a_{n-1} y_{k+n-1} + \ldots + a_1 y_{k+1} + a_0 y_k = 0$

$a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \ldots + a_1 \lambda + a_0 = 0$

1) λ_i^k

2) $\lambda_i^k, k\lambda_i^k, k^2 \lambda_i^k, \ldots, k^{m-1} \lambda_i^k$

3) $r^k \sigma\upsilon\nu k\theta, \quad r^k \eta\mu k\theta$

$\alpha \pm i\beta \qquad r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, \qquad \sigma\upsilon\nu\theta = \dfrac{\alpha}{r} \qquad \eta\mu\theta = \dfrac{\beta}{r}, \qquad -\pi < \theta \leq \pi$

4) $\begin{matrix} r^k \sigma\upsilon\nu k\theta, & k r^k \sigma\upsilon\nu k\theta, & \ldots, & k^{\nu-1} r^k \sigma\upsilon\nu k\theta, \\ r^k \eta\mu k\theta, & k r^k \eta\mu k\theta, & \ldots, & k^{\nu-1} r^k \eta\mu k\theta \end{matrix}$

Ορίζουσα Casoratti για ε.δ. 2ης τάξης

$$C_k = C(y_k^{(1)}, y_k^{(2)}) = \begin{vmatrix} y_k^{(1)} & y_k^{(2)} \\ y_{k+1}^{(1)} & y_{k+1}^{(2)} \end{vmatrix}$$

Ορίζουσα Casoratti για ε.δ. τάξης n

$$C_k = C(y_k^{(1)}, \ldots, y_k^{(n)}) = \begin{vmatrix} y_k^{(1)} & y_k^{(2)} & \cdots & y_k^{(n)} \\ y_{k+1}^{(1)} & y_{k+1}^{(2)} & \cdots & y_{k+1}^{(n)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{k+n-1}^{(1)} & y_{k+n-1}^{(2)} & \cdots & y_{k+n-1}^{(n)} \end{vmatrix}$$

Μέθοδος των προσδιοριστέων συντελεστών

$a_2 y_{k+2} + a_1 y_{k+1} + a_0 y_k = r_k$

$a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$

i) $r_k = P(k)\beta^k \quad \rightarrow y_k^{\mu} = k^{\nu} Q(k)\beta^k$

ii) $r_k = \beta^k \left[P_1(k)\sigma\upsilon\nu k\gamma + P_2(k)\eta\mu k\gamma\right] \quad \rightarrow y_k^{\mu} = k^{\nu}\beta^k\left[Q_1(k)\sigma\upsilon\nu k\gamma + Q_2(k)\eta\mu k\gamma\right]$

$\beta e^{i\gamma} = \beta(\sigma\upsilon\nu\gamma + i\eta\mu\gamma)$

Τιμή ισορροπίας γραμμικών ε.δ. 2ης τάξης

$y_{k+2} + p y_{k+1} + q y_k = r, \quad q \neq 0$

Τιμή ισορροπίας: $c = \dfrac{r}{1+p+q}, \quad 1+p+q \neq 0$

Πρώτη γραμμική προσέγγιση του μη-γραμμικού συστήματος ε.δ. 2ης τάξης

$$\begin{cases} x_{n+1} = f(x_n, y_n) \\ y_{n+1} = g(x_n, y_n) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \delta x_{n+1} = a_{11}\delta x_n + a_{12}\delta y_n \\ \delta y_{n+1} = a_{21}\delta x_n + a_{22}\delta y_n \end{cases} \quad \text{με} \quad \begin{array}{ll} a_{11} = \dfrac{\partial f}{\partial x}(\bar{x},\bar{y}) & a_{12} = \dfrac{\partial f}{\partial y}(\bar{x},\bar{y}) \\ a_{21} = \dfrac{\partial g}{\partial x}(\bar{x},\bar{y}) & a_{22} = \dfrac{\partial g}{\partial y}(\bar{x},\bar{y}) \end{array}$$

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

δ.ε. χωριζομένων μεταβλητών

$$\left.\begin{array}{c} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0 \\ \acute{\eta} \\ \dfrac{dy}{dx} = f(x,y) \end{array}\right\} \rightarrow F_1(x)dx + F_2(y)dy = 0$$

Ομογενείς δ.ε. 1ης τάξης

$\dfrac{dy}{dx} = F\left(\dfrac{y}{x}\right)$ Μετασχηματισμός $\dfrac{y(x)}{x} = z(x)$

δ.ε. που μπορούν να αναχθούν σε ομογενείς δ.ε. 1ης τάξης ή σε χωριζομένων μεταβλητών

$$\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{a_1 x + \beta_1 y + \gamma_1}{a_2 x + \beta_2 y + \gamma_2}\right)$$

i) Αν $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{\beta_1}{\beta_2}$ και $\gamma_1 \neq 0$ ή $\gamma_2 \neq 0$

Μετασχηματισμός για την αναγωγή της δ.ε. σε ομογενή 1ης τάξης:

x=X+h, y=Y+k όπου h, k είναι η λύση του συστήματος $\begin{cases} a_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 = 0 \\ a_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 = 0 \end{cases}$

ii) Αν $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{\beta_1}{\beta_2}$

Μετασχηματισμός για την αναγωγή σε δ.ε. χωριζομένων μεταβλητών:

$z = a_1 x + \beta_1 y$

Γραμμικές δ.ε. 1ης τάξης

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x) \ \rightarrow \ y(x)=e^{-\int P(x)dx}\left[\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+c\right]$$

δ.ε. του Bernoulli

$$\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)y^{n} \quad (n\neq 0,\ n\neq 1)$$

Μετασχηματισμός: $v(x)=y^{1-n}(x)$

δ.ε. του Riccati

$$\frac{dy}{dx}=P(x)y^{2}+Q(x)y+R(x)$$

Μετασχηματισμός: $y(x)=u(x)+\dfrac{1}{z(x)}$ όπου *u(x)* είναι γνωστή λύση της δ.ε.

Επίλυση πλήρους δ.ε. 1ης τάξης

$$P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$$

i) $\left\{\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial x}&=P(x,y)\\ \frac{\partial u}{\partial y}&=Q(x,y)\end{aligned}\right\}\rightarrow u(x,y)=c$

ii) $u(x,y)=\int_{a}^{x}P(t,y)dt+\int Q(a,y)dy=c$ όπου το α είναι μια κατάλληλη σταθερή (την οποία μπορεί να πάρει η μεταβλητή x)

Ολοκληρωτικός παράγοντας δ.ε.

$$P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$$

$\mu=\mu(z)=e^{\int f(z)dz}$ όπου $f(z)=\dfrac{\dfrac{\partial Q}{\partial x}-\dfrac{\partial P}{\partial y}}{P\dfrac{\partial z}{\partial y}-Q\dfrac{\partial z}{\partial x}}$ και $z=z(x,y)$

Ορίζουσα του Wronsky για γραμμικές δ.ε. 2ης τάξης

$$W(\varphi_1(x),\varphi_2(x))=\begin{vmatrix}\varphi_1(x) & \varphi_2(x)\\ \varphi_1'(x) & \varphi_2'(x)\end{vmatrix}$$

Ομογενείς Γραμμικές δ.ε. 2ης τάξης

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a(x)\frac{dy}{dx}+\beta(x)y=0$$

$$\rho^2+\alpha\rho+\beta=0$$

1) $\varphi_1(x)=e^{\rho_1 x}, \quad \varphi_2(x)=e^{\rho_2 x}$

2) $\varphi_1(x)=e^{\rho_1 x}, \quad \varphi_2(x)=xe^{\rho_1 x}$

3) $\lambda\pm i\mu \qquad \varphi_1(x)=e^{\lambda x}\sigma\upsilon\nu\mu x, \quad \varphi_2(x)=e^{\lambda x}\eta\mu\mu x$

Ορίζουσα του Wronsky για γραμμικές δ.ε. τάξης n≥3

$$W(\varphi_1(x),\dots,\varphi_n(x))=\begin{vmatrix}\varphi_1(x) & \varphi_2(x) & \dots & \varphi_n(x)\\ \varphi_1'(x) & \varphi_2'(x) & \dots & \varphi_2'(x)\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \varphi_1^{(n-1)}(x) & \varphi_2^{(n-1)}(x) & \dots & \varphi_n^{(n-1)}(x)\end{vmatrix}$$

Ομογενείς Γραμμικές δ.ε. τάξης n≥3

$y^{(n)}+a_1(x)y^{(n-1)}+\dots+a_n(x)y=0$

$\rho^n+\alpha_1\rho^{(n-1)}+\dots+a_{n-1}\rho+\alpha_n=0$

1) $e^{\rho x}$

2) $e^{\rho x}, xe^{\rho x},\dots,x^{\nu-1}e^{\rho x}$

3) $\rho=\lambda+i\mu,\quad \overline{\rho}=\lambda-i\mu$

$e^{\lambda x}\sigma\upsilon\nu\mu x,\quad xe^{\lambda x}\sigma\upsilon\nu\mu x,\quad \dots,\quad x^{k-1}e^{\lambda x}\sigma\upsilon\nu\mu x,$

$e^{\lambda x}\eta\mu\mu x,\quad xe^{\lambda x}\eta\mu\mu x,\quad \dots,\quad x^{k-1}e^{\lambda x}\eta\mu\mu x$

Μέθοδος των προσδιοριστέων συντελεστών

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a(x)\frac{dy}{dx}+\beta(x)y=f(x)$$

$\rho^2+\alpha\rho+\beta=0$

i) $f(x)=(\beta_0x^m+\beta_1x^{m-1}+\dots+\beta_{m-1}x+\beta_m)e^{\lambda x} \rightarrow \quad \varpi(x)=x^\nu Q(x)e^{\lambda x}$

ii) $f(x)=(P_1(x)\sigma\upsilon\nu kx+P_2(x)\eta\mu kx)e^{\lambda x} \quad\rightarrow\quad \varpi(x)=x^\nu(Q_1(x)\sigma\upsilon\nu kx+Q_2(x)\eta\mu kx)e^{\lambda x}$

ν είναι η πολλαπλότητα της ρίζας $\lambda+ik$ της χαρακτηριστικής εξίσωσης

Μέθοδος της μεταβολής των σταθερών

$$\frac{d^2y}{dx^2}+a(x)\frac{dy}{dx}+\beta(x)y=f(x)$$

$\varphi_1(x)$ και $\varphi_2(x)$ δύο γραμμικά ανεξάρτητες λύσεις της ομογενούς δ.ε. $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a(x)\dfrac{dy}{dx}+\beta(x)y=0$

Λύνουμε το σύστημα $\left\{\begin{array}{c}\varphi_1(x)c_1'(x)+\varphi_2(x)c_2'(x)=0\\ \varphi_1'(x)c_1'(x)+\varphi_2'(x)c_2'(x)=f(x)\end{array}\right\}$ ως προς $c_1'(x),c_2'(x)\rightarrow$

$\rightarrow \varpi(x)=c_1(x)\varphi_1(x)+c_2(x)\varphi_2(x)$

Όταν ο συντελεστής της $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ είναι $a_0(x)\neq0$, $\forall x$ τότε το παραπάνω σύστημα γίνεται

$$\left\{\begin{array}{c}\varphi_1(x)c_1'(x)+\varphi_2(x)c_2'(x)=0\\ \varphi_1'(x)c_1'(x)+\varphi_2'(x)c_2'(x)=\dfrac{f(x)}{a_0(x)}\end{array}\right\}$$

Γραμμικές δ.ε. του Euler

$x^ny^{(n)}+a_1x^{n-1}y^{(n-1)}+\dots+a_{n-1}xy'+a_ny=f(x)$, $x>0$ (ή $x<0$) $a_1, a_2,\dots,a_n$ σταθερές

Μετασχηματισμός:

$x=e^t$, αν $x>0$ ή $x=-e^t$, αν $x<0$

$$x\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\qquad x^2\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{d^2y}{dt^2}-\frac{dy}{dt}\qquad x^3\frac{d^3y}{dx^3}=\frac{d^3y}{dt^3}-3\frac{d^2y}{dt^2}+2\frac{dy}{dt}$$

Μέθοδος υποβιβασμού της τάξης δ.ε.

Όταν $y_1(x)$ γνωστή λύση της $\dfrac{d^2y}{dx^2}+a(x)\dfrac{dy}{dx}+\beta(x)y=0$ αναζητούμε μια δεύτερη λύση της μορφής

$y_2(x)=v(x)y_1(x)$ με $v'(x)\neq0$