

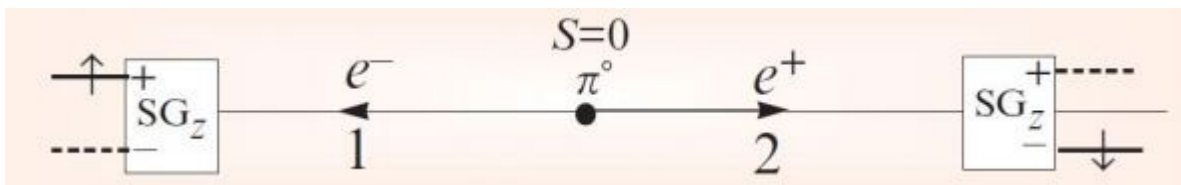
# ΑΝΙΣΟΤΗΤΕΣ BELL

## Παράδοξο EPR

Σύμφωνα με τις βασικές αρχές της κβαντομηχανικής κάθε φυσικό σύστημα εκφράζεται μέσω της περιφέρειας κυματοσυνάρτησης. Ωστόσο το υπό μελέτη σύστημα πριν να το μετρήσουμε βρίσκεται σε μία κατάσταση υπέρθεσης. Δεν ξέρουμε δηλαδή σε τι κατάσταση βρίσκεται το σύστημα ούτε καν πού βρίσκεται κι αν είναι κάπου, αν δεν το μετρήσουμε. Τη στιγμή της μέτρησης συμβαίνει η κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης, το σύστημα δηλαδή 'αιχμαλωτίζεται' από τη μέτρησή μας κι εκείνη τη στιγμή μας αποκαλύπτει τη φύση και την ταυτότητά του. Το σύστημα δηλαδή έρχεται σε μία φάση 'αποσύνδεσης' με αποτέλεσμα την φανέρωσή του στο φυσικό, πραγματικό κόσμο. Αυτή ακριβώς η απροσδιοριστία ενός φυσικού συστήματος πριν την παρατήρηση ήταν που "ξένιζε" τον Einstein, ο οποίος θεωρούσε πως τα πράγματα έχουν ιδιότητες πριν ακόμη τα μετρήσουμε. Αυτή άλλωστε είναι και η βασική παραδοχή του ρεαλισμού.

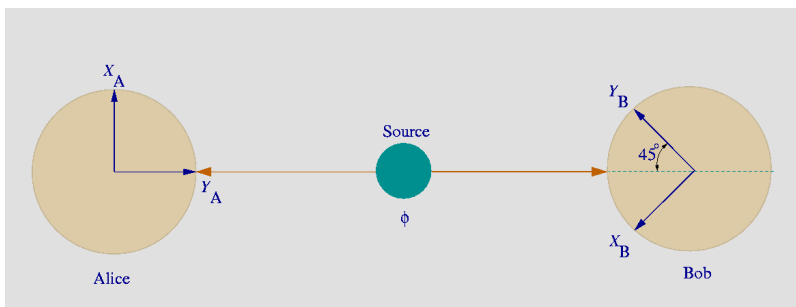
Το 1935 οι Einstein-Podolsky-Rosen διατύπωσαν το περίφημο παράδοξο EPR προσπαθώντας να δείξουν πως η ρεαλιστική θεώρηση είναι η μόνη συνεπής. Έτσι λοιπόν, κατασκεύασαν ένα νοητικό πείραμα για να καταρρίψουν την κβαντομηχανική ερμηνεία του κόσμου.

Το παράδοξο EPR (Einstein, Podolsky, Rosen) :



Σύμφωνα με το πείραμα σκέψης που πρότειναν οι Einstein-Podolsky-Rosen: έστω ένα σωματίδιο με spin μηδέν διασπάται σε δυο σωματίδια που υποχρεωτικά θα έχουν συνολικό spin μηδέν, και λόγω των νόμων διατήρησης θα πρέπει συνεχώς να είναι μηδέν. Έτσι αν το ένα σωματίδιο έχει spin «πάνω» ως προς μια τυχούσα κατεύθυνση, τότε υποχρεωτικά το spin του δεύτερου σωματιδίου θα είναι «κάτω».

Συγκεκριμένα το πείραμα, όπως το παρουσίασε απλοποιημένα ο Bohm, έχει ως εξής:



Έστω ότι έχουμε ένα σωματίδιο S με spin μηδέν. Αυτό διασπάται σε δύο σωματίδια : A και B, όπου το κάθε ένα σωματίδιο έχει spin 1/2.

Έχουμε για παράδειγμα μια πηγή, η οποία εκπέμπει ηλεκτρόνια σε ζεύγη. Το ένα ηλεκτρόνιο του ζευγαριού φεύγει προς τα αριστερά και το άλλο προς τα δεξιά. Έχουμε επομένως δύο ηλεκτρόνια, που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, με αντίθετα spin και το άθροισμά τους είναι συνολικά μηδέν. Είναι δυνατόν με κατάλληλες πειραματικές διατάξεις, να γνωρίζουμε το άθροισμα των ιδιοτήτων τους, χωρίς όμως την γνώση των επιμέρους ιδιοτήτων τους (εδώ του spin).

Αφού χωρίσουμε λοιπόν τα δύο ηλεκτρόνια, έστω και σε μακρινές αποστάσεις, τότε μετρώντας την τιμή της ιδιότητας αυτής στο ένα ηλεκτρόνιο αυτόματα γνωρίζουμε την τιμή της ιδιότητας και του απομακρυσμένου σωματιδίου, έστω και αν δεν την μετρήσουμε (λόγω της γνώσης του αθροίσματος τους, γιατί παραμένει σταθερή και ίση με μηδέν)..

Εν ολίγοις τα σωματίδια A και B απομακρύνονται και σε κάποια απόσταση μετρούμε την κατεύθυνση του spin του σωματιδίου με μία διάταξη Stern-Gerlach. Τα δυνατά αποτελέσματα της μέτρησης για το κάθε ένα σωματίδιο είναι δύο όπως είπαμε : spin πάνω ή spin κάτω. Αν προηγηθεί η μέτρηση στο σωματίδιο A (και βρεθεί π.χ. “spin πάνω”) τότε έχει καθοριστεί πλήρως η μέτρηση που θα γίνει στο σωματίδιο B (θα βρεθεί οπωσδήποτε “spin κάτω”). Τα σωματίδια A και B μπορούν να βρίσκονται χωρικά απομακρυσμένα.

Συνοψίζοντας, τα δύο ηλεκτρόνια εκπέμπονται από την πηγή, ώστε να είναι συζευγμένα. Ανήκουν δηλαδή σ' ένα σύστημα δύο πραγμάτων και υπόκεινται στους νόμους διατήρησης της ορμής, της στροφορμής (spin) κοκ. Αυτό σημαίνει πως αν το ηλεκτρόνιο A έχει spin 'πάνω', το άλλο ηλεκτρόνιο B θα έχει υποχρεωτικά spin 'κάτω'. Σύμφωνα όμως με την κβαντομηχανική, πριν γίνει η μέτρηση από τον ένα παρατηρητή ή τον άλλο, τα δύο ηλεκτρόνια βρίσκονται σε μία κατάσταση υπέρθεσης (σαν να λέμε ότι χορεύουν σαν τρελά έτσι ώστε κάποιος να μην μπορεί να προσδιορίσει το spin τους). Μόνο τη στιγμή της μέτρησης αποσαφηνίζεται η κατάσταση, όταν η κυματοσυνάρτηση καταρρέει (και των δύο ηλεκτρονίων και για τους δύο παρατηρητές). Αυτό ακριβώς είναι το επιχείρημα του Einstein: Αν η μέτρηση του A προκαλέσει την κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης του συστήματος και πάρει π.χ. την τιμή spin 'πάνω', τότε αυτομάτως το B θα έχει πάρει την τιμή spin 'κάτω'.

Ο Einstein όπως αναφέραμε πρόβαλε ισχυρότατες αντιρρήσεις πως μία μέτρηση στο σωματίδιο A μπορεί ταυτόχρονα να επηρεάζει το σωματίδιο B. Σύμφωνα όμως με τη σχετικότητά του τίποτε δεν μπορεί να διαδοθεί με ταχύτητα μεγαλύτερη του φωτός. Πώς λοιπόν τα δύο ηλεκτρόνια ξέρουν το ένα τι κάνει το άλλο ακαριαία; Οι αντιρρήσεις του μορφοποιήθηκαν με το παράδοξο EPR στη βάση του οποίου υπάρχει η αντίληψη ότι μία φυσική θεωρία πρέπει να είναι τοπική και διαχωρίσιμη. Αυτό ακριβώς το παράδοξο ο Einstein ονόμασε 'στοιχειωμένη δράση από απόσταση'.

Από την Κβαντομηχανική όμως γνωρίζουμε ότι το σύστημα περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση :

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_+(1) \psi_-(2) - \psi_-(1) \psi_+(2))$$

Μία μέτρηση του σωματιδίου A συνεπάγεται τον αυτόματο καθορισμό του spin του σωματιδίου B. Για την Κβαντομηχανική τα σωματίδια A και B δεν είναι ξεχωριστές οντότητες αλλά συμμετέχουν στην ολική κυματοσυνάρτηση. Δηλ. η Κβαντομηχανική είναι μία ολική και μη διαχωρίσιμη θεωρία.

Όλα δηλ. ξεκίνησαν όταν ο Einstein κ.α. έδειξαν ότι για συγκεκριμένες κβαντικές καταστάσεις (που περιγράφηκαν την ίδια περίοδο από τον Schrodinger, ο οποίος και χρησιμοποίησε τον όρο «κβαντική σύζευξη»), η κβαντομηχανική προβλέπει μια ισχυρή συσχέτιση σε μακρινές μετρήσεις.

Το παράδοξο κατά την κβαντική θεωρία έγκειται στο γεγονός ότι, με την μέτρηση του spin του ηλεκτρονίου, που σημαίνει πως "επιλέξαμε" την τιμή του spin του, έγινε ταυτόχρονα και "επιλογή" της τιμής του spin του δεύτερου και απομακρυσμένου ηλεκτρονίου.

Και ο Einstein δεν μπορούσε να δεχθεί πως η "επιλογή" της ιδιότητας στο δεύτερο ηλεκτρόνιο, μεταδίδεται ακαριαία, αφού έτσι παραβιάζόταν η αρχή της θεωρίας της σχετικότητας, που θέτει όριο στην ταχύτητα των σωμάτων. Έτσι προκύπτει ότι είτε η θεωρία της κβαντομηχανικής δεν είναι πλήρης, είτε παραβιάζεται η θεωρία της σχετικότητας.

Ο Bohr στις αιτιάσεις του Einstein και των άλλων διαφωνούντων στο παράδοξο αυτό, απάντησε πως οι ιδιότητες του μακρόκοσμου διαφέρουν από τον μικρόκοσμο και πως στην Κβαντομηχανική δεν έχει νόημα να μιλάμε για γνώση των φυσικών μεταβλητών του απομακρυσμένου σωματιδίου από την στιγμή που δεν μπορούμε να το παρατηρήσουμε.

Το παράδοξο κατά τον Einstein είναι :

- Αν στο σωματίδιο 1 μετρήσουμε το spin του κατά την κατεύθυνση  $x$ , τότε αυτομάτως υποχρεώνουμε και το σωματίδιο 2 να έχει επίσης καθορισμένη (και αντιθέτου προσήμου) προβολή spin κατά τον ίδιο άξονα.
- Αν παράλληλα μετρήσουμε το spin του σωματιδίου 2 κατά τον άξονα  $y$ , τότε και το σωματίδιο 1 θα υποχρεωθεί κι αυτό να αποκτήσει καθορισμένη (και ετερόσημη) προβολή spin κατά τον άξονα  $y$ .
- Έτσι, στο τέλος αυτής της διπλής μέτρησης, και τα δύο σωματίδια θα έχουν καθορισμένες προβολές spin σε δυο διαφορετικούς άξονες.

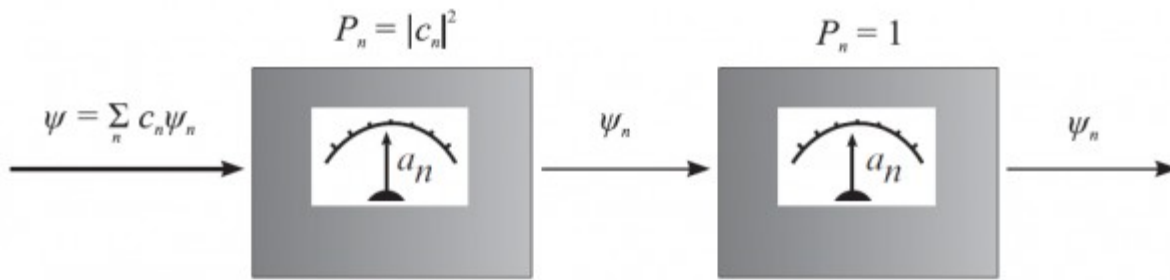
Έτσι η αρχή της αβεβαιότητας έχει παραβιαστεί.

Για την κβαντομηχανική το spin του κάθε σωματιδίου είναι απροσδιόριστο. Όμως όταν το spin του ενός σωματιδίου σε μια τυχούσα κατεύθυνση μετρηθεί και βρεθεί να έχει την μία από τις δυνατές τιμές του, τότε το spin του άλλου σωματιδίου – που ενδεχομένως βρίσκεται έτη φωτός μακριά – θα «αποκτήσει» αμέσως την αντίθετη κατεύθυνση κατά μήκος του ίδιου άξονα. Συνεπώς εμφανίζεται το φαινόμενο της «μη τοπικότητα» στην φυσική!

Ο David Bohm και D'Espagnat πρότειναν θεωρίες για την ερμηνεία του φαινομένου EPR, που να μην έρχονται σε αντίθεση με την Γενική Σχετικότητα. Επιπλέον πρότειναν, για να εξηγήσουν τέτοια φαινόμενα μη-τοπικότητας, πως κάθε τι στο Σύμπαν είναι συνδεδεμένο με στιδήποτε άλλο, από την στιγμή που στην κοινή αρχή του Σύμπαντος, όλα ήταν συνδεδεμένα.

Μια καλή απάντηση στο παράδοξο EPR είναι η εξής:

Σύμφωνα με το μετρητικό αξίωμα της Κβαντομηχανικής, βλέπε σχήμα:



Η μέτρηση προκαλεί μια ακαριαία κατάρρευση της μετρούμενης κυματοσυνάρτησης στη μορφή της ιδιοσυνάρτησης  $\psi_n$  που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή που μετρήθηκε.

• Επομένως το παράδοξο EPR δεν υφίσταται διότι έστω και ελάχιστα να έχει προηγηθεί η μέτρηση του spin του σωματιδίου 1 – και ας πούμε ότι έδωσε spin «πάνω» – τότε η κυματοσυνάρτηση του συστήματος

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_+(1) \psi_-(2) - \psi_-(1) \psi_+(2))$$

θα καταρρεύσει ακαριαία στη μορφή  $\psi_+(1) \psi_-(2)$

οπότε τα spin των δυο σωματιδίων είναι πλήρως καθορισμένα απ' εκεί και πέρα και ανεξάρτητα το ένα από το άλλο. (Η μέτρηση του ενός δεν επηρεάζει πλέον τη μέτρηση του άλλου αφού η επαλληλία έχει καταστραφεί από τη μέτρηση).

ΕΠΟΜΕΝΩΣ το «παράδοξο» EPR – και το στοιχείο της μη τοπικότητας που ήρθε στην επιφάνεια – ανάγεται πλήρως στο κεντρικό παράδοξο της κβαντομηχανικής που είναι το αξίωμα της μέτρησης: Η στιγμιαία κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης.

## Οι ανισότητες του Bell

Οι πολέμιοι της κβαντομηχανικής επέμειναν ότι μετά το «παράδοξο EPR» μια θεωρία κρυμμένων μεταβλητών – που θα «συμπληρώσει» τη συνήθη κβαντομηχανική – είναι περισσότερο παρά ποτέ αναγκαία. Μπορεί να λύσει ταυτόχρονα τόσο το πρόβλημα των κβαντικών πιθανοτήτων όσο και το πρόβλημα της μη τοπικότητας.

Πολλές φορές έχει υποστηριχτεί ότι η τυχαιότητα και η πιθανοκρατία που παρατηρούμε στα κβαντομηχανικά φαινόμενα οφείλονται στο ότι υπάρχουν κάποιες κρυμμένες μεταβλητές οι οποίες καθορίζουν την εξέλιξη των φαινομένων αλλά δεν τις γνωρίζουμε. Υποστηρίζουν, δηλαδή, οι οπαδοί της θεωρίας των κρυμμένων μεταβλητών (του ρεαλισμού) πως αν γνωρίζαμε αυτές τις άγνωστες μεταβλητές των κβαντικών συστημάτων, τότε τα κβαντικά φαινόμενα θα φάνινονταν και αυτά ντετερμινιστικά και απολύτως προβλεπτά.

Η κβαντομηχανική προβλέπει ότι μπορεί να υπάρχουν "μη τοπικές" σχέσεις μεταξύ των σωματιδίων. Αυτό σημαίνει ότι αν ένα φωτόνιο είναι πολωμένο έστω κατά την κατακόρυφη κατεύθυνση, το άλλο θα είναι πάντα πολωμένο κατά την οριζόντια κατεύθυνση, άσχετα από το πόσο μακριά βρίσκεται.

Το 1969 όμως ο Ιρλανδός φυσικός John Bell απέδειξε ότι καμιά θεωρία κρυμμένων μεταβλητών που διατηρεί τις παραδοχές της τοπικότητας και του ντετερμινισμού δεν μπορεί να πετύχει τις προβλέψεις της κβαντικής φυσικής.

Στο νοητικό πείραμα του Bell υπήρχε μια ανισότητα που αν παραβιαζόταν, τότε αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί να ισχύει καμιά θεωρία κρυμμένων μεταβλητών που διατηρεί την τοπικότητα.

Το θεώρημα του Bell, που διατυπώθηκε το 1964, είναι μία από τις πιο θεμελιώδεις επιστημονικές ανακαλύψεις του αιώνα. Βασισμένο στο νοητικό πείραμα των Einstein, Podolsky και Rosen (EPR), μετατόπισε τα επιχειρήματα σχετικά με τη φυσική πραγματικότητα των κβαντικών συστημάτων από το χώρο της φιλοσοφίας σε εκείνο της πειραματικής φυσικής. Για σχεδόν τρεις δεκαετίες, τα πειράματα σχετικά με τις ανισότητες του Bell εξελίχθηκαν ολοένα και πιο κοντά στο ιδανικό EPR πλαίσιο. Ένα πείραμα στο πανεπιστήμιο του Innsbruck, για πρώτη φορά, ενσωμάτωσε πλήρως την απαίτηση του Bell για έναν αυστηρό διαχωρισμό μεταξύ των μετρήσεων.

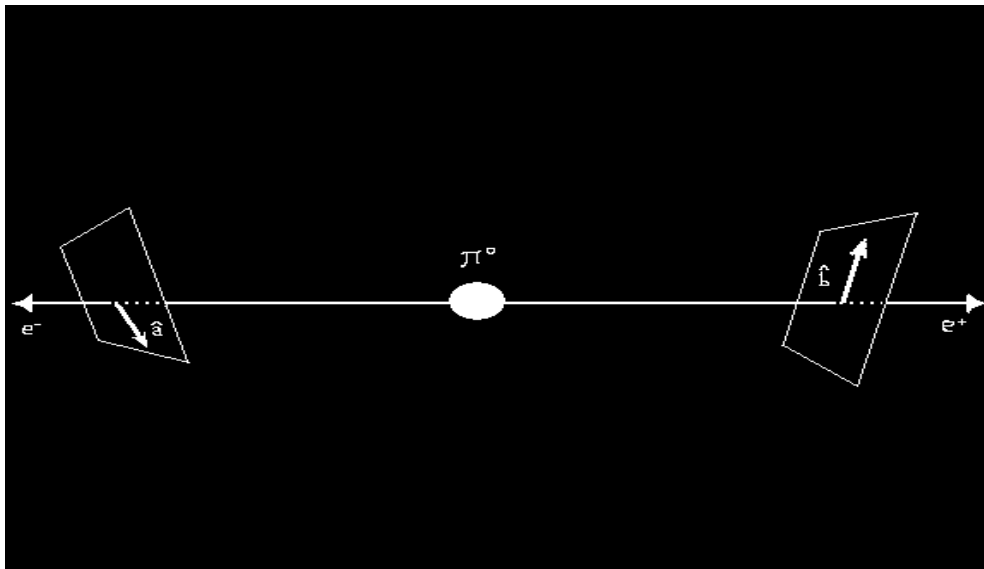
Το θεώρημα του Bell άλλαξε τη φύση της διαμάχης. Σε ένα απλό και διαφωτιστικό κείμενο, ο Bell απέδειξε ότι η άποψη του Einstein (τοπικός ρεαλισμός) οδηγεί σε αλγεβρικές προβλέψεις (η περίφημη ανισότητα του Bell) που έρχονται σε αντίθεση με τις προβλέψεις της κβαντομηχανικής πάνω σε ένα EPR νοητικό πείραμα που περιλαμβάνει διάφορους προσανατολισμούς των πολωτών. Το όλο ζήτημα δεν ήταν πλέον θέμα άποψης ή επιστημολογική θέση: ήταν ένα ποσοτικό πρόβλημα που μπορούσε να απαντηθεί πειραματικά, τουλάχιστον κατά βάση.

Ο Bell και άλλοι έδειξαν ότι είναι δυνατόν να διακρίνουμε μεταξύ κβαντομηχανικής και αυτών των θεωριών με τις κρυμμένες μεταβλητές χρησιμοποιώντας ένα συγκεκριμένο τύπο πειράματος, το οποίο μετράει μια παράμετρο γνωστή ως  $S$  παράμετρο. Για να το θέσουμε απλά, οι τοπικές θεωρίες προβλέπουν ότι η  $S$  θα έχει πάντα τιμή μικρότερη του 2, ενώ η κβαντική πρόβλεψη δίνει  $S = 2\sqrt{2}$ . Όταν η  $S$  είναι μεγαλύτερη από 2, λέμε ότι παραβιάζεται η ανισότητα του Bell.

Συγκεκριμένα η ιδιοφυΐα του John Bell έδωσε μια διαφορετική μορφή στο επιχείρημα ERP και διατύπωσε συγκεκριμένους τρόπους για την διάκριση ανάμεσα στην Κβαντομηχανική και σε μία κλασική θεωρία με κρυμμένες μεταβλητές ως εξής :

Θεώρησε μία πειραματική διάταξη όπου η μέτρηση του spin δεν γίνεται στον ίδιο άξονα αλλά οι δύο διατάξεις Stern-Gerlach σχηματίζουν μία γωνία  $\phi$  (π.χ. μέτρηση του spin του σωματιδίου A στον άξονα  $x$  και του σωματιδίου B στον άξονα  $y$ ).

Δηλ. ο Bell πρότεινε μία γενίκευση του EPR/Bohm πειράματος: Αντί να βάλουμε τους ανιχνευτές ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου στην ίδια διεύθυνση, μπορούμε να τους αφήσουμε να μετρούν το spin σε ανεξάρτητες διευθύνσεις ο ένας από τον άλλον. Ας υποθέσουμε ότι ο A μετράει το spin του ηλεκτρονίου στη διεύθυνση  $a$  και ο B το spin του ποζιτρονίου στη διεύθυνση  $b$ . Ας θεωρήσουμε για απλότητα τα spin σε μονάδες του  $\hbar/2$ . Τότε ο κάθε ανιχνευτής δίνει την τιμή +1 για spin πάνω και -1 για spin κάτω στη διεύθυνση μέτρησης.



Θα παρατηρήσουμε ότι το κλασσικό μοντέλο και η Κβαντική Μηχανική συμφωνούν για  $\varphi=0, \pi/2, \pi$  (ενώ διαφωνούν για άλλες τιμές του  $\varphi$ ).

## Παραβίαση των ανισοτήτων του Bell

Η πειραματική παραβίαση των ανισοτήτων του Bell επιβεβαιώνει ότι ένα ζευγάρι συζευγμένων

φωτονίων χωρισμένα μεταξύ τους εκατοντάδες μέτρα πρέπει να θεωρηθούν ένα αδιαχώριστο αντικείμενο- είναι αδύνατο να αποδοθεί τοπική φυσική υπόσταση σε καθένα από τα δύο συζευγμένα φωτόνια.

Συγκεκριμένα ένα πείραμα με πολωτές δύο καναλιών, σύμφωνα με το ιδανικό EPR νοητικό πείραμα, έδωσε μια διαφορούμενη παραβίαση των ανισοτήτων του Bell κατά πολλές στατιστικές αποκλίσεις, και μια εντυπωσιακή συμφωνία με την κβαντομηχανική.

Πριν περίπου 40 χρόνια ο φυσικός John Bell πρόβλεψε ότι πολλές θεωρίες με κρυμμένες μεταβλητές θα αποκλείονταν εάν μια ορισμένη πειραματική ανισότητα θα παραβιαζόταν - γνωστή ως "ανισότητα του Bell". Στο νοητικό του πείραμα, μια πηγή πυροδοτεί πεπλεγμένα ζεύγη γραμμικά πολωμένων φωτονίων αντίθετων κατευθύνσεων προς δύο πολωτές, οι οποίοι μπορούν να αλλάξουν προσανατολισμό. Η κβαντική μηχανική λέει ότι πρέπει να υπάρχει ένας υψηλός συσχετισμός μεταξύ των αποτελεσμάτων στους πολωτές, επειδή τα φωτόνια στιγμιαία "αποφασίζουν" μαζί ποια πόλωση θα λάβουν τη στιγμή της μέτρησης, ακόμα κι αν είναι μακριά. Οι κρυμμένες μεταβλητές, εντούτοις, λένε ότι τέτοιες στιγμιαίες αποφάσεις δεν είναι απαραίτητες, επειδή θα μπορεί να επιτευχθεί ο ίδιος ισχυρός συσχετισμός, εάν τα φωτόνια ενημερώθηκαν με κάποιο τρόπο εκ των προτέρων για τον προσανατολισμό των πολωτών.

Το τέχνασμα του Bell, επομένως, ήταν να αποφασίσει πώς να προσανατολίσει τους πολωτές μόνο αφού έχουν αφήσει τα φωτόνια την πηγή. Εάν οι κρυμμένες μεταβλητές υπήρχαν, τότε θα ήταν ανίκανες να ξέρουν τον προσανατολισμό των πολωτών, και έτσι τα αποτελέσματα θα ήταν συσχετισμένα μόνο στο μισό του χρόνου. Αφ' ετέρου, εάν η κβαντική μηχανική ήταν σωστή, τα αποτελέσματα θα συσχετιζόνταν - με άλλα λόγια, η ανισότητα του Bell θα παραβιαζόταν.

Η παραβίαση της ανισότητας του Bell, με αυστηρό σχετικιστικό διαχωρισμό μεταξύ των επιλεγμένων μετρήσεων, σημαίνει ότι είναι δυνατό να διατηρήσουμε την εικόνα κατά Einstein όπου οι συσχετισμοί εξηγούνται μέσω κοινών ιδιοτήτων που καθορίζονται από την κοινή πηγή και στη συνέχεια μεταφέρονται από το κάθε φωτόνιο. Πρέπει να συμπεράνουμε ότι ένα συζευγμένο ζεύγος EPR φωτονίων είναι ένα μη διαχωρίσιμο αντικείμενο. Δηλαδή, είναι αδύνατο να αποδοθούν ξεχωριστές τοπικές ιδιότητες (τοπικός ρεαλισμός) σε κάθε φωτόνιο. Με κάποια έννοια, και τα δύο φωτόνια διατηρούνται σε επαφή μέσα στο χώρο και χρόνο.

Αξίζει να τονίσουμε ότι η μη διαχωρισιμότητα, που βρίσκεται στις ρίζες της κβαντικής τηλεμεταφοράς, δεν υπονοεί τη δυνατότητα μιας πρακτικής επικοινωνίας με ταχύτητα μεγαλύτερη του φωτός. Ένας παρατηρητής που κάθεται πίσω από έναν πολωτή βλέπει μόνο μια προφανώς τυχαία σειρά από - και + αποτελέσματα, και οι ξεχωριστές μετρήσεις από την πλευρά του δεν μπορούν να τον ενημερώσουν ότι ο άλλος παρατηρητής έχει αλλάξει ξαφνικά τον προσανατολισμό του πολωτή του. Διαπίστωσαν ότι ο συσχετισμός αλλάζει αμέσως με το πού ένας από τους πολωτές άλλαξε τη διεύθυνσή του, χωρίς οποιαδήποτε καθυστέρηση που θα επέτρεπε τη μετάδοση σήματος: αυτό απεικονίζει την κβαντική μη διαχωρισιμότητα.

Γενικά η κβαντομηχανική 'έτριξε' τα θεμέλια δύο πυλώνων της σύγχρονης σκέψης. Ο ένας πυλώνας είναι ο ρεαλισμός, ότι δηλαδή τα πράγματα έχουν εκ των προτέρων κάποιες ιδιότητες, τις οποίες και επαληθεύουμε με την παρατήρηση. Ο άλλος πυλώνας είναι η τοπικότητα, ότι δηλαδή ένα γεγονός που συμβαίνει 'εδώ' δεν μπορεί να επηρεάσει ακαριαία ένα άλλο γεγονός που συμβαίνει κάπου αλλού. Γι' αυτό φρόντισε ο Bell με την φερώνυμη ανισότητα. Η ανισότητα είναι η εξής:

$$1 + C(b, c) \geq |C(a, b) - C(a, c)|$$

Η ανισότητα αυτή λέει ότι σε ένα στατιστικό σύνολο (πραγμάτων), αν μια ομάδα έχει την ιδιότητα A και δεν έχει την ιδιότητα B, μία άλλη ομάδα έχει την ιδιότητα B και όχι την ιδιότητα C, τότε το πλήθος των δύο ομάδων θα είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το πλήθος μίας τρίτης ομάδας που έχει την ιδιότητα A και όχι την C. Στο προηγούμενο παράδειγμα με το spin των ηλεκτρονίων, μπορούμε να αποδώσουμε στα δύο ηλεκτρόνια τιμές του spin π.χ. 'πάνω', 'κάτω', γωνία 45 μοίρες, ως τις ιδιότητες A, B και C. Αν υπολογίζουμε τις πιθανότητες (τα ποσοστά κάθε ομάδας) όπως προβλέπει η κβαντομηχανική, θα δούμε ότι η ανισότητα του Bell παραβιάζεται. Εφόσον όμως παραβιάζεται, αν οι ομάδες (τα ηλεκτρόνια του παραδείγματός μας) είχαν προκαθορισμένες ιδιότητες, τότε θα έπρεπε να αλληλεπιδράσουν ακαριαία ώστε να αλλάξουν τις τιμές τους. Επομένως η τοπικότητα (ότι τίποτα δε διαδίδεται με ταχύτητα μεγαλύτερη του φωτός) αίρεται. (κρυφές μεταβλητές είναι οι προκαθορισμένες ιδιότητες των πραγμάτων, άγνωστες στην προκειμένη περίπτωση, τοπικές γιατί αλληλεπιδρούν με το φράγμα της ταχύτητας του φωτός).

Ο John Bell .



Συνοψίζοντας,

το καταλληλότερο φυσικό σύστημα για τον αυστηρό έλεγχο της κβαντομηχανικής είναι το σύστημα EPR, δηλαδή ένα σύστημα δυο σωματιδίων με ολικό spin μηδέν. Και τούτο διότι:

- α) Σ' αυτό εκδηλώνονται με τον πιο καθαρό τρόπο, οι πιο ακραίες και αμφισβητούμενες πλευρές της κβαντικής θεωρίας. Θεμελιώδης ιντετερμινισμός – ακραία μη τοπικότητα.
- β) Ένα τέτοιο σύστημα δεν είχε υποβληθεί ποτέ σε άμεσο πειραματικό έλεγχο.



Και το καταλληλότερο φυσικό μέγεθος που εκφράζει τα ουσιώδη χαρακτηριστικά αυτού του συστήματος είναι ο βαθμός συσχέτισης του προσανατολισμού των δυο spin σε δυο αυθαίρετες κατευθύνσεις που είναι γνωστός ως συνάρτηση συσχέτισης  $C(\theta)$ .

Η συνάρτηση συσχέτισης  $C(\theta)$  που προέρχεται από μια τυχούσα τοπική θεωρία κρυμμένων μεταβλητών θα πρέπει να ικανοποιεί την ανισότητα:

$$|C(\theta') - C(\theta)| - C(\theta' - \theta) \leq 1$$

**Η ανισότητα του Bell**

Επομένως: Αν η κβαντομηχανική συνάρτηση συσχέτισης  $C(\theta) = -\cos\theta$  ικανοποιεί την ανισότητα Bell, τότε η ανισότητα αυτή δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να διακριθεί η κβαντομηχανική από μια θεωρία κρυμμένων μεταβλητών. Αν όμως δεν την ικανοποιεί, τότε ... κάναμε διάνα. Εύκολα μπορεί ναδειχθεί ότι η ανισότητα του Bell παραβιάζεται πανηγυρικά από την κβαντομηχανική συνάρτηση συσχέτισης, οπότε η πειραματική διάκριση μεταξύ κβαντομηχανικής και μιας οποιασδήποτε (τοπικής) θεωρίας κρυμμένων μεταβλητών είναι κατ' αρχήν δυνατή!

## Πειραματικές επιβεβαιώσεις

Έχουν πραγματοποιηθεί πολλά πειράματα που έχουν ελέγξει πράγματι την παραβίαση της ανισότητας του Bell. Έτσι, αυτά τα πειράματα έχουν αποκλείσει όλες τις θεωρίες περί κρυμμένων μεταβλητών, που βασίζονται στις κοινές υποθέσεις του ρεαλισμού, (που η τελευταία δέχεται ότι η πραγματικότητα υπάρχει όταν δεν την παρατηρούμε). Ενώ η τοπικότητα σημαίνει ότι τα γεγονότα σε άλλες περιοχές δεν μπορούν να επηρεάσουν το ένα άλλο στιγμιαία. Αλλά αν παραβιάζεται η ανισότητα του Bell δεν ξέρουμε συγκεκριμένα ποια υπόθεση - ο ρεαλισμός, η τοπικότητα ή και τα δύο μαζί - είναι σε ασυμφωνία με την κβαντομηχανική.

Από εκεί και ύστερα, η πρόβλεψη της κβαντομηχανικής και η ανισότητα του Bell έχουν ήδη επαληθευτεί πειραματικά (πιο γνωστό πείραμα ήταν του Aspect και των συνεργατών του, μετρώντας πόλωση φωτονίων). Το φαινόμενο δηλαδή που ο Einstein προέβλεψε, υπάρχει και ονομάζεται πλέον κβαντική σύζευξη. Ο Schrodinger, πατέρας της κυματοσυνάρτησης, ονόμασε το φαινόμενο της κβαντικής σύζευξης την απαρχή μίας νέας σκέψης. Γιατί τα πράγματα όχι μόνο δεν έχουν ιδιότητες πριν να τα παρατηρήσουμε αλλά κι αν έχουν μπορούν να τις διαδίδουν ακαριαία. Η κβαντική σύζευξη

χρησιμοποιείται ήδη στην κβαντική πληροφορική.

Όμως ο Markus Aspelmeyer και οι συνάδελφοι του από το πανεπιστήμιο της Βιέννης έχει δείξει ότι ο ρεαλισμός είναι κάτι περισσότερο από το πρόβλημα της τοπικότητας στον κβαντικό κόσμο. Επινόησαν λοιπόν ένα πείραμα που παραβιάζει μια διαφορετική ανισότητα και η οποία προτάθηκε από το φυσικό Anthony Leggett κατά το 2003, που στηρίζεται μόνο στο ρεαλισμό, και όχι στην τοπικότητα. Για να το κάνει αυτό, αντί να πάρει μόνο μετρήσεις κατά μήκος ενός επιπέδου της πόλωσης, η αυστριακή ομάδα πήρε μετρήσεις επιπρόσθετα, και στα κάθετα επίπεδα για να ελέγξει για την ελλειπτική πόλωση.

Διαπίστωσαν ότι, ακριβώς όπως και στα πραγματικά πειράματα που έγιναν με βάση το νοητικό πείραμα του Bell, η ανισότητα Leggett παραβιάζεται - τονίζοντας έτσι τον ισχυρισμό της κβαντομηχανικής ότι η πραγματικότητα δεν υπάρχει όταν δεν την παρατηρούμε.

Τα πειράματα που έγιναν τα τελευταία χρόνια συμφωνούσαν με τις κβαντικές προβλέψεις και παραβίαζαν την ανισότητα Bell. Ένα από τα πιο αποφασιστικά πειράματα στον τομέα αυτό στάθηκε το πείραμα του Alain Aspect στη Γαλλία, το 1982.

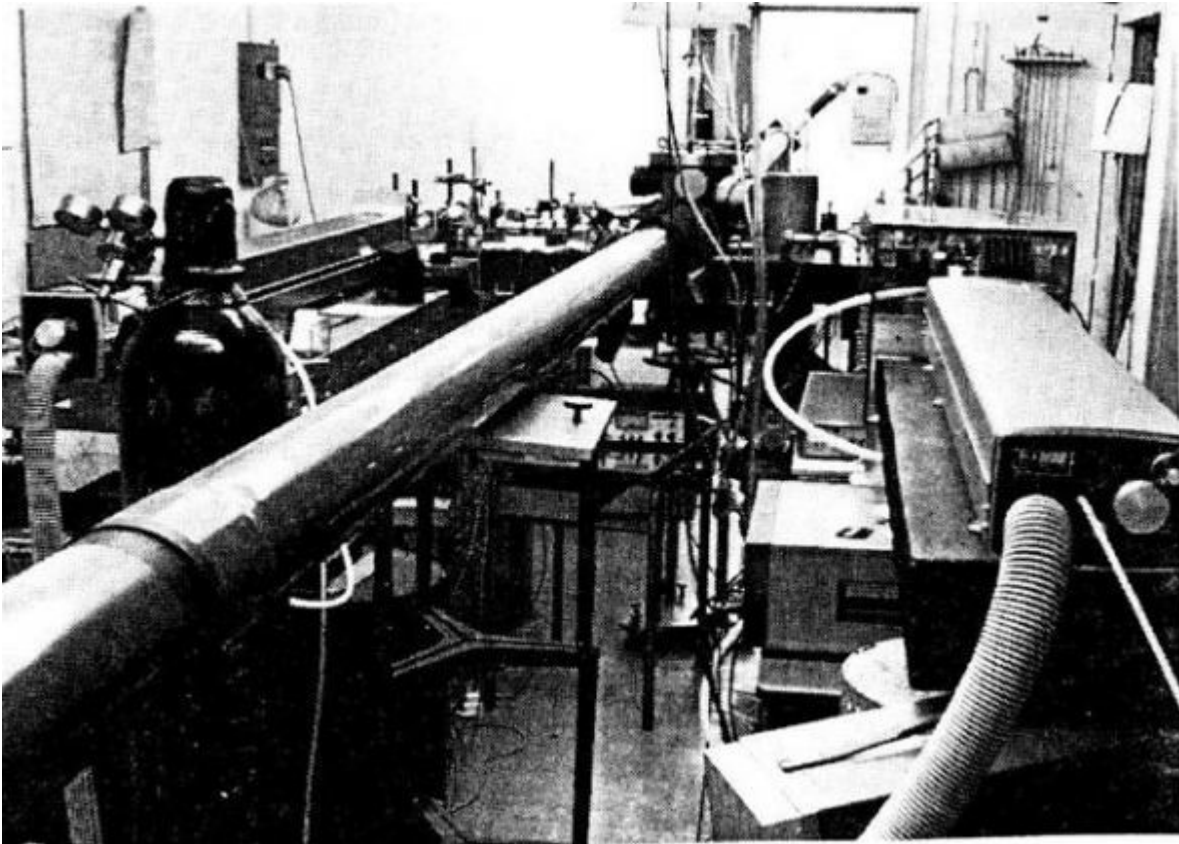
Ο Alain Aspect, ένας φυσικός που εκτέλεσε το πρώτο πείραμα τύπου Bell στη δεκαετία του '80, σκέφτεται ότι τα φιλοσοφικά συμπεράσματα της ομάδας είναι υποκειμενικά.

Το πείραμα του Alain Aspect έδειξε ότι οι ανισότητες Bell παραβιάζονται πειραματικά. Άρα είναι αδύνατον μία κλασσική θεωρία με κρυμμένες μεταβλητές να αναπαράγει την Κβαντική Μηχανική.

Το πείραμα του Aspect



Στο πείραμά του ο Alain Aspect χρησιμοποιεί φωτόνια και μετρητές πόλωσης αντί spin, και οι ανισότητες του Bell είναι λίγο διαφορετικές αλλά της ίδιας ακριβώς φύσεως. Τα πειραματικά αποτελέσματα για τη συνάρτηση συσχέτισης όχι μόνο παραβιάζουν τις ανισότητες Bell, αλλά ακολουθούν ακριβώς τη γωνιακή εξάρτηση που προβλέπει η κβαντομηχανική.



Η πειραματική διάταξη του Alain Aspect

Καμιά θεωρία κρυμμένων μεταβλητών δεν μπορεί να αναπαραγάγει ποτέ την κβαντομηχανική συνάρτηση συσχέτισης δηλ. καμιά θεωρία κρυμμένων μεταβλητών δεν είναι συμβιβάσιμη με την κβαντομηχανική.

Επομένως ο David Bohm και John Bell ήταν από αυτούς που πρότειναν πειραματικές μεθόδους για την επιβεβαίωση της μη-τοπικότητας που ήρθε πειραματικά το 1982 από τον Alan Aspect και των συνεργατών του Νταλιμπάρ και Rogers.

Η βαθύτερη αιτία για την παραβίαση των ανισοτήτων Bell είναι αναμφίβολα το γεγονός ότι στην Κβαντική Μηχανική δεν έχουμε διχοτομικές μεταβλητές (διχοτομική μεταβλητή αποκαλούμε μία μεταβλητή που λαμβάνει μόνο δύο δυνατές τιμές). Το spin είναι εν δυνάμει και “πάνω” και “κάτω”. Η λογική της διάταξης δεν ισχύει.

Σήμερα, οι συζητήσεις οδηγούν σε ένα νέο κλάδο την μετα-κβαντική φυσική, με σκοπό να λυθούν με επιστημονικό τρόπο μερικά από τα μεγαλύτερα μυστήρια του σύμπαντος. Σήμερα γνωρίζουμε πως σωματίδια, που κάτω από ορισμένες συνθήκες ήταν συζευγμένα αρχικά με κάποιο τρόπο, μπορούν και αλληλεπιδρούν με σήματα που ταξιδεύουν με μεγαλύτερες ταχύτητες από το φως. Και αυτό συμβαίνει, όπως είπε ο John Bell, για να δοθεί μια εξήγηση σύμφωνη με τις προβλέψεις της κβαντικής θεωρίας.

Η κβαντική λοιπόν θεωρία, ίσως υπονοεί, πως υπάρχει ένας αόρατος ιστός όπου όλα τα σημεία είναι συζευγμένα σε κβαντικό επίπεδο. Θα μπορούσαν λοιπόν να εξηγηθούν φαινόμενα όπως η τηλεπάθεια, η εφαρμογή ψυχικών δυνάμεων, η άμεση επικοινωνία σε μεγάλες αποστάσεις κλπ. Ίσως αποδειχθεί

στο μέλλον η δυνατότητα του νου να ενισχύει και να ελέγχει ψυχικά φαινόμενα.

Υπάρχουν ενδείξεις πως κάποιες μορφές διανοητικής λειτουργίας έχουν σαν αποτέλεσμα να παραβιάζουν την ομαλή συνέχεια του χρόνου και ονομάζονται "προφητικά όνειρα", ψυχικές δυνάμεις κλπ. Γι' αυτές υπάρχουν έργα μεγάλων ερευνητών, όπως του Άρθουρ Κάιςλερ και του Κάρλ Γιουνγκ.

Υ.

#### 7. Θεωρίες τοπικών κρυμμένων μεταβλητών κρυμμένων μεταβλητών

Οι θεωρίες αυτές πρεσβεύουν ότι υπάρχουν ορισμένες μεταβλητές, στις οποίες εξαρχής είναι αδύνατο να έχουμε ακριβή γνώση των τιμών τους, κρυμμένες μεταβλητές οι οποίες καθίστανται υπεύθυνες για την έκβαση των πειραμάτων, για την ακριβή δηλαδή τιμή των φυσικών μεταβλητών υπό μέτρηση. Η διατύπωση των περίφημων ανισοτήτων Bell (και άλλων αργότερα) υπέβαλε σε πειραματικό έλεγχο την παραπάνω πρόταση, κάτι πραγματικά εκπληκτικό αν αναλογιστεί κανείς πως δεν ήταν αναγκαίο να υπάρχει καμία ακριβής διατύπωση μιας θεωρίας κρυμμένων μεταβλητών για τον έλεγχό της. Απλά η ύπαρξη της ιδέας αυτής αρκούσε για να οδηγούσε σε αποκλίσεις από την κβαντομηχανική συμπεριφορά ενός συγκεκριμένου είδους μετρήσεων (πείραμα Aspect και άλλα). Τα αποτελέσματα δικαίωσαν την Κβαντομηχανική αλλά επίσης κατέδειξαν πως η έννοια της μη-τοπικότητας πρέπει να αποτελεί αναπόσπαστο τμήμα της φυσικής πραγματικότητας. Οι θεωρίες τοπικών κρυμμένων μεταβλητών διατηρούν βέβαια τον ντετερμινιστικό χαρακτήρα της φυσικής, σε αντίθεση με την ενδογενή πιθανοκρατία της καθιερωμένης ερμηνείας.

#### 8. Θεωρίες μη-τοπικών κρυμμένων μεταβλητών

Η μη-τοπικότητα με τη μορφή που υπάρχει στην κβαντομηχανική, πειραματικά ελεγμένη πλέον, δεν αφορά μετάδοση πληροφορίας με ταχύτητες μεγαλύτερη του φωτός ή παραβίαση της τοπικότητας (κλώνων φωτός) της σχετικότητας, πόσο μάλλον άρση της αιτιοκρατίας. Τα πειράματα τύπου Aspect επάνω σε καταστάσεις που μοιάζουν με το περίφημο παράδοξο EPR κατέδειξαν πως τα κβαντικά συστήματα που γεννήθηκαν μαζί, συνεχίζουν να επικοινωνούν μεταξύ τους με άγνωστο μέχρι στιγμής τρόπο έτσι ώστε να διατηρούνται σημαντικά φυσικά μεγέθη του όλου συστήματος, όπως η στροφορμή για παράδειγμα. Στην πραγματικότητα παρ' όλη την φαινομενικά πιθανοκρατική φύση τους, τα κβαντικά φαινόμενα είναι πολύ περισσότερο πειθαρχημένα απ' όση θα περίμενε κανείς.

## Βιβλιογραφία

1. Στέφανος Τραχανάς <<Κβαντομηχανική I και II>>
2. Κβαντικές Πραγματικότητες <<Ανισότητες Bell>>
3. [www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com)
4. J.T.Cushing: 'Φιλοσοφικές έννοιες στη Φυσική'

5. Γ.Ι. Ανδριτσόπουλος: 'Εισαγωγή στην Κβαντομηχανική'
6. David J. Griffiths: 'Introduction to quantum mechanics'