



Επιμορφωτικά Σεμινάρια ΑΤΜ

# Γεωδαιτικό Υπόβαθρο για τη χρήση του HEPOS

*Συστήματα & πλαίσια αναφοράς  
Μετασχηματισμοί συντεταγμένων*

*Χριστόφορος Κωτσάκης*

Τμήμα Αγρονόμων & Τοπογράφων Μηχανικών  
Πολυτεχνική Σχολή, ΑΠΘ



# Βασικές Έννοιες

- Σύστημα Αναφοράς Συντεταγμένων
- Πλαίσιο/α Αναφοράς Συντεταγμένων
- Μετασχηματισμός Συντεταγμένων  
(μέσα στο ίδιο σύστημα/πλαίσιο αναφοράς)
- Μετασχηματισμός Συντεταγμένων  
(μεταξύ διαφορετικών συστημάτων/πλαισίων αναφοράς)



# Σύστημα Αναφοράς

Είναι ένα θεωρητικό μοντέλο περιγραφής της θέσης σημείων στο χώρο (& στο χρόνο).



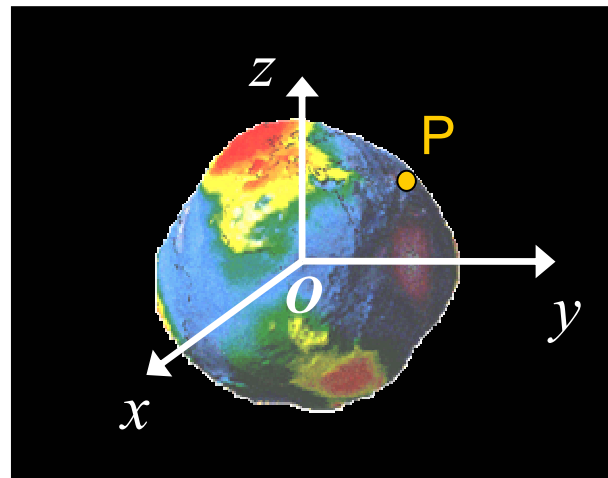
# Σύστημα Αναφοράς

Για τον ορισμό του χρησιμοποιούνται διάφορα μαθηματικά εργαλεία, φυσικά μοντέλα, γεωδαιτικά 'πρότυπα' και άλλες βοηθητικές 'συμβατικές επιλογές', π.χ:

- Ευκλείδεια γεωμετρία, Νευτώνεια φυσική ,...
- Δορυφορικές τροχιές
- Ελαστική συμπεριφορά της Γης
- Περιστροφή της Γης
- ΕΕΠ αναφοράς
- Μέση στάθμη της θάλασσας

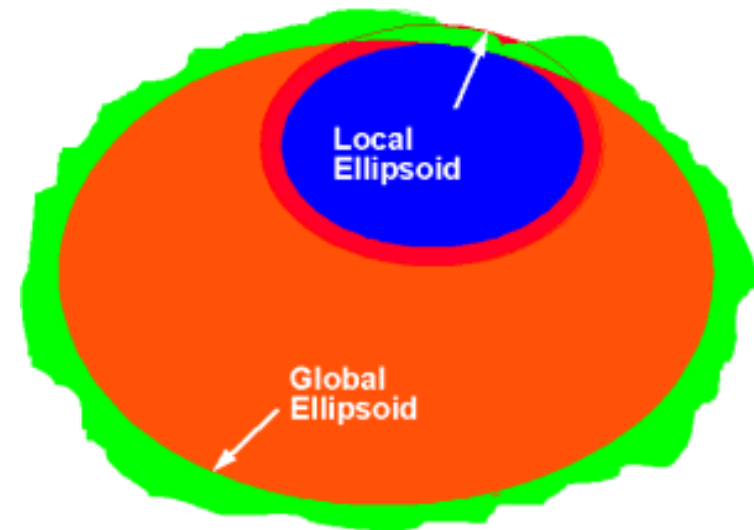
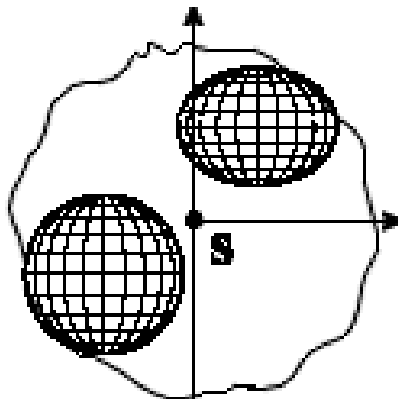
# Παράδειγμα ΣΑ

*«ένα Καρτεσιανό δεξιόστροφο σύστημα τρισσορθογώνιων αξόνων  $Oxyz$ , με αρχή  $O$  το κέντρο μάζας της γης, διεύθυνση του άξονα  $Oz$  τη διεύθυνση του (μέσου) άξονα περιστροφής της γης, και διεύθυνση του άξονα  $Ox$  τέτοια ώστε το επίπεδο  $Oxz$  να ταυτίζεται με το μεσημβρινό επίπεδο του Greenwich.»*



# Παράδειγμα ΣΑ

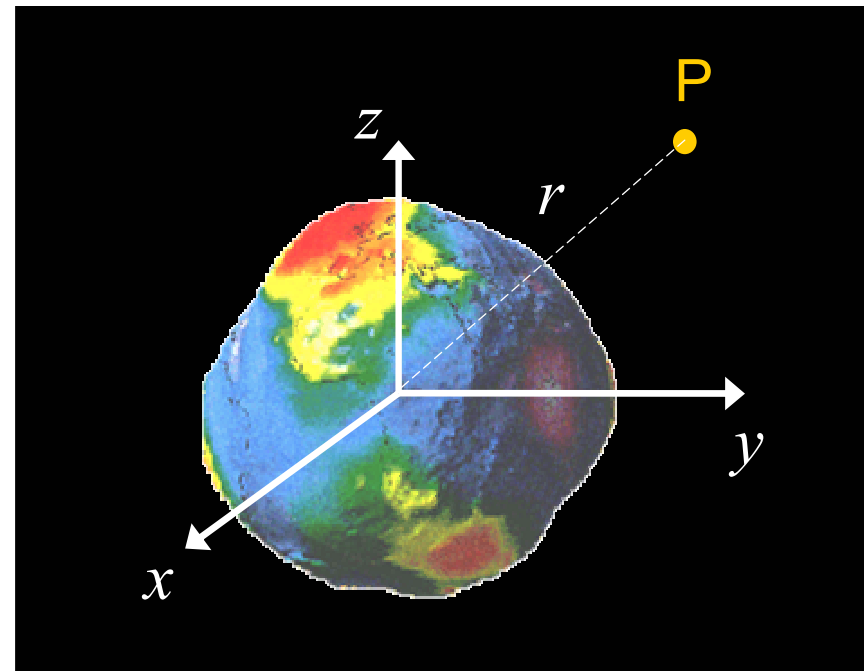
*« ένα ελλειψοειδές-εκ-περιστροφής (ΕΕΠ) με συγκεκριμένες διαστάσεις, το οποίο προσαρμόζεται (σε κάποια δεδομένη θέση και με δεδομένο προσανατολισμό) στην επιφάνεια του γεωειδούς σε μία τοπική περιοχή... »*



# Σύστημα Αναφοράς

Η πολυπλοκότητα του ορισμού ενός γεωδαιτικού ΣΑ αυξάνεται ανάλογα με τη “δυνατή ακρίβεια” στον προσδιορισμό της  $1\Delta/2\Delta/3\Delta/4\Delta$  θέσης σημείων.

Η ακρίβεια αυτή εξαρτάται άμεσα από τη μετρητική ακρίβεια των παρατηρήσεων που θα χρησιμοποιηθούν για την ‘υλοποίηση’ και τη χρήση του ΣΑ για διάφορες εφαρμογές...





# Σύστημα Αναφοράς

Για παράδειγμα, ο ορισμός ενός γεωδαιτικού ΣΑ για τον προσδιορισμό της θέσης σημείων που βρίσκονται πάνω σε μία ‘παραμορφώσιμη Γη’ **είναι πολύ πιο πολύπλοκος** από τον ορισμό ενός γεωδαιτικού ΣΑ για σημεία που βρίσκονται πάνω σε μία ‘συμπαγή Γη’.

# Συστήματα Αναφοράς

## Παγκόσμια/Ηπειρωτικά

- 3Δ Καρτεσιανά (γεωκεντρικά) συστήματα συντεταγμένων
- Χρήση μέσω μετρήσεων GPS (& άλλων δεδομένων δορυφ. γεωδαισίας)
- **ITRS** (IERS), **ETRS89** (EUREF), **WGS84** (US DoD)

# Συστήματα Αναφοράς

## Τοπικά (εθνικά)

- 3Δ Καρτεσιανά (γεωκεντρικά) συστήματα συντεταγμένων
- Συμβατά με αντίστοιχα παγκόσμια ή ηπειρωτικά γεωδαιτικά ΣΑ
- Χρήση μέσω μετρήσεων GPS
- **HTRS07 (HEPOS)**

# Συστήματα Αναφοράς

## Τοπικά (εθνικά)

- 2Δ συστήματα καρτυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων σε σχέση με κάποιο ΕΕΠ αναφοράς
- Το ΕΕΠ αναφοράς είναι 'τοποθετημένο' και 'προσανατολισμένο' σε δεδομένη θέση ως προς κάποιο γεωκεντρικό ΣΑ
- Χρήση μέσω κλασικών (κυρίως) γεωδαιτικών μετρήσεων
- **ΕΓΣΑ87 (ΟΚΧΕ)**

# INSPIRE (2007/2/ΕΚ)

Οδηγία της ΕΕ σχετικά με τη διαμόρφωση νομικού πλαισίου για τη δημιουργία και λειτουργία Υποδομής Χωρικών Πληροφοριών στην Ευρώπη, με σκοπό τη χάραξη, εφαρμογή, παρακολούθηση και αξιολόγηση των κοινοτικών πολιτικών, σε όλα τα επίπεδα και την παροχή γεω-πληροφοριών του δημόσιου τομέα.



EUREF

ETRS89

EVRS

# Πλαίσιο Αναφοράς

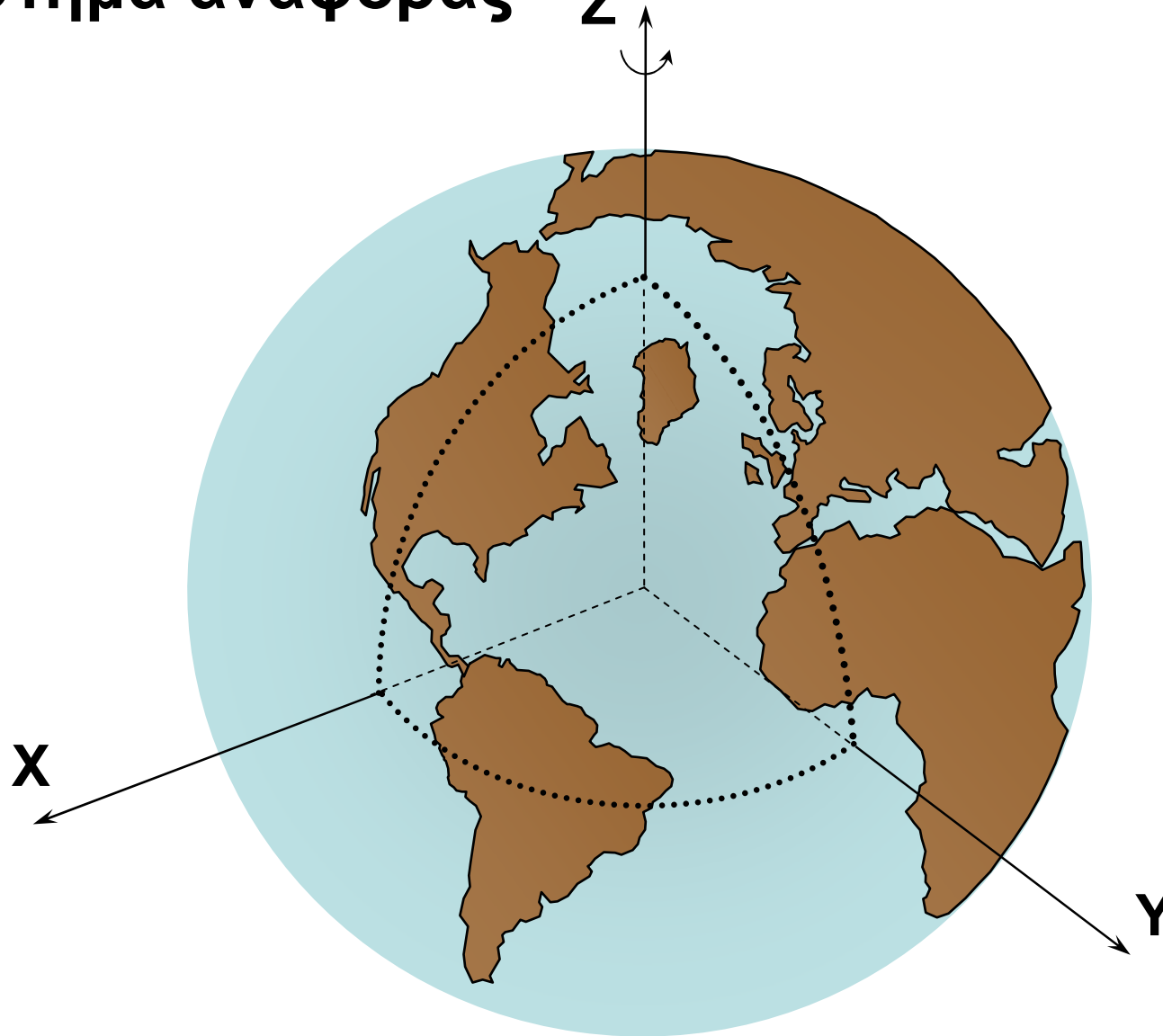
Είναι ένα δίκτυο σταθμών αναφοράς με **γνωστές συντεταγμένες** ως προς κάποιο ΓΣΑ.

*Ένα πλαίσιο αναφοράς παρέχει την υλοποίηση ενός συστήματος αναφοράς.*

(ως προς το οποίο έχουν υπολογιστεί, με συγκεκριμένη ακρίβεια, οι θέσεις των σημείων του)

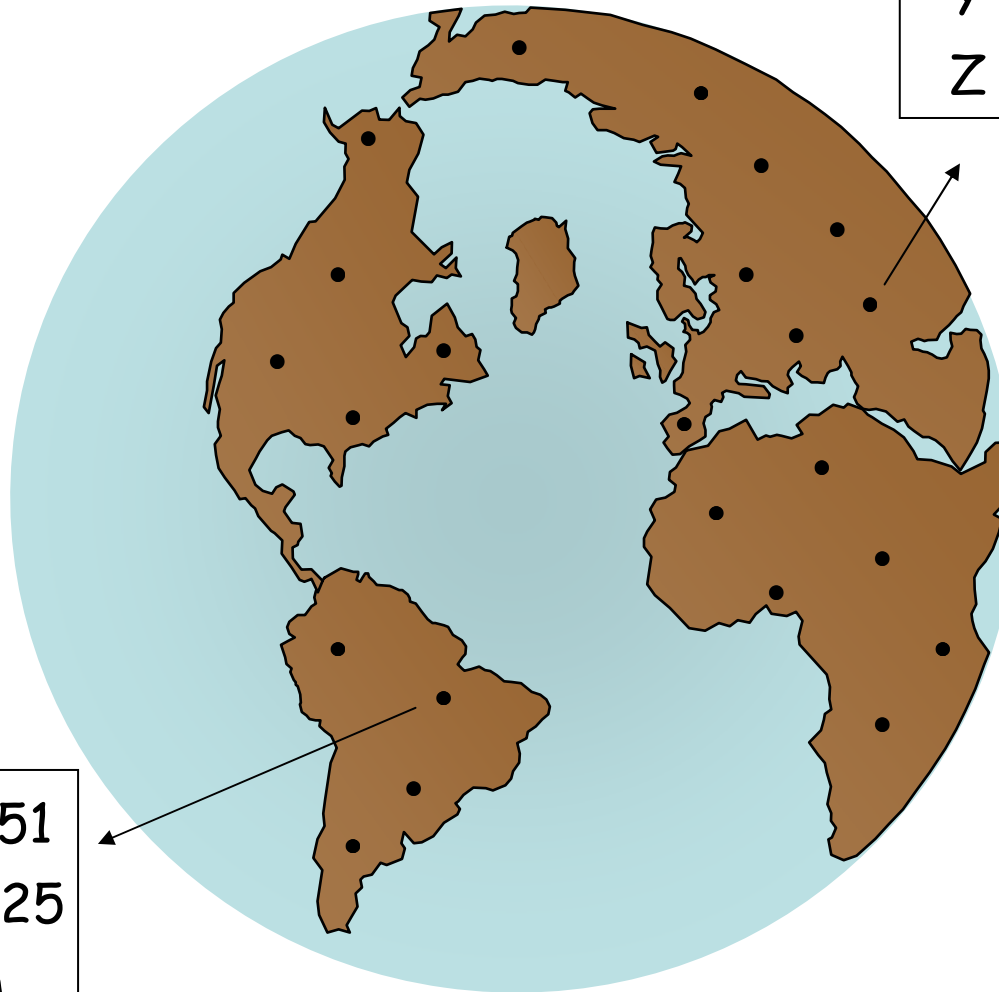


# Σύστημα αναφοράς $Z$



# Πλαίσιο αναφοράς

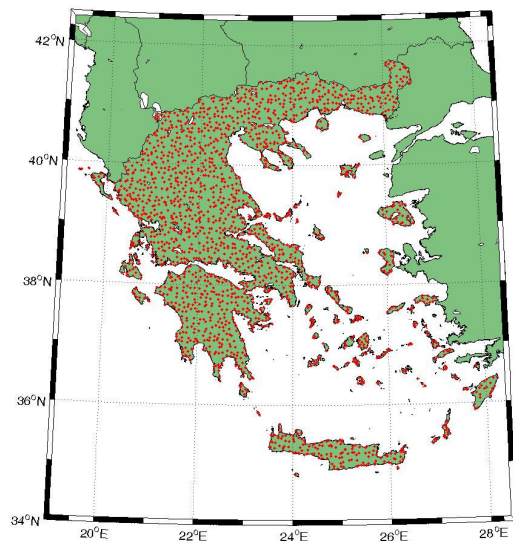
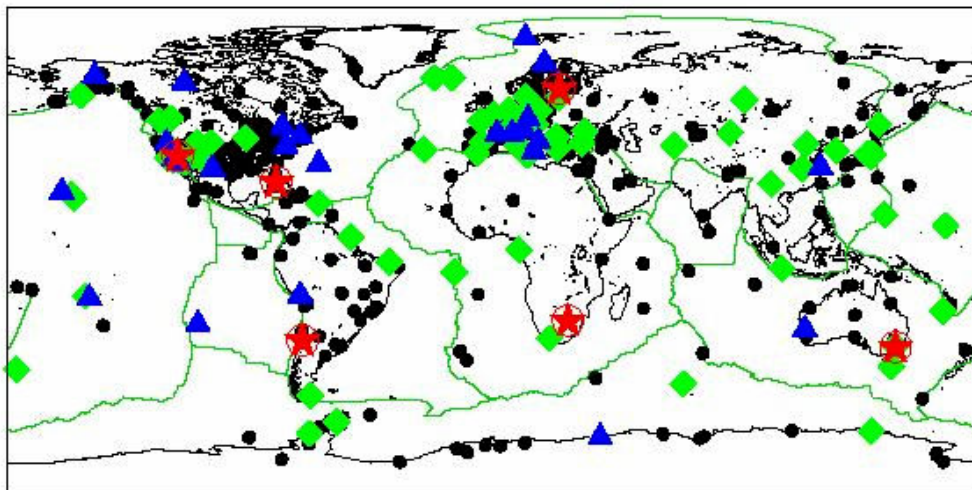
$X = 4382064.397 \text{ m}$   
 $Y = 2023782.594 \text{ m}$   
 $Z = 4155326.353 \text{ m}$



$\varphi = -35^{\circ}.043451$   
 $\lambda = 296^{\circ}.237825$   
 $h = 654.236 \text{ m}$



# Πλαίσια αναφοράς

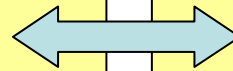


## Σύστημα αναφοράς

## Πλαίσιο αναφοράς

Θεωρητική  
περιγραφή, ορισμός  
και τεκμηρίωση

Ένα σύνολο από φυσικά & μαθηματικά εργαλεία/μοντέλα, τα οποία μαζί με ένα σύνολο συμβάσεων, προτύπων και άλλων σταθερών χρησιμοποιούνται για τον προσδιορισμό της θέσης σημείων στο χώρο



Πρακτική  
υλοποίηση και  
πρόσβαση στους χρήστες

Ένα δίκτυο σημείων με γνωστές συντεταγμένες ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς.

Datum (?)

# Παράδειγμα

## Σύστημα αναφοράς

**ΕΓΣΑ87**

**ΕΕΠ:** GRS80

Παραλληλία με BTS87

$\Sigma(\xi)=0$ ,  $\Sigma(\eta)=0$ ,  $\Sigma(N)=0$

**Θεμελιώδες σημείο:** Διόνυσος  
Αττικής

$\varphi = 38^{\circ} 4' 33''.80$

$\lambda = 23^{\circ} 55' 51''.00$

$N = 7 \text{ m}$

## Πλαίσιο αναφοράς

**ΕΓΣΑ87**

Δίκτυα I, II, III, IV τάξης  
(συντεταγμένες  $\varphi$ ,  $\lambda$ )

Προβολή TM87  
(συντεταγμένες E, N)

Απουσία υψομετρικής  
πληροφορίας

Απουσία δυναμικής  
πληροφορίας

# ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ & ΠΛΑΪΣΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

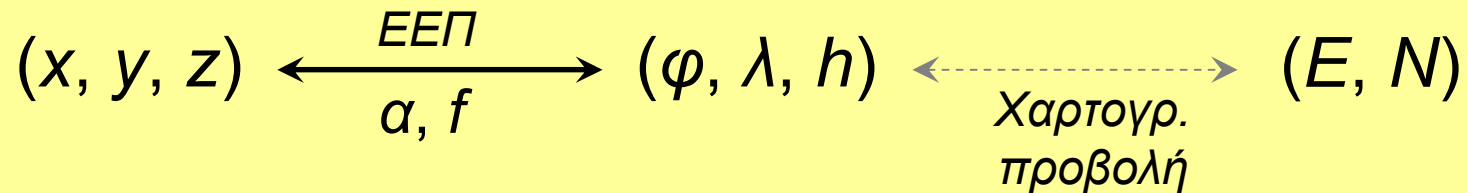
-  $X, Y, Z \rightarrow \varphi, \lambda, h \rightarrow E$  (easting),  $N$  (northing)

-  $X(t), Y(t), Z(t), v_x, v_y, v_z$

-  $\varphi(t), \lambda(t), h(t), v_\varphi, v_\lambda, v_h$

-  $\varphi, \lambda, H \rightarrow E$  (easting),  $N$  (northing),  $H$

# Συντεταγμένες σε ένα σύγχρονο 3Δ δορυφορικό γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς



$$\left. \begin{array}{l} H \text{ (ορθομετρικό υψόμετρο)} \\ N \text{ (αποχή γεωειδούς)} \end{array} \right\} h = H + N$$

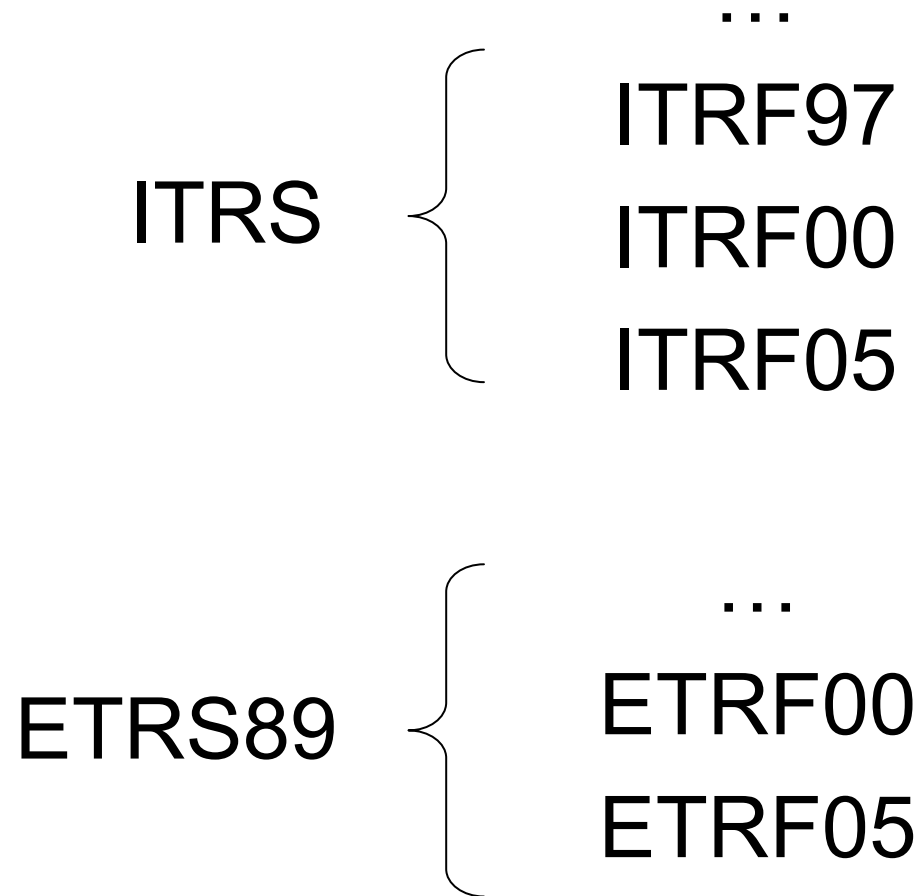
(\* ) και ενδεχομένως κάποιο μοντέλο ταχυτήτων για τη διαχρονική περιγραφή των μεταβολών στις θέσεις των σημείων υλοποίησης (λόγω γεωδυναμικών φαινομένων...)



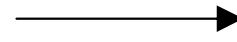
Ένα σύστημα αναφοράς μπορεί να είναι προσβάσιμο στους χρήστες του μέσω διαφορετικών πλαισίων αναφοράς, ανάλογα με:

- τον τύπο των χρησιμοποιούμενων συντεταγμένων (Καρτεσιανές, γεωδαιτικές, προβολικές, γεωμ. υπόμετρα, ορθομ. υπόμετρα)
- τη συγκεκριμένη λύση συνόρθωσης από την οποία προέκυψαν οι γνωστές συντεταγμένες των ΣΑ για την υλοποίηση του
- τη χρονική εποχή αναφοράς των συντεταγμένων
- τη γεωγραφική περιοχή στην οποία βρίσκεται το αντίστοιχο δίκτυο των ΣΑ

# Σύστημα/Πλαίσια Αναφοράς

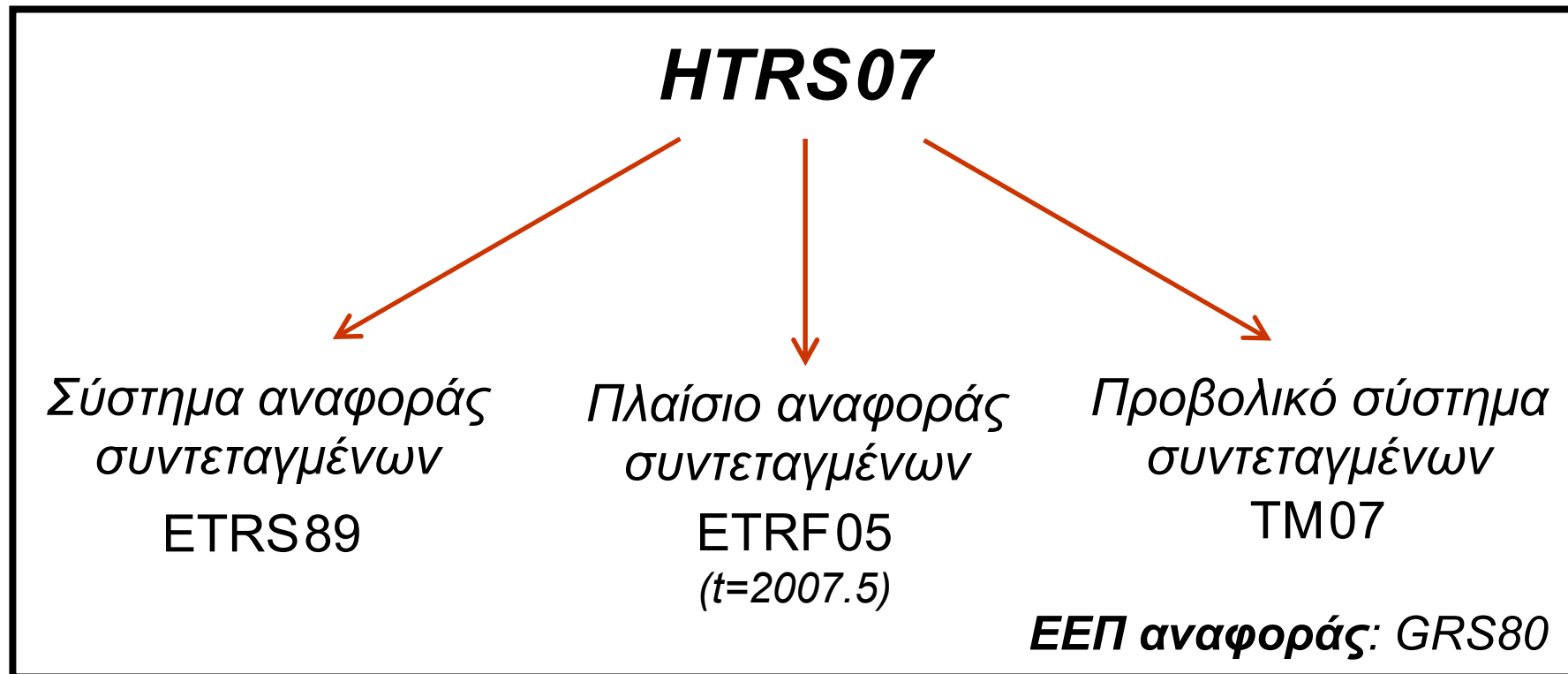


Γεωδαιτικό σύστημα  
αναφοράς του ΗΕΡΟΣ



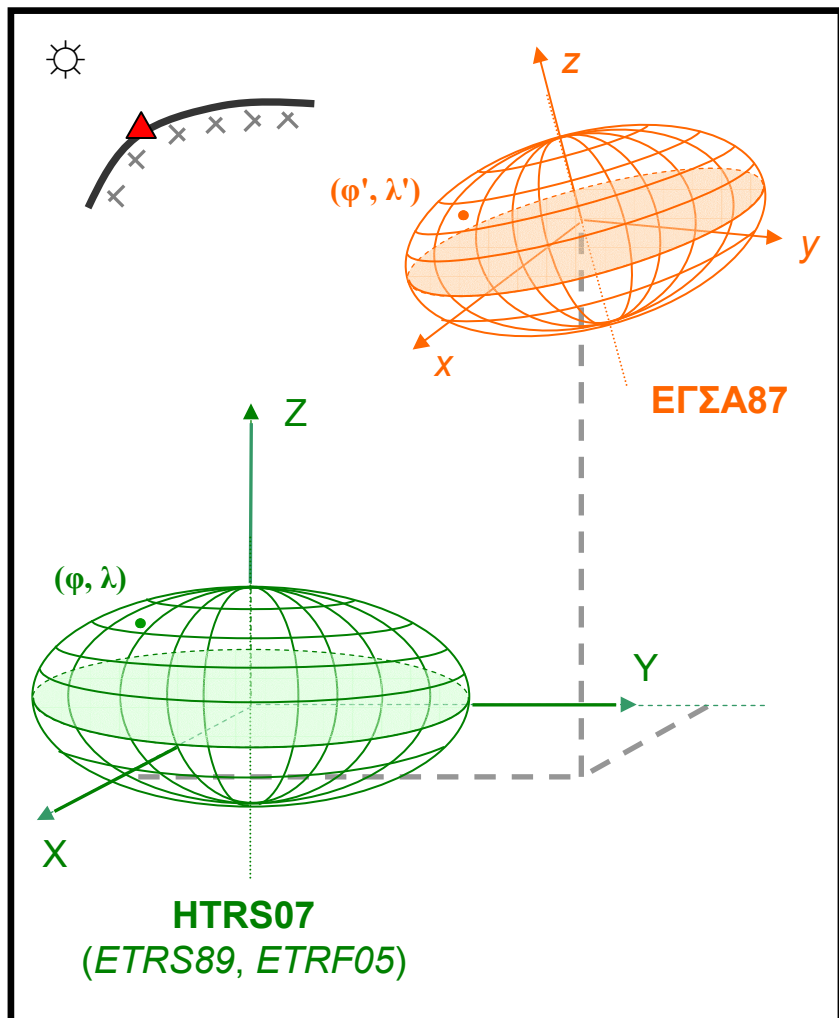
**HTRS07**

*Hellenic Terrestrial  
Reference System (2007)*

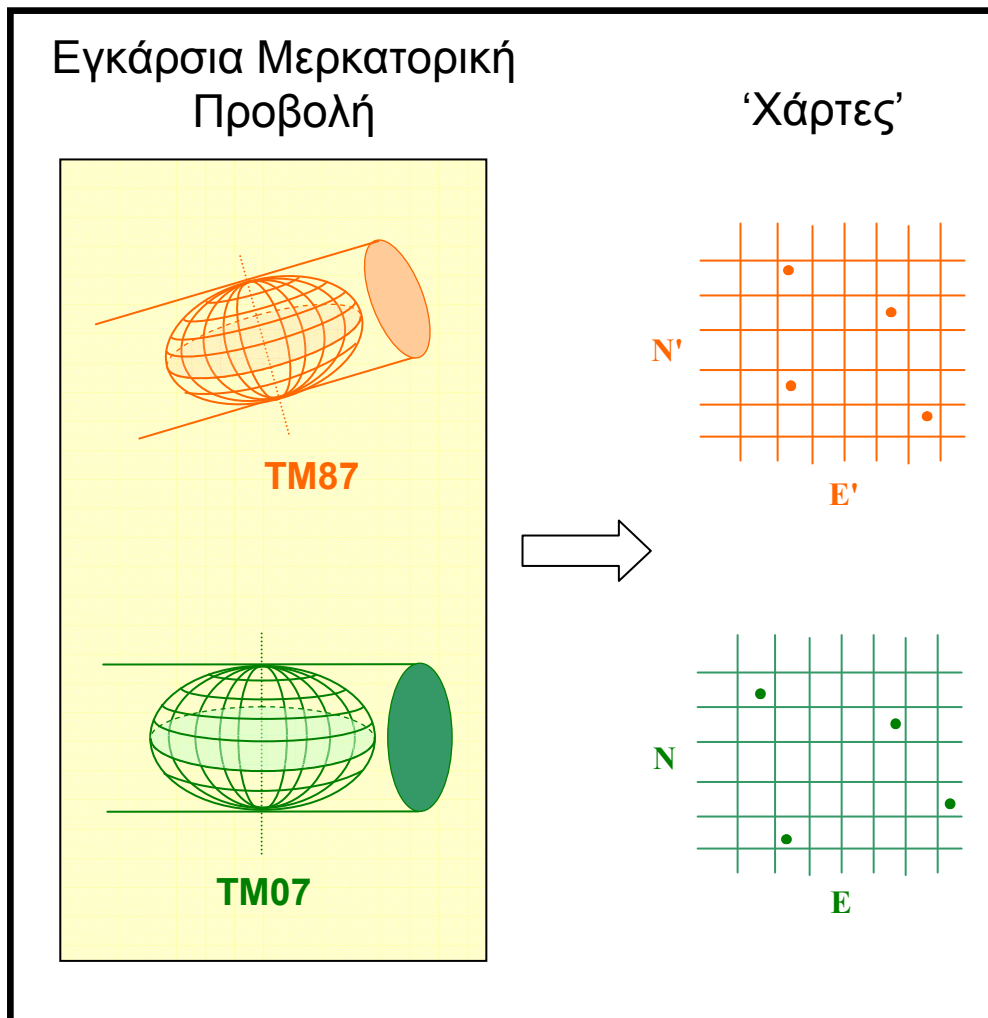




# HTRS07 vs. ΕΓΣΑ87

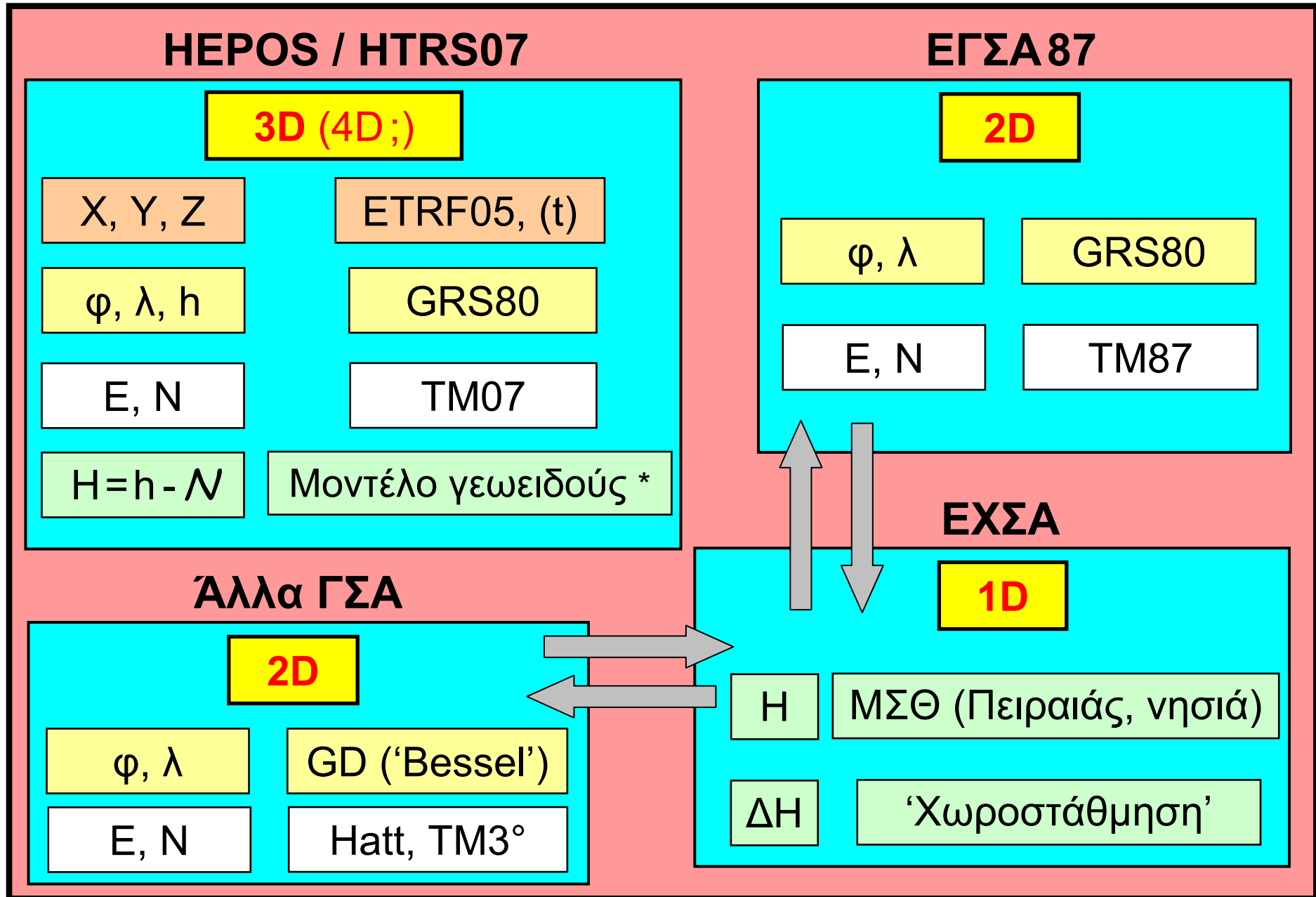


# Οριζοντιογραφία



(\* Το **ΕΕΠ αναφοράς** είναι (και στις δύο περιπτώσεις) το **GRS80**

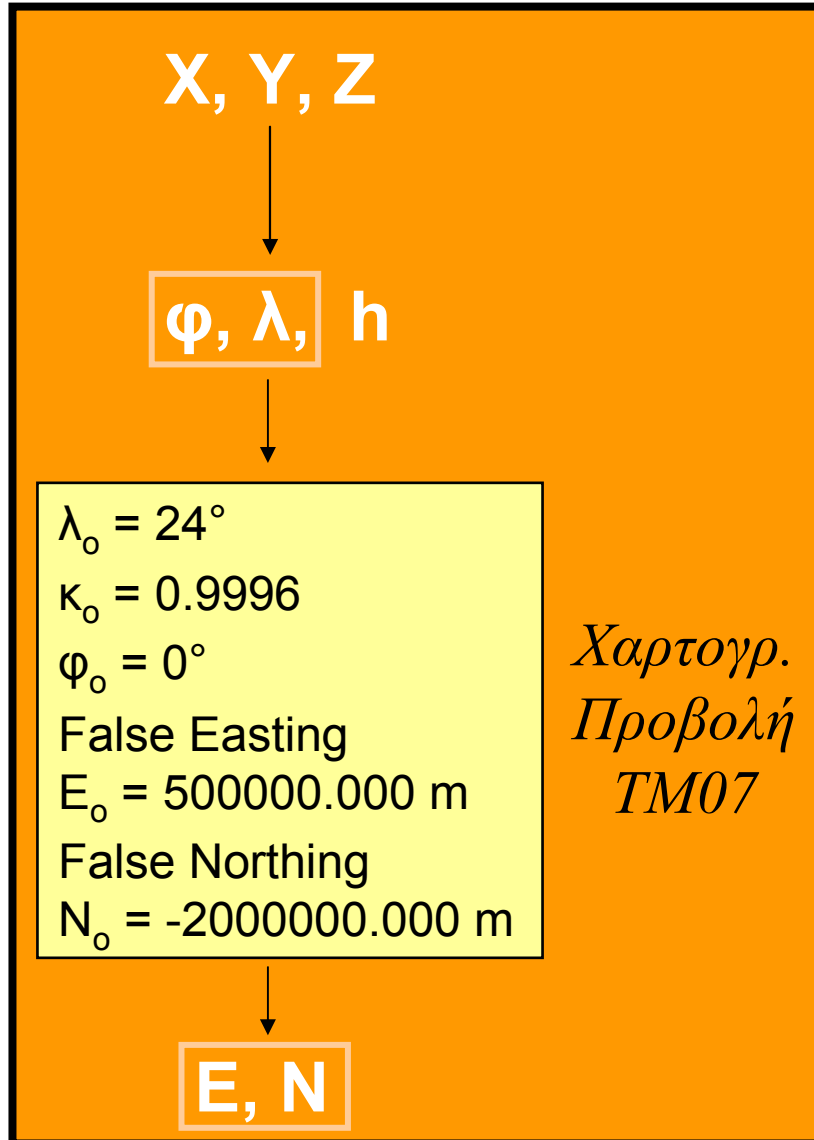
# Εθνική Γεωδαιτική Υποδομή



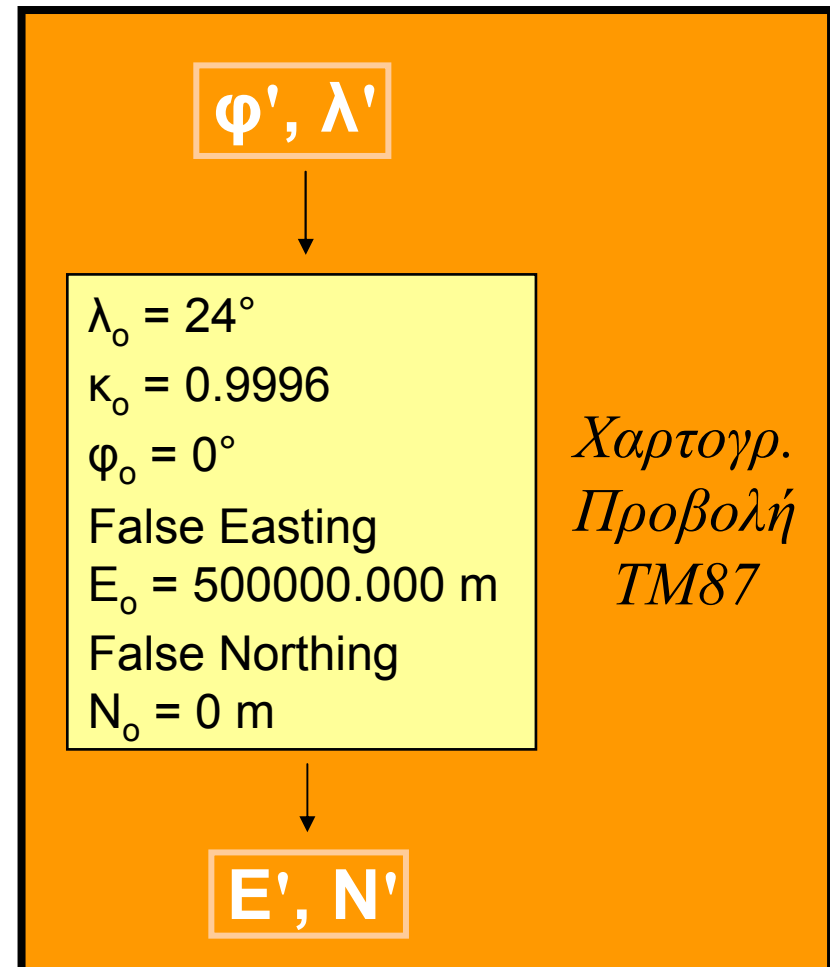


‘Διπλή ταυτότητα’  
οριζόντιας θέσης σημείου

## HTRS07 (HEPOS)

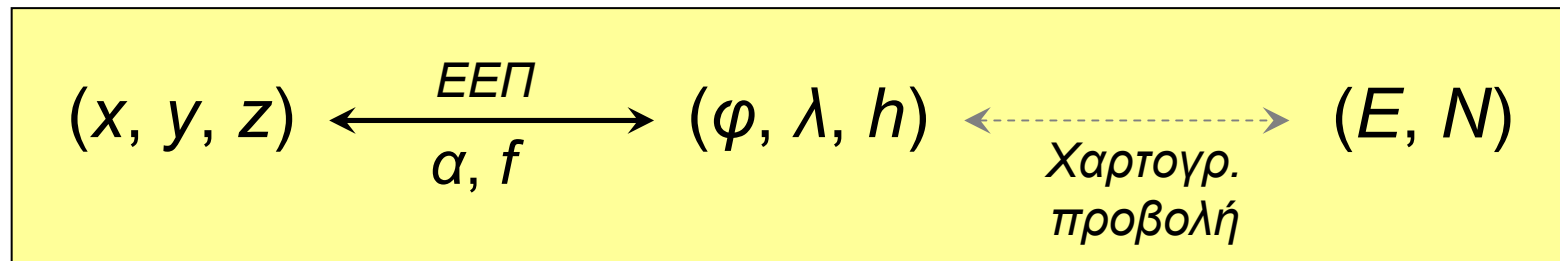


## ΕΓΣΑ87



# Προβλήματα μετασχηματισμού συντεταγμένων (1)

Μετασχηματισμός συντεταγμένων μέσα στο **ίδιο**  
σύστημα/πλαίσιο αναφοράς



# Προβλήματα μετασχηματισμού συντεταγμένων (2)

Μετασχηματισμός συντεταγμένων μέσα στο **ίδιο**  
σύστημα/πλαίσιο αναφοράς

$$\text{ITRF}_{xx}(t_1) \rightarrow \text{ITRF}_{xx}(t_2)$$

$$\text{ETRF}_{xx}(t_1) \rightarrow \text{ETRF}_{xx}(t_2)$$

# Προβλήματα μετασχηματισμού συντεταγμένων (3)

Μετασχηματισμός συντεταγμένων μέσα στο **ίδιο**  
σύστημα αναφοράς, αλλά μεταξύ **διαφορετικών**  
πλαισίων αναφοράς

$$\text{ITRF}_{xx}(t_1) \rightarrow \text{ITRF}_{yy}(t_2)$$

$$\text{ETRF}_{xx}(t_1) \rightarrow \text{ETRF}_{yy}(t_2)$$

# Προβλήματα μετασχηματισμού συντεταγμένων (4)

Μετασχηματισμός συντεταγμένων μεταξύ  
**διαφορετικών** συστημάτων/πλαισίων αναφοράς

$ITRF_{xx}(t_1) \rightarrow ETRF_{yy}(t_2)$

$ETRF_{xx}(t_1)$

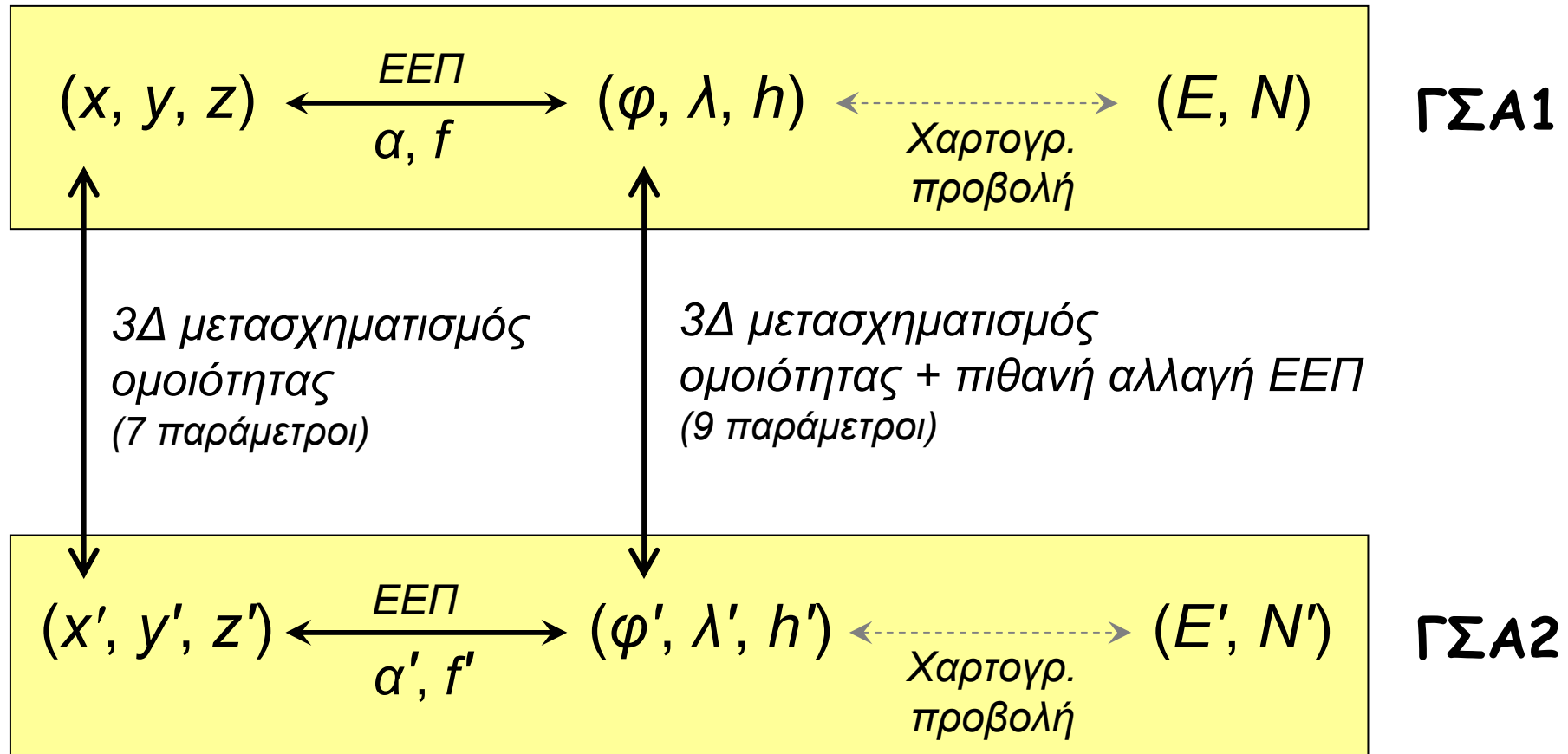
$ITRF_{xx}(t_1)$

HTRS07

}  $\rightarrow$  ΕΓΣΑ87

# Σύνδεση Συστημάτων Αναφοράς

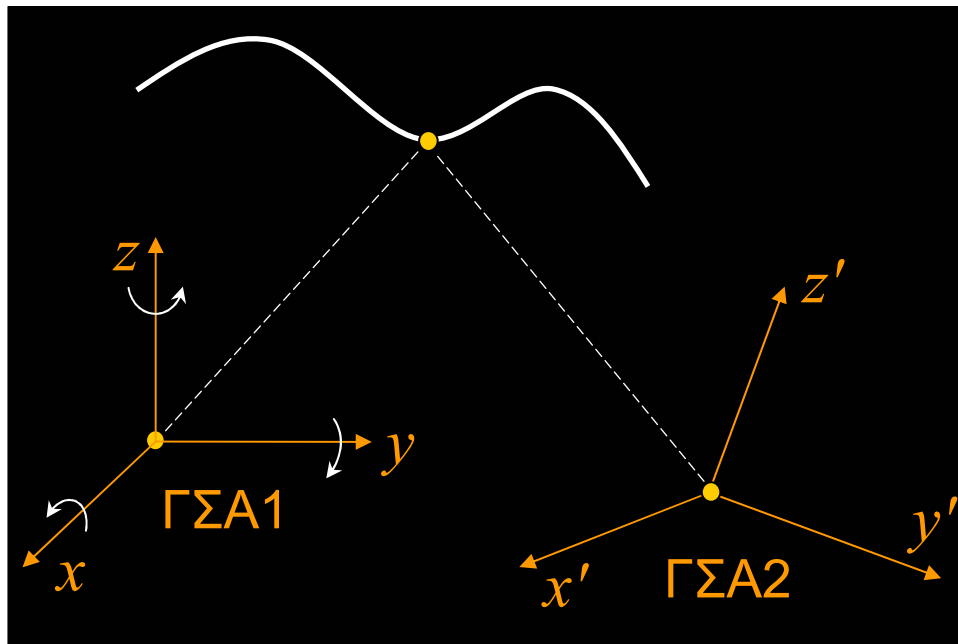
Θεωρώντας διαφορές σε: θέση/προσανατολισμό/κλίμακα/ΕΕΠ





# Σύνδεση Συστημάτων Αναφοράς

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}_{\text{GRF2}} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + (1 + \delta s) \mathbf{R}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z) \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{GRF1}}$$



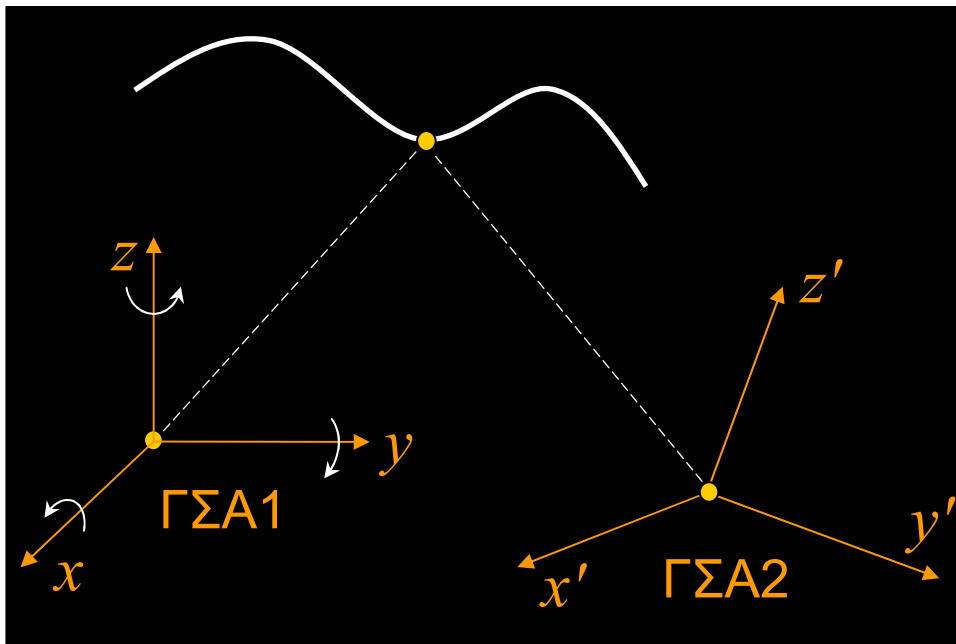
**3Δ μετασχηματισμός ομοιότητας**  
(Helmert spatial transformation)

- 3 παράμετροι μετάθεσης
- 3 γωνίες στροφής
- 1 συντελεστής κλίμακας

**R:** ορθογώνιος πίνακας στροφής

# Σύνδεση Συστημάτων Αναφοράς

$$\begin{bmatrix} x' - x \\ y' - y \\ z' - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta s & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \delta s & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \delta s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

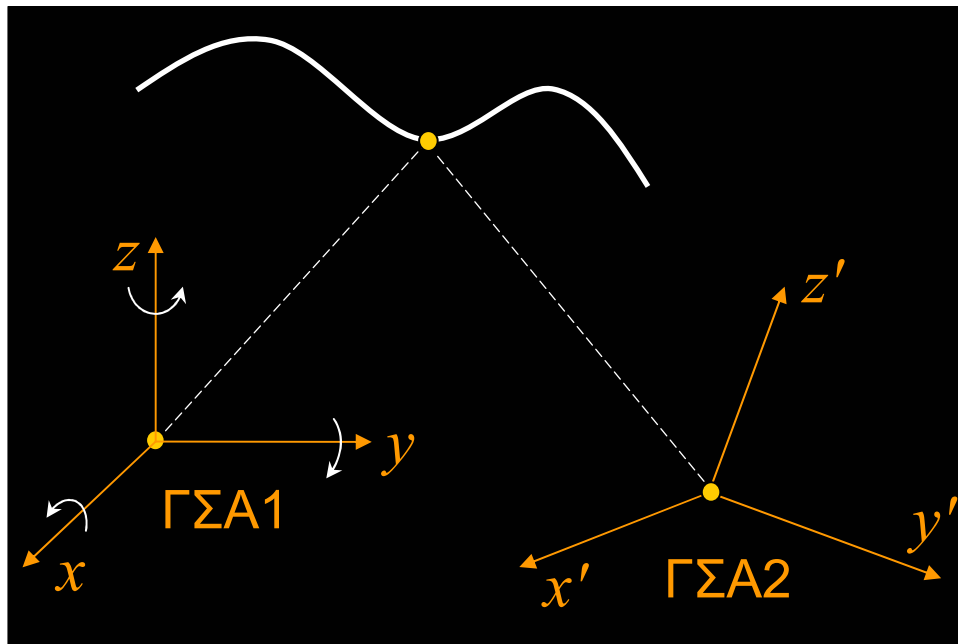


Γραμμικοποιημένη μορφή του  
3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας  
(linearized Helmert transformation)

Σφάλμα μετασχηματισμού  $< 1$  mm,  
όταν η τάξη μεγέθους των γωνιών  
στροφής και του συντελεστή  
κλίμακας είναι  $< 10^{-5}$

# Σύνδεση Συστημάτων Αναφοράς

$$\begin{bmatrix} x' - x \\ y' - y \\ z' - z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta s & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \delta s & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \delta s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix},$$



Γραμμικοποιημένη μορφή του  
3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας  
(linearized Helmert transformation)

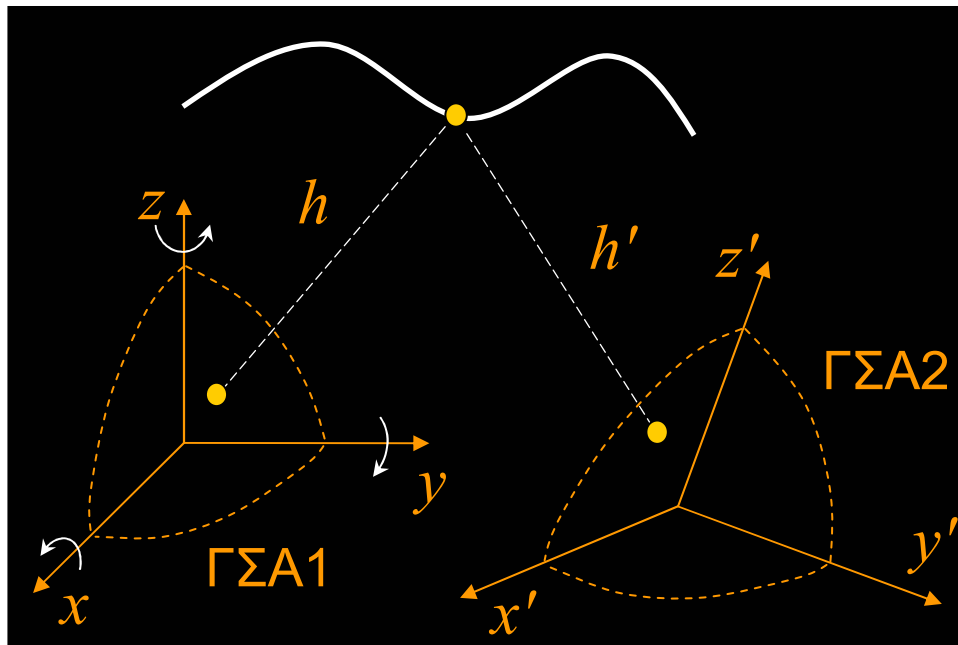
- (\*) οι γωνίες στροφής εφαρμόζονται στο 'αρχικό' ΓΣΑ
- (\*) οι γωνίες στροφής είναι θετικές για anti-clockwise φορά
- (\*) η IERS χρησιμοποιεί αντίθετη σύμβαση για τα πρόσημα!

# Σύνδεση Συστημάτων Αναφοράς

$$\varphi' = \varphi + f(t_x, t_y, t_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \delta s, \delta a, \delta f, \varphi, \lambda, h)$$

$$\lambda' = \lambda + f(t_x, t_y, t_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \delta s, \delta a, \delta f, \varphi, \lambda, h)$$

$$h' = h + f(t_x, t_y, t_z, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \delta s, \delta a, \delta f, \varphi, \lambda, h)$$



**3Δ μετασχηματισμός ομοιότητας για καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες**

(Molodensky transformation)

Προκύπτει από τη γραμμικοποίηση της γραμμικοποιημένης μορφής (!) του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας για Καρτεσιανές συντεταγμένες, λαμβάνοντας υπόψη και την πιθανή μεταβολή του ΕΕΠ αναφοράς

Η εφαρμογή ενός 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας για τη μετάβαση από το HTRS07 στο ΕΓΣΑ87 δίνει μία **μέση ακρίβεια** για την **οριζοντιογραφική σύνδεση** των δύο συστημάτων αναφοράς της τάξης του **50–60 cm**, με μέγιστες δυνατές αποχές που μπορούν να φτάσουν μέχρι **2.5 m** !



Το οριζοντιογραφικό ‘σφάλμα’ του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας παρουσιάζει **έντονα συστηματικό χαρακτήρα**, η συμπεριφορά του οποίου εξαρτάται άμεσα από την εκάστοτε γεωγραφική περιοχή.

Το σφάλμα αυτό αντιστοιχεί στην επιπλέον ‘παραμόρφωση’ που πρέπει να εφαρμόσουμε για να προσαρμόσουμε ένα δίκτυο (που ορίζεται με βάση HTRS07 συντεταγμένες) στο επίσημο σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ87.

