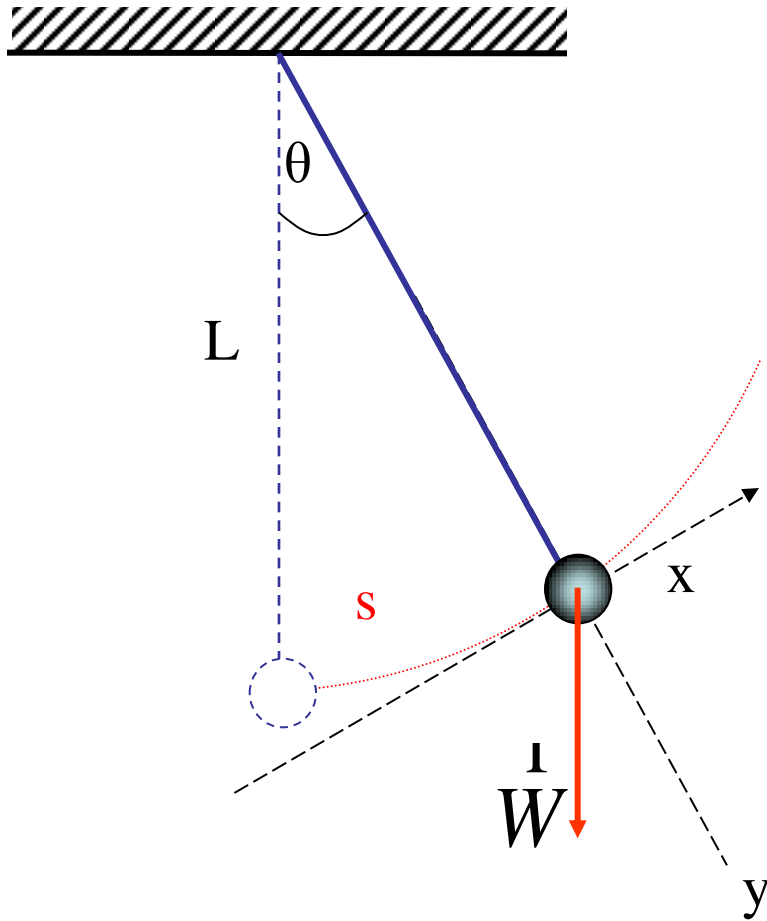


ΓΕΝΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ - ΕΚΚΡΕΜΕΣ

Μαρία Κατσικίνη

απλό (μαθηματικό) εκκρεμές



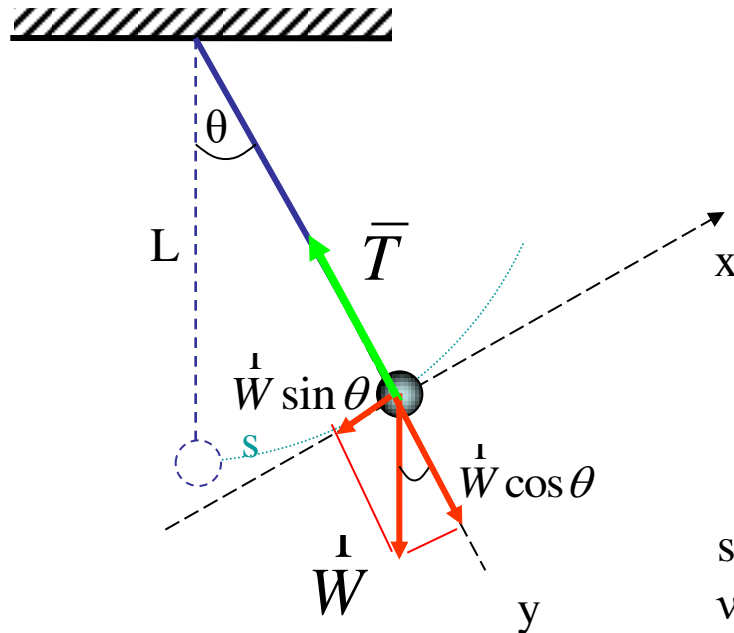
Αποτελείται από:

- ένα σημειακό σώμα μάζας m
- ένα αβαρές νήμα μήκους L που κρέμεται από ακλόνητο στήριγμα

Θεωρούμε ότι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση όταν :

- η γωνιακή απομάκρυνση θ είναι πολύ μικρή (ιδανικά απειροστή)
- δεν υπάρχουν τριβές

απλό (μαθηματικό) εκκρεμές



- δύναμη επαναφοράς: $-\overset{1}{W} \sin \theta$

- για μικρές τιμές της γωνίας θ : $\sin \theta = \frac{s}{L}$

- ... άρα δύναμη επαναφοράς

$$F = -W \frac{s}{L} \Rightarrow F = -\frac{mg}{L} s$$

s : μήκος τόξου το οποίο για μικρές γωνίες θ μπορεί να θεωρηθεί ως απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας (κατακόρυφος)

$$F = ma \Rightarrow -\frac{mg}{L} s = ma \xrightarrow{s \rightarrow x} \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{mg}{L} x \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{mg}{L} x = 0$$

- δοκιμάζω λύσεις της μορφής: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

- δοκιμάζω λύσεις της μορφής: $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

Ισχύει όταν ισχύει η προσέγγιση της γωνίας θ

1^η άσκηση

Προσδιορισμός της επιτάχυνσης της βαρύτητας (g) της Γης με απλό εκκρεμές

Νήμα - βαρίδιο μάζας 100 gr - στατίφ - χρονόμετρο κινητού

- Να καταγραφούν 5 τιμές (για διαφορετικό L) 5 περιόδων ταλάντωσης (μέσος όρος 5 μετρήσεων)

α/α	L(mm)	5T	5T	5T	5T	5T	T_{mean} (sec)	Τυπική απόκλιση
1								
...
5								

- Να γίνει κατάλληλη γραφική παράσταση σε λογαριθμικό χαρτί έτσι ώστε να προσδιοριστεί, με τη βοήθεια της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων, η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας.
- Να σχολιαστεί η τιμή της κλίσης της ευθείας (είναι η αναμενόμενη;).

φυσικό εκκρεμές

Σώμα πεπερασμένου μεγέθους και καθορισμένου σχήματος που περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα κάθετο σε ένα σημείο του που δεν περνά από το κέντρο μάζας του.

- Ροπή του βάρους: $M_O = W \cdot L \sin \theta$
 $\rightarrow M_O = W \cdot L \cdot \theta$ (για μικρές γωνίες)
- Η M_O τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας
- Αποκτά γωνιακή επιτάχυνση: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$
- Σχέση ροπής - γωνιακής επιτάχυνσης:

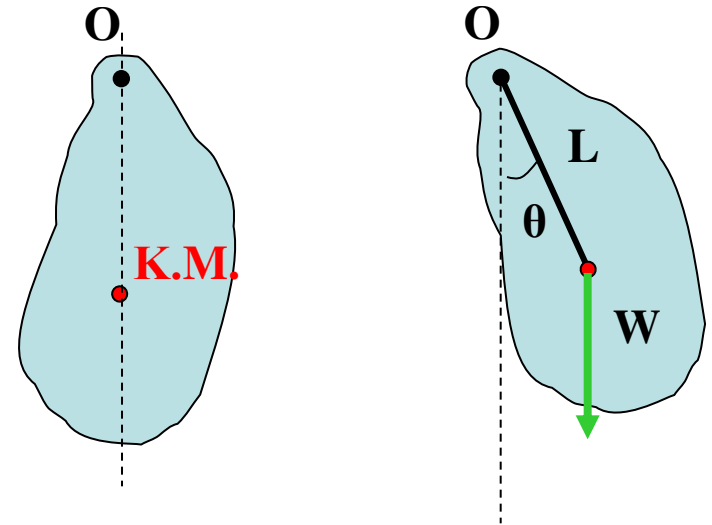
$M_O = I \cdot a$ όπου I είναι η ροπή αδράνειας

- Άρα: $-WL\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{WL\theta}{I}$

- Για λύσεις της μορφής: $\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi)$



$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$



ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

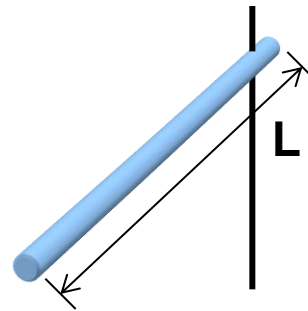
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}$$

ροπή αδράνειας

απόσταση κέντρου μάζας από
τον άξονα/σημείο περιστροφής

- Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αντίσταση ενός σώματος που τείνει να περιστραφεί (μονάδα μέτρησης: $\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
- Η ροπή αδράνειας εξαρτάται από το σχήμα του σώματος και από τον άξονα ως προς τον οποίο γίνεται η περιστροφή
- Ροπή αδράνειας ράβδου μήκους L και μάζας M :

$$I = \frac{ML^2}{3}$$



εργαστηριακό εκκρεμές

- Σύνθετο φυσικό εκκρεμές που αποτελείται από μια ράβδο και ένα κυλινδρικό βαρίδιο



1. Κυλινδρικό βαρίδιο μάζας $M=303$ gr, πάχους $d=20$ mm και ακτίνας $R=25$ mm

2. Ράβδος αλουμινίου (ραβδόνημα) μάζας $m=78.4$ gr, και μήκους $L_{\max}=360$ mm [μετρούμενο από το σημείο περιστροφής] **(5)**

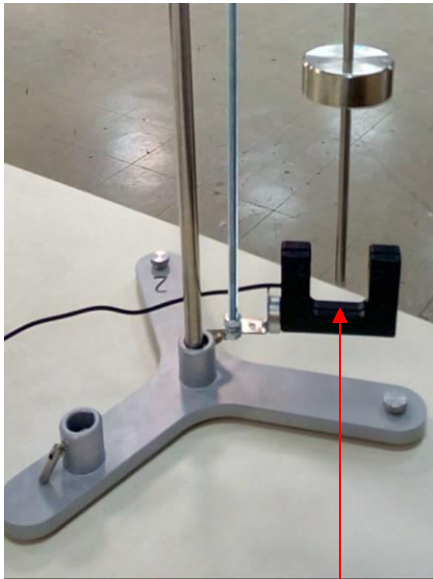
3,4. Δίσκος γωνιόμετρο για το προσδιορισμό της γωνίας A_g , μεταξύ του επιπέδου ταλάντωσης του ραβδονήματος με την κατακόρυφο, δηλαδή του κεκλιμένου επιπέδου της ταλάντωσης

Η εξίσωση που δίνει την περίοδο ταλάντωσης του εργαστηριακού εκκρεμούς είναι πολύπλοκη

→ Υπάρχει μια θέση του βαριδίου (L_{eq}), που καλείται ισοδύναμο μήκος, για το οποίο μπορούμε να θεωρήσουμε το εργαστηριακό εκκρεμές ως ένα απλό εκκρεμές

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_{eq}}{g}}$$

εργαστηριακό εκκρεμές



φωτοπύλη



Ηλεκτρονικό χρονόμετρο

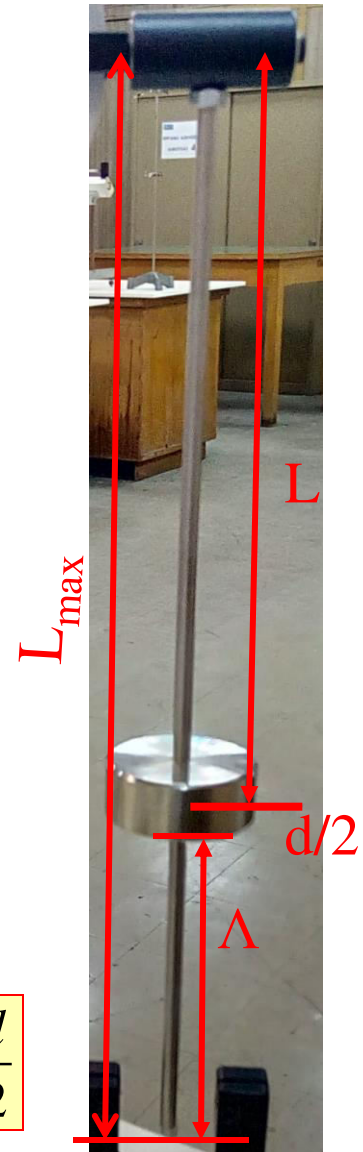
- Function mode=pulse
- Time resolution= 0.001, 0.01 μετρά το συνολικό χρόνο των n περιόδων $\rightarrow \tau = nT$



Απαριθμητής Περιόδων

καθορίζει τον αριθμό των περιόδων που θα μετρηθούν (n)

$$L = L_{\max} - \Lambda - \frac{d}{2}$$



Ταλαντούμενη ράβδος ως φυσικό εκκρεμές: επίδραση της γωνίας εκτροπής

Μήκος ράβδου: $L=360$ mm, μάζα ράβδου: $m=78.4$ gr [$n=2$, time resol.: 0.001 sec]

- Να καταγραφεί ο χρόνος δύο περιόδων ($2T$) συναρτήσει της γωνίας μέγιστης απομάκρυνσης

α/α	θ_{\max}	$2T(\text{sec})$	$T(\text{sec})$	$\varepsilon_T(\text{s})$	$\varepsilon_T\%$	$g(\text{m/s}^2)$	Δg (m/s^2)
1	60						
...
14	1						

- Να υπολογιστεί το σφάλμα $\varepsilon_T\%$ όπου $\varepsilon_T=T-T_1$ και T_1 η περίοδος για $\theta_{\max}=1^\circ$. Για ποιες τιμές της θ_{\max} το σφάλμα είναι μικρότερο από 0.5%;
- Να γίνει γραφική παράσταση του $\varepsilon_T\%$ συναρτήσει της θ_{\max} και να σχολιαστεί.
- Για τις 3 τελευταίες μετρήσεις να υπολογιστεί η g και το αναμενόμενο σφάλμα στον υπολογισμό της.

3.α) Εργαστηριακό εκκρεμές: προσδιορισμός του ισοδύναμου μήκους

Ράβδος ($m=78.4$ gr και $L=L_{\max}=360$ mm) & κυλινδρικό βαρίδιο ($M=303$ gr, $d=20$ mm, $R_{\text{εξωτ}}=25$ mm)

$L=L_{\max}-\Lambda-d/2$ (απόσταση κέντρου του κυλινδρικού βαριδίου από το σημείο στήριξης)

$[\theta_{\max} \ll 10^\circ, n=4, \text{time resol.}=0.001 \text{ sec}]$

- Να καταγραφεί ο χρόνος $4T$ συναρτήσει του Λ .

α/α	Λ (mm)	$4T$ (sec)	T (sec)	L (mm)	g (m/s ²)	ε_g (m/s ²)	ΣΧΟΛΙΑ
1	25						
...	...						
12	250						

- Να υπολογιστεί η g χρησιμοποιώντας την εξίσωση απλού εκκρεμούς.
- Να υπολογιστούν τα σφάλματα $\varepsilon_g = g - 9.81$
- Να γίνει η γραφική παράσταση του ε_g συναρτήσει του Λ (στο εργαστήριο) και να προσδιοριστεί το ισοδύναμο μήκος, L_{eq} (που ελαχιστοποιεί το ε_g).

3.β) Εργαστηριακό εκκρεμές: Μελέτη φθίνουσας ταλάντωσης

[εργ. εκκρεμές, κινητό, $n=1$, $\Lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ mm, time resol.= 0.001sec]

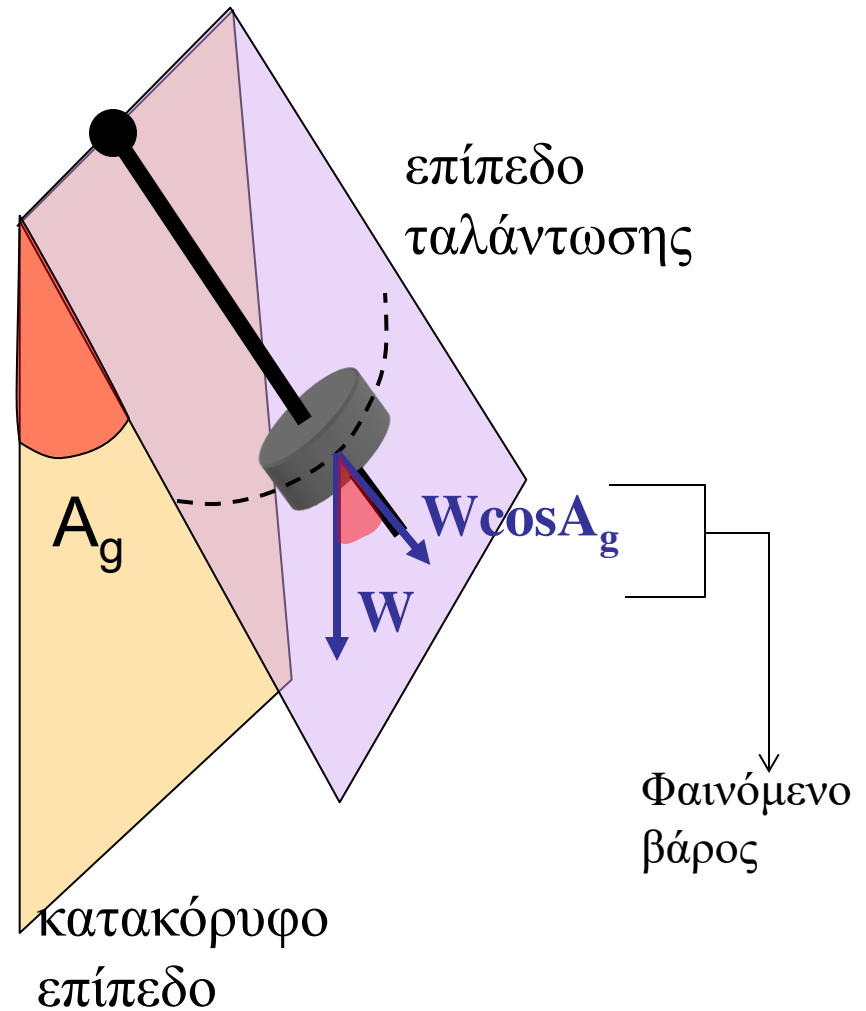
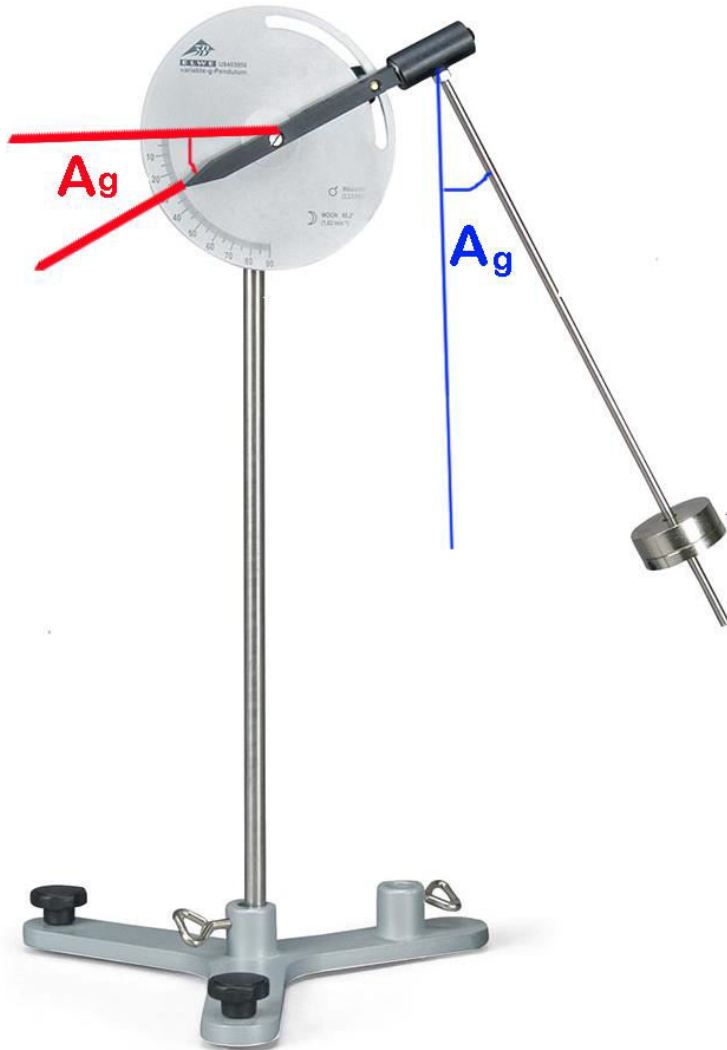
- Ξεκινώντας από μέγιστη γωνία $\theta_{\max} = 60^\circ$ να καταγράψετε το χρόνο που μεσολαβεί έως ότου η γωνία εκτροπής (πλάτος ταλάντωσης) να λάβει τις παρακάτω τιμές

α/α	θ_{\max} (°)	t (sec)
1	60	
...
11	10	

- Θεωρώντας ότι το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο να γίνει κατάλληλη γραφική παράσταση του θ_{\max} συναρτήσει του t σε ημιλογαριθμικό χαρτί για τον προσδιορισμό του λ .
- Να δικαιολογήσετε την ελάττωση της μέγιστης γωνίας εκτροπής με το χρόνο.

εργαστηριακό εκκρεμές

επιλογή του επιπέδου ταλάντωσης



$$W_{\text{φαινομ}} = W \cos A_g = mg \cos A_g = mG$$

→ $g \cos A_g = G$ Φαινόμενη επιτάχυνση της βαρύτητας

3.γ) Εργαστηριακό εκκρεμές: Μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας της Γης και της Σελήνης

[εργ. Εκκρεμές, $\Lambda = \underline{\hspace{2cm}}$ mm]

- Να καταγράψετε το χρόνο $\tau = nT$ για $n=1, 2, 4$ και 10 ταλαντώσεις.

	$A_g = 0^\circ$, time resol.=0.001sec $\theta_{\max} \ll 10^\circ$	$A_g = 80^\circ$, time resol.=0.01sec, $\theta_{\max} \sim 10^\circ$
	ΓΗ	ΣΕΛΗΝΗ
n	$\tau = nT$ (sec)	$\tau = nT$ (sec)
1		
2		
4		
10		
	T= _____ sec	T= _____ sec
	$g = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s ²	$g = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s ²

- Να γίνουν σε κοινό χιλιοστομετρικό χαρτί δι γραφικές παραστάσεις του τ συναρτήσει του n για τις περιπτώσεις της Γης και της Σελήνης.
- Από τις κλίσεις των ευθειών να προσδιοριστούν οι αντίστοιχες περιόδοι ταλάντωσης στη Γη και στη Σελήνη και από αυτές να προσδιοριστεί η g .
- Ποιο είναι το σφάλμα στον υπολογισμό τους;

3.δ) Εργαστηριακό εκκρεμές: Μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας της Γης μέσω της φαινόμενης επιτάχυνσης της βαρύτητας (G)

[εργ. εκκρεμές, $n=1$, time resol.=0.001 sec, $\Lambda=$ _____ mm, $\theta_{\max} \ll 10^\circ$]

- Για διάφορες τιμές του A_g να καταγράψετε το χρόνο μιας ταλάντωσης

α/α	A_g ($^\circ$)	T (sec)	$\cos A_g$	G
1	0			
...
13	88			

- Να γίνει γραφική παράσταση του G συναρτήσει του $\cos A_g$ και από την κλίση της ευθείας να προσδιοριστεί η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη καθώς και το σφάλμα στον υπολογισμό της (από την αβεβαιότητα στην κλίση).