

2 Δυνάμεις

- Ορισμός – διανυσματική ανάλυση
- Νόμοι του Νεύτωνα
- Ισορροπία υλικού σημείου
- Φύση των δυνάμεων
- Θεμελιώδεις δυνάμεις (βαρύτητα κλπ)
- Δυνάμεις επαφής (τριβή & μυϊκές δυνάμεις)
- Εύκαμπτοι σύνδεσμοι

Μαρία Κατσικίνη
katsiki@auth.gr
users.auth.gr/katsiki

Δυνάμεις: ορισμός

- Δύναμη είναι η αιτία που μπορεί να παραμορφώσει ένα σώμα ή να αλλάξει την κινητική του κατάσταση
- Όταν σε ένα σώμα δρουν δυνάμεις είναι δυνατόν:

να παραμένει ακίνητο



ΣΤΑΤΙΚΗ

μελετά την ισορροπία των σωμάτων παρουσία δυνάμεων

να αλλάξει ταχύτητα ή/και διεύθυνση κίνησης



ΔΥΝΑΜΙΚΗ

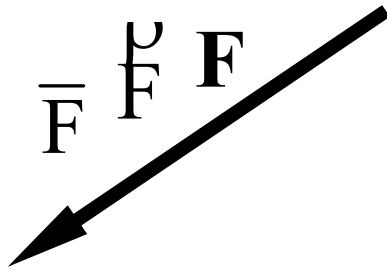
μελετά τη συμπεριφορά των σωμάτων εκτός ισορροπίας



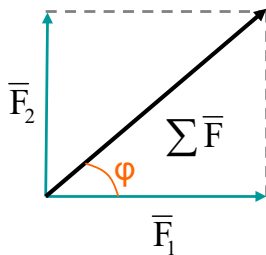
Η δύναμη ως φυσικό μέγεθος

Η δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό

- μέτρο (μονάδα μέτρησης = 1N)
- διεύθυνση
- φορά (κατεύθυνση)



Σύνθεση δυνάμεων (κάθετες)



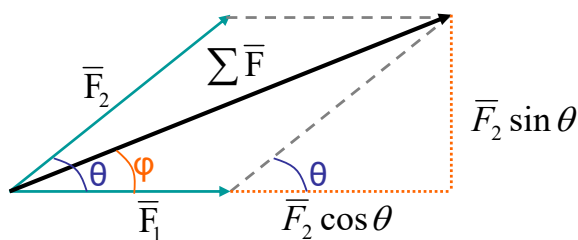
- Μέτρο της συνισταμένης

$$\sum F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$
- Διεύθυνση της συνισταμένης

$$\tan \varphi = \frac{F_2}{F_1}$$

Η δύναμη ως φυσικό μέγεθος

Σύνθεση δυνάμεων (γενική περίπτωση)



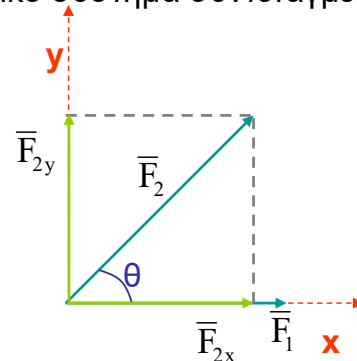
- Μέτρο της συνισταμένης

$$\sum F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$
- Διεύθυνση της συνισταμένης

$$\tan \varphi = \frac{F_2 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta}$$

Πιο απλά...

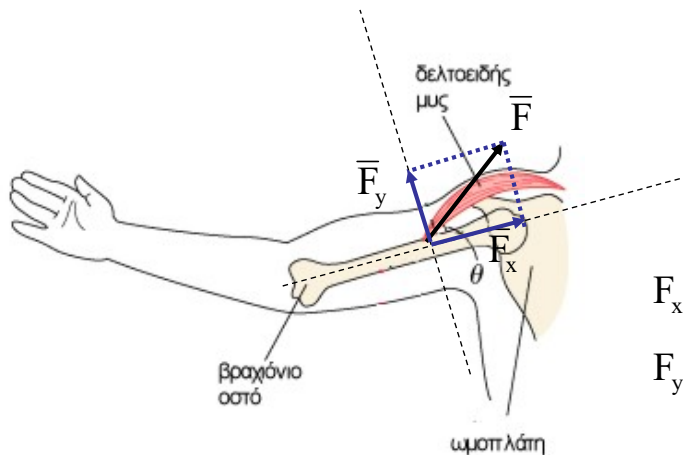
Ανάλυση & (επανα)σύνθεση σε βολικό σύστημα συντεταγμένων



- Μέτρο $\rightarrow \sum F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} = \sqrt{(F_1 + F_2 \cos \theta)^2 + (F_2 \sin \theta)^2}$
- Διεύθυνση $\rightarrow \tan \varphi = \frac{F_y}{F_x} = \frac{F_2 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta}$

Άσκηση

Το χέρι μας μπορεί να συγκρατηθεί στην οριζόντια θέση με τη βοήθεια του δελτοειδούς μυός. Ο μυς αυτός σχηματίζει γωνία 15° με τον βραχίονα και ασκεί δύναμη περίπου 30N. Η δύναμη αυτή προορίζεται για να συγκρατεί το χέρι στην οριζόντια θέση αλλά και για να σταθεροποιεί την άρθρωση με το να έλκει τον βραχίονα προς την πλευρά της ωμοπλάτης. Να υπολογιστεί η συνεισφορά της F στις δύο παραπάνω λειτουργίες.



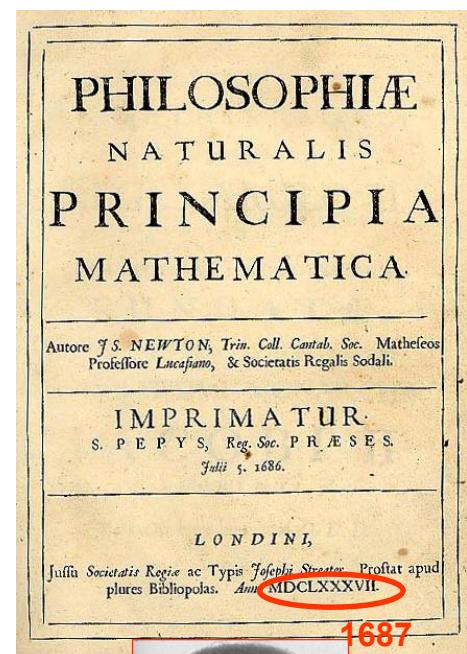
$$F_x = F \cos \theta = 30 \cdot 0.966 = 28.98\text{N}$$

$$F_y = F \sin \theta = 30 \cdot 0.259 = 7.76\text{N}$$

Νόμοι του Νεύτωνα

Προσπάθεια να αποδείξει τους νόμους του Kepler για τις κινήσεις των πλανητών.

- 3 Νόμοι για την κίνηση
- Νόμος της παγκόσμιας έλξης
- **Κλασική (Νευτώνεια Μηχανική):** μελέτη των κινήσεων των σωμάτων μεγάλων διαστάσεων (μακροσκοπικά – κινούμενα με μικρές ταχύτητες)
- **Θεωρία της Σχετικότητας :** μελέτη των κινήσεων των σωμάτων με πολύ μεγάλες ταχύτητες (που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός 3×10^8 m/s)
 - * ηλεκτρόνια ή άλλα στοιχειώδη σωματίδια σε επιταχυντές σωματιδίων
- **Κβαντομηχανική :** μελέτη των κινήσεων των σωμάτων σε πολύ μικρές διαστάσεις
 - * ενέργειες ηλεκτρονίων σε ένα άτομο ή μόριο



Newton

Νόμοι του Νεύτωνα

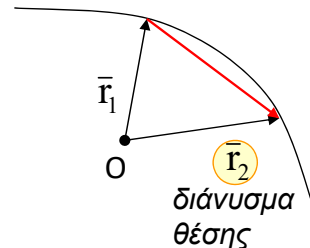
1^{ος} Νόμος (νόμος της αδράνειας)

Αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις ή αν ασκούνται αλλά η συνισταμένη τους είναι μηδέν, τότε το σώμα διατηρεί την κατάσταση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης ή της ακινησίας

$$\bar{F} = 0 \Rightarrow \bar{v} = \text{σταθερή}$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt}$$

Ταχύτητα: ρυθμός μεταβολής της μετατόπισης



- Καθημερινή εμπειρία : για να διατηρηθεί ένα σώμα σε κίνηση πρέπει να ασκούνται πάνω του δυνάμεις

Τριβές !!!!

Τι συμβαίνει όταν ένα σώμα κινείται στο πάγο;

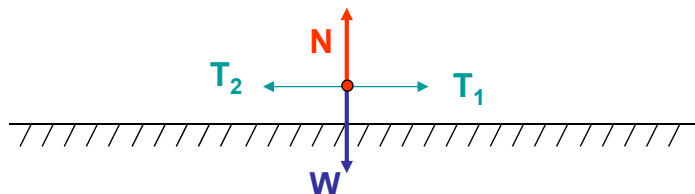
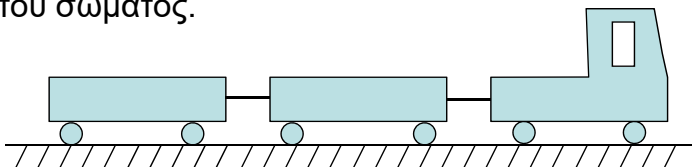


Νόμοι του Νεύτωνα

Σημεία προσοχής

■ Σημειακό σώμα (υλικό σημείο)

Είναι ένα σώμα χωρίς διαστάσεις (σημειακό) στο οποίο συγκεντρώνεται όλη η μάζα του σώματος.



Διάγραμμα ελεύθερου σώματος

■ Απομονωμένο σώμα

Για να είναι πιο εύκολη η λύση ενός προβλήματος, μελετάμε ξεχωριστά την κίνηση ενός σώματος (εφαρμογή 1^{ου} και 2^{ου} Νόμου Newton) υπό την επίδραση των δυνάμεων που δρουν σ' αυτό αγνοώντας τις δυνάμεις που ασκούνται στα υπόλοιπα σώματα.

Ισορροπία υλικού σημείου

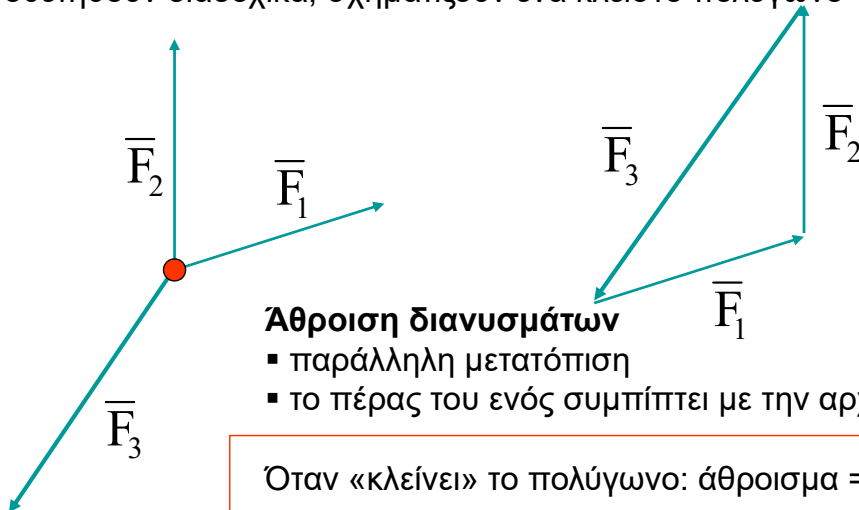
Ένα σώμα βρίσκεται σε (μεταφορική) ισορροπία όταν η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό ισούται με μηδέν.

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Λαμβάνουμε υπόψη μόνο τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα

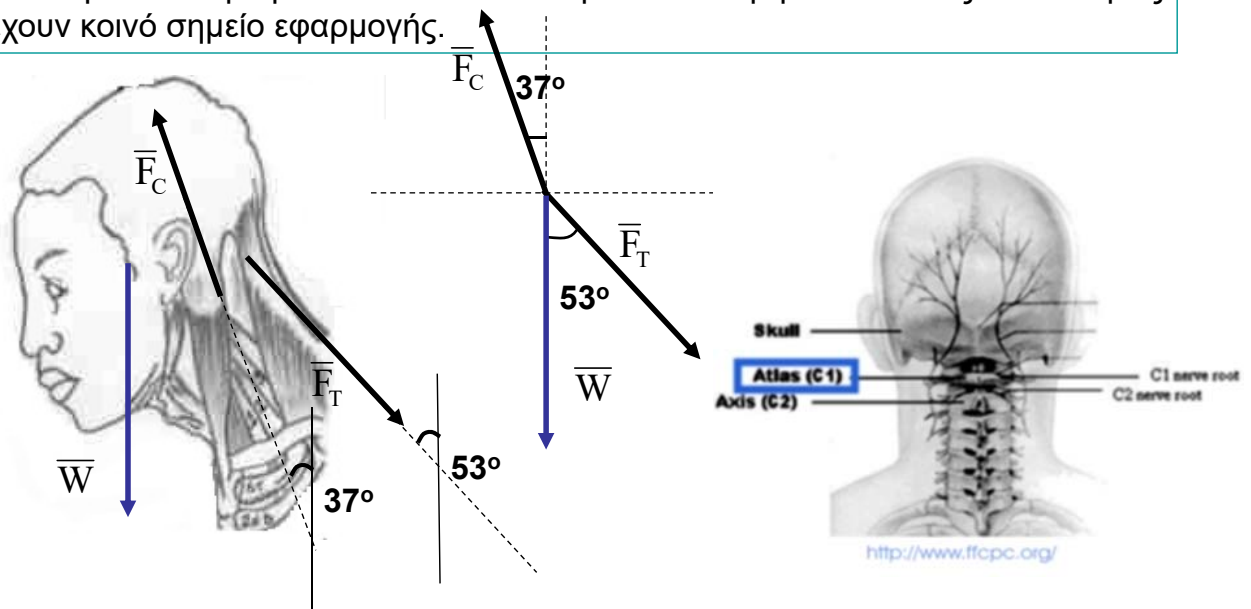
Πολύγωνο δυνάμεων

Όταν ένα σώμα ισορροπεί υπό την επίδραση δυνάμεων, αυτές αν τοποθετηθούν διαδοχικά, σχηματίζουν ένα κλειστό πολύγωνο

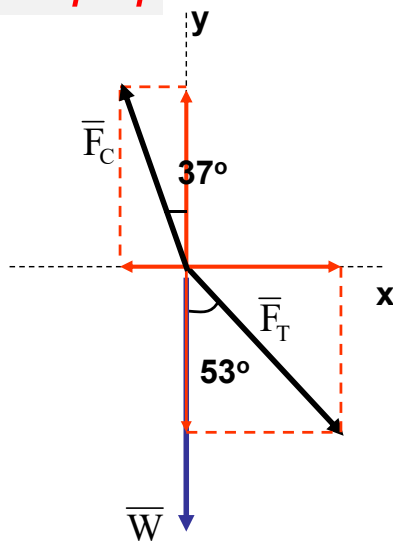


Άσκηση

Το κεφάλι μας συγκρατιέται όταν σκύβουμε από τη μυϊκή δύναμη των εξωτερικών μυών του λαιμού (F_T). Ταυτόχρονα η άρθρωση του άτλαντα συμπιέζεται (F_C). Αν το βάρος του κεφαλιού είναι 50N και οι γωνίες που σχηματίζουν οι F_T και F_C με την κατακόρυφο είναι 53° και 37° , αντίστοιχα, να υπολογιστεί το μέτρο αυτών των δυνάμεων. Θεωρήστε ότι όλες οι δυνάμεις έχουν κοινό σημείο εφαρμογής.



Άσκηση



Ισορροπία δυνάμεων

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow F_T \sin 53 = F_C \sin 37 \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow F_C \cos 37 = F_T \cos 53 + W \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0.8F_T - 0.6F_C &= 0 \\ -0.6F_T + 0.8F_C - W &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

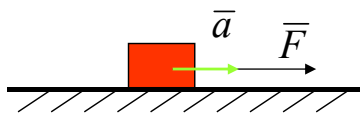
$$\left\{ \begin{aligned} F_C &= 2.88W = 144\text{N} \\ F_T &= 2.16W = 108\text{N} \end{aligned} \right\}$$

Νόμοι του Νεύτωνα

2^{ος} Νόμος

Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα όταν ασκείται σε αυτό δύναμη είναι ανάλογη της ασκούμενης δύναμης

$$\sum \bar{F} = m\bar{a}$$



$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt}$$

Επιτάχυνση: ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας

- Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον ορισμό της δύναμης αλλά και για τον ορισμό της μάζας (\leftarrow η μάζα είναι θεμελιώδες μέγεθος)

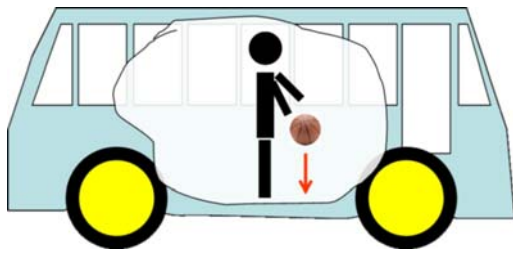
Μονάδα μέτρησης της δύναμης

$$1\text{N} = 1\text{kgr} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Εμπεριέχει τη έννοια της **αδρανειακής μάζας**: Όσο μεγαλύτερη είναι η μάζα (αδρανείας) ενός σώματος τόσο πιο δύσκολα μεταβάλλεται η κινητική του κατάσταση.

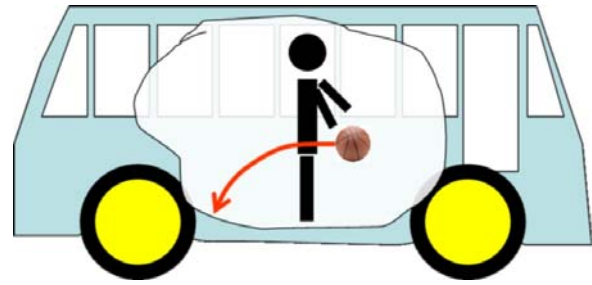
Νόμοι του Νεύτωνα

2^{ος} Νόμος



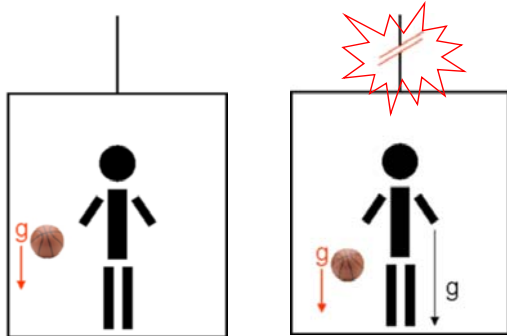
$\alpha=0$

$u = \text{σταθερή}$



α

Επιτάχυνση



Ο 2^{ος} Νόμος του Νεύτωνα δεν ισχύει για επιταχυνόμενο παρατηρητή !

Νόμοι του Νεύτωνα

2^{ος} Νόμος

Ισχύει για ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ σύστημα αναφοράς

...προσδεμένο σε παρατηρητή (αδρανειακό) στον οποίο δεν ασκούνται δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη μηδέν.

Παραδοχή...

Παρόλο που η Γη περιστρέφεται, δηλαδή έχει επιτάχυνση, μπορεί για μικρές κινήσεις κοντά στην επιφάνειά της, να θεωρηθεί αδρανειακό σύστημα αναφοράς.*

Κάθε άλλο σύστημα που κινείται με σταθερή ταχύτητα ως προς τη Γη θεωρείται αδρανειακό σύστημα και οι νόμοι του Νεύτωνα ισχύουν σε αυτό.



* Ταχύτητα περιφοράς γύρω από τον ήλιο: $\sim 30 \text{ km/sec}$
→ επιτάχυνση $4.4 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ → **0.0004g**

* Ταχύτητα περιστροφής περί τον άξονά της: $\sim 470 \text{ m/sec}$
→ Επιτάχυνση λόγω περιστροφής σε Γ.Π. 30° : $\sim 0.02 \text{ m/s}^2$ → **0.002g**

Νόμοι του Νεύτωνα

3^{ος} Νόμος (δράσης – αντίδρασης)

Σε κάθε δράση αντιτίθεται πάντα μια ίση και αντίθετη αντίδραση

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα προέρχονται από τα σώματα του περιβάλλοντός του

Αφού δράση = αντίδραση γιατί το σώμα κινείται αφού η συνισταμένη είναι ίση με μηδέν;



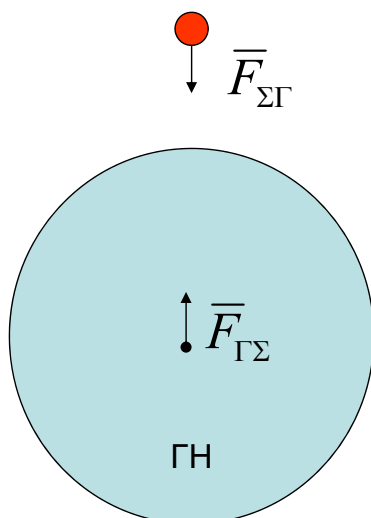
Δράση & αντίδραση ασκούνται σε διαφορετικά σώματα



Νόμοι του Νεύτωνα

3^{ος} Νόμος

Δράση & αντίδραση δρουν σε διαφορετικά σώματα



Δράση : η Γη ασκεί δύναμη στο σώμα

Αντίδραση : το σώμα ασκεί δύναμη στη Γη (ίση και αντίθετη με τη δράση)

Το σώμα κινείται προς τη Γη αλλά η Γη δεν κινείται προς το σώμα γιατί έχει μεγάλη μάζα και άρα μεγάλη αδράνεια (σύμφωνα με το 2^ο νόμο).

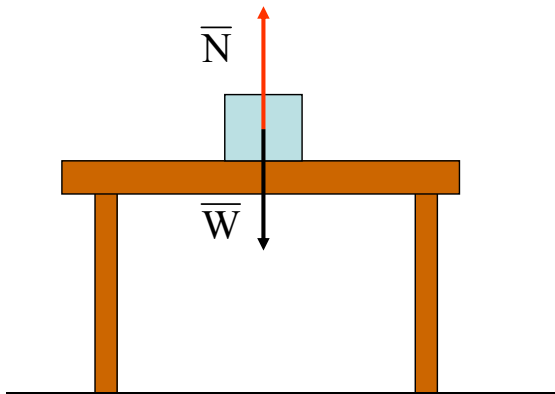
Νόμοι του Νεύτωνα

3^{ος} Νόμος

Δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα

Βάρος σώματος (βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη στο σώμα)

Κάθετη αντίδραση του τραπέζιου

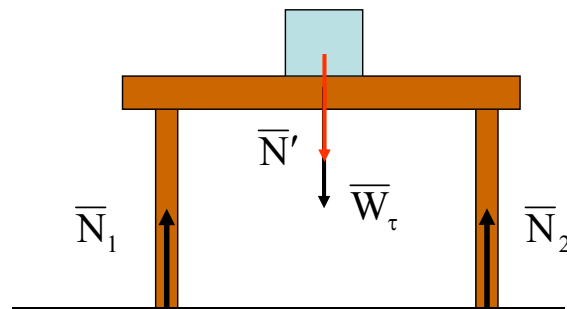


Δυνάμεις που ασκούνται στο τραπέζι

Βάρος του τραπέζιου (βαρυτική δύναμη που ασκεί η Γη στο τραπέζι)

Κάθετη αντίδραση που δέχεται από το σώμα

Κάθετη αντίδραση του δαπέδου

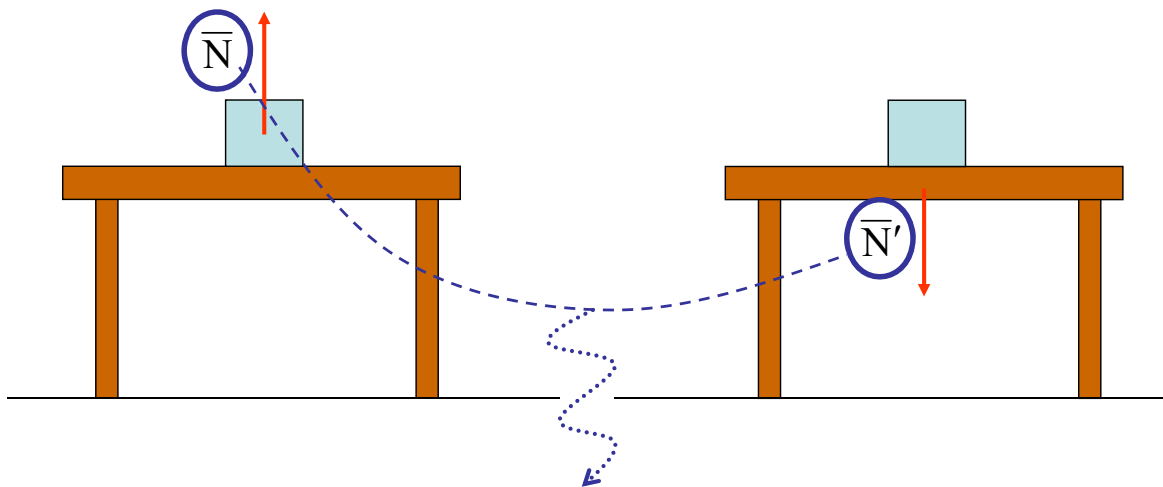


Νόμοι του Νεύτωνα

3^{ος} Νόμος

Δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα

Δυνάμεις που ασκούνται στο τραπέζι

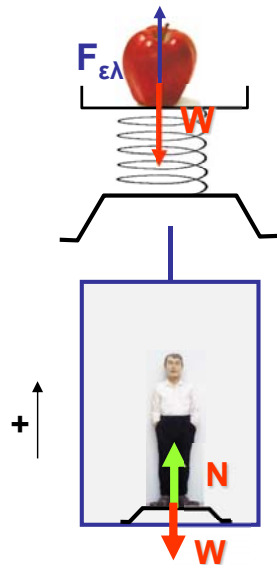


Ζεύγος δράσης – αντίδρασης
Ίσου μέτρου
Αντίθετης φοράς
Δρουν σε διαφορετικά σώματα

Άσκηση

Ένας φοιτητής βάρους 560N είναι ανεβασμένος σε μια ζυγαριά που βρίσκεται μέσα σε ένα ανελκυστήρα. Καθώς ο ανελκυστήρας αρχίζει να κινείται ο ζυγός δείχνει 800N.

- α) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της επιτάχυνσης του ανελκυστήρα
- β) Πόση είναι η επιτάχυνση αν η ζυγαριά δείχνει 560N;
- γ) Αν δείχνει μηδέν πρέπει να ανησυχήσει ο φοιτητής; Εξηγήστε.



Όταν ο άνθρωπος ισορροπεί στη ζυγαριά και η ένδειξη είναι 560N, ο άνθρωπος ασκεί δύναμη 560N στο ελατήριο της ζυγαριάς (δράση) και το ελατήριο ασκεί δύναμη 560N στον άνθρωπο (αντίδραση).

$$\text{(α)} \quad \sum \vec{F} = N - W = m \cdot a \Rightarrow 800 - 560 = \frac{W}{g} a \Rightarrow a = 4.2 \frac{m}{s^2}$$

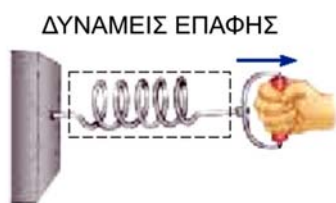
$$\text{(β)} \quad \sum \vec{F} = N - W = m \cdot a \Rightarrow 560 - 560 = ma \Rightarrow a = 0 \frac{m}{s^2}$$

(σταθερή ταχύτητα)

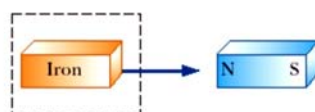
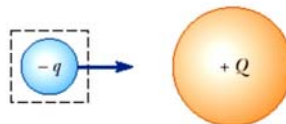
$$\text{(γ)} \quad \sum \vec{F} = N - W = m \cdot a \Rightarrow 0 - 560 = \frac{560}{g} a \Rightarrow a = -g$$

(ελεύθερη πτώση: θα πρέπει να ανησυχήσει)

Φύση των δυνάμεων



ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΠΕΔΙΟΥ



Δυνάμεις επαφής

Μοριακές δυνάμεις

- Δύναμη επαναφοράς ελατηρίου
- Τριβή
- Τάση νημάτων - τενόντων

Δυνάμεις που δρουν από απόσταση

Δυνάμεις πεδίων

- Βαρυτικές
- Ηλεκτρικές / μαγνητικές
- Πυρηνικές



Δυνάμεις βασικής προέλευσης

δρουν από απόσταση → **Πεδίο**

Τι είναι πεδίο;

Είναι ο χώρος στον οποίο αν βρεθεί κατάλληλο υπόθεμα ασκούνται σε αυτό δυνάμεις.

Βαρυτικές δυνάμεις

Αναπτύσσονται μεταξύ σωμάτων λόγω της μάζας τους



Ηλεκτροστατικές δυνάμεις

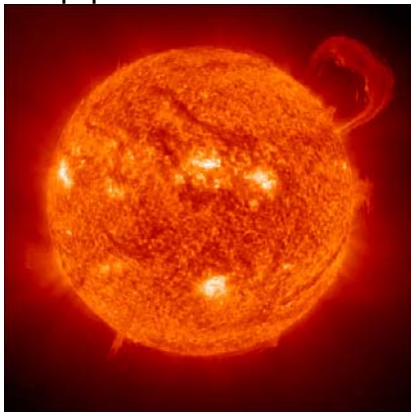
Αναπτύσσονται μεταξύ φορτισμένων σωμάτων



Δυνάμεις βασικής προέλευσης

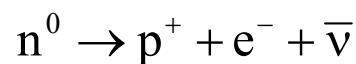
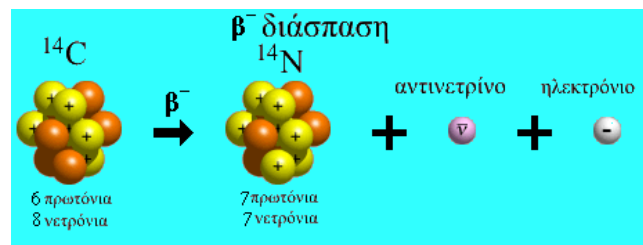
Ισχυρή πυρηνική αλληλεπίδραση

Δύναμη μεταξύ νουκλεονίων (πρωτονίου – νετρονίου) συγκρατεί τον πυρήνα



Ασθενής πυρηνική αλληλεπίδραση

Δύναμη που προκαλεί τη ραδιενεργό διάσπαση μερικών πυρήνων.



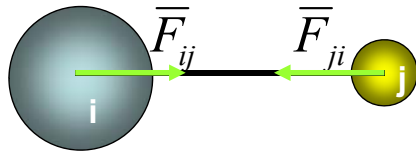
* Μικρή ακτίνα δράσης (μέσα στα όρια του πυρήνα 2 fm ($1\text{fm}=10^{-15}\text{m}$))

Ενέργεια του ήλιου \rightarrow σύντηξη H_2 σε He

Λόγω βαρύτητας οι πυρήνες βρίσκονται σε πολύ μικρή απόσταση και η ισχυρή αλ/ση παίζει καθοριστικό ρόλο.

Βαρυτικές δυνάμεις

Δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα λόγω της μάζα τους



δράση - αντίδραση

$$F_{ij} \longleftrightarrow F_{ji}$$

$$\vec{F}_{ij} = -\vec{F}_{ji}$$

$$F_{ij} = F_{ji} = G \frac{m_i m_j}{r^2}$$

Νόμος του Νεύτωνα για τη βαρυτική έλξη

Η δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο σωμάτων λόγω της μάζας τους, είναι αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της μεταξύ τους απόστασης και ανάλογη του γινομένου των μαζών

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{m^2}{N \cdot kg^2}$$

σταθερά της παγκόσμιας έλξης

Βαρυτικές δυνάμεις

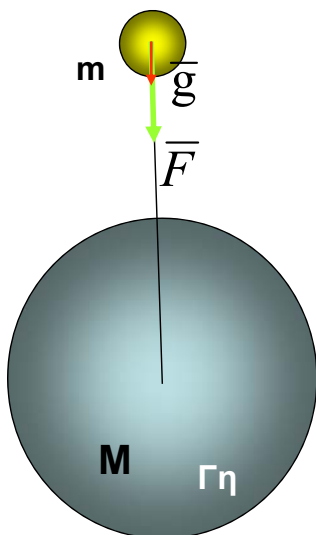
Ένταση πεδίου

Ένταση του βαρυτικού πεδίου:

(λόγος δύναμης που ασκείται σε μάζα m που θα βρεθεί στο πεδίο προς τη μάζα)

Ίδια διεύθυνση και φορά

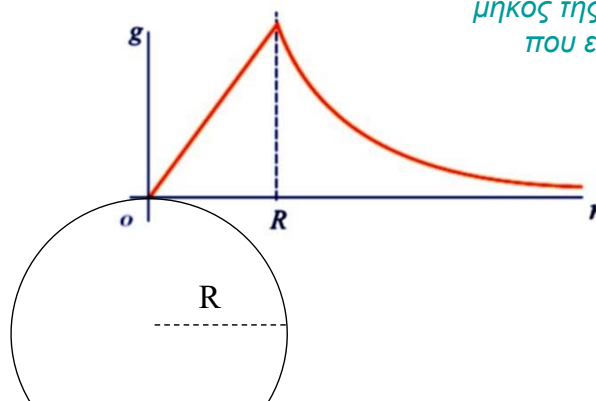
$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$$



$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = G \frac{Mm}{mr^2} \hat{r} = G \frac{M}{r^2} \hat{r}$$

Μονάδες g → N/kg

Μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος της ευθείας που ενώνει τα σώματα



Βαρυτικές δυνάμεις

Ισοδυναμία βαρυτικής & αδρανειακής μάζας

Η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα που δέχεται τη βαρυτική δύναμη της Γης προκύπτει από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

μάζα αδράνειας

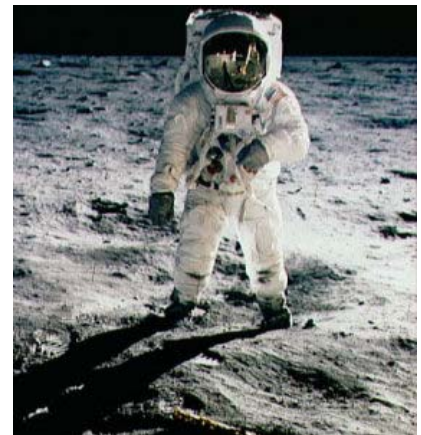
μάζα βαρύτητας

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Αλλά μάζα βαρύτητας = μάζα αδράνειας
→ δηλαδή η ένταση του βαρυτικού πεδίου ταυτίζεται με την επιτάχυνση της βαρύτητας

Ένταση του βαρυτικού πεδίου που καθορίζει πόσο μεγάλο είναι το μέτρο της δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m όταν βρεθεί στο πεδίο.

- Μάζα : ποσότητα ύλης που περιέχεται σε ένα σώμα (**kg**) Ίδια στη Γη και στη Σελήνη
- Βάρος : δύναμη έλξης της Γης (**N**) Εξάρτηση από το βαρυτικό πεδίο

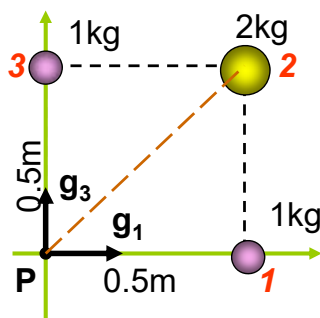


Άσκηση

Τρεις σημειακές μάζες βρίσκονται στις θέσεις που φαίνονται στο Σχήμα.

α) Υπολογίστε τις συνιστώσες x και y του βαρυτικού πεδίου που οφείλεται στις 3 αυτές μάζες, στο σημείο P που βρίσκεται στην αρχή των αξόνων.

β) Ποιό θα ήταν το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης πάνω σε μία μάζα ίση με $2 \times 10^{-2} \text{kg}$ που βρίσκεται στο σημείο P ;



Ένταση βαρυτικού πεδίου που οφείλεται στο σώμα 1

$$g_1 = G \frac{M_1}{R_1^2} = G \frac{1}{0.5^2} = 4G$$

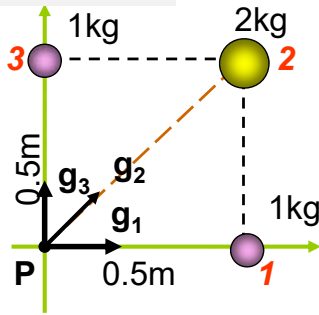
Ένταση βαρυτικού πεδίου που οφείλεται στο σώμα 3

$$g_3 = G \frac{M_3}{R_3^2} = G \frac{1}{0.5^2} = 4G$$

$$\text{Απόσταση } 2 - P: R_2 = \sqrt{R_1^2 + R_3^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Φορά της g : προς το σώμα που προκαλεί το πεδίο

Άσκηση



Απόσταση 2 - P: $R_2 = \sqrt{R_1^2 + R_3^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ένταση βαρυτικού πεδίου που οφείλεται στο σώμα 2

$$g_2 = G \frac{M_2}{R_2^2} = G \frac{2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 4G$$

$$g_x = g_1 + g_2 \cos 45 = 4G + 4G \frac{\sqrt{2}}{2} = 6.83G$$

$$g_y = g_3 + g_2 \sin 45 = 4G + 4G \frac{\sqrt{2}}{2} = 6.83G$$

$$g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} = 9.66G = 6.44 \times 10^{-10} \text{ N/kg}$$

$$F = m_p g = 2 \times 10^{-2} \times 6.44 \times 10^{-10} = 1.29 \times 10^{-11} \text{ N}$$

Βαρυτικές δυνάμεις

Ισοδυναμία βαρυτικής & αδρανειακής μάζας



Sphere



Ellipsoid

Σχήμα Γης : ελλειψοειδές εκ περιστροφής

$$g_{\text{ΙΣΗΜ}} < g_{\text{ΠΟΛ}}$$

$$9.78 \frac{m}{s^2} \quad 9.82 \frac{m}{s^2}$$

Η τιμή της g επηρεάζεται από το σχήμα της Γης και από την περιστροφή της.

Θεμελιώδεις δυνάμεις

αλ/ση	σχετική ισχύς	εμβέλεια
Ισχυρή	1	μικρή (~1fm)
Ηλεκτρομαγνητική	10^{-2}	μεγάλη ($\propto 1/r^2$)
Ασθενής	10^{-9}	μικρή (~1fm)
Βαρυτική	10^{-38}	μεγάλη ($\propto 1/r^2$)

Ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις

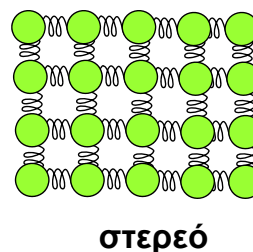
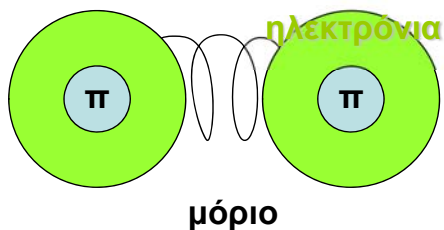
$$F_{ij} = F_{ji} = K \frac{q_i q_j}{r^2} \quad \text{Νόμος του Coulomb}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sim 9 \times 10^9 \text{ F/m}$$

Μοριακές δυνάμεις

Μοριακές δυνάμεις

- δύναμη επαναφοράς ελατηρίου
- δυνάμεις μεταξύ σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή
- τριβή
- μυϊκές δυνάμεις
- τάσεις σε σχοινιά, αλυσίδες κλπ



Δυνάμεις μεταξύ των ατόμων: ηλεκτροστατικής φύσης

Πυρήνας – πυρήνας → άπωση

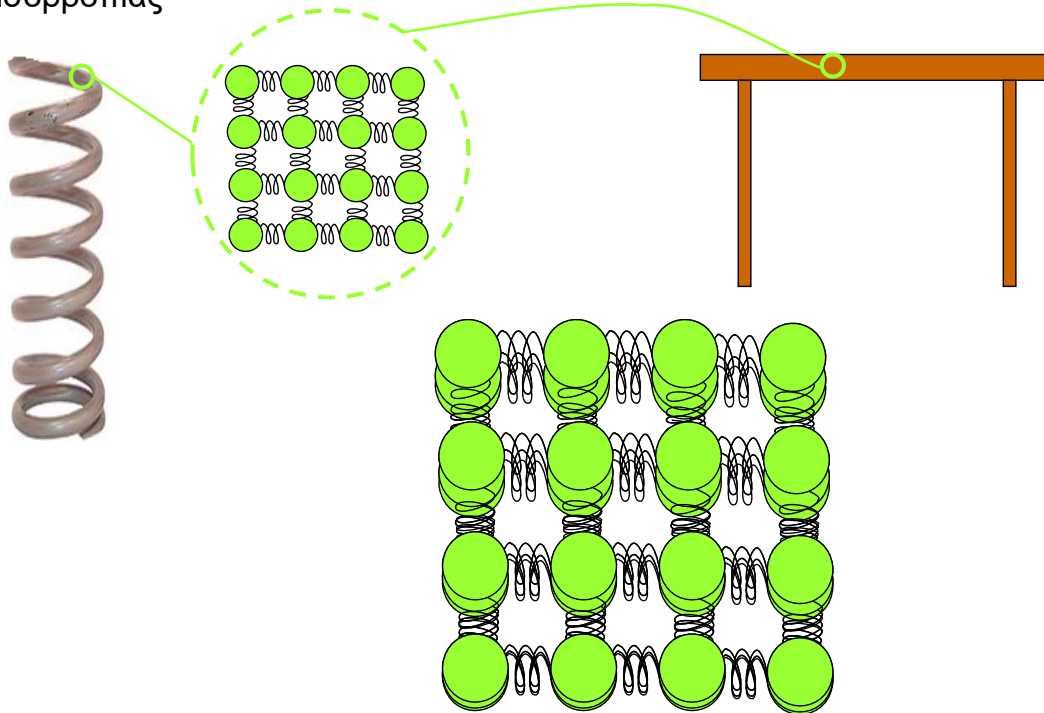
Ηλεκτρονικό νέφος – ηλεκτρονικό νέφος → άπωση

πυρήνας – ηλεκτρονικό νέφος → έλξη

Μοριακές δυνάμεις

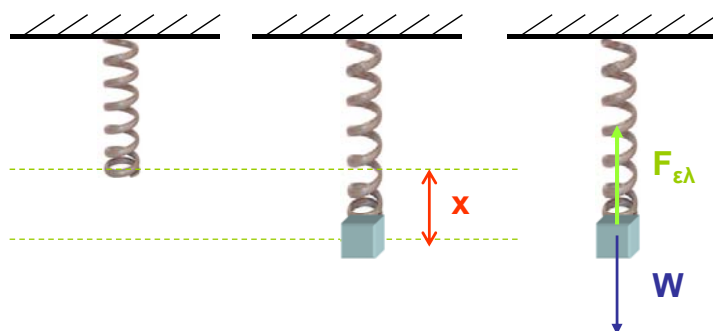
Δυνάμεις επαφής

Τα άτομα βρίσκονται σε συγκεκριμένες θέσεις ισορροπίας
Μετά από οποιαδήποτε εξωτερική διαταραχή τείνουν να έρθουν στη θέση ισορροπίας

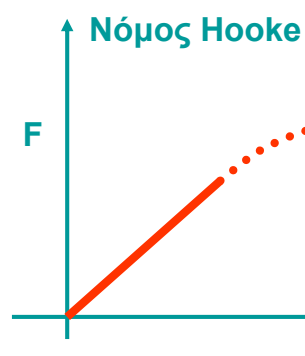


Μοριακές δυνάμεις

Δυνάμη παραμόρφωσης ελατηρίου



Το σώμα ισορροπεί όταν
 $F_{ελ} = W$



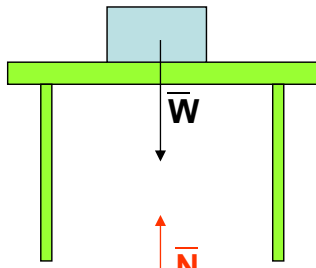
$$F_{ελ} = kx$$

σταθερά του
ελατηρίου
(N/m)

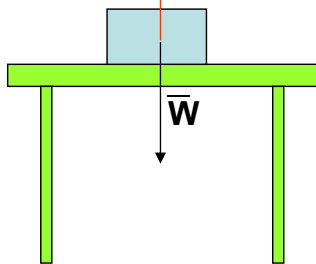
Παραμόρφωση του ελατηρίου
(όχι μήκος του ελατηρίου)

Μοριακές δυνάμεις

Δυνάμεις επαφής:
κάθετη αντίδραση

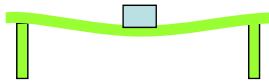


Το σώμα έχει βάρος → δέχεται την ελκτική δύναμη της Γης (W)



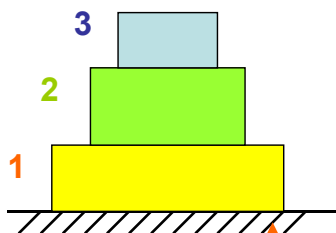
Το σώμα ηρεμεί πάνω στο τραπέζι → από το τραπέζι ασκείται στο σώμα δύναμη (N) που καλείται κάθετη αντίδραση (κάθετη στην επιφάνεια επαφής)

W και N δεν είναι ζευγάρι δράσης – αντίδρασης



Μοριακές δυνάμεις

Δυνάμεις επαφής:
κάθετη αντίδραση



Σώμα 3 N_3 $W_3 = N_3$ (ισορροπία δυνάμεων)

Σώμα 2

δράση - αντίδραση

$W_2 + N'_3 = N_2$ (ισορροπία δυνάμεων)

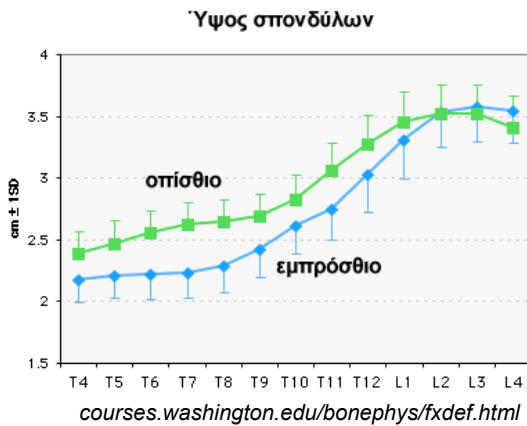
Σώμα 1

$W_1 + N'_2 = N_1$ (ισορροπία δυνάμεων)

Δύναμη συμπίεσης που δέχεται το σώμα 1: $W_2 + W_3$
Δύναμη συμπίεσης που δέχεται το σώμα 2: W_3

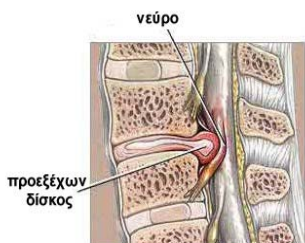
Σπονδυλική στήλη

- Τα οστά έχουν συγκεκριμένη αντοχή στη θραύση. Μέγιστη συμπίεστική τάση : $\sim 170 \text{ N/mm}^2$
- Σπόνδυλοι όλο και πιο «μεγάλοι» προς τη λεκάνη



Σπονδυλική στήλη

- Μεταξύ των σπονδύλων υπάρχουν δίσκοι (κλειστό σύστημα υγρού που απορροφά τις κρούσεις και μεταφέρει ομοιόμορφα την πίεση από σπόνδυλο σε σπόνδυλο)
- θ : γωνία που σχηματίζει ο 5^{ος} οσφυϊκός με τον οριζόντιο άξονα \rightarrow σημαντική στη «δισκοπάθεια».
- Ιερό οστό σφηνωμένο στη λεκάνη ($\theta \sim 30^\circ$)
- Χαλάρωση κοιλιάς, εγκυμοσύνη κλπ \rightarrow θ μεγαλώνει \rightarrow συμπιέζεται ο δίσκος \rightarrow συμπίεση νεύρου \rightarrow **πόνος**



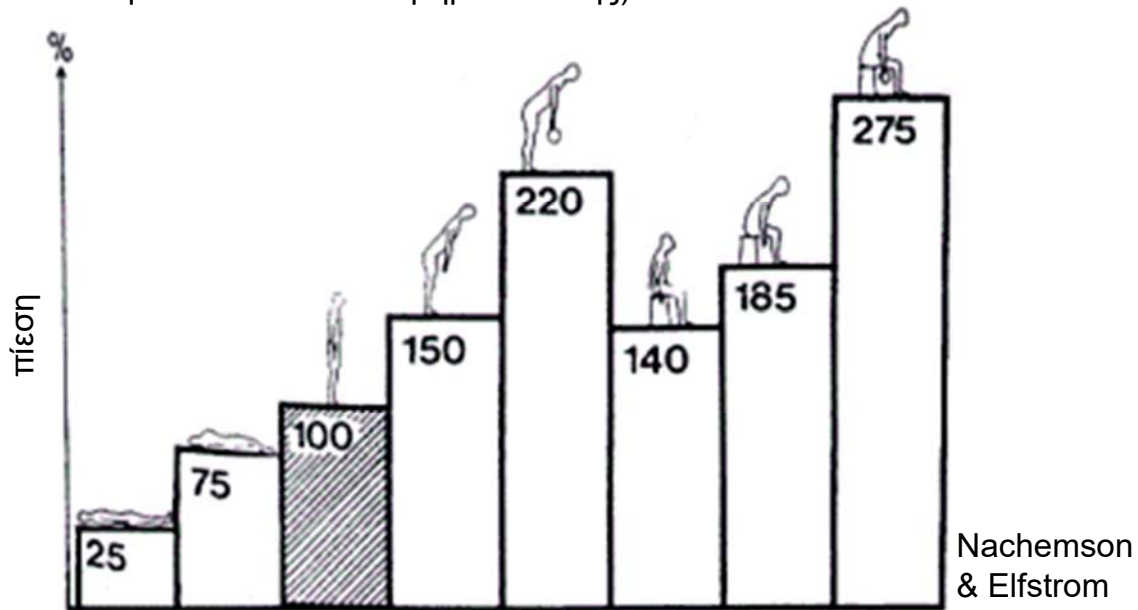
Πίεση θραύσης οσφυϊκών δίσκων $\sim 10 \text{ N/mm}^2$

Η επιφάνεια των δίσκων ελαττώνεται όσο ανεβαίνουμε κατά μήκος της σπονδυλικής στήλης



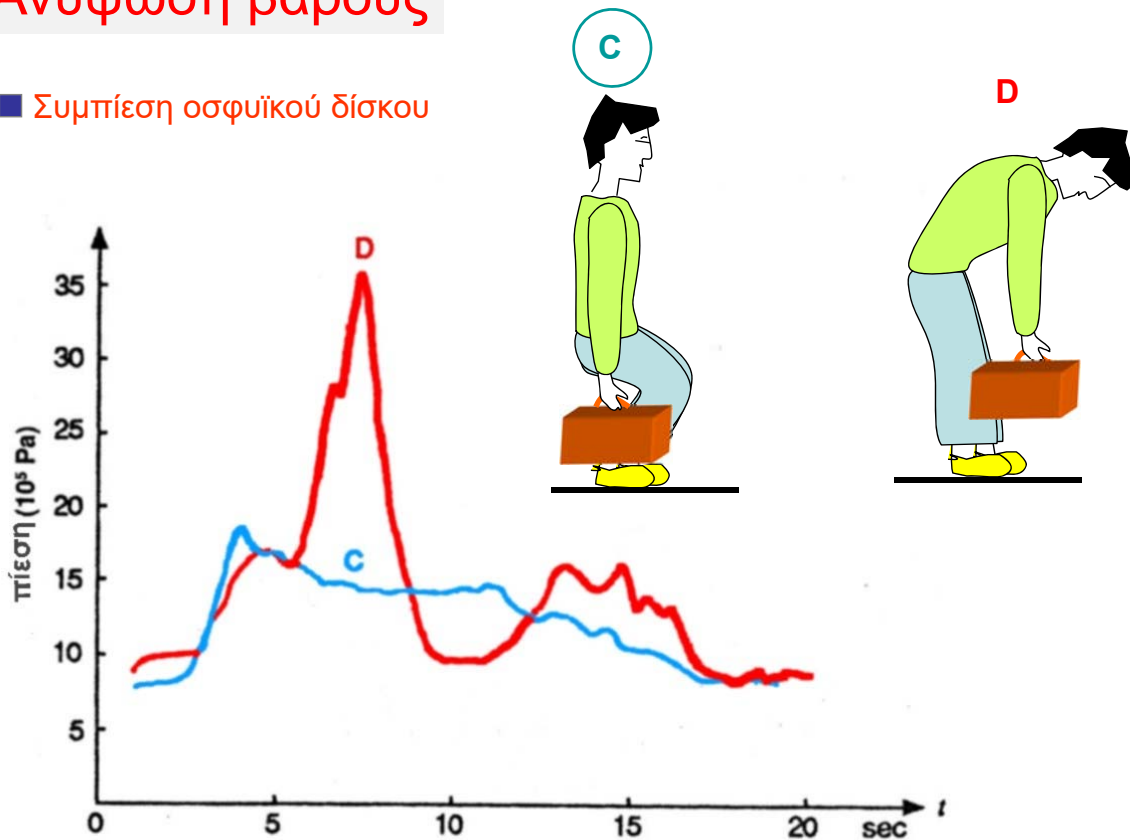
Καταπόνηση οσφυϊκών δίσκων

- Πίεση στο εσωτερικό οσφυϊκού δίσκου (μέτρηση με τη βοήθεια κατάλληλων ακίδων / αισθητήρων πίεσης)



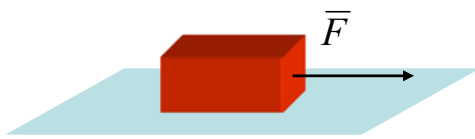
Ανύψωση βάρους

- Συμπύεση οσφυϊκού δίσκου

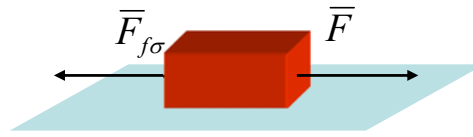


Τριβή

Οι δυνάμεις τριβής είναι δυνάμεις που αντιτίθενται στην κίνηση των σωμάτων

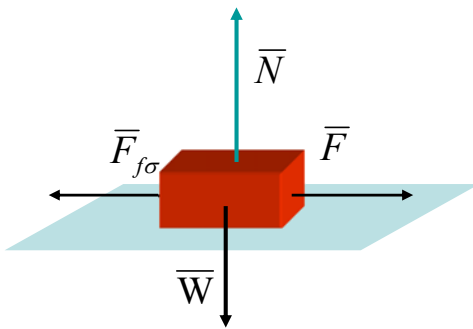


$u=0$



Η δύναμη **στατικής τριβής** αναπτύσσεται όταν το σώμα δεν κινείται

Το σώμα ισορροπεί: $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{fs} = -\vec{F}$



Μεγίστη δύναμη **στατικής τριβής**

$$F_{fs} = \mu_{\sigma} N$$

↓
συντελεστής
στατικής τριβής

Τριβή

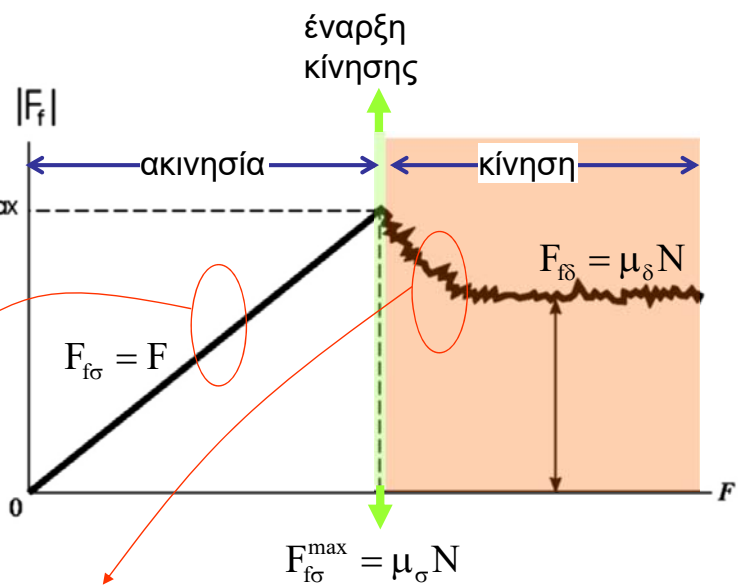
Δυναμική τριβή

$$F_{fd} = \mu_{\delta} N$$

↓
συντελεστής
δυναμικής τριβής

Όσο μεγαλώνει η εφαρμοζόμενη δύναμη, τόσο μεγαλώνει και η στατική τριβή ($\Sigma F=0$)

Όσο μεγαλώνει η εφαρμοζόμενη δύναμη, η δυναμική τριβή παραμένει σταθερή ($\Sigma F \neq 0 \rightarrow a \neq 0$)



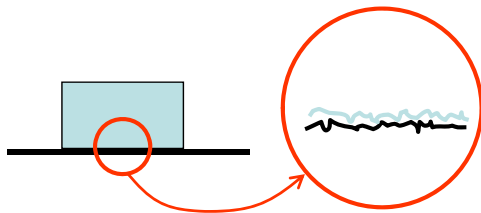
* Ο συντελεστής δυναμικής τριβής στην πραγματικότητα εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος (για μεγάλες ταχύτητες)

Τριβή

Ο συντελεστής δυναμικής (ή κινητικής) τριβής είναι μικρότερος του συντελεστή στατικής τριβής.

Υλικό	μ_{σ}	μ_{δ}
Χάλυβας – χάλυβας	0.74	0.57
Αλουμίνιο – χάλυβας	0.61	0.47
Γυαλί – γυαλί	0.94	0.40
χαλκός – γυαλί	0.68	0.53
Τεφλόν – τεφλόν	0.04	0.04
Τεφλόν – χάλυβας	0.04	0.04
Ελαστικό αυτοκινήτου – στεγνή άσφαλτος	1	0.8
Ελαστικό αυτοκινήτου – παγωμένη άσφαλτος	0.3	0.02
➔ Αρθρώσεις ανθρώπινου σώματος	0.02	0.0016 – 0.005

Τριβή



Δυνάμεις ηλεκτρομαγνητικής φύσης μεταξύ των ατόμων των επιφανειών που έρχονται σε επαφή. Αλληλοεισχώρηση ανωμαλιών των τριβόμενων επιφανειών.

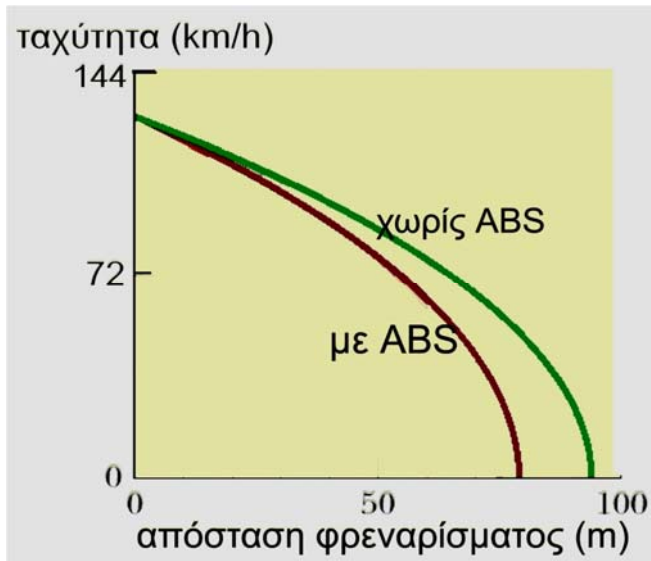
Οι δυνάμεις τριβής:

- έχουν φορά αντίθετη στη φορά κίνησης
- $\mu_{\delta} < \mu_{\sigma}$
- είναι ανεξάρτητες του εμβαδού της επιφάνειας επαφής
- είναι ανεξάρτητες της ταχύτητας (για μικρές μόνο ταχύτητες)
- εξαρτώνται από το είδος και την τραχύτητα των επιφανειών που έρχονται σε επαφή
- εξαρτώνται από το μέτρο της κάθετης δύναμης που συμπιέζει τις επιφάνειες επαφής.

Ελάττωση των τριβών με τη χρήση λιπαντικών

Τριβή

$\mu_{\sigma} > \mu_{\delta}$ → Δύναμη τριβής κατά την κύλιση > δύναμη τριβής κατά την ολίσθηση



ABS

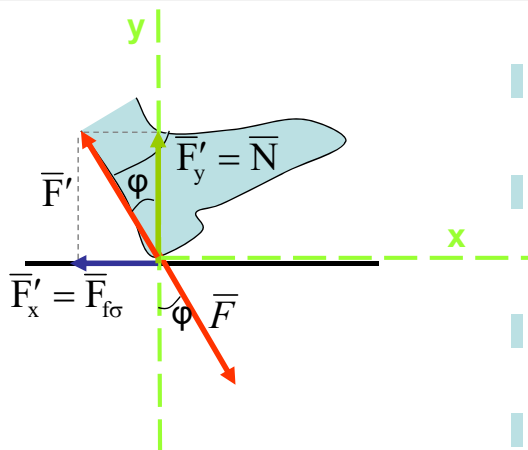
Antilock braking system

μικρότερη απόσταση φρεναρίσματος
καλύτερος έλεγχος του οχήματος

Video:

<http://www.youtube.com/watch?v=uq4DDMMoomU>

Δυνάμεις τριβής κατά το βάδισμα



\bar{F} : δύναμη που ασκείται από τον άνθρωπο (πόδι) στο έδαφος - ΔΡΑΣΗ

\bar{F}' : δύναμη που ασκείται από το έδαφος στο πόδι - ΑΝΤΙΔΡΑΣΗ

$$\bar{F}'_y = -\bar{F}_y$$

\bar{F}'_y : κατακόρυφη συνιστώσα (κάθετη αντίδραση του δαπέδου)

\bar{F}'_x : οριζόντια συνιστώσα (δύναμη της τριβής)

Άξονας y: $\bar{F}'_y = \bar{N} \Rightarrow \bar{F}' \cos \varphi = \bar{N}$

Άξονας x: Μέγιστη τιμή της F'_x για να μην υπάρχει ολίσθηση



$$F_{friction(max)} = \mu_{\sigma} N \Rightarrow F'_x = \mu_{\sigma} N = \mu_{\sigma} F'_y \Rightarrow F' \sin \varphi = \mu_{\sigma} F' \cos \varphi$$

$\mu_{\sigma} = \tan \varphi$

$\mu_{\delta\epsilon\rho\mu\alpha-\xi\acute{\upsilon}\lambda\omicron} = 0.54 \rightarrow \Theta\alpha \ \pi\rho\acute{\epsilon}\pi\epsilon\iota \ \varphi < 28^{\circ}$

$\mu_{\lambda\acute{\alpha}\sigma\tau-\beta\rho\epsilon\gamma\mu.\alpha\sigma\phi\alpha\lambda} = 0.3 \rightarrow \varphi < 17^{\circ}$

Τριβή στις αρθρώσεις

Αρθρωση του γονάτου

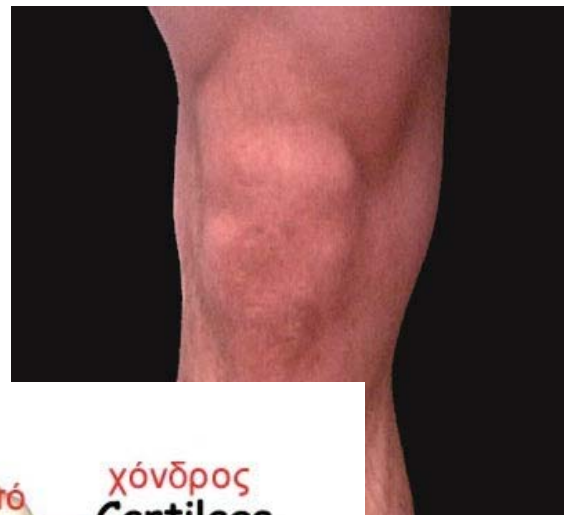
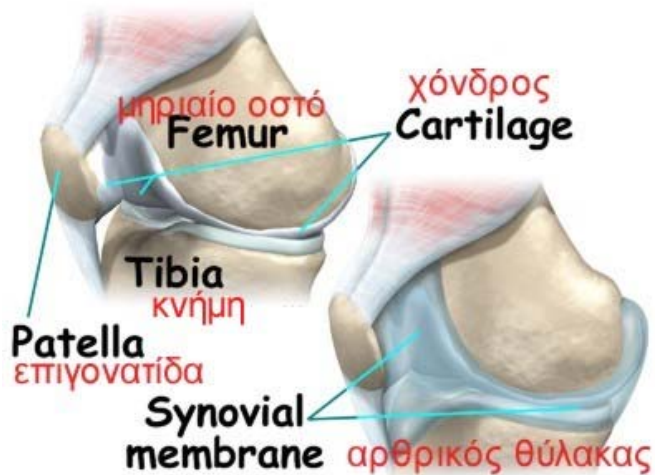
Ευκίνητη άρθρωση
→ κίνηση με μηδενική σχεδόν τριβή



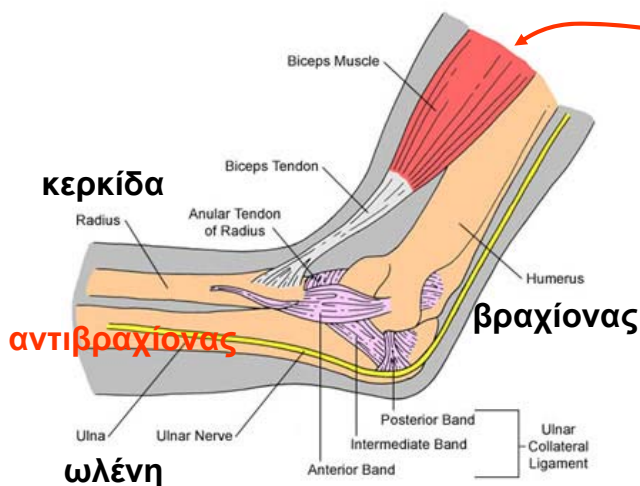
Στα άκρα των οστών
υπάρχει ο χόνδρος

Γύρω από τα οστά
υπάρχει ο αρθρικός
θύλακας που περιέχει το
αρθρικό υγρό

Παθήσεις των
αρθρώσεων π.χ. η
αρθρίτιδα
→ αύξηση του μ του
αρθρικού υγρού



Μυϊκές δυνάμεις



Μύες

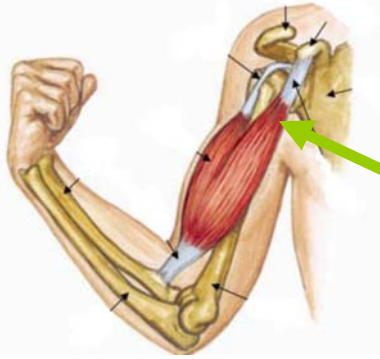
Ραβδωτοί

Λείοι

π.χ. σκελετικοί μύες
αποτελούνται από ίνες
που σχηματίζουν
δεσμίδες.
Χρόνος απόκρισης: ~0.1s

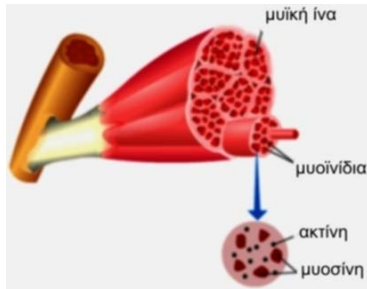
γύρω από το έντερο, την
ουροδόχο κύστη, στα
τοιχώματα των αρτηριών
Χρόνος απόκρισης: σχετικά
μεγάλος

Μυϊκές δυνάμεις



Τένοντας: συνδετικός ιστός που βρίσκεται στα άκρα του μύος και τον συνδέει με τα οστά

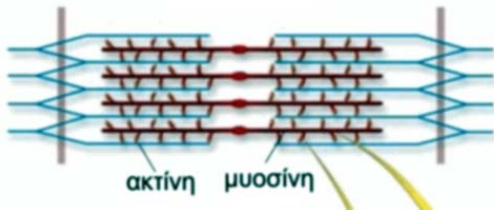
Δικέφαλος μύς : απόληξη σε δύο τένοντες
Τρικέφαλός μύς : απόληξη σε τρεις τένοντες



Ραβδωτοί μύες: παράγουν έργο μόνο κατά τη συστολή

Η συστολή γίνεται λόγω ηλεκτροστατικών δυνάμεων έλξης μεταξύ των ινιδίων ακτίνης και μιοσίνης (μόρια πρωτεΐνης) που συνθέτουν τις ίνες (μέγιστη συστολή 15-20%)

Λείοι μύες: συστολή με ολίσθηση των κυττάρων

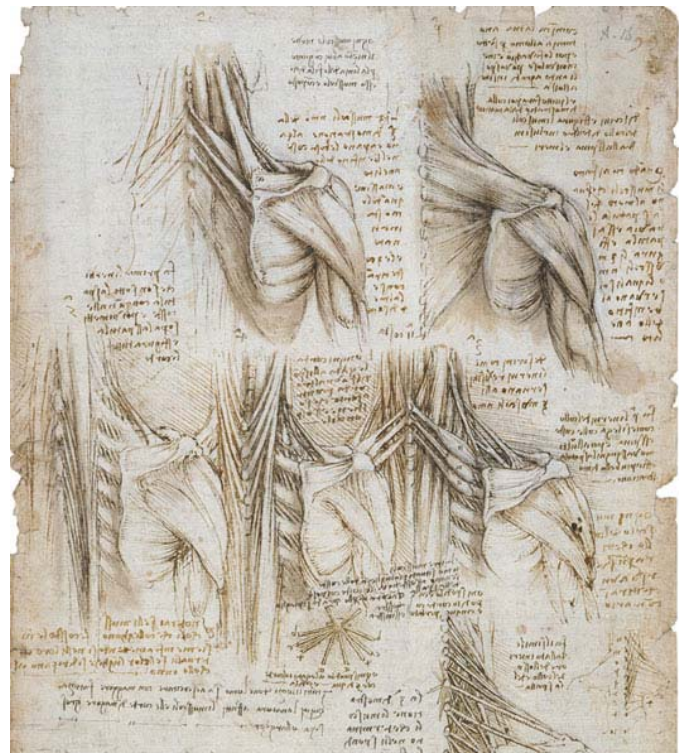


Μέγιστη δύναμη μύος: 3-4 kg/cm² → αύξηση της συνολικής δύναμης του μύος με αύξηση της διατομής του.

Μυϊκές δυνάμεις



Leonardo da Vinci 15^{ος} αι.



Εύκαμπτοι σύνδεσμοι



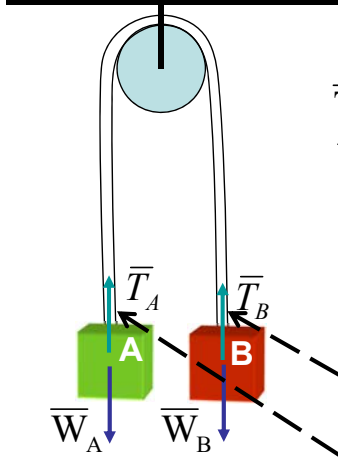
Αλυσίδες, σχοινιά, τένοντες:

μεταβάλλουν τη διεύθυνση των δυνάμεων αλλά όχι το μέτρο τους

Ιδιότητες:

- Μπορούν να εκτείνονται και όχι να συμπιέζονται
- Μεταφέρουν τάση μόνο κατά μήκος τους
- Απουσία τριβών η δύναμη είναι ίδια σε κάθε σημείο τους *

Δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα



$$\bar{T}_A = \bar{W}_A$$

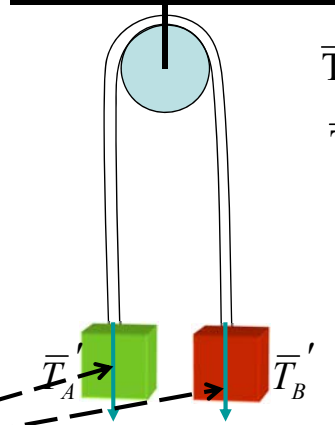
$$\bar{T}_B = \bar{W}_B$$

$$\bar{T}_A = \bar{T}_B \quad *$$

Ισορροπία για $W_B = W_A$

δράση - αντίδραση

Δυνάμεις που ασκούνται στο νήμα

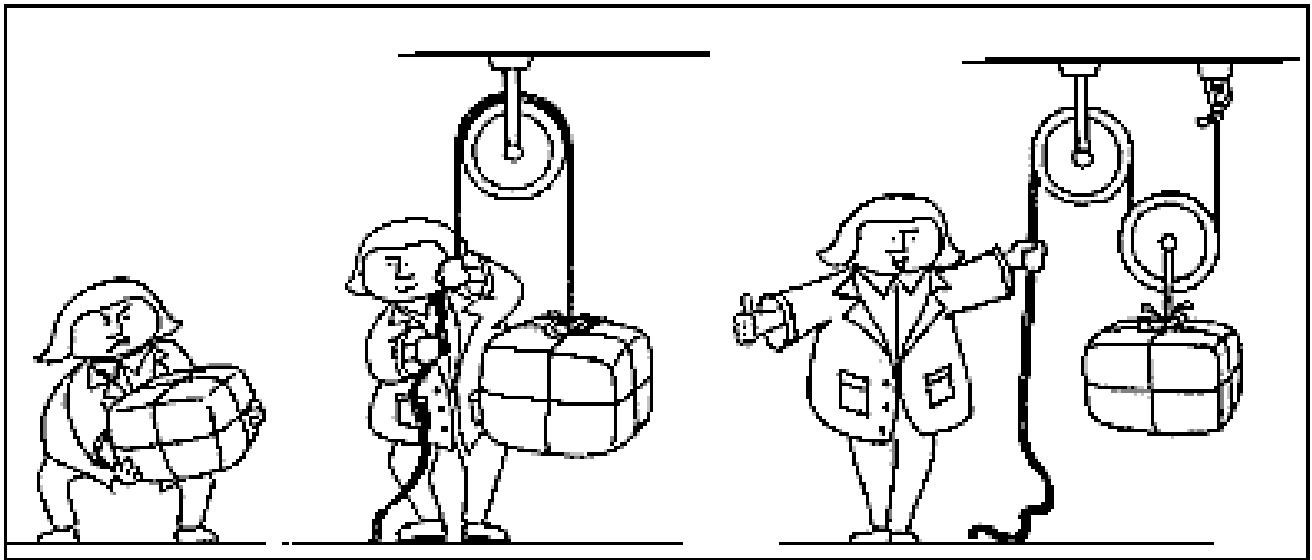


$$\bar{T}'_A = -\bar{T}_A$$

$$\bar{T}'_B = -\bar{T}_B$$

$$\bar{T}'_A = \bar{T}'_B$$

Τροχαλίες & νήματα



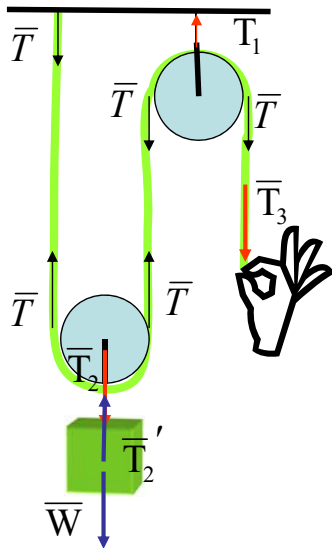
Σταθερή τροχαλία
αλλαγή της διεύθυνσης
εφαρμογής της
δύναμης

Κινούμενη τροχαλία
Υποδιπλασιασμός του
βάρους

Πολύσπαστο

Εύκαμπτοι σύνδεσμοι

Να υπολογιστούν οι τάσεις T_1 , T_2 και T_3 στα νήματα του σχήματος όταν το σύστημα ισορροπεί. (μάζες τροχαλιών & τριβές = αμελητέες)



Σώμα βάρους W : $T_2' = W$

T_2' και T_2 δράση - αντίδραση $\rightarrow T_2' = T_2$

$$T_2 = T + T \Rightarrow 2T = W \Rightarrow T = \frac{W}{2}$$

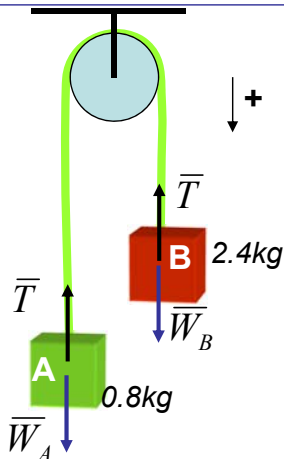
$$T_1 = T + T \Rightarrow T_1 = 2T = W$$

$$T_3 = T = \frac{W}{2}$$

Η απαιτούμενη δύναμη που πρέπει ασκηθεί για να σηκωθεί το βάρος W είναι ίση με $W/2$.

Άσκηση

Σώμα μάζας 2.4 kg δένεται στο άκρο ενός αβαρούς νήματος το οποίο διέρχεται από αβαρή σταθερή τροχαλία. Ένα σώμα μάζας 0.8 kg δένεται στο άλλο άκρο του νήματος το οποίο τεντώνεται ενώ το σώμα των 2.4 kg παραμένει ακίνητο. Το σώμα των 0.8 kg αφήνεται ελεύθερο. Να βρεθεί: η επιτάχυνση των μαζών και η τάση του νήματος ($g=9.81\text{m/s}^2$, τριβές αμελητέες).



Σώμα B μάζας 2.4 kg:

$$\sum F_B = m_B a_B \Rightarrow W_B - T = m_B a_B \Rightarrow m_B g - T = m_B a_B$$

Σώμα A μάζας 0.8 kg:

$$\sum F_A = m_A a_A \Rightarrow T - W_A = m_A a_A \Rightarrow T - m_A g = m_A a_A$$

αλλά $a_A = a_B = a$ $m_B g - T = m_B a$ **1**

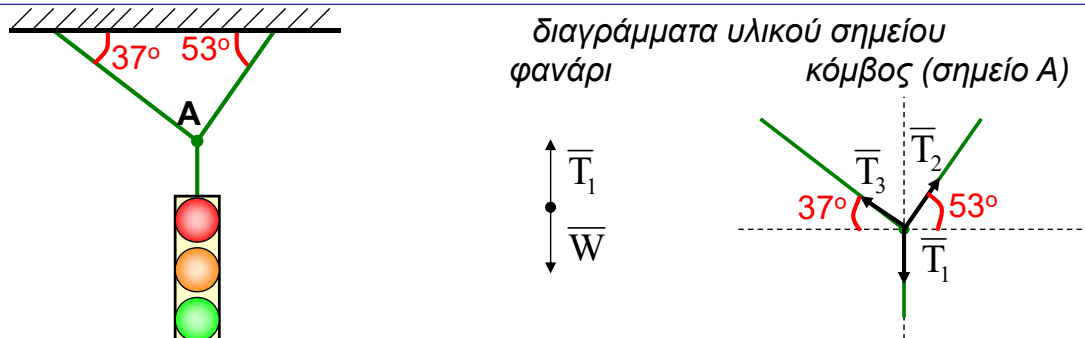
$T - m_A g = m_A a$ **2**

$$\mathbf{1} + \mathbf{2} \quad (m_B - m_A)g = (m_B + m_A)a \Rightarrow a = \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A}g = 0.5 \cdot 9.81 = 4.91 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\mathbf{2} \quad T = m_A(g + a) = 0.8(9.81 + 4.91) = 11.78\text{N}$$

Άσκηση

Ένα φανάρι βάρους 125 N κρέμεται από ένα καλώδιο, που είναι συνδεδεμένο με άλλα δύο καλώδια το καθένα εκ των οποίων σχηματίζει γωνία 37° και 53° αντίστοιχα με τον οριζόντιο άξονα. Να βρεθεί η τάση στα τρία καλώδια.



φανάρι: $\bar{T}_1 = \bar{W} \Rightarrow T_1 = 125\text{N}$

σημείο A: $\sum \bar{F}_x = 0 \Rightarrow T_2 \cos 53 = T_3 \cos 37 \quad (1)$

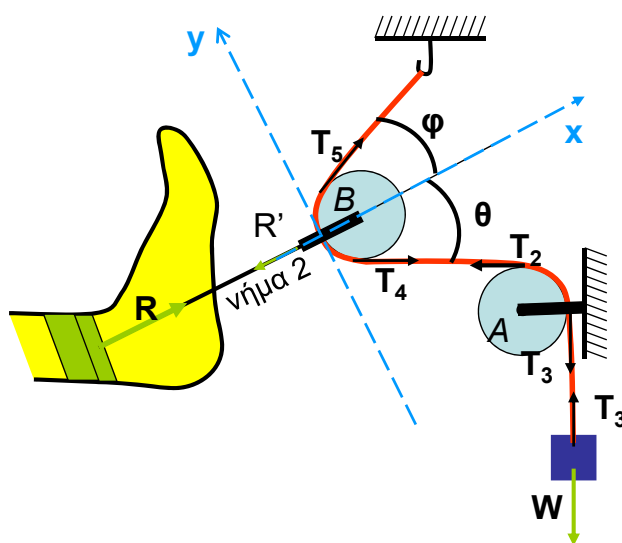
$\sum \bar{F}_y = 0 \Rightarrow T_2 \sin 53 + T_3 \sin 37 = T_1 \quad (2)$

$T_2 \cos 53 = T_3 \cos 37 \Rightarrow T_2 = T_3 \frac{\cos 37}{\cos 53} \quad \rightarrow \quad T_2 = 1.327T_3 = 99.8\text{N}$

$T_3 \frac{\cos 37}{\cos 53} \sin 53 + T_3 \sin 37 = W \Rightarrow T_3 = \frac{W}{\sin 37 + \cos 37 \tan 53} = \frac{125}{1.66} = 75.2\text{N}$

Άσκηση

Γνωρίζοντας το βάρος W και τη γωνία θ να υπολογίσεις τη δύναμη R που ασκεί στην κνήμη το νήμα 2 (μάζες και τριβές τροχαλιών = αμελητέες).



Σώμα βάρους W : $T_3 = W$

Τροχαλία A: $T_2 = T_3$

Νήμα 2: $R' = R$

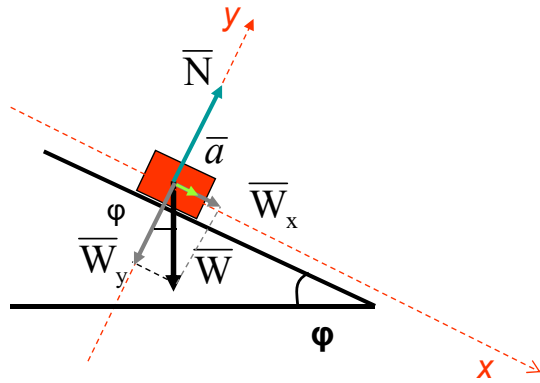
Τροχαλία B: $T_4 = T_5$

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow T_5 \cos \varphi + T_4 \cos \theta = R \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow T_5 \sin \varphi = T_4 \sin \theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$\sin \theta = \sin \varphi \Rightarrow \theta = \varphi$

$2T_4 \cos \theta = R \Rightarrow R = 2W \cos \theta$

Κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο



y - άξονας:

Το σώμα δεν μετακινείται κατά μήκος του y άξονα

$$\sum \bar{F}_y = 0 \Rightarrow W \cos \varphi = N$$

x - άξονας:

Το σώμα επιταχύνεται κατά μήκος του x άξονα με την επίδραση της συνιστώσας του βάρους

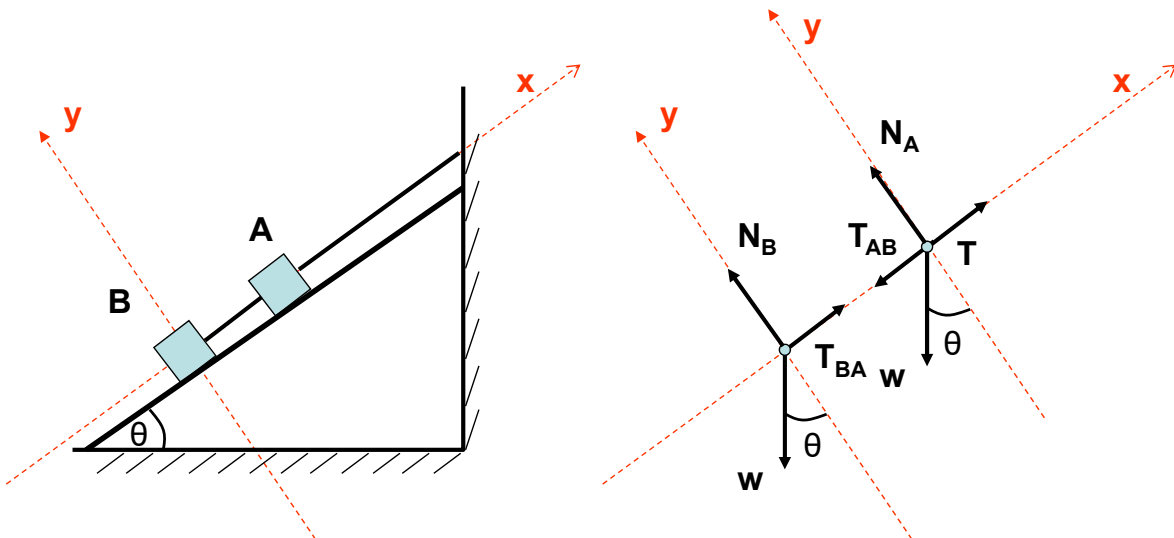
$$W_x = m \cdot g \cdot \sin \varphi$$

$$W_x = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{mg \sin \varphi}{m} = g \sin \varphi$$

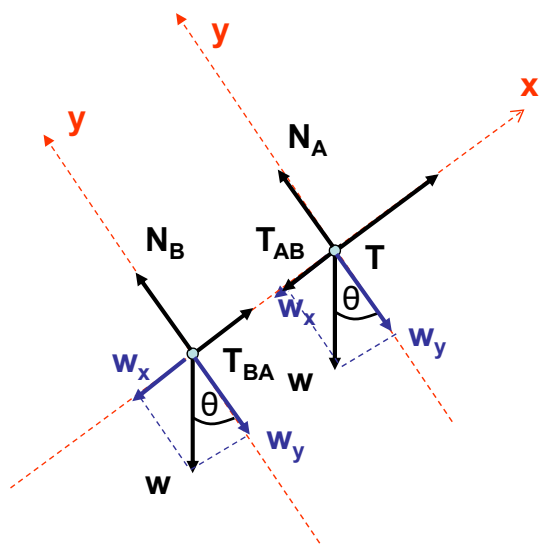
Άσκηση

Δύο σώματα, το καθένα βάρους w , συγκρατούνται ακίνητα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο χωρίς τριβή. Να υπολογιστεί η τάση ως συνάρτηση του βάρους w και της γωνίας κλίσης θ

- στο νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα δύο σώματα
- στο νήμα πρόσδεσης του σώματος A στον τοίχο



Άσκηση



Σώμα Β:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{BA} = W_x \Rightarrow T_{BA} = W \sin \vartheta$$

$\bar{T}_{AB} = -\bar{T}_{BA}$: ζεύγος δράσης - αντίδρασης

Σώμα Α:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T = T_{AB} + W_x$$

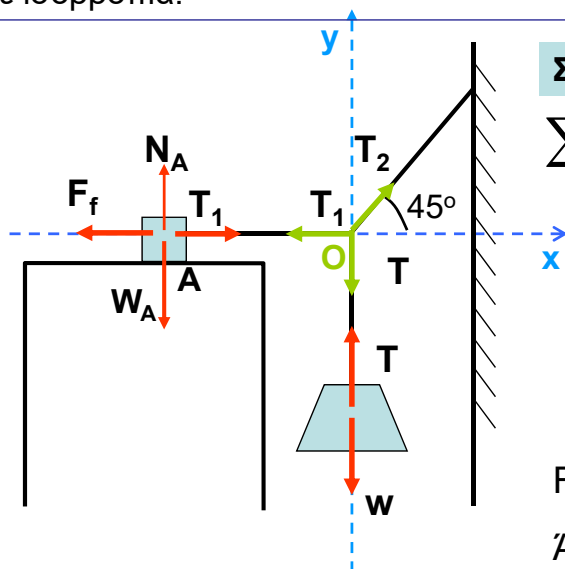
$$\Rightarrow T = W \sin \vartheta + W \sin \vartheta = 2W \sin \vartheta$$

Άσκηση

Το σώμα Α ζυγίζει 80N. Ο συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ του σώματος και της επιφάνειας πάνω στην οποία ακινητεί το σώμα είναι 0.30. Το βάρος w είναι 20N και το σύστημα ισορροπεί.

α) Να βρεθεί η δύναμη τριβής που ασκείται στο σώμα Α

β) Βρείτε το μέγιστο βάρος w για το οποίο το σύστημα εξακολουθεί να παραμένει σε ισορροπία.



Σώμα Α:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_f = T_1$$

Σώμα βάρους w:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow w = T$$

Σημείο Ο:

$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow T_1 = T_2 \cos 45^\circ \\ \sum F_y = 0 &\Rightarrow T = T_2 \sin 45^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_1 = T$$

άρα $F_f = 20\text{N}$

$$F_{f \max} = \mu_\sigma N_A = 0.3 \cdot 80 = 24\text{N}$$

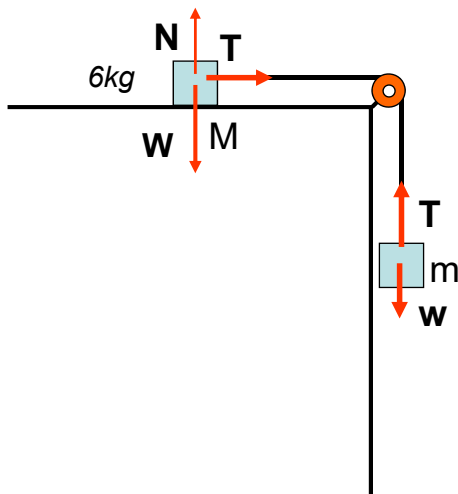
$$\text{Άρα } w_{\max} = 24\text{N}$$

Άσκηση

Ελαφρό σχοινί είναι προσδεμένο σε σώμα μάζας 6kg το οποίο ακινητεί επί οριζοντίου επιφάνειας χωρίς τριβή. Το σχοινί διέρχεται από τροχαλία χωρίς μάζα και χωρίς τριβή, ενώ από το άλλο άκρο αναρτάται ένα άλλο σώμα μάζας m . Όταν τα σώματα αφεθούν ελεύθερα η τάση του σχοινιού είναι 12N.

α) Πόση είναι η επιτάχυνση του σώματος με μάζα 6kg;

β) Πόση είναι η μάζα m του αναρτημένου σώματος; ($g=9.81\text{m/s}^2$)



Σώμα μάζας M:

$$\sum F_x = Ma \Rightarrow T = Ma \Rightarrow a = \frac{12}{6} = 2 \frac{m}{s^2}$$

Σώμα μάζας m:

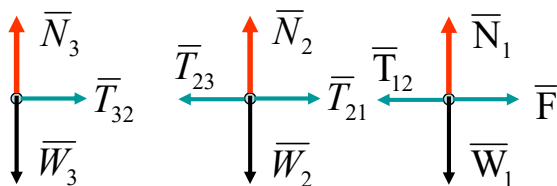
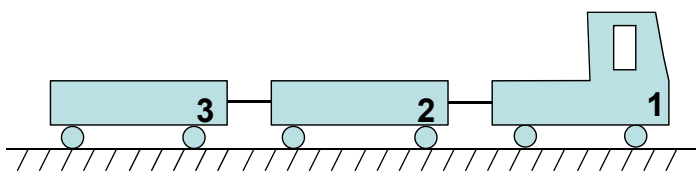
$$\begin{aligned} \sum F_y = ma &\Rightarrow w - T = ma \Rightarrow mg - ma = T \Rightarrow \\ \Rightarrow m &= \frac{T}{g - a} = \frac{12}{9.81 - 2} = 1.54\text{kg} \end{aligned}$$

Άσκηση

Ένα τρένο αποτελείται από τη μηχανή και δύο βαγόνια. Η μάζα της μηχανής είναι 6000kg και του κάθε βαγονιού είναι 2000kg. Το τρένο απομακρύνεται από κάποιο σταθμό με επιτάχυνση 0.6m/s^2

α) Να βρεθεί η τάση του συνδέσμου που ενώνει τη μηχανή με το πρώτο βαγόνι και η τάση του συνδέσμου που ενώνει τα δύο βαγόνια μεταξύ τους

β) Να υπολογιστεί η κινούσα δύναμη της μηχανής.



Βαγόνι 3:

$$\begin{aligned} \sum F_x = m_3 a &\Rightarrow T_{32} = m_3 a = \\ &= 2000 \cdot 0.6 = 1200\text{N} \end{aligned}$$

Βαγόνι 2:

$$\begin{aligned} \sum F_x = m_2 a &\Rightarrow T_{21} - T_{23} = m_2 a \Rightarrow \\ \Rightarrow T_{21} &= 1200 + 2000 \cdot 0.6 = 2400\text{N} \end{aligned}$$

Μηχανή 1:

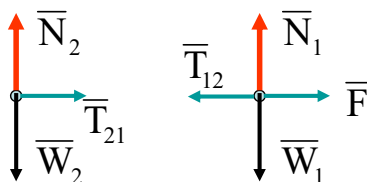
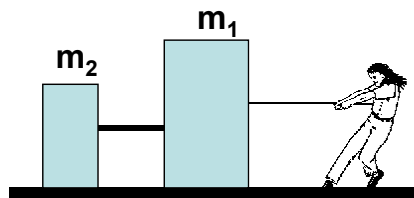
$$\sum F_x = m_1 a \Rightarrow F - T_{12} = m_1 a \Rightarrow F = 2400 + 6000 \cdot 0.6 = 6000\text{N}$$

Άσκηση

Δύο κιβώτια, το ένα με μάζα 4kg και το άλλο με μάζα 6kg, βρίσκονται ακίνητα πάνω σε επιφάνεια παγωμένης λίμνης όπου δεν υπάρχει τριβή. Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με αβαρές σχοινί. Μια γυναίκα που φορά παπούτσια του γκολφ, έλκει οριζοντίως το κιβώτιο των 6kg με δύναμη F προσδίδοντας στα κιβώτια επιτάχυνση 2.5m/s^2

α) Πόσο είναι το μέτρο της F ;

β) Πόση είναι η τάση του σχοινού που συνδέει τα κιβώτια;



Σώμα 2:

$$\sum F_x = m_2 a \Rightarrow T_{21} = m_2 a = 4 \cdot 2.5 = 10\text{N}$$

$$\bar{T}_{21} = -\bar{T}_{12} : \text{ζεύγος δράσης - αντίδρασης}$$

Σώμα 1:

$$\begin{aligned} \sum F_x = m_1 a &\Rightarrow F - T_{12} = m_1 a \Rightarrow \\ \Rightarrow F = m_1 a + T_{12} &= 6 \cdot 2.5 + 10 = 25\text{N} \end{aligned}$$

Άσκηση

Ένα διαστημόπλοιο ταξιδεύει από της Γη στον Ήλιο κινούμενο πάνω στην ευθεία που ενώνει τα κέντρα των δύο σωμάτων. Σε ποιά απόσταση από το κέντρο της Γης αλληλοαναιρούνται οι δυνάμεις βαρύτητας που ασκούνται στο διαστημόπλοιο;

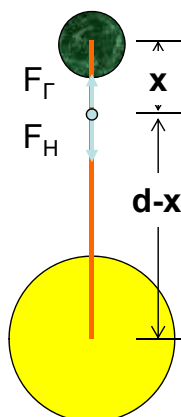
$$M_{\text{ΗΛΙΟΥ}} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_{\text{ΓΗΣ}} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\text{ΗΛΙΟΥ}} = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$$

$$R_{\text{ΓΗΣ}} = 6.38 \times 10^6 \text{ m}$$

$$d_{\text{H-Γ}} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$$



Δύναμη που ασκεί η Γη στο διαστημόπλοιο

$$F_{\Gamma} = G \frac{M_{\Gamma} m}{x^2}$$

Δύναμη που ασκεί ο Ήλιος στο διαστημόπλοιο

$$F_H = G \frac{M_H m}{(d-x)^2}$$

$$F_{\Gamma} = F_H \Rightarrow G \frac{M_{\Gamma} m}{x^2} = G \frac{M_H m}{(d-x)^2} \Rightarrow d^2 + x^2 - 2dx$$

$$= \frac{M_H x^2}{M_{\Gamma}} \Rightarrow x^2 \left(1 - \frac{M_H}{M_{\Gamma}} \right) - 2dx + d^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 8.94 \times 10^5 \cdot x - 6.68 \times 10^{16} = 0 \quad \boxed{x = 2.58 \times 10^8 \text{ m}}$$

Νόμοι του Κέπλερ

1^{ος} Νόμος:

Η τροχιά των πλανητών είναι ελλειπτική με τον Ήλιο να βρίσκεται στη μία εστία της έλλειψης.

2^{ος} Νόμος:

Η επιβατική ακτίνα που ενώνει τον Ήλιο και τον κάθε πλανήτη διαγράφει σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά.

3^{ος} Νόμος:

Το τετράγωνο της περιόδου περιφοράς του κάθε πλανήτη είναι ανάλογο με τον κύβο του μήκους του μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης που διαγράφει.

