

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΜΑΚΕΔΟΝΙΑΣ

**2<sup>η</sup> ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΒΔΟΜΑΔΑ**  
ΜΑΡΤΙΟΣ 2008

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ  
ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ,  
ΤΕΧΝΗ &  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

**ΠΡΑΚΤΙΚΑ**

## Θέματα από την Ιστορία και τις Εφαρμογές των Μαθηματικών

Προεδρείο: Αμαραντίδης Σάββας, Ασβεστά Αναστασία, Κωτσακώτα Μαρία,  
Λιπορδέζης Αθανάσιος

Αίθουσα: Crystall Hall

### Α' ΣΥΝΕΔΡΙΑ

**17:00 Μπαρπούτης Ιωάννης**, Επίκουρος Καθηγητής Α.Π.Θ.,  
Τασοπούλου Όλγα, Μαθηματικός Δ.Ε.  
Τυποποίηση και Μαθηματικά

**17:30 Γεωργιόπουλος Μιχ. Γιώργος**, - Μαθηματικός M. Sc., M. Ed.  
Π.Τ.Δ.Ε. Παιδαγωγικό Τμ. Δημοτ. Εκπ. Φιλώρινας, Παν. Δυτ. Μακεδονίας.  
Η αναφορά της «νεύστης» στο έργο: SIMPLIKIOU FILOSOFOU EIS TO A THS ARISTOTELEOUS FUSIKHS AKROASEWS UPOMNHMA O ESTI PRWTON Η - μέχρι τώρα - αξιοποίηση της από τους ερευνητές της Ιστορίας των Μαθηματικών και μια νέα πρόταση ερμηνείας της ύπαρξης της στο κείμενο αυτό.»

**18:00 Ζαχαριάδης Θεοδόσιος**, Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μαθηματικό Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών  
Το Εκπαιδευτικό λογισμικό των Μαθηματικών για την Ε' και ΣΤ' Τάξη

### 18:30 ΔΙΑΛΕΙΜΜΑ - ΚΑΦΕΣ

**19:00 Λιπορδέζης Αθανάσιος Dr. Νίκος Λυγερός**,  
Ιστορική συμβολή του Κ. Καραθεοδωρή στον Λογισμό των μεταβολών

**19:35 Αθανασιάδης Π. Ιωάννης**, Msc. Πληροφ. Συστήματα - Μαθηματικός  
Το εγχείρημα 'Ο Φορητός Υπολογιστής των Φτωχών' (One Laptop Per Child) και η εκπαιδευτική του χρήση και αξία

**20:05 Κ. Νικολαντωνάκης**, Λέκτορας Π.Τ.Δ.Ε. Παν. Δυτικής Μακεδονίας  
π: ένας αντάρτης του σύμπαντος των αριθμών

**20:35 Ανδρέας Λ. Πετράκης**, Καθηγητής του Γενικού Τμήματος Θετικών Επιστημών ΤΕΙ Δυτικής Μακεδονίας  
Τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων δυο αντίστροφων συναρπίσεων, αν υπάρχουν, βρίσκονται μόνο πάνω στην ευθεία  $y=x$ .  
Οι εμπειρίες μου δεκαοκτώ μίνες μετά.

### 21:05 Ερωτήσεις - συζήτηση

21:15 Λήξη

## Μπαρμπούτης Ιωάννης<sup>1</sup>, Τασοπούλου Όλγα<sup>2</sup>

jbarb@for.auth.gr

1. Επ. Καθηγητής Α.Π.Θ.

2. Μαθηματικός Μ.Ε.

### Περίληψη

Η τυποποίηση αποτελεί βασικό παράγοντα στην οργάνωση της κοινωνίας και συνιστά την πλέον ισχυρή παράμετρο στην προσπάθεια για την επίτευξη και διασφάλιση της ποιότητας. Η εφαρμογή της μπορεί να γίνεται είτε ασυναίσθητα και αυθόρυμη, ως αποτέλεσμα μιας συνήθειας, είτε ενσυνείδητα και προγραμματισμένα με την εκπόνηση και καθιέρωση των προτύπων. Παρόλο όμως που αποσκοπεί στην επίτευξη ομοιογενών και σταθερών συνθηκών, ακολουθεί τις εξελίξεις και βελτιώνεται συνεχώς, όπως συνέβη και με τα συστήματα αριθμησης. Στη σύγχρονη τυποποίηση, οι οργανισμοί ISO και DIN έχουν συμπεριλάβει στις δραστηριότητές τους και την τυποποίηση θεμάτων που αφορούν τα μαθηματικά. Στην Ελλάδα θα πρέπει κατ' αρχήν να προωθηθεί η όσο το δυνατόν εκτενέστερη εφαρμογή της τυποποίησης. Βασικό βήμα στη προσπάθεια αυτή θα πρέπει να αποτελέσει η τυποποίηση της ορολογίας και των συμβόλων.

### Standardisation and Mathematics

Ioannis Barboutis, Ass. Professor

Olga Tassopoulou, Mathematician

### Abstract

The standardisation constitutes a basic factor in the organisation of society and recommends the most powerful parameter in the effort for the achievement and assurance of quality. Its application can become either unconsciously and spontaneous, as result of habit, or consciously and programmed with the development and establishment of standards. Though, that aims in the achievement of homogeneous and constant conditions it follows the developments and it is improved continuously, as it happened also with the numeration systems. In the modern standardisation, ISO and DIN organisations have included in their activities the standardisation of subjects that concerns the mathematics. In Greece first of all the more extensive application of standardisation must be promoted. First step in this effort constitutes the standardisation of terminology and symbols.



## Εισαγωγή

Τυποποίηση είναι η διαδικασία με την οποία καθιερώνονται τα πρότυπα, δηλαδή έγγραφα κοινής αποδοχής που θέτουν τους απαραίτητους κανόνες για την παραγωγή, τη σύνθεση και τις ιδιότητες που πρέπει να έχει ένα προϊόν ή μια υπηρεσία ώστε να ανταποκρίνεται στο σκοπό για τον οποίο προορίζεται.

Η τυποποίηση αποτελεί βασικό παράγοντα στην οργάνωση της κοινωνίας και είναι γνωστό ότι επιδρά σημαντικά στο σύστημα των συναλλαγών και της παραγωγικής διαδικασίας. Συνιστά δε την πρώτη και πλέον ισχυρή παράμετρο στην προσπάθεια για την επίτευξη και διασφάλιση της ποιότητας.



To Ευρωπαϊκό οικοδόμημα της Ποιότητας

Η δραστηριότητα της τυποποίησης όμως, δεν πρέπει να θεωρείται ότι προορίζεται μόνο για κάποιους ειδικούς. Απεναντίας αφορά όλους τους ανθρώπους διότι μπορεί να εφαρμοσθεί σε όλα τα θέματα της ανθρώπινης δραστηριότητας όπως προϊόντα, υγεία, ορολογία, περιβάλλον κ.ά.. Η συμβολή της, στις περισσότερες πτυχές της ζωής μας, είναι τεράστια, αν και πολύ συχνά, αυτή η συμβολή είναι αόρατη. Από την στιγμή που ξυπνάμε, καθ' όλη τη διάρκεια της ημέρας, πρότυπα κάποιου τύπου μας βιοηθούν να κάνουμε την ζωή μας ευκολότερη, περισσότερο άνετη και ασφαλέστερη.

## Εξέλιξη της τυποποίησης

Η τυποποίηση, όπως την γνωρίζουμε με την σημερινή της μορφή, δηλαδή με την καθιέρωση προτύπων και διαδικασιών πιστοποίησης, άρχισε να εφαρμόζεται από τα μέσα του 19<sup>ου</sup> αιώνα όταν άρχισε η αλματώδης ανάπτυξη της βιομηχανίας, οπότε ήταν απαραίτητο για την μαζική παραγωγή προϊόντων, να εφαρμοσθούν συστηματικά αρχές απλοποίησης, ταξινόμησης και ομοιομορφίας.

Οι χώρες, πρώτα οι βιομηχανικές και αργότερα οι αναπτυσσόμενες, αντιλαμβάνομενες τον σημαντικό ρόλο της τυποποίησης στην οικονομική ανάπτυξη άρχισαν να ιδρύουν εθνικούς φορείς αρμόδιους για την τυποποίηση. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε ότι στην Βρετανία ο Βρετανικός Οργανισμός Τυποποίησης (BSI) ιδρύ-

θηκε το 1901, στην Γερμανία ο Γερμανικός Οργανισμός Τυποποίησης (DIN) ιδρύθηκε το 1917, στις ΗΠΑ το Αμερικανικό Ινστιτούτο Προτύπων (ANSI) ιδρύθηκε το 1918, στην Ιταλία (UNI) το 1921. Ο Διεθνής Οργανισμός Τυποποίησης (ISO), του οποίου τα πρότυπα απευθύνονται για εφαρμογή σε παγκόσμιο επίπεδο, ιδρύθηκε το 1946 ενώ η Ευρωπαϊκή Επιτροπή Τυποποίησης (CEN), της οποίας τα πρότυπα απευθύνονται για εφαρμογή στις χώρες της Ε.Ε., ιδρύθηκε το 1983.

Εφαρμογή όμως των βασικών κανόνων της τυποποίησης γινόταν πάντοτε. Είτε ασυναίσθητα και αυθόρμητα, ως αποτέλεσμα μιας συνήθειας ή ενός εθίμου, είτε ενσυνείδητα και προγραμματισμένα με την καθιέρωση και εφαρμογή ορισμένων κανόνων ανάλογων των σημερινών «προτύπων». Οι άνθρωποι, στην προσπάθειά τους να οργανώσουν και να βελτιώσουν την ποιότητα της διαβίωσής τους, ανέκαθεν αισθανόταν την ανάγκη για την θέσπιση κάποιων κανόνων. Ένα από τα παλαιότερα παραδείγματα εφαρμογής της τυποποίησης είναι η γλώσσα επικοινωνίας ανάμεσα στους ανθρώπους, όπου κάθε άνθρωπος «συμφωνεί» να δίνει την έννοια στις λέξεις, ίδια με αυτή που δίνουν και οι άλλοι άνθρωποι. Έτσι μπορούμε να καταλαβαίνουμε. Ένα άλλο παράδειγμα αποτελεί η δημιουργία του ημερολογίου που ρυθμίζει χρονικά τις ανθρώπινες δραστηριότητες και το οποίο καθιερώθηκε στην αρχαία Σουμερία πριν από 5000 χρόνια. Το ημερολόγιο αυτό ισχύει μέχρι και σήμερα, μετά από τις απαραίτητες τροποποιήσεις που δέχτηκε σταδιακά, προκειμένου να ακολουθεί τα αποτελέσματα των εκάστοτε βελτιώσεων στον τρόπο προσδιορισμού του χρόνου.

### Η εξέλιξη της τυποποίησης των συστημάτων αρίθμησης

Περισσότερο εμφανής μπορεί να γίνει η εφαρμογή των βασικών αρχών της τυποποίησης μέσω της πορείας ανάπτυξης και καθιέρωσης των συστημάτων αρίθμησης.

Μετά την ανάπτυξη της γλώσσας είναι ασφαλές να υποθέσουμε ότι οι άνθρωποι άρχισαν να διαμορφώνουν και να τυποποιούν συστήματα αρίθμησης. Οι διάφοροι πολιτισμοί ανέπτυξαν και χρησιμοποίησαν μια ποικιλία από τρόπους μέτρησης και απεικόνισης των αριθμών. Αυτοί αναπτύχθηκαν για να αντιμετωπίσουν τις ανάγκες της κοινωνίας την δεδομένη περίοδο. Τα δάκτυλα αποτέλεσαν το φυσικό αριθμητήριο. Έτσι δεν είναι τυχαίο το ότι το 10 αποτέλεσε τη βάση των περισσοτέρων συστημάτων μέτρησης στην ιστορία. Εξάλλου η λέξη “*digit*” (ψηφίο) προέρχεται από το λατινικό *digitus* που σημαίνει δάκτυλο. Τα πρώτα συστήματα αρίθμησης (Bruce 2007, Coad 1998, Nirenberg 1997, Renne 2004, Weibull 2004) ήταν βεβαίως πολύ απλά και βασιζόταν στη χάραξη γραμμών σε ένα ξύλο ή μια πέτρα. Οι Αιγύπτιοι από το 3000 π.χ. περίπου άρχισαν να χρησιμοποιούν ένα σύστημα αριθμών με βάση το δέκα, παριστάνοντας το 1 με μία κάθετο γραμμή και το 10 με το σύμβολο Ή. Έτσι ο αριθμός 23 γραφόταν ως IIIΠΠ. Το σύστημα αυτό, στις αρχές του 4<sup>ου</sup> αι. π.χ, αποτέλεσε ουσιαστικά την βάση για την εξέλιξη του αλφαριθμητικού δεκαδικού συστήματος των Ρωμαίων το οποίο χρησιμοποιείται περιστασιακά μέχρι και σήμερα, 2100 χρόνια περίπου από την οριστική διαμόρφωσή του. Οι Βαβυλώνιοι όμως περί το 1750 π.χ. χρησιμοποιούσαν ένα διαφορετικό αριθμητικό σύστημα που είχε ως βάση το 60.

Μέσω της υπεροχής τους στην αστρονομία, η βάση του 60 επιζεί μέχρι σήμερα στα 60 λεπτά και δεύτερα της γωνιακής μέτρησης, στις  $180^{\circ}$  του τριγώνου και τις  $360^{\circ}$  του κύκλου. Το πρώτο αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιήθηκε από τους Έλληνες ήταν το Αττικό σύστημα που προήλθε από τους Φοίνικες περί το 900 π.χ.. Το σύστημα αυτό είχε μια κάθετο γραμμή για το 1 και σύμβολα για το 5, 10, 100, 1000 και 10 000. Περί το 500 π.χ. οι Έλληνες, με βάση και το Αιγυπτιακό σύστημα, επινόησαν ένα αλφαριθμητικό δεκαδικό σύστημα που είναι γνωστό ως Ιωνικό σύστημα. Οι Εβραίοι τον 2<sup>ο</sup> αι. π.χ. μετέφεραν το Ιονικό σύστημα στο δικό τους αλφάριθμητο. Το Ελληνικό αριθμητικό σύστημα, όπως και το Αιγυπτιακό, δεν περιελάμβαναν θέση για το σύμβολο για το μηδέν, ούτε παρείχαν αξία θέσης. Περί το 400 μ.χ. οι Μάγια είχαν αναπτύξει το δικό τους αριθμητικό σύστημα που είχε ως βάση το 20 (αντιστοιχεί στο άθροισμα των δακτύλων των χεριών και ποδιών), και με ενδιάμεση βάση το 5 (αντιστοιχεί στα δάκτυλα του ενός χεριού ή ποδιού). Ήταν σύστημα θέσης-αξίας και περιελάμβανε σύμβολα για το 1 και 5 και επί πλέον ήταν οι πρώτοι που χρησιμοποιήσαν σύμβολο για την έννοια του 0. Το σύστημα αυτό θεωρείται ότι ήταν κατά πολύ πιο προηγμένο από τα αντίστοιχα ευρωπαϊκά εκείνης της εποχής. Το αριθμητικό σύστημα που χρησιμοποιούμε σήμερα, είναι ένα σύστημα θεσιακό δεκαδικό, που χρησιμοποιεί ξεχωριστά σύμβολα για κάθε αριθμό από το 1 μέχρι και το 9 καθώς και σύμβολο για το μηδέν. Αναπτύχθηκε αρχικά στην Ινδία περί το 600 μ.χ., από όπου το παρέλαβαν οι Άραβες και από τους οποίους περί το 1100 μ.χ. μεταδόθηκε στην Ευρώπη. Η ευρεία εφαρμογή του όμως άρχισε μετά το 1500 όταν επεκτάθηκε η χρήση της τυπογραφίας.

## Η σύγχρονη τυποποίηση

Οπως παρατηρούμε λοιπόν αναπτύχθηκαν και χρησιμοποιήθηκαν αρκετά συστήματα αρίθμησης. Τα συστήματα αυτά μπόρεσαν βεβαίως και καθιερώθηκαν διότι την δεδομένη εποχή συγκέντρωναν τα απαραίτητα στοιχεία που τα καθιστούσαν ευρέως αποδεκτά. Σε αυτό συνετέλεσε το γεγονός ότι τις αντίστοιχες περιόδους αυτά αποτελούσαν τα τελειότερα συστήματα και ανταποκρινόταν στις απαιτήσεις της κοινωνίας με τον αποτελεσματικότερο τρόπο. Η τυποποίηση και εφαρμογή όλων αυτών των συστημάτων μπορεί να γινόταν ή και να εξακολουθεί να γίνεται αυθόρμητα και χωρίς την ύπαρξη κάποιων προτύπων, δεν διαφέρει όμως ουσιαστικά από την σύγχρονη έννοια της τυποποίησης, όπως αυτή διατυπώνεται στο Ευρωπαϊκό Πρότυπο ΕΛΟΤ EN 45020:1998 όπου ορίζεται ότι: “*Τυποποίηση είναι δραστηριότητα με την οποία καθιερώνονται, για πραγματικά προβλήματα που μπορεί να εμφανισθούν, διατάξεις για κοινή και επαναλαμβανόμενη χρήση, που αποσκοπούν στο να επιτευχθεί ο βέλτιστος βαθμός τάξης σε συγκεκριμένο πλαίσιο εφαρμογής*”.

Για να μπορεί ωστόσο να είναι ουσιαστική η συμβολή της τυποποίησης στην επίλυση των προβλημάτων, θα πρέπει τα πρότυπα να εκσυγχρονίζονται συνεχώς. Παρόλο δηλαδή που τα πρότυπα αποσκοπούν στην επίτευξη ομοιογενών και σταθερών

συνθηκών, δεν παραμένουν για πάντα σταθερά. Κατά περιόδους, ή όταν το επιβάλλουν οι καταστάσεις, αναθεωρούνται και βελτιώνονται, όπως συνέβη και με τα συστήματα αρίθμησης, για να εξασφαλίζουν την επικαιρότητά τους, σύμφωνα με τις εξελίξεις της επιστήμης και τις αυξανόμενες απαιτήσεις των ανθρώπων.

Κάθε σύστημα αρίθμησης, αποσκοπεί, όπως διατυπώνεται και στο ορισμό της τυποποίησης, για χρήση σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο εφαρμογής, όπου ένα σύνολο αριθμών αντιπροσωπεύεται από τους αριθμούς κατά τρόπο συνεπή. Δηλαδή δίνει σε κάθε αριθμό μια μοναδική αντιπροσώπευση.

## Πρότυπα για τα μαθηματικά

Με τα σημερινά δεδομένα, το δεκαδικό σύστημα, θεωρείται μια από τις σημαντικότερες εξελίξεις στα μαθηματικά. Δεν είναι όμως το μοναδικό σύστημα αρίθμησης που χρησιμοποιείται σήμερα. Συνεπώς καθίσταται απαραίτητος ο ορισμός του πλαισίου εφαρμογής του κάθε συστήματος. Έτσι το πλαίσιο εφαρμογής του δεκαδικού συστήματος μας επιτρέπει να ερμηνεύσουμε την απεικόνιση "11" ως ένδεκα, του δυαδικού συστήματος ως τρία ή ως άλλους αριθμούς σε άλλα συστήματα. Η τυποποίηση, δια μέσω των προτύπων, μπορεί να παρέχει τις απαραίτητες οδηγίες για την διευκόλυνση της ορθής εφαρμογής τους, όπως για παράδειγμα συμβαίνει με το γερμανικό πρότυπο DIN 1333:1992. Το πρότυπο αυτό, που αναφέρεται στην παρουσίαση των αριθμητικών στοιχείων, παρουσιάζει τα αριθμητικά συστήματα που είναι σε χρήση σήμερα όπως φαίνονται στο παρακάτω πίνακα.

Βάση	Σύστημα	Ψηφία
10	Δεκαδικό	0123456789
2	Δυαδικό	01
8	Οκταδικό	01234567
16	Δεκαεξαδικό	0123456789ABCDEF
60	εξηκονταδικό	00 01 .....09 10 11 .....19 ..... 50 51 .....59

Εκτός βεβαίως από την τυποποίηση των αριθμητικών συστημάτων, υπάρχει η δυνατότητα εκπόνησης προτύπων σε όλα τα θέματα της μαθηματικής επιστήμης και ιδίως για τα σύμβολα και τους ορισμούς της που χρησιμοποιούνται ευρέως. Η τυποποιημένη εμφάνιση αυτών των θεμελιωδών στοιχείων της θα συμβάλει αποτελεσματικά στην διευκόλυνση της κατανόησής τους. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την μελέτη και πρόοδο μιας επιστήμης, να μπορούμε να αναφερόμαστε και να συνεννοούμεθα απλά και ξεκάθαρα. Ο Καρτέσιος έλεγε πως "αν οι φιλόσοφοι συμφωνούσαν

μεταξύ τους για τη σημασία των λέξεων, όλες οι συζητήσεις μεταξύ τους θα έλειπαν” (Παπανικολάου 2004). Για τα πρότυπα αποτελεί βασική προϋπόθεση η κοινή αποδοχή του κειμένου τους, όπως φαίνεται και στον σχετικό ορισμό που δίνεται στο πρότυπο ΕΛΟΤ EN 45020:1998 “Πρότυπο είναι ένα έγγραφο που έχει καθιερωθεί με συναίνεση και έχει εγκριθεί από έναν αναγνωρισμένο φορέα και το οποίο παρέχει, για κοινή και επαναλαμβανόμενη χρήση, κανόνες, κατευθυντήριες γραμμές ή χαρακτηριστικά, για δραστηριότητες ή για τα αποτελέσματά τους και που αποσκοπεί στην επίτευξη του βέλτιστου βαθμού τάξης σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο εφαρμογής”.

Ο Διεθνής Οργανισμός Τυποποίησης ISO, με σκοπό την εκπόνηση προτύπων σε θέματα σχετικά με τις ποσότητες, τις μονάδες και τα σύμβολα, έχει δημιουργήσει την ειδική τεχνική επιτροπή TC 12. Ανάμεσα στα πρότυπα που έχει εκδώσει αυτή η επιτροπή είναι το πρότυπο ISO 31-11:1992 το οποίο αναφέρεται στη χρήση των μαθηματικών συμβόλων στις φυσικές επιστήμες και την τεχνολογία. Μερικά χαρακτηριστικά σημεία από την ύλη του προτύπου αυτού είναι τα εξής:

- ο πολλαπλασιασμός του a με το b μπορεί να απεικονισθεί ως  $a \cdot b$  ή  $a b$
- ο συμβολισμός  $a \sim b$  σημαίνει ότι τα a είναι ανάλογο του b, ενώ ο συμβολισμός  $a \approx b$  σημαίνει ότι τα a είναι περίπου ίσο του b
- ο συμβολισμός  $a < b$  σημαίνει ότι τα a είναι μικρότερο του b, ενώ ο συμβολισμός  $a << b$  σημαίνει ότι τα a είναι κατά πολύ μικρότερο του b

Στα περιεχόμενα ενός άλλου προτύπου της ίδιας επιτροπής, στο ISO 31-0:1992 που έχει τίτλο ”Ποσότητες και μονάδες – Γενικές αρχές” μπορούμε να δούμε τρόπους αναγραφής παραστάσεων κ.ά. όπως:

- $\frac{ab}{c} = ab/c = abc^{-1}$
- $\frac{a}{bc} = a/(b \cdot c) = a/bc, \text{ αλλά όχι } a/b \cdot c$

Εκτός από τα προαναφερθέντα πρότυπα, ο οργανισμός ISO έχει εκδώσει και άλλα σχετικά πρότυπα, ενώ συνεχίζει τη προσπάθεια εκπόνησης νέων ή αναθεώρησης των παλαιών. Όπως ήδη αναφέρθηκε, πρότυπα που αφορούν τα μαθηματικά έχουν εκδοθεί και από τον Γερμανικό φορέα τυποποίησης. Οι Γερμανοί δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στην οργάνωση της κοινωνίας τους ανέπτυξαν ένα από τα καλύτερα συστήματα τυποποίησης. Τώρα παρόλο που η ευθύνη της τυποποίησης για της χώρες της E.E., ανήκει στη CEN, επιτρέπεται στις χώρες να αναπτύξουν δικά τους πρότυπα, εφόσον δεν υπάρχουν αντίστοιχα ευρωπαϊκά. Από τα άλλα σχετικά Γερμανικά πρότυπα ενδεικτικά αναφέρουμε το DIN 1302:1999 με τίτλο ”Γενικά μαθηματικά σύμβολα και έννοιες” και το DIN 461:1973 με τίτλο ”Γραφική παράσταση στα συστήματα των συντεταγμένων”.

## **Η τυποποίηση στην Ελλάδα**

Στην Ελλάδα όμως, η σύγχρονη, συστηματοποιημένη τυποποίηση παρέμεινε áγνωστη για πολλά χρόνια, παρόλο που στην αρχαία Ελλάδα, όπως φαίνεται από ευρήματα επιγραφών, η διαδικασία της οργανωμένης τυποποίηση ήταν αρκετά διαδεδομένη και χρησιμοποιόταν σε όλα σχεδόν τα τότε παραγόμενα προϊόντα όπως μέταλλα, κράματα, νομίσματα, κρασί, λάδι κ.ά..

Σήμερα, την ευθύνη για την τυποποίηση στην Ελλάδα, έχει ο ΕΛΟΤ (Ελληνικός Οργανισμός Τυποποίησης) ο οποίος ιδρύθηκε με Νόμο το 1976, ουσιαστικά κατ' ανάγκη, εν όψη της τότε προετοιμασίας της χώρας μας για την είσοδό της στην Ε.Ε.. Μέχρι τώρα όμως, εκτός από τη νιοθέτηση, ως οφείλει, των ευρωπαϊκών προτύπων, έχει προχωρήσει στην έκδοση μόνο ενός ελληνικού προτύπου το οποίο έχει θέμα τους χαρακτήρες της ελληνικής γλώσσας. Γενικώς θα μπορούσαμε να πούμε ότι στην Ελλάδα, η έννοια της τυποποίησης δεν έχει γίνει επαρκώς κατανοητή, διότι δεν είναι και ιδιαίτερα αποδεκτή, καθότι έρχεται σε αντίθεση με την επικρατούσα προχειρότητα και ανοργανωσιά. Και όμως η απουσία της τυποποίησης δεν περνά για πολύ απαρατήρητη, αφού περιπλέκει και επηρεάζει όλες τις δραστηριότητές μας. Ακόμη και την επικοινωνία μας, ίδιως όταν έχει να κάνει με την χρήση ορολογίας. Διότι διαφορετικές αποδόσεις του ίδιου όρου μπορεί να προκαλέσουν σύγχυση ή αδυναμία κατανόησης. Ένα απλό παράδειγμα αποτελεί η απόδοση του όρου *pattern* ο οποίος στο αναλυτικό πρόγραμμα μαθηματικών του Δημοτικού αναφέρεται ως “μοτίβο” ενώ σε εργασία μαθηματικού Μ.Ε. ως “πρότυπο” (Τσικοπούλου 2007). Δύο διαφορετικές αποδόσεις χωρίς τελικά να δίδεται η ορθή έννοια του. Ως παράδειγμα μπορούμε να αναφέρουμε επίσης την συχνή σύγχυση που παρατηρείται μεταξύ των όρων «κάθετος» και «κατακόρυφος». Ανάλογα παραδείγματα όπου γίνεται εμφανής η απουσία της τυποποίησης της ορολογίας μπορούμε να συναντήσουμε σε όλους τους κλάδους της μαθηματικής επιστήμης. Άλλα και η χρήση των συμβόλων όταν δεν γίνεται με βάση τα διεθνή ή εθνικά πρότυπα, ώστε να διευκολύνεται η κατανόησή τους απλά και ξεκάθαρα από όλους, μπορεί να προκαλέσει σύγχυση. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η περίπτωση χρησιμοποίησης, στο βιβλίο των μαθηματικών της Α΄ Γυμνασίου, των συμβολισμών *gr* και *g* για τη μονάδα βάρους σε γραμμάρια αντί της χρησιμοποίησης μόνου του καθιερωθέντος από τα πρότυπα *g*, όπως επίσης και η χρησιμοποίηση του συμβολισμού *lt* αντί του *l* για τη μονάδα του λίτρου (Βανδουλάκης κ.ά., 2007).

## **Συμπεράσματα – Προτάσεις**

Σήμερα η εφαρμογή των προτύπων στις χώρες της Ε.Ε. είναι εθελοντική. Κανείς δεν υποχρεώνεται να τα εφαρμόσει. Αποτελούν όμως την ιδανικότερη επιλογή για την αποτελεσματικότερη και ποιοτικότερη οργάνωση κάθε ανθρώπινης δραστηριότητας. Η προσπάθεια βελτίωσης της ποιότητας της εκπαίδευσης ή των σχολικών εγ-

χειριδίων δεν μπορεί να αποδώσει τα βέλτιστα αποτελέσματα αν δεν εξασφαλιστεί η όσο το δυνατόν εκτενέστερη εφαρμογή των προτύπων. Βασικό βήμα στη προσπάθεια αυτή θα πρέπει να αποτελέσει η τυποποίηση της ορολογίας και των συμβολισμών με την προοπτική εφαρμογής τους σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης. Για τον σκοπό αυτό θα πρέπει να δοθεί προτεραιότητα στην εφαρμογή των υποδείξεων των σχετικών ευρωπαϊκών ή διεθνών προτύπων και ακολούθως, για θέματα που δεν καλύπτονται από αυτά, όπως είναι η απόδοση της ελληνικής ορολογίας, να προχωρήσει η σύνταξη ελληνικών προτύπων με την συμμετοχή όλων των ενδιαφερομένων.

Τα μαθηματικά, ως ένα σύστημα από αξιώματα, ορισμούς και θεωρήματα, με σύμβολα και έννοιες, διαθέτουν, περισσότερο από κάθε άλλη επιστήμη, τις απαραίτητες προϋποθέσεις για την επιτυχή εκπόνηση και εφαρμογή των αρχών της τυποποίησης. Θα μπορούσαν μάλιστα να αποτελέσουν ένα άριστο υπόδειγμα για την ευρύτερη εφαρμογή της τυποποίησης και στις άλλες επιστήμες. Εξάλλου ο Πλάτωνας θεωρούσε τα Μαθηματικά ως προπαρασκευαστικό μάθημα ακόμη και για τη φιλοσοφία.

## Βιβλιογραφία

- Βανδουλάκης Ι., Χ. Καλλιγάς, Ν. Μαρκάκης και Σ. Φερεντίνος (2007). Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου. ΥΠΕΠΘ, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.
- Bruce White et al..(2007). Number Systems. <http://www.math.wichita.edu/history>
- Coad Sue (1998). The development of counting and numeration systems.  
<http://www.nexus.edu.au/Divisions/Curriculum/units/pdfs/NUMBER1.pdf>
- DIN 1333:1992-02 Presentation of numerical data
- DIN 1302 Standard , 1999-12 General mathematical symbols and concepts
- DIN 461:1973-03 Graphical Representation in Systems of Coordinates
- ISO 31-11:1992 Quantities and units -- Part 11: Mathematical signs and symbols for use in the physical sciences and technology
- ISO 31-0:1992 Quantities and units -- Part 0: General principles
- Nirenberg Ira. (1997). Living With Math. USA. <http://www.ontele.com>
- Παπανικολάου Απ.– Γιώργος Σούμπασης. (2004). Ετυμολογία / ιστορία / φιλοσοφία μαθηματικών όρων. <http://www.ekp.gr/files/math-etymology.pdf>
- Renne J. Paul. (2004). Ancient numerals and arithmetic. [www.chatham.edu](http://www.chatham.edu)
- Τσικοπούλου Στάμη. (2007). Ο ρόλος των προτύπων στη διδασκαλία των μαθηματικών. <http://www.eduportal.gr/modules.php?name=News&file=print&sid=224>
- Weibull Nikolai. (2004). An Historical Survey of Number Systems  
[www.math.chalmers.se/Math/ Grundutb/GU/MAN250/S04/](http://www.math.chalmers.se/Math/ Grundutb/GU/MAN250/S04/)