

Ιστορία των Μαθηματικών

Εαρινό εξάμηνο 2014

8.04.14

Χ. Χαραλάμπους

ΑΠΘ

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών
Εαρινό Εξάμηνο 2014

Παράδειγμα από το κείμενο του Abu Kamil (Αίγυπτος: ~850-930 μ.Χ.)

Σε ένα πρόβλημα υπολογίζει πως να χωρίσει κανείς το 10 σε δύο μέρη, έτσι ώστε όταν το ένα μέρος πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό του, το άλλο με τη ρίζα του 8, και αφαιρείται από το πρώτο γινόμενο το δεύτερο, το αποτέλεσμα είναι 40.

Μετά από πράξεις δίνει την απάντηση: Το μέρος είναι 10 και ρίζα 2 αφαιρώντας ρίζα του αθροίσματος του 42 και της ρίζας του 800, ενώ το άλλο μέρος είναι...

** ο Kamil χρησιμοποιεί με άνεση ριζικά μη ρητών**

$$10 + \sqrt{2} - \sqrt{42 + \sqrt{800}}$$

Omar Khayyam (Περσικά) (1048-1131)



Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών
Εαρινό Εξάμηνο 2014

Παρένθεση: παραβολές

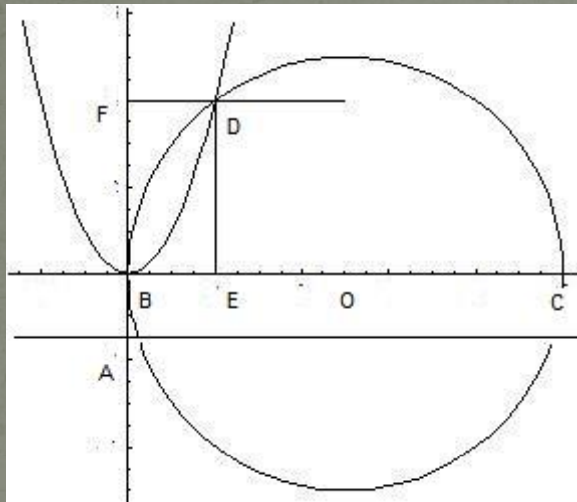
Ο Ιπποκράτης ο Χίος (περ. 430 π.Χ.)

Μέναιχος (περ. 350 π.Χ.) για τον διπλασιασμό του κύβου,

Αρχιμήδη (287-212 π.Χ.) (κωνικές τομές---εμβαδό παραβολικού τμήματος)

«Κωνικά» του Απολλώνιου (περ. 250 π.Χ.) (όροι παραβολή, έλλειψη, υπερβολή)

Khayyam: λύση της
τριτοβάθμιας
εξίσωσης



Κύβος και c ρίζες να είναι d .
Έστω ο κύκλος με κέντρο O και
διάμετρο d / c .

Έστω η παραβολή με κορυφή
 B , άξονα κάθετο στο CB και
διευθετούσα στο A

όπου $AB =$ (τετραγωνική) ρίζα
 $c / 4$. Αν D είναι το σημείο τομής
του ημικυκλίου και της
παραβολής τότε BE είναι η λύση.

$$x^3 + cx = d$$

Σημερινή ερμηνεία: αναλυτικές εξισώσεις του κύκλου και της παραβολής που περιγράφονται στη λύση του Khayyam (ο κύκλος με κέντρο στο $(d/2c, 0)$).

$$\left(x - \frac{d}{2c}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{d}{2c}\right)^2$$

$$x^2 = \sqrt{c}y$$

Έστω (x_0, y_0) οι συντεταγμένες του σημείου τομής. Τότε αντικαθιστώντας στις δύο εξισώσεις προκύπτει:

$$\begin{aligned} \left(x_0 - \frac{d}{2c}\right)^2 + y_0^2 &= \left(\frac{d}{2c}\right)^2 \Rightarrow x_0\left(\frac{d}{c} - x_0\right) = y_0^2 \\ x_0^2 = \sqrt{c}y_0 &\Rightarrow x_0^4 = cy_0^2, \quad x_0^4 = cx_0\left(\frac{d}{c} - x_0\right) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$x_0^3 = d - cx_0$$

Ινδο-Αραβικό αριθμητικό σύστημα

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	==	≡	+	h	୫	୭	୫	୭
Brahmi numerals around 1st century A.D.								

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
Nagari numerals around 11th century A.D.									

Aryabhata (476–550 μ.Χ.)

(Ινδία)

*Το βιβλίο του «Aryabhatiya»
είναι σε μαθηματικά
(αριθμητική, άλγεβρα,
τριγωνομετρία, σφαιρική
τριγωνομετρία,
δευτεροβάθμιες εξισώσεις,
συνεχή κλάσματα, αριθμητικές
σειρές, πίνακες ημιτόνων) και
αστρονομία.*



Το μηδέν και η ιστορία του

Το μηδέν ως ψηφίο και ως αριθμός:

κεντρική Αμερική ~ 36 π.Χ. (ψηφίο)

Πτολεμαίος ~130 μ.Χ. (ψηφίο +αριθμός)

Ινδία ~ 460 μ.Χ. (δεκαδική βάση+ σύστημα θέσης+κωδικοποιημένη μορφή 10 ψηφίων)

al-Kwarizmi ~825

Ευρώπη 12^ο αιώνα (όπως και τα άλλα Ινδο-αραβικά σύμβολα με το Liber abaci

(δεν υπάρχει χρόνος 0)

Κλαύδιος Πτολεμαίος (85-165) Αλεξάνδρεια



«Η μεγάλη σύνταξις της Αστρονομίας
γνωστή ως η «Μεγίστη» και από τα
Αραβικά ως «almagest».

(τριγωνομετρικοί πίνακες+Ιππαρχος)
360° μοίρες για τον κύκλο

«Γεωγραφία» (μήκος και πλάτος)
και ο Κολόμβος

Leonardo Fibonacci 1170-1250



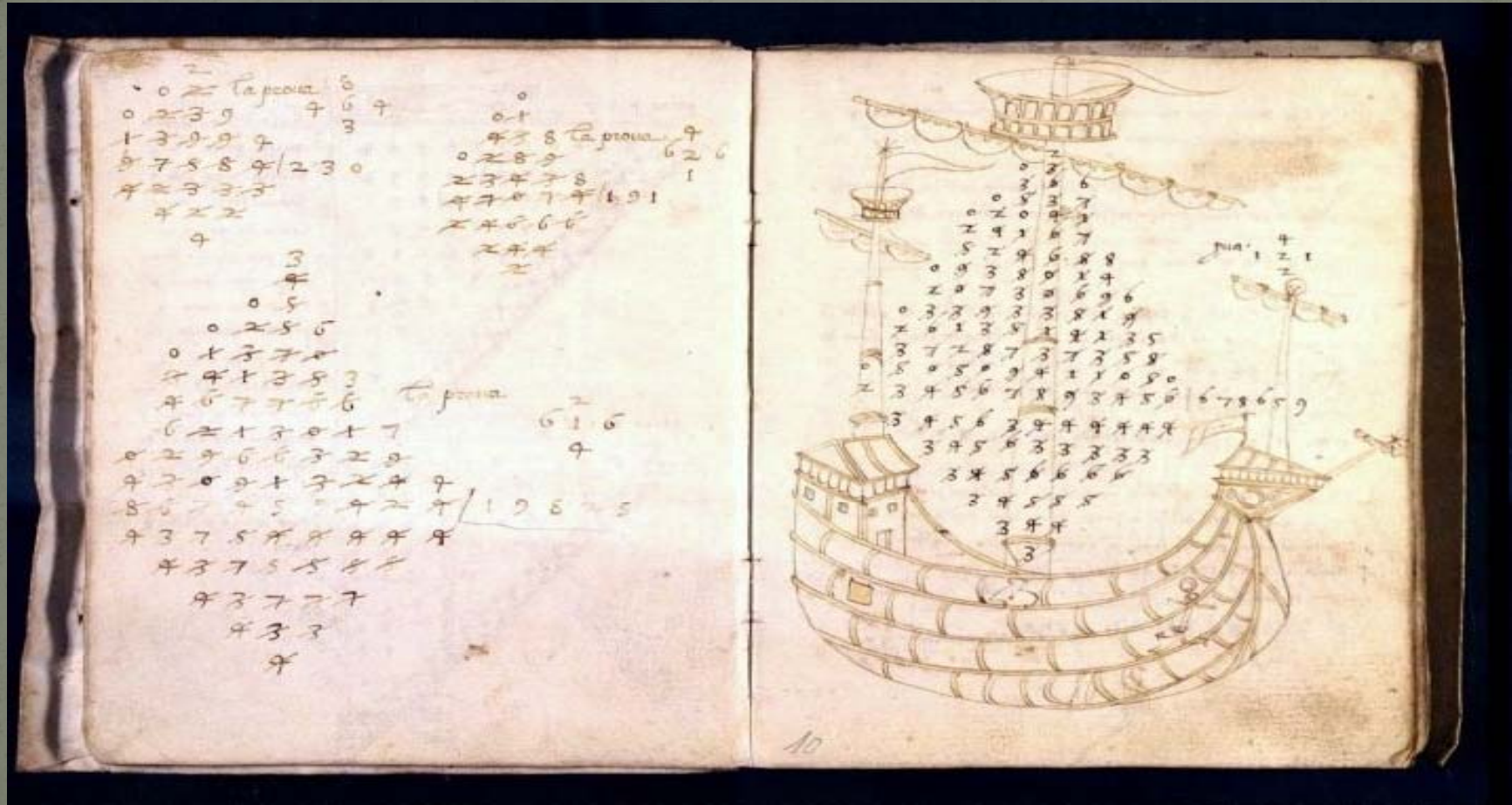
Γιός του Bonaccio

Ινδοαραβικά ψηφία και
Δύση

Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών
Εαρινό Εξάμηνο 2014

Liber abaci (1202)



Χαρά Χαράλαμπος
Τμήμα Μαθηματικών
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών
Εαρινό Εξάμηνο 2014

Liber abaci (το βιβλίο των υπολογισμών) (0-9 + σύστημα θέσης)



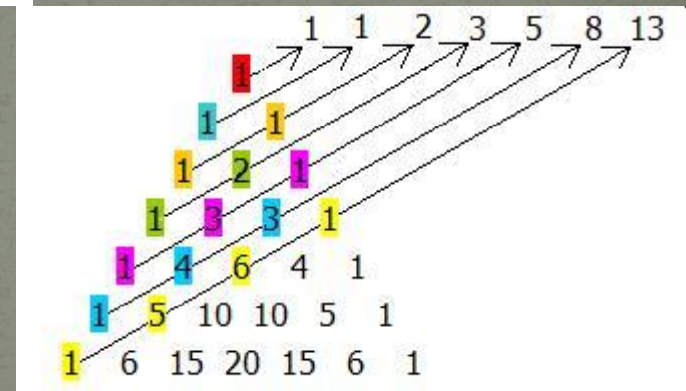
Η ακολουθία του Fibonacci σχηματίζεται από το εξής πρόβλημα, (Liber Abaci) :

«πόσα ζευγάρια κουνέλια θα έχουμε σε ένα χρόνο, αν ξεκινήσουμε με ένα ζευγάρι, και αν κάθε μήνα το κάθε ζευγάρι γεννά ένα καινούριο, που αρχίζει να αποκτά δικούς του απογόνους από το δεύτερο μήνα και μετά?»

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, ...

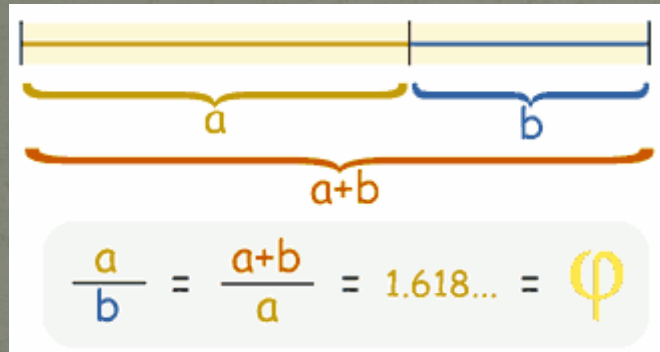
$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_2 = 1,$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$



Τρίγωνο του Pascal+ ακολουθία Fibonacci

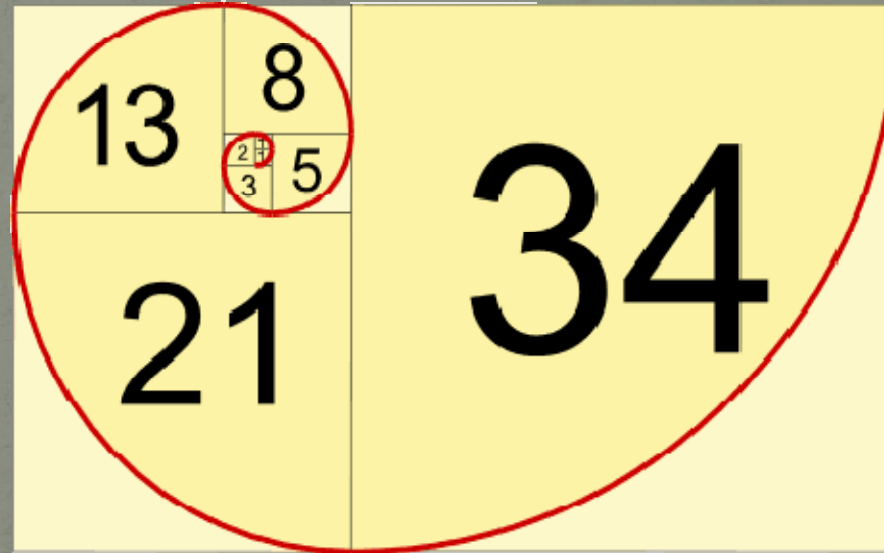
Ακολουθία του Fibonacci και η χρυσή τομή



$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.6180339887\dots$$

$$F(n) = \frac{\varphi^n - (1 - \varphi)^n}{\sqrt{5}} = \frac{\varphi^n - (-1/\varphi)^n}{\sqrt{5}}$$

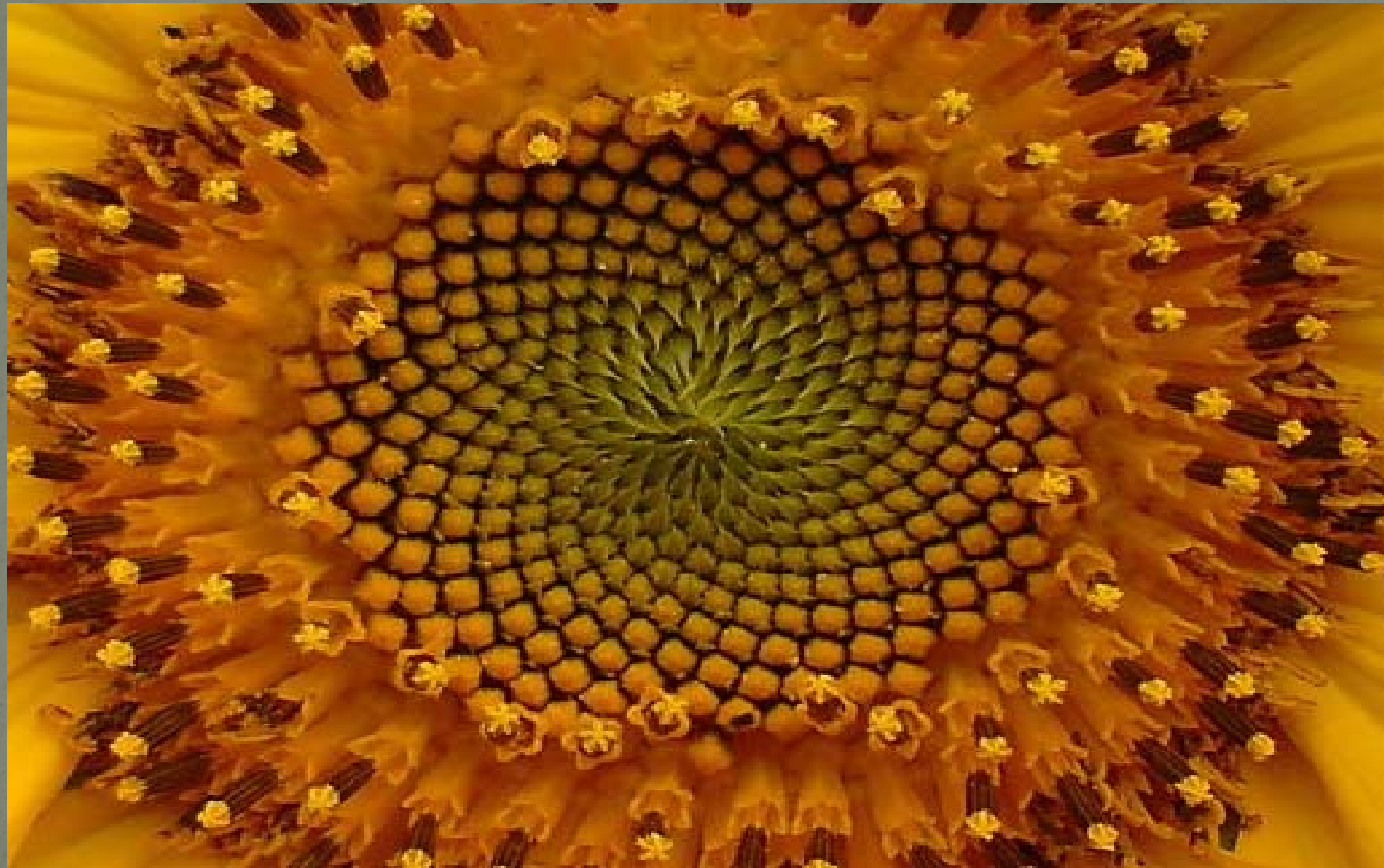
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F(n+1)}{F(n)} = \varphi$$



Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών
Εαρινό Εξάμηνο 2014

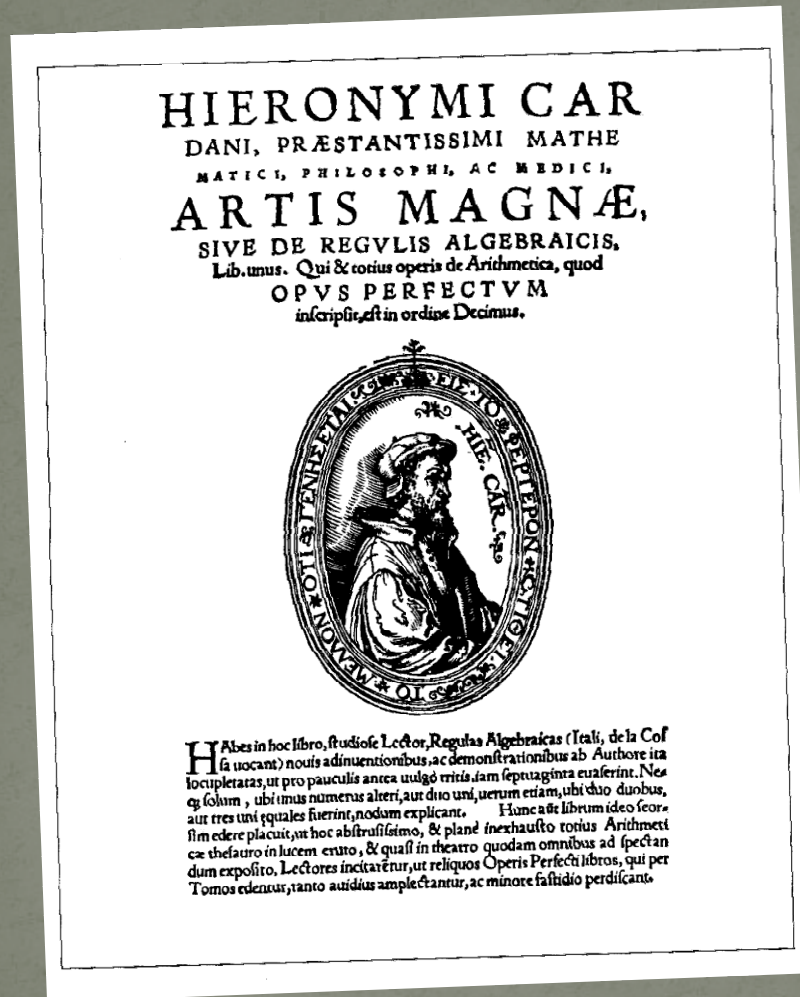
Ηλιοτρόπιο + ακολουθίες Fibonacci



Χαρά Χαραλάμπους
Τμήμα Μαθηματικών
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών
Εαρινό Εξάμηνο 2014

Cardano, Η Μεγάλη Τέχνη,
Για τους Κανόνες της Άλγεβρας (1545)



Περιλαμβάνει την επίλυση της κυβικής και τεταρτοβάθμιας εξίσωσης.

Διαμάχη Cardano-Tartaglia

Ο Cardano παραδέχεται ότι την υπόδειξη για την λύση της τριτοβάθμιας της πήρε από τον Tartaglia (1500-1557)

ενώ η λύση της τεταρτοβάθμιας οφείλεται στον γραμματέα του τον Ferrari(1522-1565)

Την λύση στην τριτοβάθμια την είχε ανακαλύψει ο del Ferro (1425-1526) χωρίς να την δημοσιεύσει, και την εκμυστηρεύθηκε στον μαθητή του τον Fior.

Στη μαθηματική μονομαχία το 1535 των Fior-Tartaglia νίκησε συντριπτικά ο Tartaglia. Έτσι κίνησε το ενδιαφέρον του Cardano. Το 1539 έπεισε τον Tartaglia να του πει τον τρόπο και ορκίστηκε να μην το φανερώσει.

Tartaglia
(1500-1557)



Ο τύπος των εξισώσεων που
μπορούσε να λύσει ο Fior

$$x^3 + cx = d$$

Ο Tartaglia μπορούσε να λύσει
επιπρόσθετα και αυτές

$$x^3 + ax^2 = b$$

$$x^3 + cx = d$$

«Κύβος και πρώτη δύναμη ισούνται αριθμό»

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3} + \frac{d}{2}} -$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3} - \frac{d}{2}}$$

Εφαρμογή όταν το $c=6$, $d=20$

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^2} + \frac{d}{2}} -$$

$$\sqrt[3]{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^2} - \frac{d}{2}}$$

$$x^3 + 6x = 20$$

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{108 + 10}} - \sqrt[3]{\sqrt{108 - 10}}$$

Άσκηση: Να δείξετε ότι 2 είναι ίσο με τη παραπάνω ποσότητα.

ρίζες αρνητικών αριθμών: μέθοδος σοφιστείας

$$x^3 = 15x + 4$$

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

$x=4$ είναι ρίζα του πολυωνύμου! Το παραπάνω τι είναι?

Άσκηση: Να δείξετε ότι 4 είναι ίσο με τη παραπάνω ποσότητα.