

# Ιστορία των Μαθηματικών

Εαρινό εξάμηνο 2012

6.05.14

Χ. Χαραλάμπους

ΑΠΘ

Χαρά Χαραλάμπους  
Τμήμα Μαθηματικών  
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών  
Εαρινό Εξάμηνο 2014

François Viète

(επάγγελμα: δικηγόρος) (1540-1603) Γάλλος



Σύμβουλος του Ερρίκου III  
και του Ερρίκου IV.

Η πιο παραγωγική μαθηματικά  
περίοδος της ζωής του ήταν όταν  
έπεσε σε δυσμένεια !(1584-1589).

Χαρά Χαραλάμπους  
Τμήμα Μαθηματικών  
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών  
Εαρινό Εξάμηνο 2014

## In artem analyticam isagoge (1591)

130 DE EMENDATIONE  
II.

**S**i A quad. — Bin A 2, æquetur Z plano. A — B esto E. Igitur E quad. æquabitur Z plano → B quad.

Confectarium.

Itaque  $\sqrt{z \text{ plano}} \rightarrow E \text{ quad.} \rightarrow B \text{ fit } A$ , de qua primum quærebatur.

Sit B 1. Z planum 20. A 1 N. 1 Q — 2 N, æquabitur 20. & fit 1 N.  $\sqrt{21} + 1$ .

III.

**S**i D 2 in A — A quad., æquetur Z plano. D — E, vel D → E esto A. E quad., æquabitur D quad. — Z plano.

Confectarium.

Itaque, D minus, plusve  $\sqrt{D \text{ quad.}} \rightarrow Z \text{ plano}$  fit A, de qua primum quærebatur.

Sit D 5. Z planum 20. A 1 N. 10 N — 1 Q, æquatur 20. & fit 1 N.  $5 - \sqrt{5}$ , vel  $5 + \sqrt{5}$ .

*De reductione cuborum simpliciter adfectorum sub quadrato, ad cubos simpliciter adfectos sub latere.*

Formula tres.

I.

**S**i A cubus → B 3 in A quad., æquetur Z solido. A → B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido — B cubo 2.

1 C + 6 Q, æquatur 1600. est 1 N 10. 1 C — 12 N, æquatur 1584. est 1 N 12.

Ad Arithmetica non incongrue *σημαίνων* aliquod superimponitur notis alteræ radicis, ad differentiam notarum ejus, de qua primum quærebatur.

II.

**S**i A cubus — B 3 in A quad., æquetur Z solido. A — B esto E. E cubus — B quad. 3 in E, æquabitur Z solido → B cubo 2.

1 C — 6 Q, æquatur 400. est 1 N 10. 1 C — 12 N, æquatur 416. est 1 N 8.

III.

**S**i B 3 in A quad. — A cubo, æquetur Z solido. A — B esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur Z solido — B cubo 2. Vel B — A esto E. B quad. 3 in E. — E cubo, æquabitur B cubo 2 — Z solido.

21 Q — 1 C, æquatur 972. & est 1 N 9, vel 18. 147 N — 1 C, æquatur 286. & est 1 N 2, vel 11.

9 Q — 1 C, æquatur 28. & est 1 N 2. 27 N — 1 C, æquatur 26. & est 1 N 1.

*De reductione cuborum adfectorum tam sub quadrato quam latere, ad cubos adfectos simpliciter sub latere.*

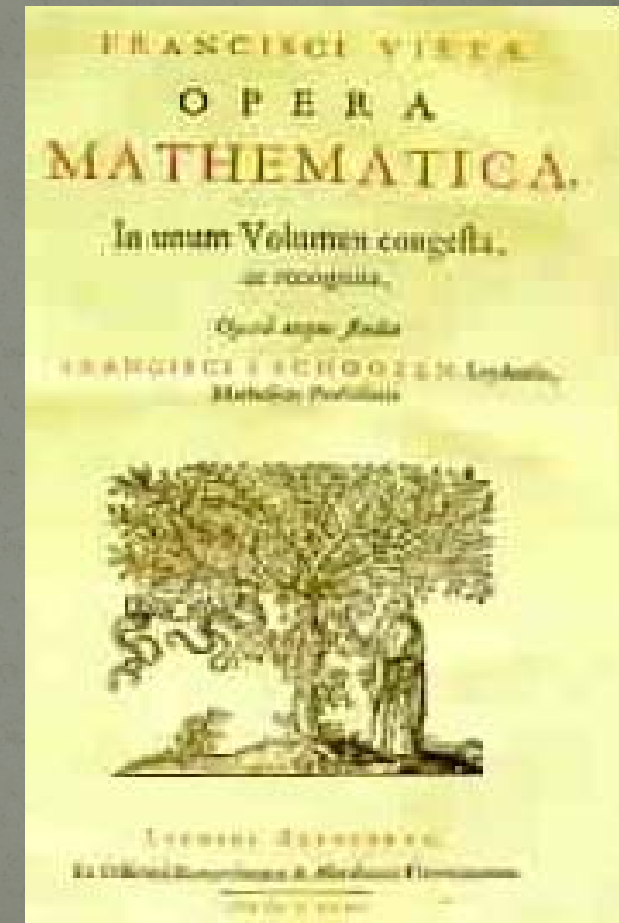
Formula septem.

I.

**S**i A cubus → B 3 in A quad. → D plano in A, æquetur Z solido. A → B esto E. E cubus → D plano — E quad., in E æquabitur Z solido → D plano in B — B cubo 2.

1 C + 30 Q + 330 N, æquatur 788. & est 1 N 2. 1 C + 30 N, æquatur 1088. & est 1 N 12.

## υπό την επιμέλεια του F. Van Schooten (1646)



*A cubus + B quad. in A æquetur B quad. in Z.*



$$A^3 + B^2 A = B^2 Z.$$

Ο Viète εισαγάγει και χρησιμοποιεί φωνήεντα για το άγνωστο μέγεθος και σύμφωνα για το γνωστό. Έτσι κάνει τον διαχωρισμό ανάμεσα στην έννοια της παραμέτρου και της άγνωστης ποσότητας.

## «Εισαγωγή στην Αναλυτική Τέχνη»

Θέτει την άλγεβρα ως την επιστήμη για την ανακάλυψη στα μαθηματικά. Πιστεύει ότι ο «φορμαλισμός» της άλγεβρας θα μπορεί να λύσει όλα τα μαθηματικά προβλήματα.

Η χρήση παραμέτρων και μεταβλητών μετέτρεψε την άλγεβρα από μελέτη συγκεκριμένων προβλημάτων στη μελέτη γενικών προβλημάτων.

Με τον ίδιο τρόπο η «αναλυτική του τέχνη» επηρέασε και τους άλλους τομείς, στην ανακάλυψη και στην απόδειξη των αποτελεσμάτων.

- 1593 van Roomen (Βέλγος) δημοσίευσε την εξίσωση

$$x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - \dots - 3795x^3 + 45x = A$$

$$A = \sqrt{1\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{5}{16} - \sqrt{1\frac{7}{8} - \sqrt{\frac{45}{64}}}}}$$

- Ο Viète έδωσε μία λύση αμέσως μόλις του τέθηκε το πρόβλημα από τον βασιλιά και έδωσε 22 λύσεις μία μέρα αργότερα!

## Λύση τριτοβάθμιων εξισώσεων χρησιμοποιώντας ιδιότητες του $\cos \theta$ .

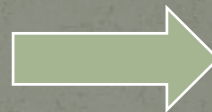
Θα χρησιμοποιήσει τον τύπο για το  $\cos 3\theta$

$$4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta = \cos 3\theta$$

Η αντικατάσταση του  $x$  με  $ky$  όπου  $k$  η ποσότητα που περιγράφεται παρακάτω θα οδηγήσει σε μία μορφή που μοιάζει με αυτήν της ταυτότητας:

$$x^3 + ax + b = 0$$

$$k = \sqrt{\frac{-4a}{3}}, \quad x = ky$$



$$4y^3 - 3y = c,$$

Έτσι θέλει να βρει  $\theta$  που να ικανοποιεί

$$\cos 3\theta = c$$

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

$$x = 2y$$

$$4y^3 - 3y = -\frac{1}{2}$$

$$y = \cos \theta \rightarrow \cos 3\theta = -\frac{1}{2}$$

$$3\theta = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \rightarrow$$

$$\theta = \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k$$

$$y = \cos\left(\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k\right)$$

$$x = 2 \cos\left(\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi}{3}k\right)$$

$$x_1 = 2 \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right)$$

$$x_2 = 2 \cos\left(\frac{8\pi}{9}\right)$$

$$x_3 = 2 \cos\left(\frac{14\pi}{9}\right)$$



1. Diophantus of Alexandria (3rd century CE)

$$x^3 = 2 - x \quad \text{Κ}^{\nu}\bar{\alpha} \text{ ἴ} \sigma \text{ Μ}^{\circ}\bar{\beta} \text{ ἦ} \varsigma \bar{\alpha}$$

$$8x^3 - 16x^2 = x^3 \quad \text{Κ}^{\nu}\bar{\eta} \text{ ἦ} \Delta^{\nu}\bar{\alpha} \text{ ἴ} \sigma \text{Κ}^{\nu}\bar{\alpha}$$

2. Luca Pacioli (ca. 1445–ca. 1559)

$$x^2 + x = 12 \quad \text{I. ca. } \bar{p}. \text{I. ca. e } \bar{q} \text{ le a } 12.$$

3. Nicolas Chuquet (d. 1500)

$$\sqrt{3x^2 - 24} = 8 \quad \text{R}_x^{\circ} . 3^4 . \bar{m}. 24 \text{ est egale a } 8$$

4. Michael Stifel (1486–1567)

$$116 + \sqrt{41472} - 18x - \sqrt{648x} = 0 \quad 116 + \sqrt{41472} - 18x - \sqrt{648x} \text{ acquantur } 0$$

5. Girolamo Cardano (1501–1576)

$$x^3 = 15x + 4 \quad \text{I. ca. } \bar{a} \text{ equalis } 15 . \bar{r} \text{ ebus } \bar{p}. 4.$$

6. Rafael Bombelli (ca. 1526–1573)

$$x^6 - 10x^3 + 16 = 0 \quad \text{I. } \bar{6} \text{ m. } 10 \text{ } \bar{3} \text{ } \bar{p}. 16 \text{ eguale a } 0$$

7. François Viète (1540–1603)

$$x^3 - 8x^2 + 10x = 40 \quad \text{I } C^3 - 8Q + 10N \text{ aequi. } 40$$

$$x^3 + 3bx = 2c \quad \text{Acubus + BiplanabitinA aequari } Z. \text{solido} 2$$

8. Thomas Harriot (1560–1621)

$$a^3 - 3ab^2 = 2c^3 \quad \text{aaa} - 3\text{bba} = 2\text{ccc}$$

9. Albert Girard (1595–1632)

$$x^3 = 13x + 12 \quad \text{I } \textcircled{3} \times 13 \textcircled{1} + 12$$

10. René Descartes (1596–1650)

$$px + q = 0 \quad x^3 + px + q^N = 0$$

# Nicolaus Copernicus

Πολωνία (1473-1543)



Βιβλία που τον σημάδεψαν (1492):

«Στοιχεία»

*Alfonsine Tables* (θεωρία πλανητών)

Tabulae directionum του Regiomontanus  
(στην Σφαιρική αστρονομία)

Η γη γυρίζει γύρω από τον ήλιο...  
(1514)



Stevin

(1548-1620)

Δεκαδικοί αριθμοί στη Δύση (1585)



Johannes Kepler  
Γερμανία  
1571-1630

Γη και πλανήτες σε  
ελλειπτική τροχιά  
γύρω από τον ήλιο.  
Τρεις Θεμελιώδεις νόμοι  
(1609 και 1619)

- 1ος Νόμος: Η τροχιά των πλανητών είναι ελλειπτική με τον Ήλιο να βρίσκεται στη μία εστία της έλλειψης.
- 2ος Νόμος: Η ακτίνα που ενώνει τον Ήλιο και τον κάθε πλανήτη διαγράφει σε ίσους χρόνους ίσα εμβαδά.
- 3ος Νόμος: Το τετράγωνο της περιόδου περιφοράς του κάθε πλανήτη είναι ανάλογο με τον κύβο του μήκους του μεγάλου ημιάξονα της έλλειψης που διαγράφει.

(πως μπορεί να κάνει κανείς μετρήσεις και υπολογισμούς με τόσο μεγάλους αριθμούς? )

# Λογάριθμοι (λόγος+ αριθμοί)

Οι πρόδρομοι:

- Αρχιμήδης και αρίθμηση με εκθέτες (Ψαμμίτη)
- Πίνακες με δυνάμεις του 2

Κινητήρια δύναμη: υπολογισμοί στην Αστρονομία και Ναυσιπλοία

0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64
7	128
8	256
9	512

$16 * 32$   
 αντίστοιχοι εκθέτες  
 4, 5  
 άθροισμα εκθετών 9,  
 αντίστοιχη δύναμη 512

Ο Stifel (1544) συνέκρινε τις δύο σειρές (στήλες): το άθροισμα όρων στην αριθμητική σειρά αντιστοιχεί σε γινόμενο όρων της γεωμετρικής σειράς.

Ένας τέτοιος πίνακας με δυνάμεις του 2 δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά για πολλαπλασιασμούς αφού οι δυνάμεις του 2 έχουν μεγάλη απόσταση μεταξύ τους.

**Αστρονομία:** το 1593 Δανοί μαθηματικοί πρότειναν να χρησιμοποιούνται τριγωνομετρικοί τύποι για να γίνονται οι υπολογισμοί ευκολότερα. Πράγματι οι πολλαπλασιασμοί ανάγονται σε αθροίσεις και αφαιρέσεις (με χρήση εκτεταμένων πινάκων για ημίτονα και συνημίτονα.)

π.χ. Ο τύπος  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin (\alpha+\beta) + \frac{1}{2} \sin (\alpha-\beta)$   
θα χρησιμοποιηθεί για το γινόμενο

$$0.17365 * 0.99027$$

Από τους πίνακες:

$$0.17365 = \sin (10), \quad 0.99027 = \cos (8)$$

$$\sin (18) = 0.3092, \quad \sin (2) = 0.03490$$

άρα

$$0.17365 * 0.99027 = \frac{1}{2} (0.3092 + 0.03490) = 0.17196$$

(το παράδειγμα είναι με χρήση τωρινών ορισμών για  $\sin$ ,  $\cos$  αφού τότε  $\sin$  ήταν το μισό της αντίστοιχης χορδής κύκλου με ακτίνα 10,000,000 )



Θέμα παρουσίασης: Ιστορία της τριγωνομετρίας και της αστρονομίας.

Χαρά Χαραλάμπους  
Τμήμα Μαθηματικών  
ΑΠΘ

Ιστορία των Μαθηματικών  
Εαρινό Εξάμηνο 2014