



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



ΓΕΩΠΟΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
Α.Π.Θ.

Γεωργικοί Πειραματισμοί Χωριστού Σχεδίου: Ομάδες με Υποομάδες (*Split-plot designs*)

Επιστημονική Επιμέλεια:
Δρ. Γεώργιος Μενεξές

Τομέας Φυτών Μεγάλης Καλλιέργειας
και Οικολογίας
Εργαστήριο Γεωργίας



Πειραματικός Σχεδιασμός

Αναφέρεται:

- στη διαδικασία ή στο μεθοδολογικό σχέδιο σύμφωνα με το οποίο οι διαθέσιμες πειραματικές μονάδες εντάσσονται σε διάφορες πειραματικές συνθήκες (μεταχειρίσεις ή αγωγές)
- στην κατάλληλη στατιστική ανάλυση των δεδομένων

Αποσκοπεί:

στον έλεγχο και περιορισμό των ανεπιθύμητων πηγών παραλλακτικότητας (διακύμανσης) και αποτελεί αποδεκτό μηχανισμό παραγωγής δεδομένων για τον έλεγχο σχέσεων αιτίας-αποτελέσματος

Βασικές Αρχές Πειραματισμού

- α) Σύγκριση των μεταχειρίσεων
- β) Τυχαία επιλογή ή τυχαία ανάθεση των πειραματικών μονάδων στις μεταχειρίσεις
- γ) Επανάληψη των μετρήσεων για όλους ή για μερικούς από τους δυνατούς συνδυασμούς των μεταχειρίσεων

Δομημένη πορεία στο σχεδιασμό ενός πειράματος

- Σαφής διατύπωση μιας ή περισσότερων στατιστικών υποθέσεων που αντιστοιχούν σε ερευνητικές υποθέσεις
- Καθορισμός μεταβλητών (ανεξάρτητες, εξαρτημένες, θορύβου)
- Καθορισμός του πληθυσμού και του μεγέθους δείγματος (επαναλήψεις)
- Καθορισμός της διαδικασίας τυχαιοποίησης των πειραματικών μονάδων στις μεταχειρίσεις
- Καθορισμός της στατιστικής ανάλυσης

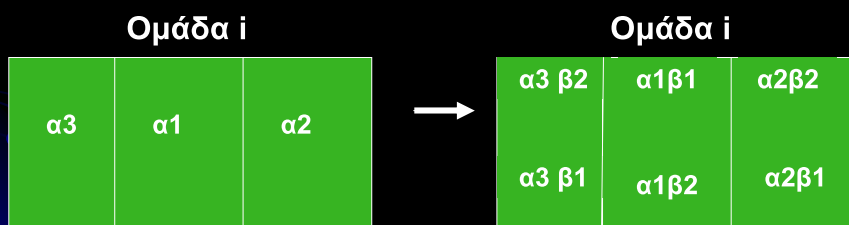
Πειραματισμοί Χωριστού Σχεδίου

Βασική Αρχή:

Ολόκληρα πειραματικά τεμάχια (*whole plots*), στα οποία εφαρμόζονται μεταχειρίσεις ενός ή περισσότερων παραγόντων, διαιρούνται σε υποτεμάχια (*subplots*), στα οποία εφαρμόζονται μεταχειρίσεις ενός ή περισσότερων επιπρόσθετων παραγόντων

Παράδειγμα

- Παράγοντας A(3 επίπεδα), *Whole Plots*
- Παράγοντας B(2 επίπεδα), *Subplots*



Χαρακτηριστικά Πειραματισμών Χωριστού Σχεδίου

- Είναι παραγοντικοί σχεδιασμοί
- Η αντίστοιχη τυχαιοποίηση είναι δύο σταδίων
- Κάθε μεταχείριση του παράγοντα A (ολόκληρο πειραματικό τεμάχιο-*whole plot*) καθίσταται ομάδα (*block*) για τις μεταχειρίσεις του παράγοντα B (υποτεμάχια-*subplots*), αλλά ατελή ομάδα (*Incomplete block*) σε σχέση με το σύνολο των μεταχειρίσεων (συνδυασμοί επιπέδων των δύο παραγόντων)

Πότε χρησιμοποιούνται

- Οι μεταχειρίσεις ενός ή περισσότερων παραγόντων απαιτούν μεγαλύτερη ποσότητα πειραματικού υλικού απ' ό,τι οι μεταχειρίσεις άλλων παραγόντων
- Όταν αναμένονται μεγαλύτερες διαφορές μεταξύ των επιπέδων συγκεκριμένων παραγόντων σε σχέση με τις διαφορές μεταξύ των μεταχειρίσεων κάποιων άλλων παραγόντων
- Όταν είναι επιθυμητή η σύγκριση των μεταχειρίσεων συγκεκριμένων παραγόντων με μεγαλύτερη ακρίβεια απ' ό,τι η σύγκριση κάποιων άλλων παραγόντων
- Όταν ένα Πείραμα είναι σε εξέλιξη και είναι επιθυμητή η εισαγωγή επιπλέον παραγόντων

Εφαρμογή

Σε ένα ποολίβαδο οριοθετήθηκαν 8 blocks (ομάδες).

Κάθε ομάδα είχε 3 πειραματικά τεμάχια στα οποία έγιναν οι εξής χειρισμοί : Μάρτυρας (χωρίς προσθήκη θρεπτικών στοιχείων), N (προσθήκη αζώτου) και P (προσθήκη φωσφόρου).

Πάρθηκαν από κάθε πειραματικό τεμάχιο ρίζες από τα εξής εννέα φυτικά είδη : τα **αγρωστώδη** *Agrostis*, *Poa* και *Festuca*, τα **μη ψυχανθή πλατύφυλλα** *Prunella*, *Fragaria*, *Plantago* και *Galium* και τα **ψυχανθή** *Trifolium* και *Doriginium*.

Στις ρίζες εκτιμήθηκε ο αποικισμός με θυσανώδεις μυκόρριζες (μύκητες οι οποίοι συμβιώνουν στις ρίζες των φυτών και προσφέρουν διάφορες ωφέλειες στα φυτά) ο οποίος εκφράστηκε ως ποσοστό των ριζών με υφές θυσανωδών μυκορριζών.

Ζητούμενα

- Να διερευνηθεί η επίδραση των θρεπτικών στοιχείων και των ειδών στον αποικισμό των θυσανωδών μυκορριζών
- Να τεκμηριωθεί εάν μπορούμε να συμπεράνουμε για τον Μάρτυρα εάν τα αγρωστώδη, τα μη ψυχανθή πλατύφυλλα και τα ψυχανθή ως ομάδες φυτικών ειδών διαφέρουν σημαντικά ως προς τον αποικισμό τους με μυκόρριζες

Τα δεδομένα

- Δίνονται σε φύλλο εργασίας του Excel
- Εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός:

$$\arcsin(\sqrt{Y})$$

Επιτυγχάνεται καλύτερη προσαρμογή στην Κανονική Κατανομή και ως ένα βαθμό η ομοιογένεια της διακύμανσης

- **Παραμετροποίηση:**
 $r=8$ Blocks (Ομάδες)
 $a=3$ μεταχειρίσεις για τον παράγοντα A (whole plots)
Λιπάνσεις
 $b=9$ μεταχειρίσεις για τον παράγοντα B (subplots) είδη

Η τυχαιοποίηση σε μία από τις 8 Ομάδες

C	<i>Poa</i>	<i>Prunella</i>	<i>Fragaria</i>	<i>Trifolium</i>	<i>Agrostis</i>	<i>Festuca</i>	<i>Plantago</i>	<i>Galium</i>	<i>Dorignium</i>
N	<i>Agrostis</i>	<i>Festuca</i>	<i>Trifolium</i>	<i>Plantago</i>	<i>Fragaria</i>	<i>Galium</i>	<i>Prunella</i>	<i>Dorignium</i>	<i>Poa</i>
P	<i>Dorignium</i>	<i>Galium</i>	<i>Plantago</i>	<i>Festuca</i>	<i>Prunella</i>	<i>Fragaria</i>	<i>Poa</i>	<i>Trifolium</i>	<i>Agrostis</i>

Πίνακας Ανάλυσης Διακύμανσης *Split plot design*

Source of Variation	df	SS	Mean squares	<i>F</i>
Blocks	$r-1$			
Nutrients (factor A)	$a-1$			
Error (<i>a</i>)	$(a-1)(r-1)$			
Species (Factor B)	$b-1$			
Interaction, AB	$(a-1)(b-1)$			
Error (<i>b</i>)	$a(r-1)(b-1)$			
Total	$abr-1$			

Πίνακας Ανάλυσης Διακύμανσης *Factorial (RCBD)*

Source of Variation	df	SS	Mean squares	<i>F</i>
Blocks	$r-1$			
Nutrients (factor A)	$a-1$			
Species (Factor B)	$b-1$			
Interaction, AB	$(a-1)(b-1)$			
Error	$ab(r-1)$			
Total	$abr-1$			

Έλεγχοι Υποθέσεων μέσω της ANOVA

- H_{01} : Δεν υπάρχει επίδραση του παράγοντα A ($\mu_C = \mu_P = \mu_N$ Λιπάνσεις)
- H_{02} : Δεν υπάρχει επίδραση του παράγοντα B ($\mu_i = \mu_j, i, j = 1, \dots, 9$ Είδη)
- H_{03} : Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση AB μεταξύ των δύο παραγόντων
- Με εναλλακτικές H_{11}, H_{12}, H_{13} : όχι η H_0
Σε επίπεδο σημαντικότητας α

Τυπικά Σφάλματα των Διαφορών για τις Συγκρίσεις Μέσων Όρων (Split plot design)

Διαφορές μεταξύ...	Τυπικό Σφάλμα της Διαφοράς
Δύο μέσων όρων του παράγοντα A	$\sqrt{\frac{2E_a}{rb}}$
Δύο μέσων όρων του παράγοντα B	$\sqrt{\frac{2E_b}{ra}}$
Δύο μέσων όρων του παράγοντα B στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα A	$\sqrt{\frac{2E_b}{r}}$
Δύο μέσων όρων του παράγοντα A στο ίδιο ή σε διαφορετικά επίπεδα του παράγοντα B	$\sqrt{\frac{2[(b-1)E_b + E_a]}{rb}}$

Τιμή t κατά προσέγγιση $t' = \frac{(b-1)E_b t_b + E_a t_a}{(b-1)E_b + E_a}$

Αποτελέσματα ANOVA

Πηγές Μεταβλητότητας	β.ε.	Αθροίσματα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	F	p
Ομάδες	7	957,426	136,775		
Λιπάνσεις (παράγοντας A)	2	2840,117	1420,058	16,236	0,000
Σφάλμα (a)	14	1224,474	87,462		
Είδη (Παράγοντας B)	8	41839,747	5229,968	71,052	0,000
Αλληλεπίδραση, AB	16	5226,352	326,647	4,438	0,000
Σφάλμα (b)	168	12366,167	73,608		
Σύνολο	215	64454,256			

$$F_{0.05}(2;14) = 3,739, F_{0.01}(2;14) = 6,515,$$

$$F_{0.05}(8;168) = 1,994, F_{0.01}(8;168) = 2,619$$

$$F_{0.05}(16;168) = 1,704, F_{0.01}(16;168) = 2,109$$

Επιμέρους Υπολογισμοί I

$$\text{Διορθωτικός Όρος (Correction Term): } C = \frac{Y^2}{rab} = \frac{(9150,601)^2}{216} = 387655,1$$

$$SS(\text{total}) = \sum_{i,j,k} Y_{ijk}^2 - C = [(35,669)^2 + \dots + (68,027)^2] - 387655,1 = 64454,256$$

$$SS(\text{whole units}) = \frac{\sum_{i,j} Y_{ij}^2}{b} - C = \frac{[(344,114)^2 + \dots + (355,569)^2]}{9} - 387655,1 = 5022,017$$

$$SS(\text{blocks}) = \frac{\sum_i Y_{i..}^2}{ab} - C = \frac{[(1067,162)^2 + \dots + (1104,180)^2]}{27} - 387655,1 = 957,426$$

$$SS(A) = \frac{\sum_j Y_{.j}^2}{rb} - C = \frac{[(2948,823)^2 + \dots + (2793,422)^2]}{72} - 387655,1 = 2840,117$$

$$SS[\text{error}(a)] = SS(\text{whole units}) - SS(\text{blocks}) - SS(A) = 1224,474$$

Επιμέρους Υπολογισμοί II

$$SS(B) = \frac{\sum_k Y_{..k}^2}{ra} - C = \frac{[(1446,220)^2 + \dots + (9150,601)^2]}{24} - 387655,1 = 41839,747$$

$$= \frac{\sum_{j,k} Y_{jk}^2}{r} - C - SS(A) - SS(B) =$$

$$SS(AB) = \frac{[(236,974)^2 + \dots + (482,704)^2]}{8} - (387655,1) - (2840,117) - (41839,747) =$$

$$= 5226,352$$

$$SS[\text{error}(b)] = SS(\text{total}) - SS(\text{whole units}) - SS(B) - SS(AB) = 12366,167$$

Υπολογισμός των Τυπικών Σφαλμάτων των Διαφορών για τις συγκρίσεις των Μέσων Όρων

Διαφορές μεταξύ...	Τυπικό Σφάλμα της Διαφοράς
Δύο μέσων όρων του παράγοντα A	$\sqrt{\frac{2E_a}{rb}} = \sqrt{\frac{2 \times 87,462}{72}} = 1,559$
Δύο μέσων όρων του παράγοντα B	$\sqrt{\frac{2E_b}{ra}} = \sqrt{\frac{2 \times 73,608}{24}} = 2,477$
Δύο μέσων όρων του παράγοντα B στο ίδιο επίπεδο του παράγοντα A	$\sqrt{\frac{2E_b}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times 73,608}{8}} = 4,290$
Δύο μέσων όρων του παράγοντα A στο ίδιο ή σε διαφορετικά επίπεδα του παράγοντα B	$\sqrt{\frac{2[(b-1)E_b + E_a]}{rb}} = \sqrt{\frac{2(8 \times 73,608 + 87,462)}{72}} = 4,334$

$$t' = 1,996$$

Συγκρίσεις Μέσων Όρων I

Διπλάνσεις-Nutrients (Whole Plot Factor A)	MO
Μάρτυρας	40,956
Προσθήκη N	47,338
Προσθήκη P	38,798
LSD _{0,05}	3,343

$$LSD = t_{a/2} \sqrt{\frac{2E_a}{rb}}$$

$\alpha=0,05$, κρίσιμη τιμή της t -Κατανομής για 14 β.ε.

Είδη-Species (Sub Plot Factor B)	MO
<i>Agrostis</i>	27,541
<i>Poa</i>	28,843
<i>Festuca</i>	32,466
<i>Prunella</i>	40,278
<i>Plantago</i>	34,805
<i>Fragaria</i>	36,199
<i>Galium</i>	51,240
<i>Trifolium</i>	69,645
<i>Dorignium</i>	60,259
LSD _{0,05}	4,889

$$LSD = t_{a/2} \sqrt{\frac{2E_b}{ra}}$$

$\alpha=0,05$, κρίσιμη τιμή της t -Κατανομής για 168 β.ε.

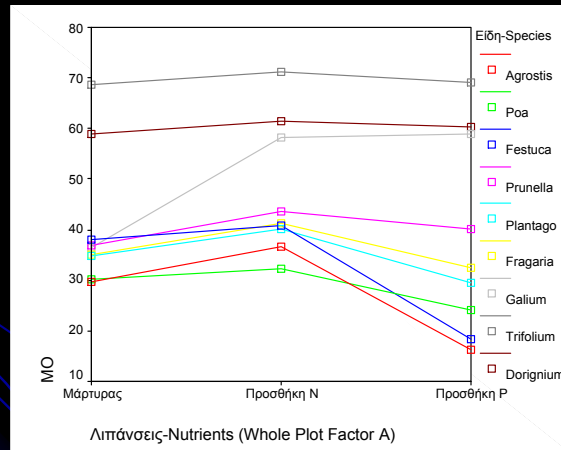
Συγκρίσεις Μέσων Όρων II

Είδη	Μάρτυρας	Προσθήκη N	Προσθήκη P
<i>Agrostis</i>	29,622	36,680	16,319
<i>Poa</i>	30,102	32,266	24,160
<i>Festuca</i>	38,125	40,926	18,345
<i>Prunella</i>	36,887	43,722	40,225
<i>Plantago</i>	34,818	40,239	29,359
<i>Fragaria</i>	34,926	41,264	32,406
<i>Galium</i>	36,525	58,242	58,953
<i>Trifolium</i>	68,632	71,231	69,072
<i>Dorignium</i>	58,965	61,475	60,338
LSD _{0,05}	8,469		
LSD _{0,01}	11,177		
$t_{0,05/2} (df = 168)$	1,974		
$t_{0,01/2} (df = 168)$	2,605		

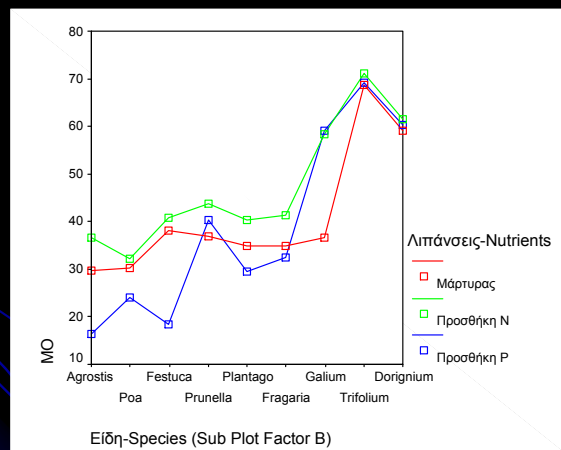
$$LSD = t_{a/2} \sqrt{\frac{2E_b}{r}}$$

LSD για οριζόντιες συγκρίσεις =8,652 ($\alpha=0,05$)

Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης (πρώτη κατεύθυνση)



Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης (δεύτερη κατεύθυνση)



Συγκρίσεις Ομάδων Μέσων Όρων (Planned comparisons)

$Q = \sum_i c_i Y_i$ με $\sum_i c_i = 0$ (contrast), Y_i αντιστοιχεί σε άθροισμα m παρατηρήσεων

μπορεί ναδειχθεί ότι $E(Q) = m \sum_i c_i \mu_i$ και $\sigma_Q^2 = m \left(\sum_i c_i^2 \right) \sigma^2$

τότε το στατιστικό

$$F = \frac{SS(Q)}{s^2} = \frac{\frac{Q^2}{m \sum_i c_i^2}}{MS(error)} \text{ με } 1 \text{ και } \beta. \epsilon. (error) \beta. \epsilon.$$

μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ελεγχθεί η υπόθεση:

$$H_0: \sum_i c_i \mu_i = 0$$

Συγκρίσεις Ομάδων Μέσων Όρων

Ομάδες Ειδών	Μάρτυρας	Προσθήκη N	Προσθήκη P
Grasses (Αγρωστώδη)	32,616	36,624	19,608
Forbs (Μη Ψυχανθή πλατύφυλλα)	35,789	45,867	40,236
Legumes (Ψυχανθή)	63,798	66,353	64,705

Για τον Μάρτυρα:

$$1. H_0: \left(\frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3} \right) = \left(\frac{\mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7}{4} \right) \Leftrightarrow$$

$$1. H_0: 4\mu_1 + 4\mu_2 + 4\mu_3 - 3\mu_4 - 3\mu_5 - 3\mu_6 - 3\mu_7 = 0$$

$$2. H_0: \left(\frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3} \right) = \left(\frac{\mu_8 + \mu_9}{2} \right) \Leftrightarrow$$

$$2. H_0: 2\mu_1 + 2\mu_2 + 2\mu_3 - 3\mu_8 - 3\mu_9 = 0$$

$$3. H_0: \left(\frac{\mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7}{4} \right) = \left(\frac{\mu_8 + \mu_9}{2} \right) \Leftrightarrow$$

$$3. H_0: \mu_4 + \mu_5 + \mu_6 + \mu_7 - 2\mu_8 - 2\mu_9 = 0$$

Παράδειγμα Υπολογισμών (αντίθεση 1)

Agrostis	Poa	Festuca	Prunella	Plantago	Fragaria	Galium
236.974	240.817	305.003	295.096	278.547	279.408	292.202
4	4	4	-3	-3	-3	-3

$$Q = -304,581$$

$$Q^2 = 92769,83$$

$$\left(\sum_i c_i^2\right) = 84$$

$$m = 8$$

$$MS(error) = Eb = 73,608$$

$$\frac{Q^2}{m \sum_i c_i^2} = \frac{92769,83}{8 \times 84} = \frac{92769,83}{672} = 138,050$$

$$F(1;168) = \frac{138,050}{73,608} = 1,875, \quad p = 0,173 > 0,05, \quad F_{critical}(1;168) = 3,897$$

Η πρώτη αντίθεση δεν είναι στατιστικά σημαντική σε ε.σ. $\alpha=0,05$, επομένως η ομάδα «Αγρωστώδη» δεν διαφέρει στατιστικά σημαντικά από την ομάδα «Μη Ψυχανθή Πλατύφυλλα», στο Μάρτυρα

Υπόλοιπα Αποτελέσματα

- Η ομάδα «Αγρωστώδη» διαφέρει στατιστικά σημαντικά, σε ε.σ. $\alpha=0,05$ από την ομάδα «Ψυχανθή» ($F(1;168)=126,811$, $p=0,000$)
- Η ομάδα «Μη Ψυχανθή Πλατύφυλλα» διαφέρει στατιστικά σημαντικά, σε ε.σ. $\alpha=0,05$ από την ομάδα «Ψυχανθή» ($F(1;168)=10,434$, $p=0,000$)

Μετασχηματισμός στις αρχικές μονάδες μέτρησης

Λιπάνσεις-Nutrients (Whole Plot Factor A)	ΜΟ
Μάρτυρας	42,889 b
Προσθήκη N	53,139 a
Προσθήκη P	40,625 b

Είδη-Species (Sub Plot Factor B)	ΜΟ
1 Agrostis	23,375
2 Poa	24,000
3 Festuca	30,500
4 Prunella	42,167
5 Plantago	33,292
6 Fragaria	35,542
7 Galium	59,958
8 Trifolium	86,750
9 Dorignium	74,375

Λιπάνσεις-Nutrients (Whole Plot Factor A)			
Είδη-Species (Sub Plot Factor B)	Μάρτυρας	Προσθήκη N	Προσθήκη P
1 Agrostis	24,625 c	36,375	9,125
2 Poa	25,750 c	29,375	16,875
3 Festuca	38,250 c	43,125	10,125
4 Prunella	36,375 c	47,750	42,375
5 Plantago	32,750 c	42,500	24,625
6 Fragaria	33,250 c	43,625	29,750
7 Galium	36,250 c	71,250	72,375
8 Trifolium	86,125 a	88,125	86,000
9 Dorignium	72,625 b	76,125	74,375

Ομάδες Ειδών	Μάρτυρας	Προσθήκη N	Προσθήκη P
Grasses (Άγροστοίδη)	29,542 b	36,292	12,042
Forbs (Μη Ψυχανθή πλατύφυλλα)	34,656 b	51,281	42,281
Legumes (Ψυχανθή)	79,375 a	82,125	80,188

Ειδικά Θέματα I Προσέγγιση GLM

- $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + b_j + (ab)_{ij} + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + \varepsilon_{ijk}$

$$\sum_{i=1}^a \alpha_i = 0$$

$$b_j \sim NID(0, \sigma_b^2)$$

$$(ab)_{ij} \sim NID(0, \sigma_{ab}^2)$$

$$\sum_{k=1}^c \gamma_k = 0$$

$$\sum_{i=1}^a (\alpha\gamma)_{ik} = \sum_{k=1}^c (\alpha\gamma)_{ik} = 0$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim NID(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

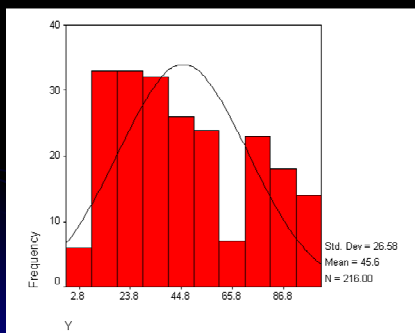
$$COV(b_j, (ab)_{ij}) = COV(b_j, \varepsilon_{ijk}) = COV((ab)_{ij}, \varepsilon_{ijk}) = 0$$

Ειδικά Θέματα II

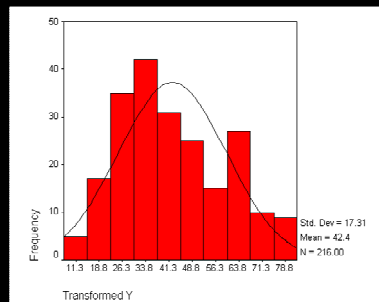
- Στατιστικές Προϋποθέσεις ANOVA
 - Κανονική Κατανομή
 - Ομοιογένεια διασπορών-συνδυασπορών
 - Παράτυπες τιμές
- Πολλαπλές Συγκρίσεις Μέσων Όρων
- Ανάλυση Ισχύος (*a priori*, *post-hoc*)

Επίδραση του μετασχηματισμού

Πριν το μετασχηματισμό



Μετά το μετασχηματισμό



Βιβλιογραφία

- Steel, R. & Torrie, J. (1986). *Principles and Procedures of Statistics: A Biometrical Approach*. Singapore: McGraw-Hill Book Company.
- Gomez, K. & Gomez, A. (1984). *Statistical Procedures for Agricultural Research*. Singapore: John Willey & Sons, Inc.
- Cochran, W. & Cox, G. (1953). *Experimental Designs*. New York: John Willey & Sons, Inc.
- Kirk, R. (1995). *Experimental Design: Procedures for the Behavioral Sciences*. Pacific Grove: Brooks/Cole Publishing Company.
- Mead, R. & Curnow, R. N. (1990). *Statistical Methods in Agriculture and Experimental Biology*. London: Chapman and Hall.
- Kuehl, R. (2000). *Designs of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis*. Pacific Grove: Duxbury Thomson Learning.

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!



© 2004 KOSTA TRIMOVSKI