

### Ζήτημα 1.

Δίνεται το παρακάτω φύλλο δεδομένων (πείραμα  $2 \times 2$  πλήρως τυχαιοποιημένο-CRD, 3 επαναλήψεις ανά επέμβαση). Να υπολογιστούν οι μέσοι όροι για τον Παράγοντα A (δύο επίπεδα A1 και A2), για τον Παράγοντα B (δύο επίπεδα B1 και B2) και για την αλληλεπίδραση  $A \times B$  (4 συνδυασμένες επεμβάσεις). Να υπολογιστεί και ο γενικός μέσος όρος (Γ.Μ.Ο.) του πειράματος.

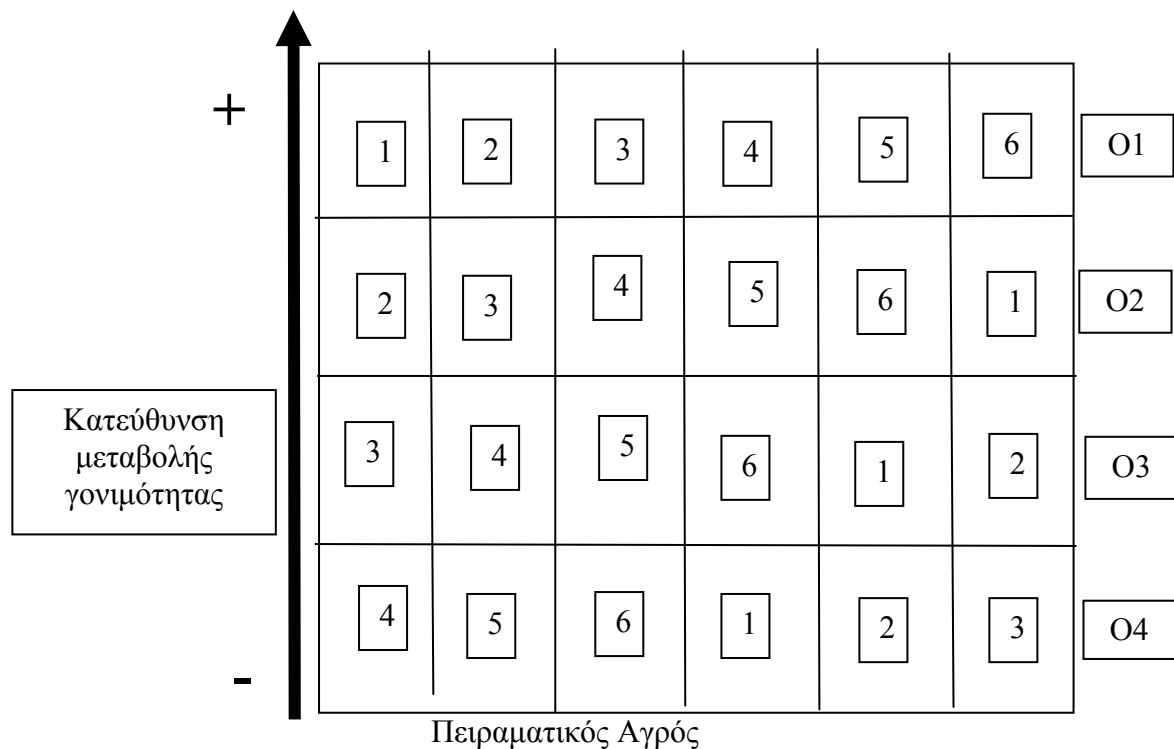
A1B1=20	A2B1=45	A1B2=15	A2B2=60
A1B1=25	A2B1=40	A1B2=10	A2B2=80
A1B1=30	A2B1=50	A1B2=20	A2B2=70

### Απάντηση

A1=20    A2=57,5  
B1=35    B2=42,5  
A1B1=25  
A2B1=45  
A1B2=15  
A2B2=70  
Γ.Μ.Ο.=38,75

### Ζήτημα 2.

Να σχεδιάσετε  $2 \times 3$  παραγοντικό πείραμα (αγρού) με βάση το RCBD (Πλήρεις Ομάδες σε Ελεύθερη Διάταξη, με 4 Ομάδες-Blocks). Θεωρείστε τον παράγοντα A με δύο επίπεδα (A1, A2) και τον παράγοντα B με τρία επίπεδα (B1, B2, B3). Στη συνέχεια, για το συγκεκριμένο πείραμα να κατασκευάσετε τον πίνακα της ANOVA (Analysis of Variance - Ανάλυση Παραλλακτικότητας) και να ορίσετε μόνο τις πηγές παραλλακτικότητας και τους αντίστοιχους Βαθμούς Ελευθερίας (BE).



Επεμβάσεις: A1B1:1, A1B2:2, A1B3:3, A2B1:4, A2B2:5 και A2B3:6

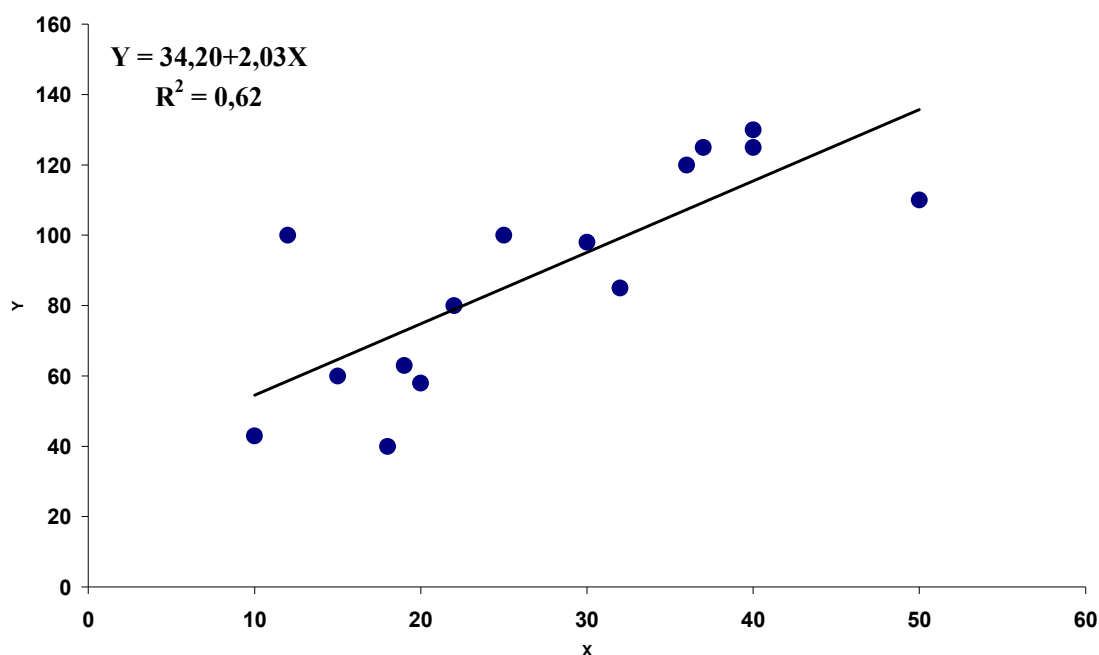
**Προσοχή!!! Η τυχαιοποίηση των 6 επεμβάσεων σε κάθε ομάδα δεν είναι μοναδική.**

Πίνακας ANOVA

Πηγές Παραλλακτικότητας	B.E.
Ομάδες	3
A	1
B	2
AxB	2
Σφάλμα	15
Ολικό	23

### Ζήτημα 3.

Κοιτάξτε με προσοχή το παρακάτω διαγράμματα διασποράς-συμμεταβολής δύο ποσοτικών μεταβλητών X (kg λιπάσματος) και Y (απόδοση καλλιέργειας), την εξίσωση απλής ευθύγραμμης συμμεταβολής και την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.



### Ερωτήσεις:

1. Ποια είναι η ανεξάρτητη μεταβλητή;
2. Ποια είναι η εξαρτημένη μεταβλητή;
3. Τι εκφράζει ο συντελεστής a (όχι γενική απάντηση, αλλά στη συγκεκριμένη εξίσωση);
4. Τι εκφράζει ο συντελεστής b (όχι γενική απάντηση, αλλά στη συγκεκριμένη εξίσωση);
5. Τι εκφράζει ο συντελεστής προσδιορισμού  $R^2$  (όχι γενική απάντηση, αλλά στη συγκεκριμένη εξίσωση);
6. Ποια είναι η εκτίμηση της απόδοσης Y για  $X=23$  kg λιπάσματος;
7. Με βάση την τιμή του δείκτη  $R^2$  είναι καλή η εκτίμηση;

### Απάντηση:

1. Η εξαρτημένη μεταβλητή είναι η απόδοση της καλλιέργειας (Y)
2. Η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι το λίπασμα (X)
3. Αν προεκταθεί η Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων θα τμήσει τον άξονα των Y στο σημείο 34,20
4. Η μεταβολή στην ποσότητα λιπάσματος κατά 1 kg θα επιφέρει μεταβολή 2,03 μονάδων στην απόδοση της καλλιέργειας
5. Ότι το 62% της ολικής παραλλακτικότητας της απόδοσης μπορεί να «ερμηνευτεί» από την επίδραση του λιπάσματος
6.  $Y=80,89=34,20+2,03 \times 23$
7. Ναι επειδή το  $R^2 > 60\%$

### Ζήτημα 4.

Ένας γεωπόνος για να συγκρίνει τις αποδόσεις τεσσάρων ποικιλιών βρώμης (Π1-Π4) κατέστρωσε ένα πείραμα με βάση το RCBD (Πλήρεις Ομάδες σε Ελεύθερη Διάταξη, με 4 Ομάδες-Blocks) και πήρε τα παρακάτω αποτελέσματα (κιλά ανά τεμάχιο):

	Π1	Π2	Π3	Π4
Ομάδα 1	30	15	18	13
Ομάδα 2	26	17	15	11
Ομάδα 3	27	21	20	13
Ομάδα 4	28	19	14	12
Σύνολα	111	72	67	49

1. Να υπολογιστούν οι μέσοι όροι για κάθε ποικιλία και ο γενικός μέσος.
2. Να κατασκευάσετε τον Πίνακα Ανάλυσης Παραλλακτικότητας (ANOVA).
3. Διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ , οι ποικιλίες ως προς τη μέση απόδοση; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
4. Ποιες ποικιλίες διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους με βάση το κριτήριο της Ελάχιστης Σημαντικής Διαφοράς-ΕΣΔ (σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ );
5. Ποια ή ποιες ποικιλίες είναι οι πιο αποδοτικές;
6. Έχει το πείραμα ικανοποιητική ακρίβεια; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

Δίνονται:

Συνολικό άθροισμα τετραγώνων: 565,44

Άθροισμα τετραγώνων ποικιλιών: 511,19

Άθροισμα τετραγώνων ομάδων: 19,19

$F_{crit}=3,49$

$t_{crit}=2,18$

$ΕΣΔ = t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{2MTΣ}{r}}$ , (β.ε. του στατιστικού  $t = \beta.ε.$  Σφάλματος,  $r = \text{πλήθος}$

επαναλήψεων-ομάδων,  $MTΣ = \text{Μέσο Τετράγωνο Σφάλματος}$ ).

	Π1	Π2	Π3	Π4
Μέσοι Όροι	27,75	18	16,75	12,25
Γενικός Μέσος Όρος	18,69			

### Πίνακας ANOVA

Πηγή	βε	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	F
Ομάδες	3	19,19	6,37	1,63
Ποικιλίες	3	511,19	170,4	43,69
Σφάλμα	9	35,06	3,9	
Ολικό	15	565,44		

Διαφέρουν οι ποικιλίες;	Ναι διαφέρουν σε $\alpha=0,05$ επειδή το $F_{crit} < F$
ΕΣΔ <sub>0,05</sub> =	3,16
Ποιες ποικιλίες διαφέρουν;	Οι Π1 με Π2, Π1 με Π3, Π1 με Π4, Π2 με Π4, Π3 με Π4 για $\alpha=0,05$
Ποια ή ποιες ποικιλίες είναι οι πιο αποδοτικές;	Η Π1
Έχει το πείραμα ικανοποιητική ακρίβεια;	CV= 10,57%. Επειδή το CV<20% το πείραμα έχει ικανοποιητική ακρίβεια

#### Ζήτημα 5.

Έξι συγκεντρώσεις γλυκόζης (mg/l) μετρήθηκαν στο φασματοφωτόμετρο και καταγράφηκε το μήκος κύματος (nm) της απορρόφησής τους.

Συγκέντρωση (X)	<b>10</b>	<b>50</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>150</b>	<b>200</b>
Μήκος κύματος (Y)	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>250</b>	<b>400</b>	<b>450</b>	<b>600</b>

1. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα διασποράς των δύο μεταβλητών (Συγκέντρωση, Μήκος κύματος).
2. Διατυπώστε μια υπόθεση βάσει της οποίας είναι δυνατό οι δύο μεταβλητές (Συγκέντρωση, Μήκος κύματος) να συνδεθούν με σχέση αιτίας-αποτελέσματος.
3. Να σχεδιάσετε την αντίστοιχη Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων (Ευθύγραμμης Συμμεταβολής) πάνω στο διάγραμμα διασποράς των δύο μεταβλητών.
4. Να ερμηνεύσετε τους συντελεστές της εξίσωσης παλινδρόμησης.
5. Να υπολογίσετε και να ερμηνεύσετε το συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$ .
6. Να εκτιμήσετε το μήκος κύματος όταν η συγκέντρωση είναι **180**.
7. Είναι “καλή” η εκτίμηση με βάση την τιμή του δείκτη  $R^2$ ;

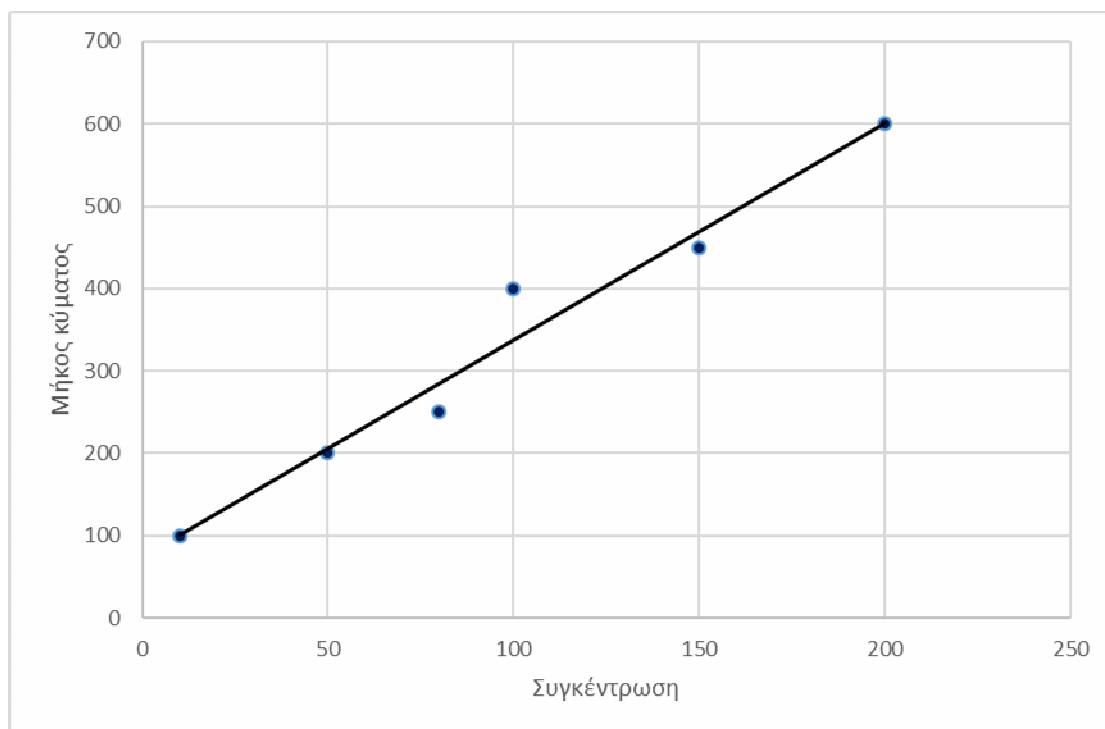
Δίνονται:

$$\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 61833,33 \quad b = \frac{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2}, \quad a = \bar{Y} - b\bar{X},$$

$$\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 = 23483,33$$

$$\sum_{i=1}^6 (Y_i - \bar{Y})^2 = 168333,33 \quad r = \frac{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^6 (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^6 (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad r^2 = R^2$$

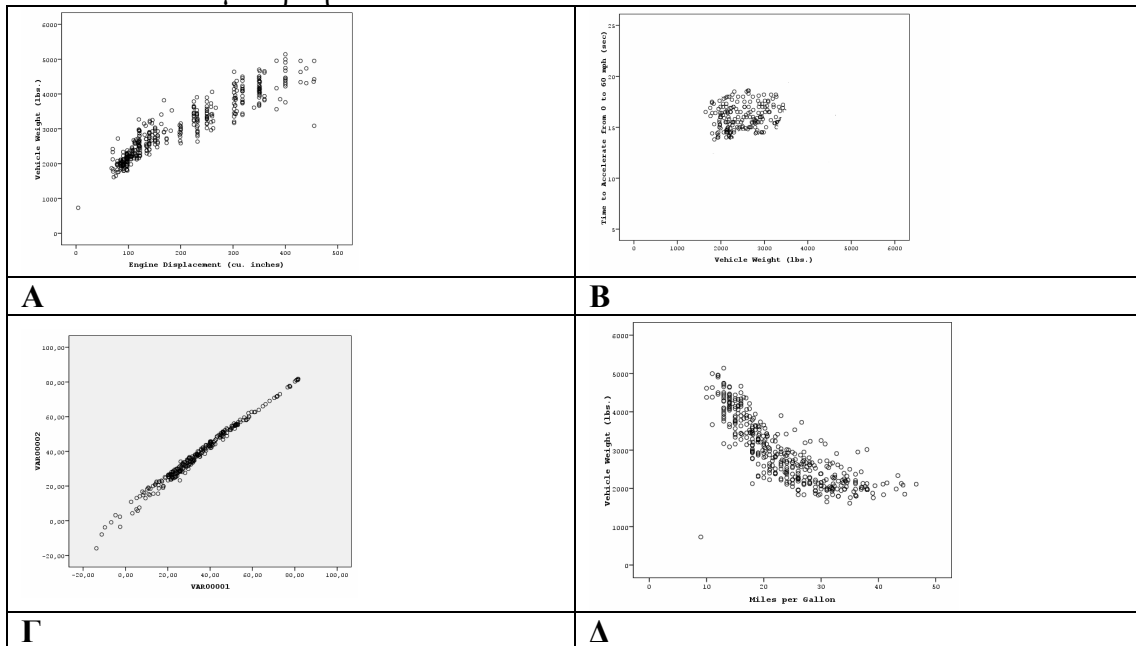
Απάντηση:



<b>Υπόθεση:</b>	Η συγκέντρωση γλυκόζης επηρεάζει το μήκος κύματος 2,63. Η μεταβολή της συγκέντρωσης γλυκόζης κατά 1 nm θα επιφέρει μεταβολή κατά 2,63 mg/l στο μήκος κύματος
<b>Συντελεστής <math>b</math>=</b>	74,41. Αν προεκταθεί η Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων θα τμήσει τον άξονα των Y στο σημείο 74,41
<b>Συντελεστής <math>a</math>=</b>	
<b><math>R^2</math>=</b>	0,967
<b>Εκτίμηση μήκος κύματος για συγκέντρωση 180 (mg/l)=</b>	547,81
<b>Είναι καλή η εκτίμηση; (γιατί;)</b>	Ναι είναι επειδή το $R^2 > 60\%$

### Ζήτημα 6.

Κοιτάξτε με προσοχή τα παρακάτω διαγράμματα (Α-Δ) διασποράς-συμμεταβολής δύο ποσοτικών μεταβλητών.



1. Σε ποιο ή ποια διαγράμματα φαίνεται να υπάρχει **θετική συσχέτιση** μεταξύ των δύο μεταβλητών που εξετάζονται;
2. Σε ποιο ή ποια διαγράμματα φαίνεται να υπάρχει **αρνητική συσχέτιση** μεταξύ των δύο μεταβλητών που εξετάζονται;
3. Σε ποιο ή ποια διαγράμματα φαίνεται να υπάρχει **γραμμική συσχέτιση** μεταξύ των δύο μεταβλητών που εξετάζονται;
4. Σε ποιο ή ποια διαγράμματα φαίνεται να υπάρχει **καμπυλόγραμμη συσχέτιση** μεταξύ των δύο μεταβλητών που εξετάζονται;
5. Σε ποιο ή ποια διαγράμματα φαίνεται να **μην υπάρχει συσχέτιση** μεταξύ των δύο μεταβλητών που εξετάζονται;

**Απαντήσεις:** Για κάθε ερώτημα (1-5) γράψτε στα αντίστοιχα κελιά την απάντησή σας (το γράμμα ή τα γράμματα των διαγραμμάτων)

Ερώτημα 1	Ερώτημα 2	Ερώτημα 3	Ερώτημα 4	Ερώτημα 5
A,Γ	Δ	A,Γ	Δ	B

### Ζήτημα 7.

Ένα πείραμα εγκαταστάθηκε σε αγρό. Μέρος των αποτελεσμάτων της ANOVA δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Πηγή Παραλλακτικότητας	βε	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα (MT)	F
Ομάδες (Blocks)	4	235	58,75	
Λίπασμα	2	190	?	?
Ποικιλία	2	1544	772	
Λίπασμα × Ποικιλία	4	1237	309,25	
Σφάλμα	?	?	?	
Ολική	44	5220		

Στον πίνακα της ANOVA να συμπληρώσετε τα στοιχεία που λείπουν (δηλώνονται με αγγλικό ερωτηματικό “?”). Στη συνέχεια να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις.

1. Με βάση ποιο πειραματικό σχέδιο έγινε η ANOVA; (Ταυτότητα πειράματος)
2. Ποιο είναι το πλήθος των πειραματικών μονάδων;
3. Πόσες συνολικά επεμβάσεις έχει το πείραμα;
4. Ποιο συμπέρασμα προκύπτει από την ANOVA για την κύρια επίδραση του Λιπάσματος (σε  $\alpha=0,05$ );
5. Να υπολογιστεί η ΕΣΔ για τη σύγκριση των επιπέδων του παράγοντα “Λίπασμα”, (σε  $\alpha=0,05$ );

#### Δίδεται

$$F_{crit}=3,29$$

$$t_{crit}=2,037$$

$$ΕΣΔ=t_{\alpha/2}\sqrt{\frac{2ΜΤΣ}{r}}, \text{ (}\beta.ε. \text{ του στατιστικού } t = \beta.ε. \text{ Σφάλματος, } r=\text{πλήθος}$$

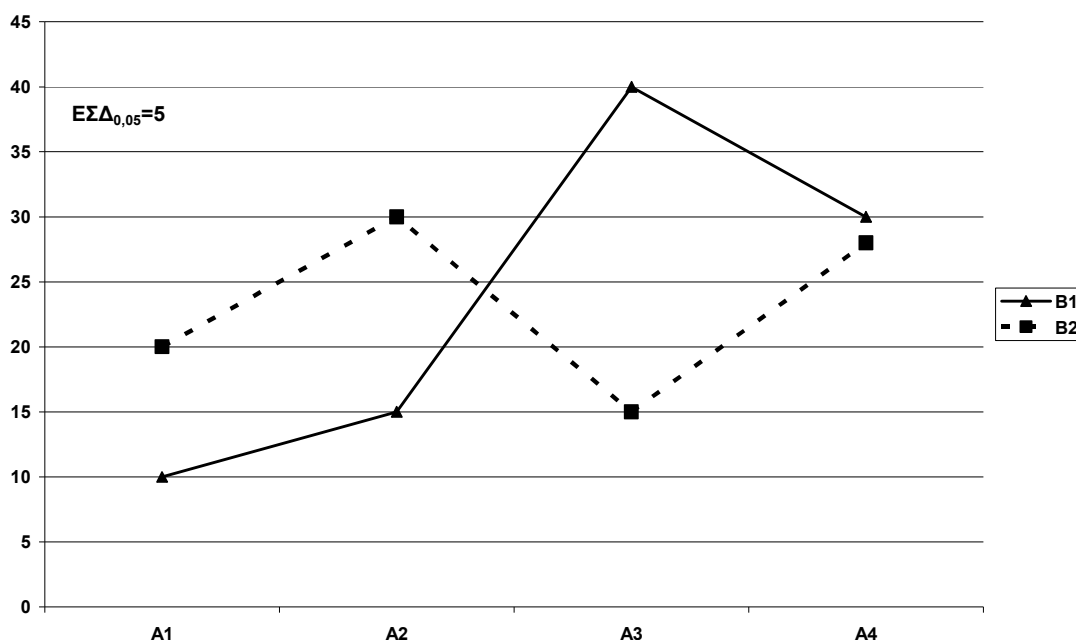
επαναλήψεων-ομάδων, ΜΤΣ= Μέσο Τετράγωνο Σφάλματος).

Πηγή Παραλλακτικότητας	$\beta\epsilon$	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα (ΜΤ)	F
Ομάδες (Blocks)	4	235	58,75	
Λίπασμα	2	190	95	1,51
Ποικιλία	2	1544	772	
Λίπασμα $\times$ Ποικιλία	4	1237	309,25	
Σφάλμα	32	2014	62,94	
Ολική	44	5220		

Ερωτήσεις	Απαντήσεις
Με βάση ποιο πειραματικό σχέδιο έγινε η ANOVA; (Ταυτότητα πειράματος)	Είναι 3 $\times$ 3 παραγοντικό πείραμα, βασισμένο στο RCBD με 5 ομάδες. Οι παράγοντες είναι το “λίπασμα” με 3 επίπεδα και η “ποικιλία” με 3 επίπεδα.
Ποιο είναι το πλήθος των πειραματικών μονάδων;	45
Πόσες συνολικά επεμβάσεις έχει το πείραμα;	9
Ποιο συμπέρασμα προκύπτει από την ANOVA για την κύρια επίδραση του Λιπάσματος (σε $\alpha=0,05$ );	Επειδή το F είναι μικρότερο από το $F_{crit}$ (=3,29) η κύρια επίδραση του λιπάσματος δεν είναι στατιστικά σημαντική σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$ .
Να υπολογιστεί η ΕΣΔ για τη σύγκριση των επιπέδων του παράγοντα “λίπασμα”, (σε $\alpha=0,05$ );	Ε.Σ.Δ=5,9

### Ζήτημα 8.

Μελετήστε με προσοχή το παρακάτω διάγραμμα και σχολιάστε το. Τα στοιχεία του διαγράμματος (μέσοι όροι) προέρχονται από ένα 4×2 παραγοντικό πείραμα.



### Απάντηση:

Παρατηρούμε ότι:

- Υπάρχει αλληλεπίδραση
- Τα επίπεδα του A για κάθε επίπεδο του B και τα επίπεδα του B για κάθε επίπεδο του A (εκτός από το A4) διαφέρουν στατιστικά σημαντικά ως προς τους μέσους όρους, με βάση το κριτήριο της ΕΣΔ (=5) σε  $\alpha=0,05$ .
- Η αλληλεπίδραση οφείλεται στο ότι στο A3 έχω αναστροφή των μέσων όρων των επιπέδων του παράγοντα B και ότι στο A4 δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά των μέσων όρων μεταξύ των επιπέδων του παράγοντα B

### Ζήτημα 9.

Ένα πείραμα εγκαταστάθηκε σε αγρό με βάση το σχέδιο του 6×6 Λατινικού Τετραγώνου για να ελεγχθεί η πρωιμότητα ξεσταχιάσματος 6 γενοτύπων κριθαριού. Μέρος των αποτελεσμάτων της ANOVA δίνεται στον παρακάτω πίνακα.

Πηγή Παραλλακτικότητας	βε	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα (MT)	F
Γραμμές	5	50	10	?
Στήλες	?	40	?	?
Γενοτύποι	?	?	?	?
Σφάλμα	?	20	?	
Συνολική	35	210		



Γενότυποι	Μέσοι Όροι Πρωϊμότητα (ημέρες)
A	4,1
B	2,5
Γ	3,2
Δ	3,4
E	5,7
ΣΤ	5,4

- 1) Να συμπληρώσετε τα στοιχεία που λείπουν στον πίνακα ANOVA.
- 2) Διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι γενότυποι σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ ; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- 3) Να υπολογίσετε την Ελάχιστη Σημαντική Διαφορά σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$ . Ποιοι γενότυποι διαφέρουν στατιστικά σημαντικά μεταξύ τους;
- 4) Έχει το πείραμα ικανοποιητική ακρίβεια (Γενικός Μέσος Όρος=4,05 ημέρες); Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
- 5) Τα δεδομένα έχουν καλή προσαρμογή στο μαθηματικό πρότυπο-υπόδειγμα που αντιστοιχεί στο πειραματικό σχέδιο; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνεται:

$$E\Delta = t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{2MT\Sigma}{r}}, \text{ (}\beta.\epsilon.\text{ του στατιστικού } t = \beta.\epsilon.\text{ Σφάλματος } r = \text{αριθμός}$$

επαναλήψεων MTΣ: Μέσο Τετράγωνο Σφάλματος)

$$F_{crit}=2,71$$

$$t_{crit}=2,09$$

**Απάντηση:**

Πηγή Παραλλακτικότητας	βε	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα (MT)	F
Γραμμές	5	50	10	10
Στήλες	5	40	8	8
Γενότυποι	5	100	20	20
Σφάλμα	20	20	1	
Συνολική	35	210		

- 2) Ναι διαφέρουν στατιστικά σημαντικά σε  $\alpha=0,05$  επειδή το  $F > F_{crit}$  ( $F_{crit}=2,71$ )
- 3)  $E\Delta=1,2$  επομένως με βάση το κριτήριο της  $E\Delta$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha=0,05$  διαφέρουν στατιστικά σημαντικά οι γενότυποι A με B, A με E, A με Στ, B με E, B με Στ, Γ με E, Γ με Στ, Δ με E, Δ με Στ
- 4)  $CV=24,69\%$ . Επομένως, επειδή  $CV > 20\%$  το πείραμα δεν έχει ικανοποιητική ακρίβεια.
- 5)  $R^2=190/210=0,905$  (90,5%). Επομένως, υπάρχει καλή προσαρμογή στο μαθηματικό μοντέλο καθώς το 90,5% της ολικής παραλλακτικότητας μπορεί να αιτιολογηθεί από την επίδραση των γραμμών του λατινικού τετραγώνου, των στηλών του λατινικού τετραγώνου και των γενοτύπων.