ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΓΕΩΠΟΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
Α.Π.Θ.

Πλήρεις Ομάδες σε Λατινικό Τετράγωνο

Επιστημονική Επιμέλεια

Δρ. Γεώργιος Μενεξές

Τομέας Φυτών Μεγάλης Καλλιέργειας και Οικολογίας,
Εργαστήριο Γεωργίας

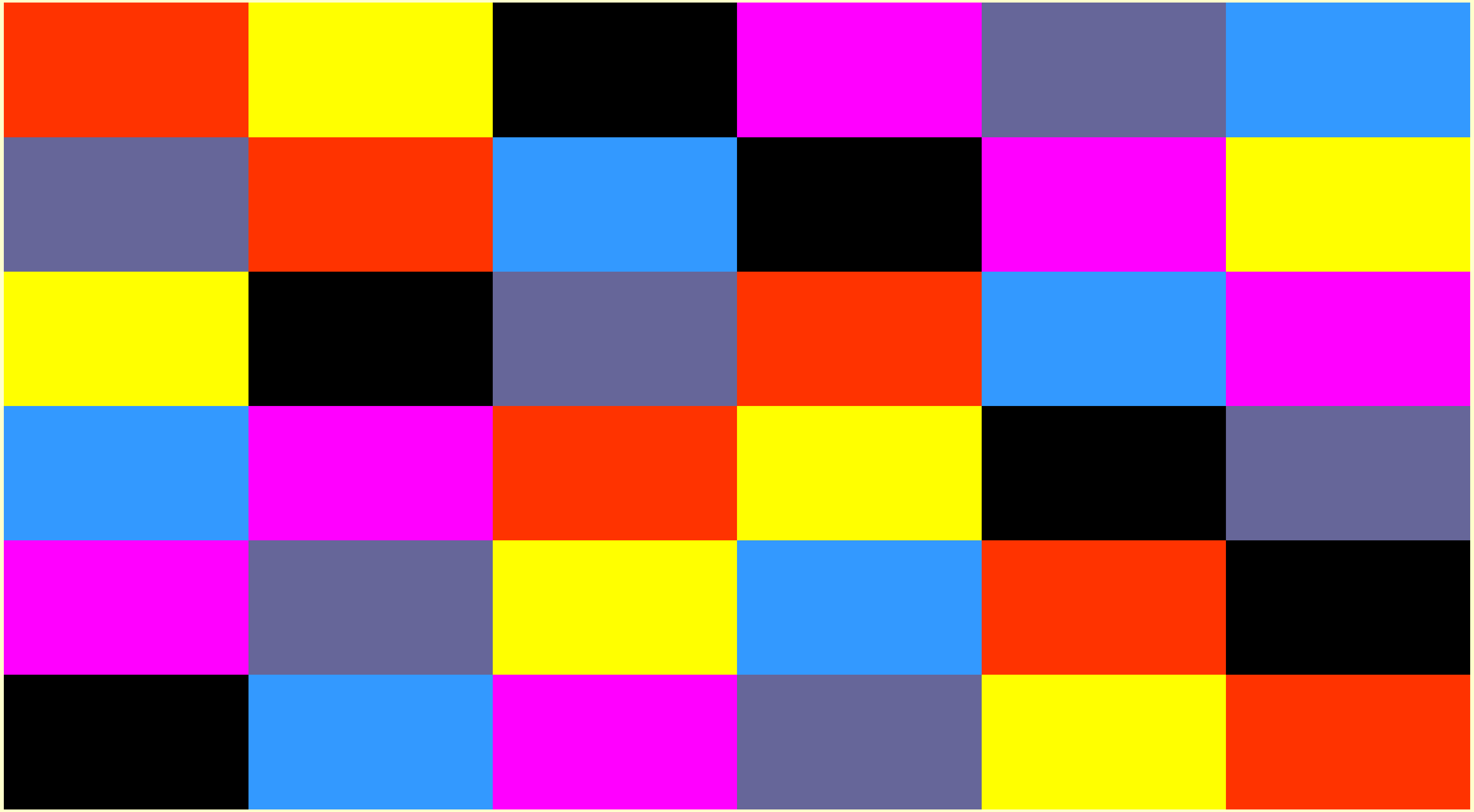
Πλήρεις Ομάδες σε Λατινικό Τετράγωνο (*Latin Square-LS*)

Παράδειγμα 23 (Φασούλας, 2006, σ. 111).

Ίδιο με το Παράδειγμα 22 με τη διαφορά ότι η τυχαιοποίηση των 10 γενοτύπων έγινε σύμφωνα με το σχέδιο του Λατινικού Τετραγώνου.

Να ελεγχθεί αν οι γενότυποι παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05.

Λατινικό Τετράγωνο



Η ονομασία αποδίδεται…

…στον Leonhard Euler

Portrait by Johann Georg Brucker

Leonhard Euler	
Born	15 April 1707 Basel, Switzerland
Died	18 September 1783 (aged 76) [OS: 7 September 1783] St. Petersburg, Russia
Residence	Prussia, Russia Switzerland
Nationality	Swiss
Fields	Mathematician and Physicist
Institutions	Imperial Russian Academy of Sciences Berlin Academy
Alma mater	University of Basel
Doctoral advisor	Johann Bernoulli
Religious stance	Calvinist[1][2]
Signature	
Notes He is the father of the mathematician Johann Euler	

Stained glass window in the dining hall of Caius College, in Cambridge, commemorating Ronald Fisher and representing a Latin square

Παράδειγμα

Πολύ υγρασία…….Λίγη υγρασία

Λιγότερο γόνιμο……γόνιμο

Α	Β	Γ	Δ
Β	Γ	Δ	Α
Γ	Δ	Α	Β
Δ	Α	Β	Γ

Τυχαιοποίηση στο LS

- Κάθε γραμμή και κάθε στήλη αποτελεί μια **πλήρη ομάδα** (*block*, *replication*).
- Σε κάθε γραμμή και στήλη **τυχαιοποιούνται ανεξάρτητα** οι επεμβάσεις (Γενότυποι)
- Επιλέγουμε ένα βασικό σχέδιο Λατινικού Τετραγώνου (από ειδικούς πίνακες)
- Τυχαιοποιούμε τις γραμμές
- Τυχαιοποιούμε τις στήλες
- Τυχαιοποιποιούμε τις επεμβάσεις
- Σχεδιάζουμε την τελική μορφή του πειράματος

Παραδείγματα Λατινικών Τετραγώνων

3 x 3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

4 x 4

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	B	A
D	C	A	B

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

A	B	C	D
B	D	A	C
C	A	D	B
D	C	B	A

A	B	C	D
B	A	D	C
C	D	A	B
D	C	B	A

5 x 5

A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	D	A	E	B
D	E	B	A	C
E	C	D	B	A

6 x 6

A	B	C	D	E	F
B	F	D	C	A	E
C	D	E	F	B	A
D	A	F	E	C	B
E	C	A	B	F	D
F	E	B	A	D	C

Τα γράμματα αντιστοιχούν σε επεμβάσεις

Παράδειγμα Τυχαιοποίησης (5×5) *LS*

1) Επιλογή Λατινικού Τετραγώνου

1η	2η	3η	4η	5η
A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	D	A	E	B
D	E	B	A	C
E	C	D	B	A

Αρ. Στηλών

Παράδειγμα (*συνέχεια*)

2) Τυχαιοποίηση Στηλών: 1, 5, 4, 2, 3

Πίνακες Τυχαίων Αριθμών

1η	5η	4η	2η	3η
A	E	D	B	C
B	D	C	A	E
C	B	E	D	A
D	C	A	E	B
E	A	B	C	D

Αρχικοί Αρ. Στηλών

Παράδειγμα (*συνέχεια*)

3) Τυχαιοποίηση Γραμμών: 4, 2, 1, 3, 5

	1η	5η	4η	2η	3η
4^{η}	D	C	A	E	B
2^{η}	B	D	C	A	E
1^{η}	A	E	D	B	C
3^{η}	C	B	E	D	A
5^{η}	E	A	B	C	D

Αρχικοί Αρ. Γραμμών

Παράδειγμα (*συνέχεια*)

4) Τυχαιοποίηση Επεμβάσεων: 1, 4, 5, 3, 2

Γράμμα:	A	B	C	D	E
Επέμβαση:	E1	E4	E5	E3	E2

Παράδειγμα (*συνέχεια*)

5) Τελική Μορφή Τετραγώνου

E3	**E5**	**E1**	**E2**	**E4**
E4	**E3**	**E5**	**E1**	**E2**
E1	**E2**	**E3**	**E4**	**E5**
E5	**E4**	**E2**	**E3**	**E1**
E2	**E1**	**E4**	**E5**	**E3**

Παραμετροποίηση -1

- Πειραματικό Σχέδιο (*Experimental Design*): Πλήρεις Ομάδες σε Λατινικό Τετράγωνο (*Latin Square*)
- Πλήθος Παραγόντων (*Factors*): 3 (Γενότυπος, Γραμμές-*Rows*, Στήλες -*Columns*)
- Πλήθος Επιπέδων (*Levels*) του Παράγοντα Γενότυπος (π): 10, του Παράγοντα Γραμμές (γ): 10 και του Παράγοντα Στήλες (σ):10
- Συνολικό πλήθος μετρήσεων (N): 100
- Σχέδιο: Ισορροπημένο (*Balanced*), δηλ. ίδιος αριθμός μετρήσεων-επαναλήψεων σε κάθε επέμβαση

Παραμετροποίηση -2

- Εξαρτημένη μεταβλητή (*Depended Variable*): Πρωϊμότητα ξεσταχιάσματος (ημέρες)
- Ανεξάρτητες μεταβλητές-Παράγοντες (*Independed Variables*): Γενότυπος (**δομικός**), Γραμμές και Στήλες (**σχεδίου**)
- **Πρότυπο ΙΙΙ** (*Model type III*): **Μεικτές** Επιδράσεις (*Mixed Effects*)
  - Γενότυπος: Καθορισμένες Επιδράσεις (***Fixed Effects***)
  - Γραμμές και Στήλες: Τυχαίες Επιδράσεις (***Random Effects***)

Μεθοδολογία Εγκατάστασης Πειράματος

- Προηγούμενη εμπειρία και γνώση σχετικά με το πειραματικό υλικό
- Εμπειρία και γνώση σχετικά με προηγούμενα πειράματα στον ίδιο πειραματικό αγρό
- Έλεγχοι ομοιομορφίας και ομοιογένειας πειραματικού υλικού
- Διαστάσεις πειραματικών τεμαχίων
- Πλήθος φυτών
- Αποστάσεις
- Καλλιεργητική φροντίδα
- Περίοδος πειραματισμού
- Μέθοδος μέτρησης εξαρτημένης μεταβλητής
- Εγκυρότητα-Αξιοπιστία μετρήσεων
- Εδαφολογικά στοιχεία
- Κλιματολογικά στοιχεία
- Τήρηση Ημερολογίου Πειράματος

Πότε εφαρμόζεται το LS

- Όταν δεν μπορούμε να εξασφαλίσουμε **ομοιόμορφο περιβάλλον**.
- Όταν δεν μπορούμε να ελέγξουμε την ανομοιομορφία-ανομοιογένεια με **δομικούς** παράγοντες.
- Όταν έχουμε αποδείξεις ή ενδείξεις ότι η ανομοιογένεια του περιβάλλοντος βαίνει προς **δύο συγκεκριμένες κατευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους** (κλίσεις-*gradients*).
  - Παράδειγμα: Ο πειραματικός αγρός μπορεί να παρουσιάζει διαφορές γονιμότητας προς μία κατεύθυνση και συγχρόνως διαφορές υγρασίας ως προς μία άλλη, κάθετη με την πρώτη.

Σκοπός

- Η **ελάττωση του πειραματικού σφάλματος** και η αύξηση της ευαισθησίας του πειράματος.
- Ο έλεγχος **δύο** γνωστών πηγών παραλλακτικότητας.
- Η απομάκρυνση της επίδρασης των **δύο** γνωστών πηγών παραλλακτικότητας.

Χρήσιμες-Οδηγίες (1)

- Έστω ότι θέλουμε να πειραματισθούμε με *π* επεμβάσεις.
- Χωρίζουμε τον αγρό σε *π* γραμμές-σειρές και *π* στήλες (ίσες λωρίδες). Μεταξύ των λωρίδων είναι δυνατόν να παρεμβάλλονται διάδρομοι παρατηρήσεων ή όχι.
- Τυχαιοποιούμε τις επεμβάσεις με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε επέμβαση να εμφανίζεται μία μόνο φορά σε κάθε στήλη και γραμμή.
- Ο αριθμός των επαναλήψεων πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των επεμβάσεων.
- Το πλήθος των πειραματικών τεμαχίων είναι π^2.
- Πρακτικά το σχέδιο αυτό χρησιμοποιείται για **4-8** επεμβάσεις.

Χρήσιμες-Οδηγίες (2)

Άλλες εφαρμογές του LS:

- Οι στήλες μπορεί να αναφέρονται σε 3 διαφορετικούς παρασκευαστές που δοκιμάζουν 3 επεμβάσεις (μεθόδους προσδιορισμού φωσφόρου) σε 3 διαφορετικές ώρες της ημέρας (γραμμές).
- Οι στήλες μπορεί να αναφέρονται σε 4 βουστάσια, οι επεμβάσεις σε 4 τύπους απολυμαντικών (δοχείων γαλακτοκομίας) και οι γραμμές σε 4 μεθόδους χρήσης των απολυμαντικών.

Διατάξεις Εγκατάστασης LS (1)

- Τοποθέτηση τεμαχίων στο LS το ένα δίπλα στο άλλο

Στήλες	1η	2η	3η	4η
Γραμμές	ABCD	BCDA	CDAB	DABC

Διατάξεις Εγκατάστασης LS (2)

- Διάταξη στον αγρό LS με 9 επαναλήψεις των 3 επεμβάσεων

A	C	A
C	A	B
B	B	C
C	B	B
B	C	C
A	A	A
B	A	C
A	B	A
C	C	B

Διατάξεις Εγκατάστασης LS (3)

- Τοποθέτηση 3 LS σε 3 Τοποθεσίες

Τοποθεσία I		
A	C	B
C	B	A
B	A	C

Τοποθεσία II		
C	A	B
B	C	A
A	B	C

Τοποθεσία III		
A	B	C
B	C	A
C	A	B

Ελληνολατινικά Τετράγωνα (*Greaco-Latin Squares*)

Aα	Bε	Cβ	Dϕ	Eχ	Fγ	Gδ
Bβ	Cϕ	Dχ	Eγ	Fδ	Gα	Aε
Cχ	Dγ	Eδ	Fα	Gε	Aβ	Bϕ
Dδ	Eα	Fε	Gβ	Aϕ	Bχ	Cγ
Eε	Fβ	Gϕ	Aχ	Bγ	Cδ	Dα
Fϕ	Gχ	Aγ	Bδ	Cα	Dε	Eβ
Gγ	Aδ	Bα	Cε	Dβ	Eϕ	Fχ

A Greaco-Latin square consists of two latin squares (one using the letters A, B, C, … the other using greek letters a, b, c, …) such that when the two latin square are supper imposed on each other the letters of one square appear once and only once with the letters of the other square. The two Latin squares are called mutually orthogonal

Πίνακας Δεδομένων

Γραμμές											
Στήλες	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**Σύνολα**
1	Η 8	Ζ 1	Ε 8	Γ 2	Α 5	Κ 3	Θ 7	Δ 3	Β 2	Ι 4	43
2	Γ 7	Α 6	Κ 4	Η 8	Θ 3	Β 3	Ζ 8	Ι 9	Δ 2	Ε 5	55
3	Β 3	Η 1	Θ 5	Α 6	Ζ 8	Ε 9	Ι 9	Γ 6	Κ 6	Δ 9	60
4	Ε 4	Θ 2	Ζ 4	Κ 3	Ι 4	Δ 3	Α 5	Η 5	Γ 3	Β 3	36
5	Θ 1	Ι 3	Α 2	Β 3	Δ 2	Η 2	Θ 3	Ε 4	Ζ 3	Γ 3	25
6	Κ 3	Δ 2	Ι 2	Θ 2	Γ 1	Α 3	Ε 3	Β 3	Η 2	Ζ 2	23
7	Δ 3	Ε 4	Η 2	Ι 2	Κ 3	Γ 2	Β 2	Ζ 4	Α 2	Θ 4	29
8	Α 2	Β 2	Γ 3	Δ 3	Ε 4	Ζ 2	Η 3	Θ 2	Ι 3	Κ 3	27
9	Ζ 3	Γ 2	Β 2	Ε 6	Η 2	Ι 3	Δ 4	Κ 3	Θ 3	Α 5	33
10	Ι 3	Κ 3	Δ 3	Ζ 1	Β 2	Θ 2	Γ 3	Α 5	Ε 5	Η 1	28
Σύνολα	37	26	33	36	34	33	47	44	31	38	359

Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας (ή Διακύμανσης)

Πηγή Παραλλακτικότητας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	*F*
Γραμμές	π-1	ΑΤγ	$\text{MT}\gamma = \dfrac{\text{AT}\gamma}{\pi - 1}$	$F = \dfrac{\text{MT}\gamma}{\text{MT}\Sigma}$
Στήλες	π-1	ΑΤσ	$\text{MT}\sigma = \dfrac{\text{AT}\sigma}{\pi - 1}$	$F = \dfrac{\text{MT}\sigma}{\text{MT}\Sigma}$
Γενότυποι (ή Παράγοντας)	π-1	ΑΤΠ	$\text{MT}\Pi = \dfrac{\text{AT}\Pi}{\pi - 1}$	$F = \dfrac{\text{MT}\Pi}{\text{MT}\Sigma}$
Σφάλμα (ή Υπόλοιπο)	(π-1)(π-2)	ΑΤΣ	$\text{MT}\Sigma = \dfrac{\text{AT}\Sigma}{(\pi - 1)(\pi - 2)}$	
Ολική	π^2-1	ΣΑΤ		

Για τους γενότυπους, η δειγματική τιμή *F* συγκρίνεται με την Κρίσιμη Τιμή (θεωρητική) της *F*-Κατανομής με (π-1) και [(π-1)(π-2)] β.ε., σε επίπεδο σημαντικότητας *α*.

Πίνακας Δεδομένων

Γραμμές											
Στήλες	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**Σύνολα**
1	Η 8	Ζ 1	Ε 8	Γ 2	Α 5	Κ 3	Θ 7	Δ 3	Β 2	Ι 4	43
2	Γ 7	Α 6	Κ 4	Η 8	Θ 3	Β 3	Ζ 8	Ι 9	Δ 2	Ε 5	55
3	Β 3	Η 1	Θ 5	Α 6	Ζ 8	Ε 9	Ι 9	Γ 6	Κ 6	Δ 9	60
4	Ε 4	Θ 2	Ζ 4	Κ 3	Ι 4	Δ 3	Α 5	Η 5	Γ 3	Β 3	36
5	Θ 1	Ι 3	Α 2	Β 3	Δ 2	Η 2	Θ 3	Ε 4	Ζ 3	Γ 3	25
6	Κ 3	Δ 2	Ι 2	Θ 2	Γ 1	Α 3	Ε 3	Β 3	Η 2	Ζ 2	23
7	Δ 3	Ε 4	Η 2	Ι 2	Κ 3	Γ 2	Β 2	Ζ 4	Α 2	Θ 4	29
8	Α 2	Β 2	Γ 3	Δ 3	Ε 4	Ζ 2	Η 3	Θ 2	Ι 3	Κ 3	27
9	Ζ 3	Γ 2	Β 2	Ε 6	Η 2	Ι 3	Δ 4	Κ 3	Θ 3	Α 5	33
10	Ι 3	Κ 3	Δ 3	Ζ 1	Β 2	Θ 2	Γ 3	Α 5	Ε 5	Η 1	28
Σύνολα	37	26	33	36	34	33	47	44	31	38	359

Διορθωτικός Όρος (*Correction Term*):

$$\text{ΔΟ}=\frac{359^2}{100}=1.288,81$$

Υπολογισμοί

Συνολικό Άθροισμα Τετραγώνων:

$$\text{ΣΑΤ}=(5^2+6^2+6^2+\ldots+3^2+3^2+3^2)-\text{ΔΟ}=400,19$$

Άθροισμα Τετραγώνων Παραγόντων:

$$\text{ΑΤΠ}=\left(\frac{41^2+25^2+\ldots+34^2}{10}\right)-\text{ΔΟ}=51,49$$

Άθροισμα Τετραγώνων Γραμμών:

$$\text{ΑΤγ}=\left(\frac{43^2+55^2+\ldots+28^2}{10}\right)-\text{ΔΟ}=147,89$$

Άθροισμα Τετραγώνων Στηλών:

$$\text{ΑΤσ}=\left(\frac{37^2+26^2+\ldots+38^2}{10}\right)-\text{ΔΟ}=33,69$$

Άθροισμα Τετραγώνων Σφαλμάτων:

ΑΤΣ=ΣΑΤ-ΑΤΠ-ΑΤγ-ΑΤσ=(400,19)-(51,49)-(147,89)-(33,69)=167,12

Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας (ή Διακύμανσης)

Πηγή Παραλλακτικότητας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	F	$F_{0,05}$
Γραμμές	9	147,89	16,43	7,08	2,01
Στήλες	9	33,69	3,74	1,61	2,01
Γενότυποι (Παράγοντας)	9	51,49	5,72	2,46	2,01
Σφάλμα	72	167,12	2,32		
Ολική	99	400,19			

Κρίσιμη Τιμή F(9, 72)=2,01, σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05

Αποτελέσματα από το SPSS

Πηγή Παραλλακτικότητας	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	*F*	*p*
Γραμμές	9	147,89	16,43	7,08	0,000
Στήλες	9	33,69	3,74	1,61	0,129
Γενότυποι (Παράγοντας)	9	51,49	5,72	2,46	0,017
Σφάλμα	72	167,12	2,32		
Ολική	99	400,19			

$$R^2 = \frac{147,89 + 33,69 + 51,49}{400,19} = \frac{233,07}{400,19} = 0,5823$$

$\boxed{R^2 = 0.582}$

Έλεγχοι Προϋποθέσεων

- Κανονικότητα των Σφαλμάτων
- Ομοσκεδαστικότητα (Ομοιογένεια Διακυμάνσεων)
- Προσθετικότητα-Αθροιστικότητα

Συμπεράσματα από ANOVA

•**Επειδή 2,46>2,01 ⇒ Οι γενότυποι παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε επίπεδο σημαντικότητας** α**=0,05.**

•**Η επίδραση του περιβάλλοντος (ως προς τις γραμμές του** ***LS*****) είναι επίσης στατιστικά σημαντική σε ε.σ.** α**=0,05.**

•**Η επίδραση του περιβάλλοντος (ως προς τις στήλες του** ***LS*****) δεν είναι στατιστικά σημαντική σε ε.σ.** α**=0,05.**

Συντελεστής Παραλλακτικότητας (Coefficient of Variation), *CV*

$$CV = \frac{\sqrt{\mathrm{MT\Sigma}}}{\bar{\bar{Y}}_{..}} \times 100 = \frac{\sqrt{MSE}}{\bar{\bar{Y}}_{..}} \times 100$$

Στο παράδειγμα, $CV = \frac{\sqrt{2,32}}{3,59} \times 100 = \frac{1,52}{3,59} \times 100 = 42,4\%$

Σχετική Αποτελεσματικότητα για το LS

$$RE(CRD)=\frac{\text{ΜΤγ}+\text{ΜΤσ}+(\pi-1)\text{ΜΤΣ}}{(\pi+1)\text{ΜΤΣ}}=\frac{(16{,}43)+(3{,}74)+(9\times 2{,}32)}{11\times 2{,}32}=\frac{41{,}05}{25{,}52}=1{,}61$$

$$RE(RCBD,\gamma\rho\alpha\mu\mu\acute{\varepsilon}\varsigma)=\frac{\text{ΜΤγ}+(\pi-1)\text{ΜΤΣ}}{(\pi)\text{ΜΤΣ}}=\frac{16{,}43+(9\times 2{,}32)}{10\times 2{,}32}=\frac{37{,}31}{23{,}2}=1{,}61$$

$$RE(RCBD,\sigma\tau\acute{\eta}\lambda\varepsilon\varsigma)=\frac{\text{ΜΤσ}+(\pi-1)\text{ΜΤΣ}}{(\pi)\text{ΜΤΣ}}=\frac{3{,}74+(9\times 2{,}32)}{10\times 2{,}32}=\frac{24{,}62}{23{,}2}=1{,}06$$

Σύγκριση των τριών Πειραματικών Σχεδιασμών (1)

- Πειραματικό Σφάλμα (*Experimental Error*) στο *CRD*=**3,87**
- Πειραματικό Σφάλμα (*Experimental Error*) στο *RCBD*=**2,48**
- Πειραματικό Σφάλμα (*Experimental Error*) στο *LS*=**2,32**

Σύγκριση των τριών Πειραματικών Σχεδιασμών (2)

- Συντελεστής Προσδιορισμού (*Coefficient of Determination*) για το *CRD*: R^2=0,129 (12,9%)
- Συντελεστής Προσδιορισμού (*Coefficient of Determination*) για το *RCBD*: R^2=0,498 (49,8%)
- Συντελεστής Προσδιορισμού (*Coefficient of Determination*) για το *LS*: R^2= 0,582 (58,2%)

Σύγκριση των τριών Πειραματικών Σχεδιασμών (3)

- Συντελεστής Παραλλακτικότητας (*Coefficient of Variance*) για το *CRD*: ***CV*=54,9%**
- Συντελεστής Παραλλακτικότητας (*Coefficient of Variance*) για το *RCBD*: ***CV*=43,9%**
- Συντελεστής Παραλλακτικότητας (*Coefficient of Variance*) για το *LS*: ***CV*=42,4%**

Σύγκριση των τριών Πειραματικών Σχεδιασμών (4)

Σχετική Αποτελεσματικότητα (*Relative Efficiency*) του LS σε σχέση:

- Με το *CRD*:

  ***RE(CRD)*=61%**

- Με το *RCBD* (γραμμές):

  ***RE(RCBD, γραμμές)*=61%**

- Με το *RCBD* (στήλες):

  ***RE(RCBD, στήλες)*=6%**

Προσοχή!!!

- Σκοπός του πειραματισμού δεν είναι μόνο να βρούμε στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ του/των δομικού/ών παράγοντα/ων (Γενότυπος) αλλά και να **μειώσουμε** το **Πειραματικό Σφάλμα**.

Το Γενικό Γραμμικό Πρότυπο (*General Linear Model*)

$$\boxed{Y_{ijk} = \mu + t_i + r_j + c_k + e_{ijk}}$$

t_i: η κύρια επίδραση της Επέμβασης (Γενότυπος) i (i=1,…,10)

r_j: η κύρια επίδραση της Γραμμής j (j=1,…,10)

c_k: η κύρια επίδραση της Στήλης k (k=1,…,10)

$$\boxed{\text{Γενικά: } t_i = \overline{Y}_i - \overline{\overline{Y}}}$$

Παραδοχές και Προϋποθέσεις

Παραδοχές:

$$\sum_{i=1}^{\pi} t_i = 0 \qquad \sum_{j=1}^{\pi} r_j = 0 \qquad \sum_{k=1}^{\pi} c_k = 0 \qquad e_{ij} \sim N(0, \sigma_e^2)$$

Προϋποθέσεις:

- **Οι παρατηρήσεις προέρχονται από τυχαία δείγματα**
- **Οι παρατηρήσεις είναι ανεξάρτητες η μία από την άλλη**
- **Οι πληθυσμοί (*ο*×*π* σε πλήθος) των παρατηρήσεων ακολουθούν Κανονική Κατανομή**
- **Ισχύει η ιδιότητα της αθροιστικότητας (προσθετικότητας). Ισοδύναμα, δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ επεμβάσεων και Γραμμών και Στηλών του LS. Η επέμβαση *i* έχει το ίδιο αποτέλεσμα ανεξάρτητα από τη Γραμμή ή/και Στήλη στην οποία εφαρμόζεται.**
- **Οι διασπορές των πληθυσμών (π^2 σε πλήθος) είναι ίσες (Ομοσκεδαστικότητα)**

Στατιστικοί Έλεγχοι

Μηδενικές Υποθέσεις

$$\mathrm{H}_{0\Gamma} : \sigma_r^2 = 0$$

$$\mathrm{H}_{0\Sigma} : \sigma_c^2 = 0$$

$$\boxed{\mathrm{H}_{0\Pi} : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_\pi}$$

Εναλλακτικές Υποθέσεις

$$\mathrm{H}_{1\Gamma} : \sigma_r^2 > 0$$

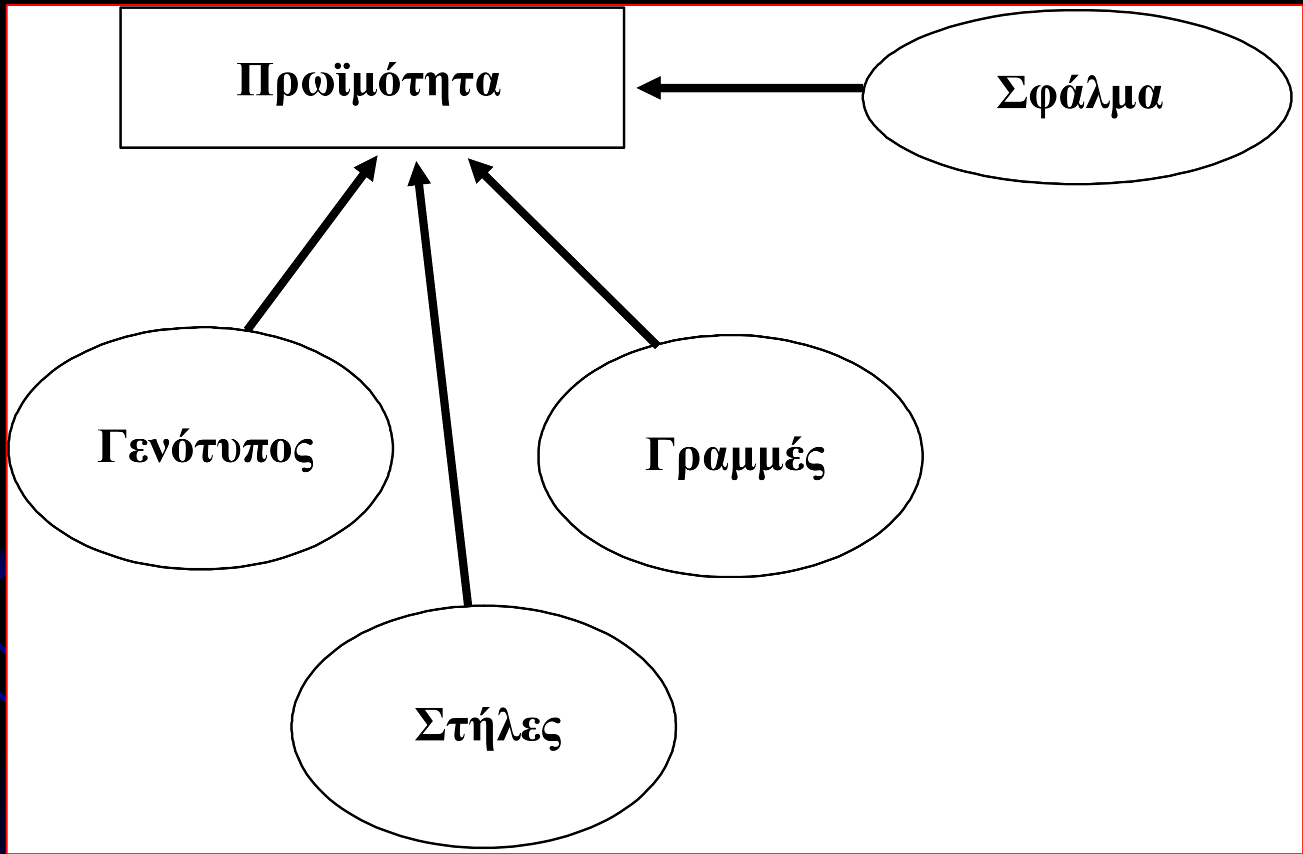
$$\mathrm{H}_{1\Sigma} : \sigma_c^2 > 0$$

$$\boxed{\begin{aligned}&\mathrm{H}_{1\Pi} : \text{τουλάχιστον 2 μέσοι όροι διαφέρουν, δηλ.}\\ &\qquad \exists\, l, z, (l, z = 1, \ldots, \pi) : \mu_l \neq \mu_z\end{aligned}}$$

Άλλες Στατιστικές Αναλύσεις

- **Αν η ANOVA ανιχνεύσει στατιστικά σημαντικές διαφορές ακολουθούν συγκρίσεις μέσων όρων (*a priori*, *ad hoc*)**

Διαγραμματική Αναπαράσταση του Υποδείγματος



Συγκρίσεις Μέσων Όρων

- Το Κριτήριο της Ελάχιστης (Στατιστικά) Σημαντικής Διαφοράς (ΕΣΔ-LSD)

$$\text{ΕΣΔ}= t_{(\pi-1)(\pi-2);a/2}\sqrt{\frac{2\times \text{ΜΤΣ}}{\pi}} = t_{(\pi-1)(\pi-2);a/2}\sqrt{\frac{2\times MSE}{\pi}}$$

Όπου $t_{(\pi-1)(\pi-2);a/2}$ **: Κρίσιμη τιμή της *t*-Κατανομής με** $(\pi-1)(\pi-2)$ **β.ε., σε επίπεδο σημαντικότητας *α*/2**

Στο παράδειγμα:

ΕΣΔ=$1,99\times\sqrt{\frac{2\times 2,32}{10}} = 1,99\times\sqrt{\frac{4,64}{10}} = 1,99\times\sqrt{0,464} = 1,99\times 0,681 = 1,36$**, σε επίπεδο σημαντικότητας *α*=0,05.**

Στο Παράδειγμα

Γενότυποι	ΜΟ	ΤΑ	*N*
Α	4,10	1,66	10
Β	2,50	0,53	10
Γ	3,20	1,87	10
Δ	3,40	2,07	10
Ε	5,20	1,93	10
Ζ	3,60	2,55	10
Η	3,40	2,67	10
Θ	2,90	1,66	10
Ι	4,20	2,62	10
Κ	3,40	0,97	10
$ΕΣΔ_{0,10}$	1,14		
$ΕΣΔ_{0,05}$	1,36		
$ΕΣΔ_{0,01}$	1,80		
$ΕΣΔ_{0,0011}$	1,78		

1,36

Στα προηγούμενα παραδείγματα…

CRD

Γενότυποι	ΜΟ	ΤΑ	N
Α	4,10	1,66	10
Β	2,50	0,53	10
Γ	3,20	1,87	10
Δ	3,40	2,07	10
Ε	5,20	1,93	10
Ζ	3,60	2,55	10
Η	3,40	2,67	10
Θ	2,90	1,66	10
Ι	4,20	2,62	10
Κ	3,40	0,97	10
$ΕΣΔ_{0,10}$	1,46		
$\boxed{ΕΣΔ_{0,05}}$	$\boxed{1,75}$		
$ΕΣΔ_{0,01}$	2,32		
$ΕΣΔ_{0,0011}$	2,97		

RCBD

Γενότυποι	ΜΟ	ΤΑ	N
Α	4,10	1,66	10
Β	2,50	0,53	10
Γ	3,20	1,87	10
Δ	3,40	2,07	10
Ε	5,20	1,93	10
Ζ	3,60	2,55	10
Η	3,40	2,67	10
Θ	2,90	1,66	10
Ι	4,20	2,62	10
Κ	3,40	0,97	10
$ΕΣΔ_{0,10}$	1,17		
$\boxed{ΕΣΔ_{0,05}}$	$\boxed{1,40}$		
$ΕΣΔ_{0,01}$	1,86		
$ΕΣΔ_{0,0011}$	2,38		

Παρουσίαση των Αποτελεσμάτων 1

Η ANOVA έδειξε ότι **υπάρχουν** στατιστικά σημαντικές διαφορές, σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05, μεταξύ των 10 Γενοτύπων:

($F(9,72)=2,46$, $p=0,017<0,05$)

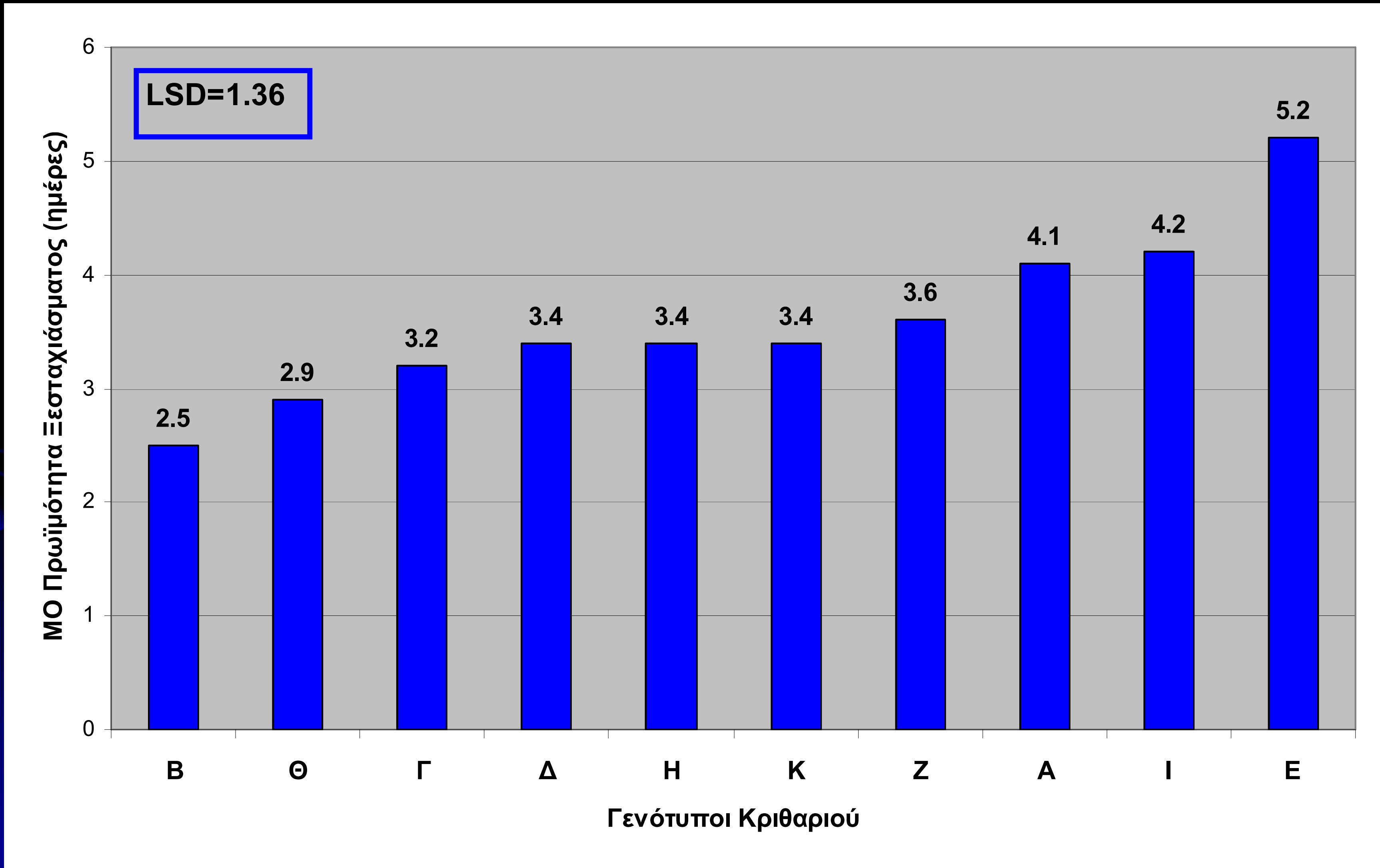
Η ANOVA έδειξε ότι η επίδραση του **περιβάλλοντος** (ως προς τις Γραμμές του LS) είναι στατιστικά σημαντική **($p<0,001$)** ενώ δεν είναι στατιστικά σημαντική ως προς τις Στήλες του LS **($p=0,129>0,05$)**

Παρουσίαση των Αποτελεσμάτων 2

Γενότυποι	ΜΟ	ΤΑ	*N*
Α	4,10 ab	1,66	10
Β	2,50 b	0,53	10
Γ	3,20 ab	1,87	10
Δ	3,40 ab	2,07	10
Ε	5,20 a	1,93	10
Ζ	3,60 ab	2,55	10
Η	3,40 ab	2,67	10
Θ	2,90 b	1,66	10
Ι	4,20 ab	2,62	10
Κ	3,40 ab	0,97	10

Μέσοι όροι που ακολουθούνται από διαφορετικό γράμμα διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας α=0,05, σύμφωνα με τα αποτελέσματα του ελέγχου Tukey HSD

Παρουσίαση των Αποτελεσμάτων 3



Διάστημα Εμπιστοσύνης για τη Μέση Τιμή Πληθυσμού (Διασπορά Πληθυσμού Άγνωστη, n<30) [II]

Έχουμε:

β.ε Σφάλματος (ANOVA)

$$P\left(-t_{\nu,a/2} \le \frac{\bar{X}-\mu}{s/\sqrt{n}} \le t_{\nu,a/2}\right) \Rightarrow$$

$$-a = P\left(-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\nu,a/2} \le \bar{X}-\mu \le \frac{s}{\sqrt{n}}t_{\nu,a/2}\right)$$

√(ΜΤΣ) (ANOVA)

$$\boxed{\left[\bar{X} - t_{\nu,\,a/2}\frac{s}{\sqrt{n}},\quad \bar{X} + t_{\nu,\,a/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]}$$

Επαναλήψεις

Επομένως, αν $\bar{X}$ και s^2 είναι η τιμή του μέσου κα ... οιχα, σε ορισμένο τυχαίο δείγμα μεγέθους n, τότε θα εκτιμήσουμ...

$$\boxed{\left[\bar{X}-\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\nu,a/2}, \bar{X}+\frac{s}{\sqrt{n}}t_{\nu,a/2}\right]}$$

θα περιέχει την μ με επίπεδο εμπιστοσύνης 1-α.

Διάστημα Εμπιστοσύνης για τη Μέση Τιμή Πληθυσμού (Διασπορά Πληθυσμού Άγνωστη, $n>30$)

Εφόσον η διακύμανση του πληθυσμού είναι άγνωστη, την εκτιμούμε με την τιμή της δειγματικής διακύμανσης

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2}{n-1}$$

Όταν η κατανομή πληθυσμού μπορεί να υποτεθεί κανονική και το δείγμα είναι μεγάλο (

$$\left[\bar{X} - z_{1-a/2}\frac{s}{\sqrt{n}}, \quad \bar{X} + z_{1-a/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

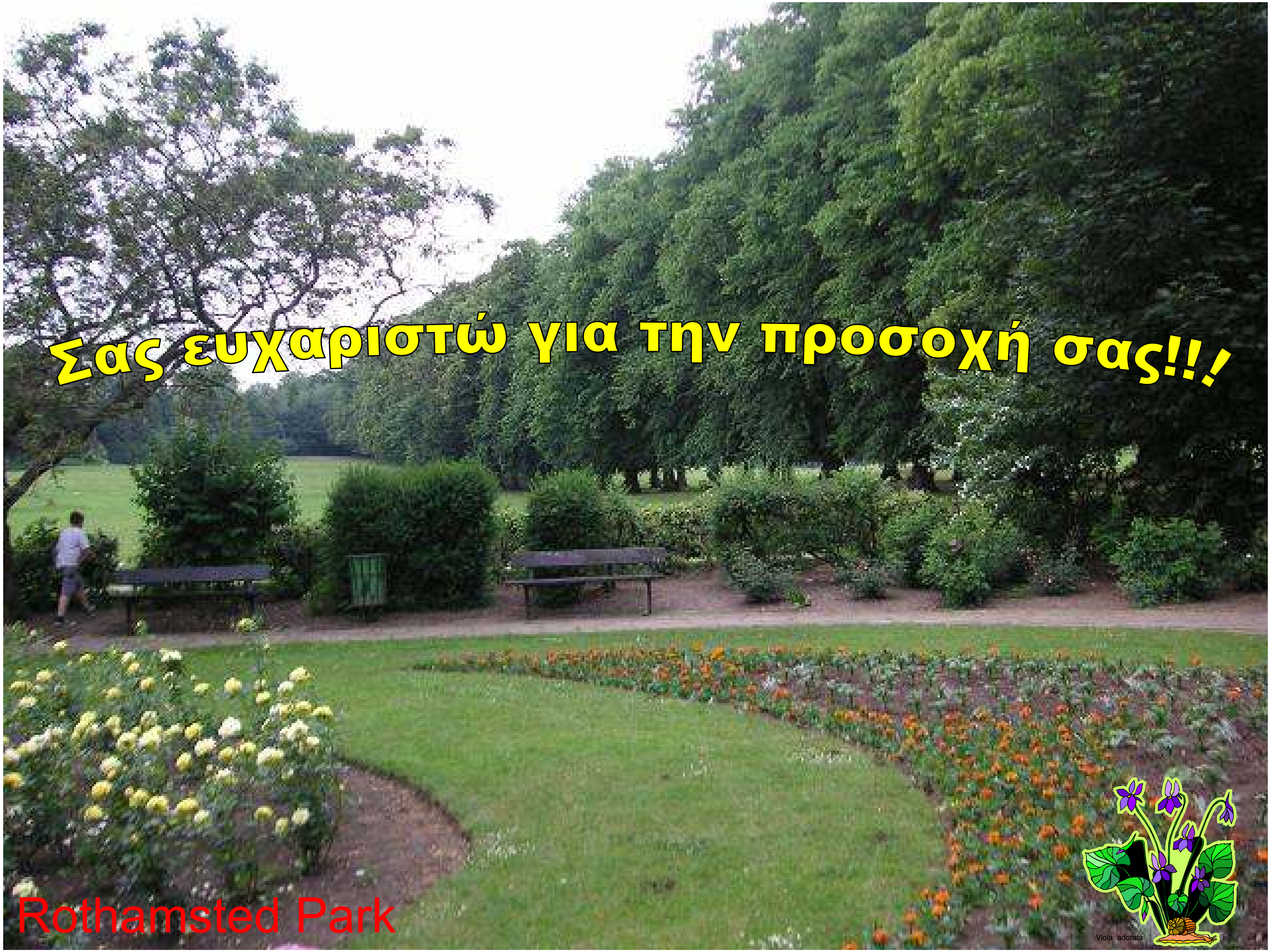
ακολουθε … στημα εμπιστοσύνης για τη μέση τιμή μπορεί να υπολογιστεί όπως και στην πρώτη περίπτωση με τη μόνη διαφορά ότι θα χρησιμοποιήσουμε την δειγματική τυπική απόκλιση αντί της τυπικής απόκλισης του πληθυσμού. Επομένως, αν $\bar{X}$ και s^2 είναι η τιμή του μέσου και της διακύμανσης, αντίστοιχα, σε ορισμένο τυχαίο δείγμα μεγέθους n, τότε θα εκτιμήσουμε ότι το διάστημα

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\, s/\sqrt{n}\,,\ \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\, s/\sqrt{n}\right]$$

θα περιέχει την μ με επίπεδο εμπιστοσύνης 1-α.

Βιβλιογραφία

- Φασούλας, Α. Κ. (2006). *Στοιχεία Πειραματικής Στατιστικής*. Θεσσαλονίκη.
- Καλτσίκης, Π. Ι. (1997). *Απλά Πειραματικά Σχέδια*. Αθήνα: Εκδόσεις Α. Σταμούλη.
- Μιχαηλίδης, Ζ. (2005). *Βιομετρία-Γεωργικός Πειραματισμός*. ΑΤΕΙ Θεσσαλονίκης.
- Steel, R. & Torrie, J. (1986). *Principles and Procedures of Statistics: A Biometrical Approach*. Singapore: McGraw-Hill Book Company.
- Gomez, K. & Gomez, A. (1984). *Statistical Procedures for Agricultural Research*. Singapore: John Willey & Sons, Inc.
- Kuehl, R. (2000). *Designs of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis*. Pacific Grove: Duxbury Thomson Learning.



Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας!!!
Rothamsted Park
Viola adorata