



ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



ΓΕΩΠΟΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
Α.Π.Θ.

Σύγκριση Συνδυασμένων Παραγόντων

Επιστημονική Επιμέλεια

Δρ. Γεώργιος Μενεξές

Τομέας Φυτών Μεγάλης Καλλιέργειας και Οικολογίας,
Εργαστήριο Γεωργίας




Παραγοντικά Πειράματα (*Factorial Experiments*)

- Πειράματα με **συνδυασμένους παράγοντες**.
- Πειράματα όπου οι **δομικοί παράγοντες** είναι **δύο** ή **περισσότεροι**.
- **Σκοπός**: Να διαπιστώσουμε αν οι παράγοντες **αλληλοεπηρεάζονται** και με ποιο τρόπο.
- Οι συνδυασμοί των επιπέδων των παραγόντων αποτελούν τις **επεμβάσεις** (*treatments*), **αγωγές** ή **μεταχειρίσεις**.
- Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε την αλληλεπίδραση θα πρέπει να έχουμε **τουλάχιστον δύο μετρήσεις** (**επαναλήψεις**) για την εξαρτημένη μεταβλητή σε κάθε επέμβαση.

Αλληλεπίδραση (*Interaction*) Παραγόντων

- Οι παράγοντες (ανεξάρτητες μεταβλητές) δεν δρουν ανεξάρτητα πάνω στην εξαρτημένη μεταβλητή αλλά σε **συνεργία**.
- Η (απλή) επίδραση ενός παράγοντα στη συμπεριφορά της εξαρτημένης μεταβλητής **δεν είναι ανεξάρτητη** από την παρουσία ενός συγκεκριμένου επιπέδου του δεύτερου παράγοντα.
- Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι σωστό να πειραματιζόμαστε με τον κάθε παράγοντα ξεχωριστά.
- Οι παράγοντες μπορεί να είναι **ποσοτικοί** ή/και **ποιοτικοί**.
- Τα επίπεδα των παραγόντων μπορεί να είναι **προκαθορισμένα** ή **τυχαία**.
- Τα επίπεδα ενός παράγοντα μπορεί να είναι προκαθορισμένα (*Fixed Effects*) και του άλλου τυχαία (*Random Effects*)

Παραγοντικά Πειράματα

- Συνδυασμένοι Παράγοντες σε Δύο Επίπεδα
 - Συνδυασμένοι Παράγοντες σε Πολλά Επίπεδα
 - Ομάδες με Υποομάδες (*Split Plot Designs*)
- 

Τυχαιοποίηση

- Θεωρούμε τα συνδυασμένα επίπεδα των δύο ή περισσότερων παραγόντων ως τα επίπεδα ενός μόνο παράγοντα και εφαρμόζουμε τις μεθόδους τυχαιοποίησης όπως στο **CRD** ή στο **RCBD** ή στο **LS**.

Παράδειγμα για Αλληλεπίδραση

Παράδειγμα 28 (Φασούλας, 2008, σ. 145).

Σε ένα χωράφι δοκιμάστηκαν 3 ποικιλίες (Π1, Π2, Π3) από μια καλλιέργεια για να εκτιμηθεί η ποιοτική αξία του προϊόντος. Χρησιμοποιήθηκαν 4 πλήρεις ομάδες (Ο1, Ο2, Ο3, Ο4). Από κάθε πειραματικό κομμάτι πάρθηκαν δύο παρατηρήσεις (δείκτες) κατά ποικιλία και ομάδα.

Να βρεθεί αν υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις ποικιλίες, καθώς και αλληλεπίδραση ανάμεσα στις ποικιλίες και τις ομάδες.

Σχεδιασμός

O1	O3	O4	O4
Π2	Π3	Π1	Π3
Π1	Π2	Π3	Π1
Π3	Π1	Π2	Π2

Πίνακας Δεδομένων

	O1	O2	O3	O4
Π1	3	2	4	4
	4	3	5	6
Π2	5	6	4	5
	6	4	5	6
Π3	4	3	2	4
	4	3	3	3

Βοηθητικός Πίνακας

	O1	O2	O3	O4	Σύνολα
Π1	7	5	9	10	31
Π2	11	10	9	11	41
Π3	8	6	5	7	26
Σύνολα	26	21	23	28	98

Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας (ή Διακύμανσης)

Πηγή	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	<i>F</i>
Ομάδες	<i>o-1</i>	ΑΤΟ	$MTO = \frac{ATO}{o-1}$	$F = \frac{MTO}{MTΣ}$
Ποικιλίες (ή Παράγοντας)	<i>π-1</i>	ΑΤΠ	$MTP = \frac{ATΠ}{π-1}$	$F = \frac{MTP}{MTΣ}$
Π×Ο	$(π-1)(o-1)$	ΑΤ(Π×Ο)	$MT(Π×Ο) = \frac{AT(Π×Ο)}{(π-1)(o-1)}$	$F = \frac{MT(Π×Ο)}{MTΣ}$
Σφάλμα (ή Υπόλοιπο)	<i>πο(n-1)</i>	ΑΤΣ	$MTΣ = \frac{ATΣ}{πο(n-1)}$	
Ολική	<i>ποn-1</i>	ΣΑΤ		

Πίνακας Δεδομένων

	O1	O2	O3	O4
Π1	3	2	4	4
	4	3	5	6
Π2	5	6	4	5
	6	4	5	6
Π3	4	3	2	4
	4	3	3	3

Υπολογισμοί

$$\Delta O = \frac{98^2}{24} = 400,17$$

$$\Sigma AT = (3^2 + 2^2 + \dots + 3^2) - \Delta O = 33,83$$

$$AT\Pi = \frac{31^2 + 41^2 + 26^2}{8} - \Delta O = 14,58$$

$$ATO = \frac{26^2 + 21^2 + 23^2 + 28^2}{6} - \Delta O = 4,83$$

$$AT(\Pi \times O) = \frac{7^2 + 5^2 + \dots + 7^2}{2} - \Delta O - AT\Pi - ATO = 6,42$$

$$AT\Sigma = \Sigma AT - AT\Pi - ATO - AT(\Pi \times O) = 8,00$$

Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας (ή Διακύμανσης)

Πηγή	Βαθμοί Ελευθερίας	Άθροισμα Τετραγώνων	Μέσα Τετράγωνα	<i>F</i>	<i>F</i> _{0,05}
Ομάδες	3	4,83	1,61		
Ποικιλίες (Παράγοντας)	2	14,58	7,29	9,11	3,55
Π×Ο	6	6,42	1,07	1,60	3,00
Σφάλμα	12	8,00	0,67		
Ολική	23	33,83			

Επειδή $9,11 > 3,55 \Rightarrow$ Οι Ποικιλίες παρουσιάζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$.

Επειδή $1,60 < 3,00 \Rightarrow$ Η αλληλεπίδραση (Π×Ο) δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Συγχώνευση Αθροισμάτων Τετραγώνων (*Pooling Sum of Squares*)

Στην περίπτωση που η αλληλεπίδραση δεν είναι στατιστικά σημαντική τότε μερικοί συγγραφείς προτείνουν την ένωση των αθροισμάτων τετραγώνων και των αντίστοιχων βαθμών ελευθερίας:

- $AT(\Pi \times O) + AT\Sigma = 6,42 + 8,00 = 14,42$

- $BE = 12 + 6 = 18$

- Συνεπώς το νέο σφάλμα γράφεται:

$$MT\Sigma' = (14,42/18) = 0,80$$

και αυτό χρησιμοποιείται στον υπολογισμό του F , του CV και της $E\Sigma\Delta$

Ελάχιστη Σημαντική Διαφορά

- Χωρίς Συγχώνευση:

$$ΕΣΔ = t_{\pi o(n-1); a/2} \sqrt{\frac{2 \times ΜΤΣ}{o n}}$$

- Με Συγχώνευση:

$$ΕΣΔ = t_{\pi o n - \pi - o + 1; a/2} \sqrt{\frac{2 \times ΜΤΣ'}{o n}}$$

Το Γενικό Γραμμικό Πρότυπο (*General Linear Model-Fixed Effects*)

$$Y_{ijk} = \mu + t_i + b_j + (tb)_{ij} + e_{ijk}$$

t_i : η κύρια επίδραση της επέμβασης (Ποικιλία) i ($i=1,\dots,3$)

b_j : η κύρια επίδραση της ομάδας j ($j=1,\dots,4$)

$(tb)_{ij}$: η αλληλεπίδραση της i επέμβασης (Ποικιλίας) με την j ομάδα

Παραδοχές και Προϋποθέσεις

Παραδοχές:

$$\sum_{i=1}^{\pi} t_i = \sum_{j=1}^{\rho} b_j = \sum_i (tb)_{ij} = \sum_j (tb)_{ij} = 0 \quad e_{ijk} \square N(0, \sigma_e^2)$$

Προϋποθέσεις:

- Οι παρατηρήσεις προέρχονται από **τυχαία δείγματα**
- Οι παρατηρήσεις είναι **ανεξάρτητες** η μία από την άλλη
- Οι πληθυσμοί των παρατηρήσεων ακολουθούν **Κανονική Κατανομή**
- Οι διασπορές των πληθυσμών είναι ίσες (**Ομοσκεδαστικότητα**)

Στατιστικοί Έλεγχοι

$$H_0 : \mu_{10} = \mu_{20} = \dots \mu_{\infty 0}$$

H_1 : τουλάχιστον δύο μέσοι όροι Ομάδων διαφέρουν

$$H_0 : \mu_{1\Pi} = \mu_{2\Pi} = \dots \mu_{\pi\Pi}$$

H_1 : τουλάχιστον δύο μέσοι όροι ποικιλιών διαφέρουν

H_0 : Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ Ποικιλιών και Ομάδων

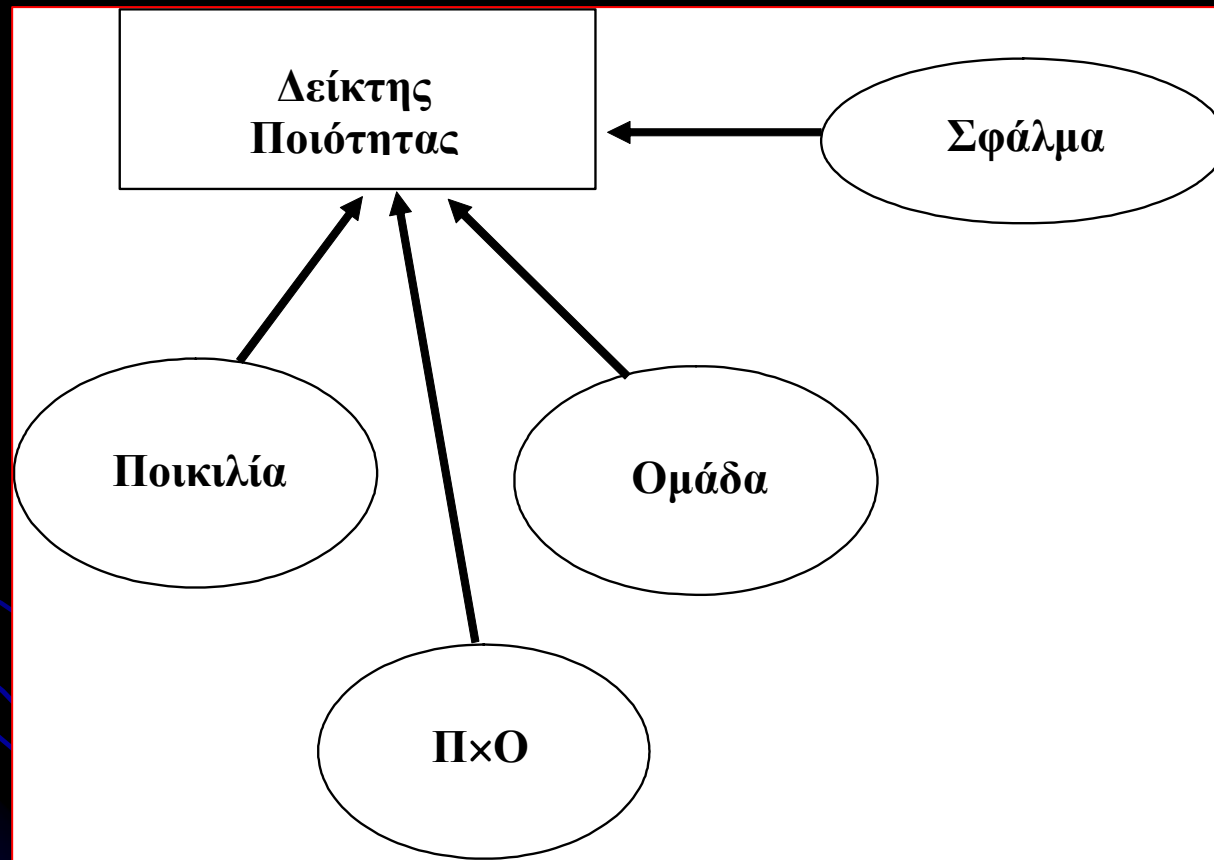
H_1 : Υπάρχει αλληλεπίδραση



$$H_0 : (tb)_{ij} = 0$$

$$H_1 : (tb)_{ij} \neq 0$$

Διαγραμματική Αναπαράσταση του Υποδείγματος



Αποτελέσματα με το SPSS (1)

Descriptive Statistics

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας

Ποικιλίες	Ομάδες	Mean	Std. Deviation	N
1	1	3.50	.71	2
	2	2.50	.71	2
	3	4.50	.71	2
	4	5.00	1.41	2
	Total	3.88	1.25	8
2	1	5.50	.71	2
	2	5.00	1.41	2
	3	4.50	.71	2
	4	5.50	.71	2
	Total	5.13	.83	8
3	1	4.00	.00	2
	2	3.00	.00	2
	3	2.50	.71	2
	4	3.50	.71	2
	Total	3.25	.71	8
Total	1	4.33	1.03	6
	2	3.50	1.38	6
	3	3.83	1.17	6
	4	4.67	1.21	6
	Total	4.08	1.21	24

Αποτελέσματα με το SPSS (2)

Fixed Effects Model (Model Type I-Fixed Effects)

Tests of Between-Subjects Effects

P-value

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	25.833 ^b	11	2.348	3.523	.020	.764	38.750	.869
Intercept	400.167	1	400.167	600.250	.000	.980	600.250	1.000
V	14.583	2	7.292	10.938	.002	.646	21.875	.964
G	4.833	3	1.611	2.417	.117	.377	7.250	.462
V * G	6.417	6	1.069	1.604	.229	.445	9.625	.405
Error	8.000	12	.667					
Total	434.000	24						
Corrected Total	33.833	23						

a. Computed using alpha = .05

b. R Squared = .764 (Adjusted R Squared = .547)

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ
ΣΗΜΑΝΤΙΚΗ

$$R^2=0,764$$

(Συντελεστής Προσδιορισμού-*Coefficient of Determination*)

Αποτελέσματα με το SPSS (3)

Δείκτης Ποιότητας

Tukey HSD^{a,b}

Ποικιλίες	N	Subset	
		1	2
3	8	3.25	
1	8	3.88	
2	8		5.13
Sig.		.312	1.000

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.
Based on Type III Sum of Squares
The error term is Mean Square(Error) = .667.

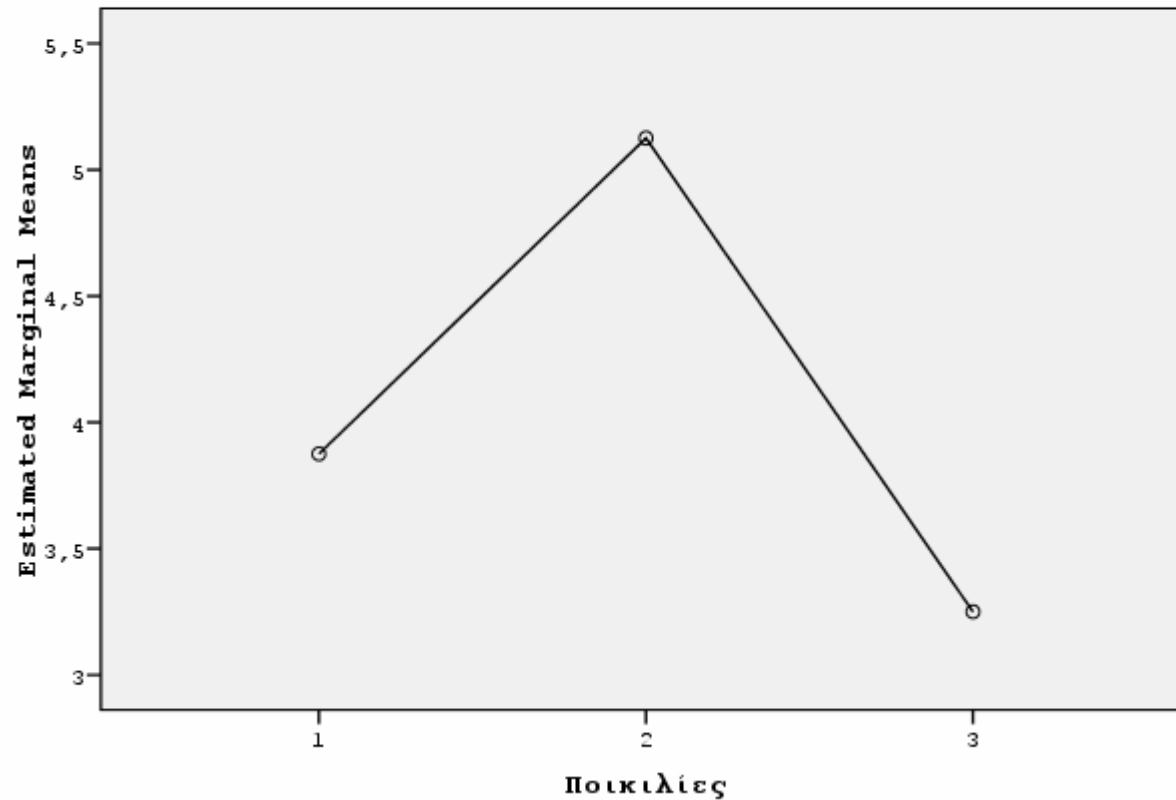
a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 8.000.
b. Alpha = .05.

Θα πάρουν το γράμμα **b**

Θα πάρει το γράμμα **a**

Διάγραμμα Σύγκρισης Ποικιλιών

Estimated Marginal Means of Δείκτης Ποιότητας



Αποτελέσματα με το SPSS (4)

Δείκτης Ποιότητας

Tukey HSD^{a,b}

Ομάδες	N	Subset
		1
2	6	3.50
3	6	3.83
1	6	4.33
4	6	4.67
Sig.		.115

Means for groups in homogeneous subsets are displayed.

Based on Type III Sum of Squares

The error term is Mean Square(Error) = .667.

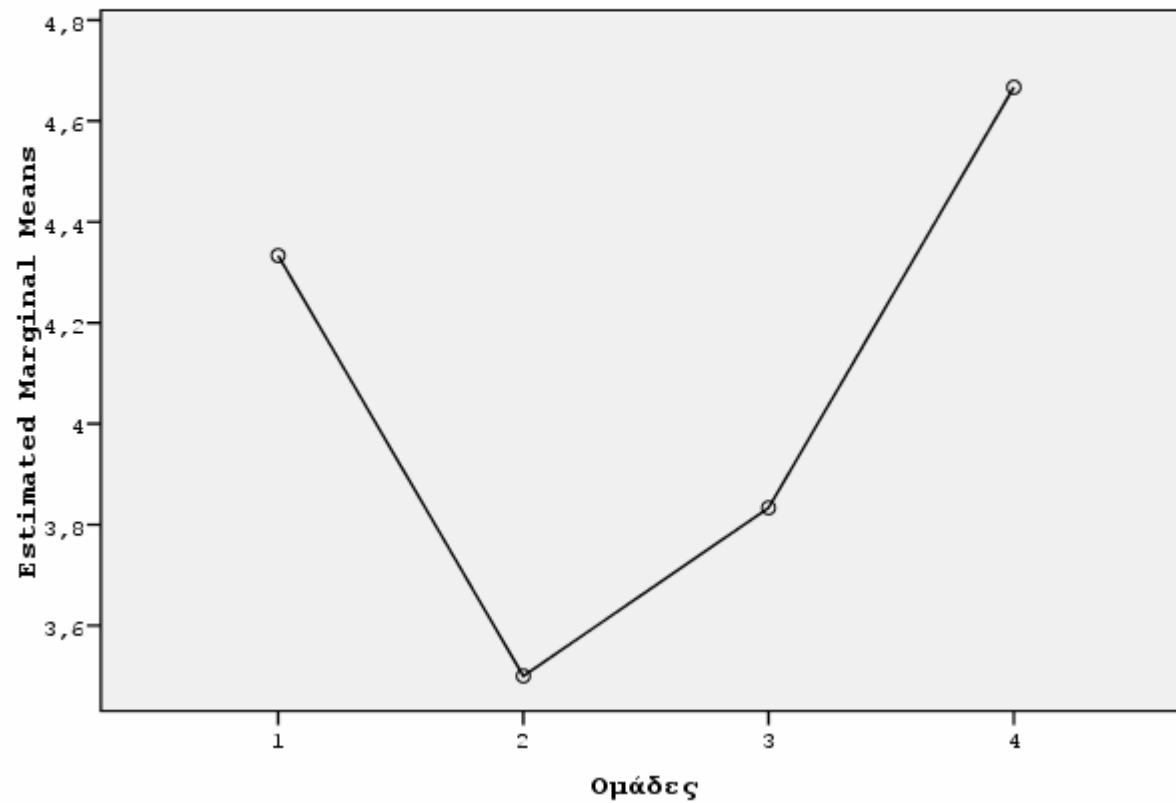
a. Uses Harmonic Mean Sample Size = 6.000.

b. Alpha = .05.

Δεν υπάρχουν Στατιστικά Σημαντικές Διαφορές μεταξύ των Ομάδων (Συμφωνία με ANOVA)

Διάγραμμα Σύγκρισης Ομάδων

Estimated Marginal Means of Δείκτης Ποιότητας



Αποτελέσματα με το SPSS (5)

Simple Main Effects Analysis

(Ανάλυση Απλών Κύριων Επιδράσεων:) Πρώτη Κατεύθυνση

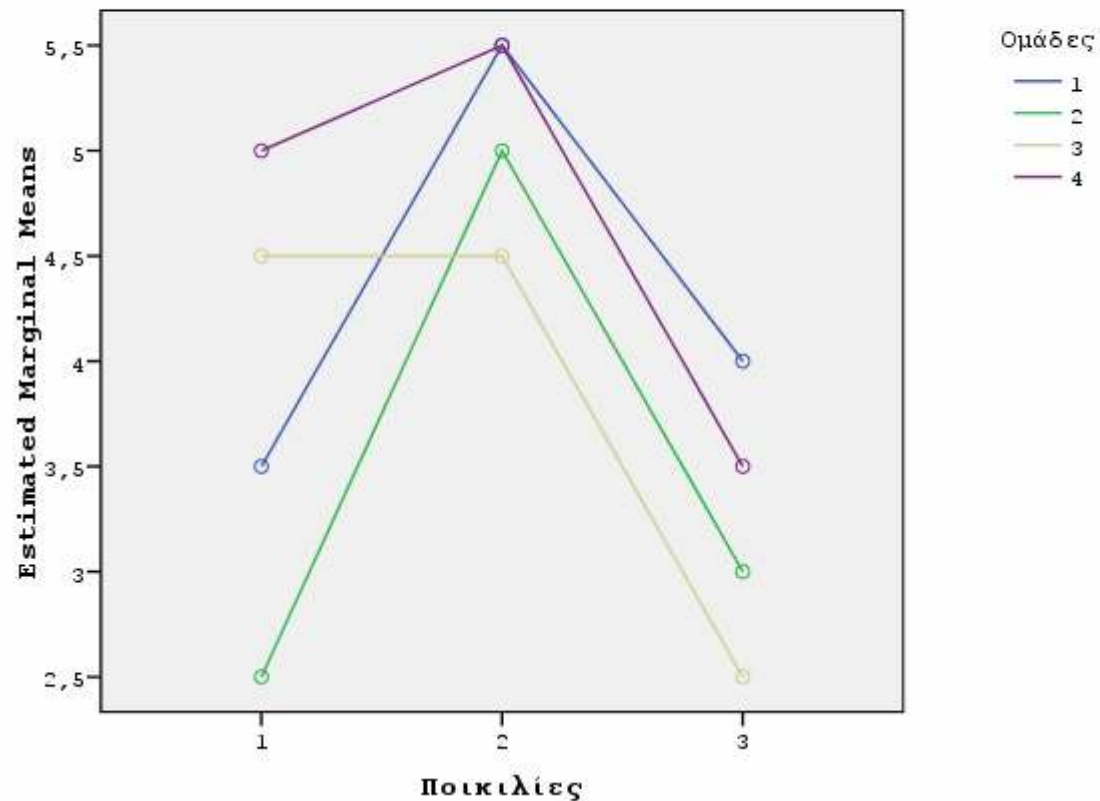
Estimates

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας

Ποικιλίες	Ομάδες	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
				Lower Bound	Upper Bound
1	1	3.500	.577	2.242	4.758
	2	2.500	.577	1.242	3.758
	3	4.500	.577	3.242	5.758
	4	5.000	.577	3.742	6.258
2	1	5.500	.577	4.242	6.758
	2	5.000	.577	3.742	6.258
	3	4.500	.577	3.242	5.758
	4	5.500	.577	4.242	6.758
3	1	4.000	.577	2.742	5.258
	2	3.000	.577	1.742	4.258
	3	2.500	.577	1.242	3.758
	4	3.500	.577	2.242	4.758

Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης Πρώτη Κατεύθυνση

Estimated Marginal Means of Δείκτης Ποιότητας



Αποτελέσματα με το SPSS (6)

Pairwise Comparisons

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας

Ποικιλίες	(I) Ομάδες	(J) Ομάδες	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig. ^a	95% Confidence Interval for Difference ^a	
						Lower Bound	Upper Bound
1	1	2	1.000	.816	1.000	-1.574	3.574
		3	-1.000	.816	1.000	-3.574	1.574
		4	-1.500	.816	.546	-4.074	1.074
	2	1	-1.000	.816	1.000	-3.574	1.574
		3	-2.000	.816	.184	-4.574	.574
		4	-2.500	.816	.059	-5.074	.074
	3	1	1.000	.816	1.000	-1.574	3.574
		2	2.000	.816	.184	-.574	4.574
		4	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
	4	1	1.500	.816	.546	-1.074	4.074
		2	2.500	.816	.059	-.074	5.074
		3	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
2	1	2	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
		3	1.000	.816	1.000	-1.574	3.574
		4	-1.11E-016	.816	1.000	-2.574	2.574
	2	1	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
		3	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
		4	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
	3	1	-1.000	.816	1.000	-3.574	1.574
		2	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
		4	-1.000	.816	1.000	-3.574	1.574
	4	1	1.11E-016	.816	1.000	-2.574	2.574
		2	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
		3	1.000	.816	1.000	-1.574	3.574
3	1	2	1.000	.816	1.000	-1.574	3.574
		3	1.500	.816	.546	-1.074	4.074
		4	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
	2	1	-1.000	.816	1.000	-3.574	1.574
		3	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
		4	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
	3	1	-1.500	.816	.546	-4.074	1.074
		2	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
		4	-1.000	.816	1.000	-3.574	1.574
	4	1	-.500	.816	1.000	-3.074	2.074
		2	.500	.816	1.000	-2.074	3.074
		3	1.000	.816	1.000	-1.574	3.574

Based on estimated marginal means

a. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

Αποτελέσματα με το SPSS (7)

Simple Main Effects Analysis

(Ανάλυση Απλών Κύριων Επιδράσεων:) Δεύτερη Κατεύθυνση

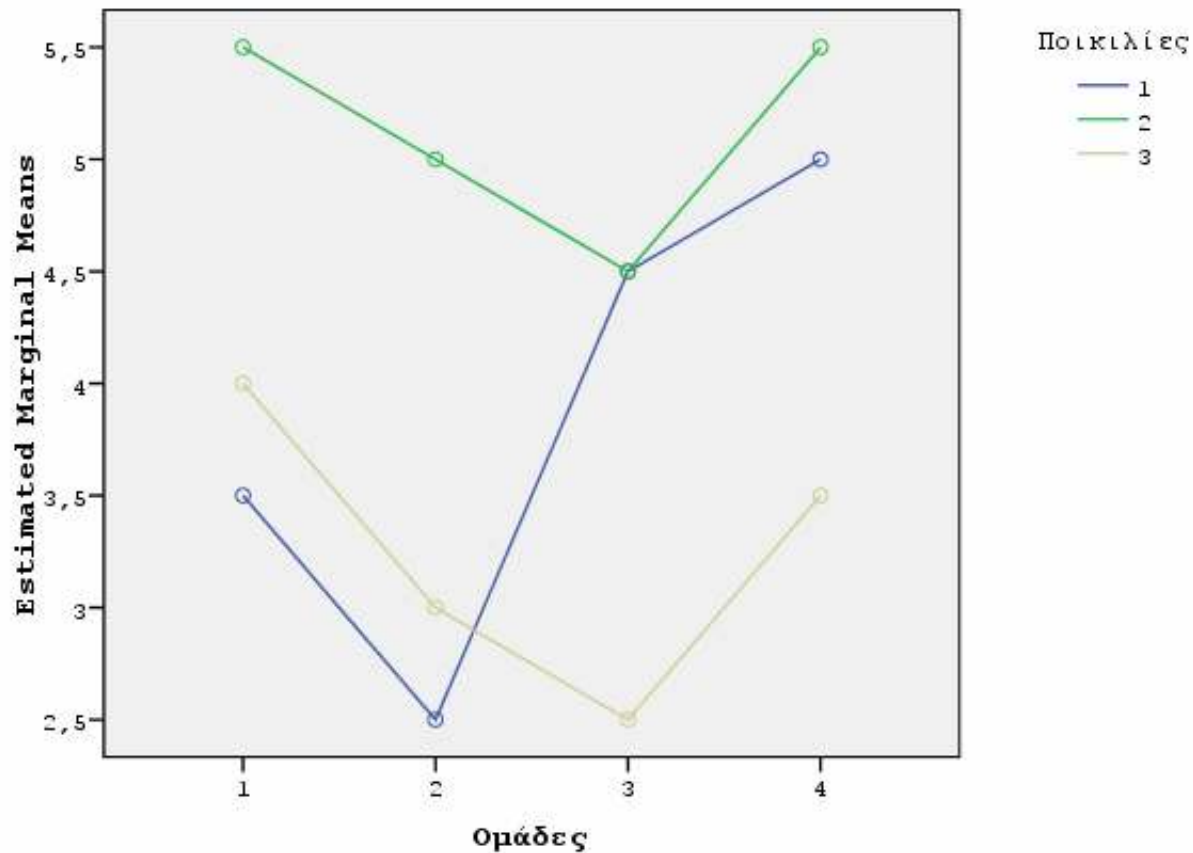
Estimates

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας

Ομάδες	Ποικιλίες	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
				Lower Bound	Upper Bound
1	1	3.500	.577	2.242	4.758
	2	5.500	.577	4.242	6.758
	3	4.000	.577	2.742	5.258
2	1	2.500	.577	1.242	3.758
	2	5.000	.577	3.742	6.258
	3	3.000	.577	1.742	4.258
3	1	4.500	.577	3.242	5.758
	2	4.500	.577	3.242	5.758
	3	2.500	.577	1.242	3.758
4	1	5.000	.577	3.742	6.258
	2	5.500	.577	4.242	6.758
	3	3.500	.577	2.242	4.758

Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης Δεύτερη Κατεύθυνση

Estimated Marginal Means of Δείκτης Ποιότητας



Αποτελέσματα με το SPSS (8)

Pairwise Comparisons

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας

Ομάδες	(I) Ποικιλίες	(J) Ποικιλίες	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig. ^a	95% Confidence Interval for Difference ^a	
						Lower Bound	Upper Bound
1	1	2	-2.000	.816	.092	-4.269	.269
		3	-.500	.816	1.000	-2.769	1.769
	2	1	2.000	.816	.092	-.269	4.269
		3	1.500	.816	.273	-.769	3.769
	3	1	.500	.816	1.000	-1.769	2.769
		2	-1.500	.816	.273	-3.769	.769
2	1	2	-2.500*	.816	.030	-4.769	-.231
		3	-.500	.816	1.000	-2.769	1.769
	2	1	2.500*	.816	.030	.231	4.769
		3	2.000	.816	.092	-.269	4.269
	3	1	.500	.816	1.000	-1.769	2.769
		2	-2.000	.816	.092	-4.269	.269
3	1	2	-3.33E-016	.816	1.000	-2.269	2.269
		3	2.000	.816	.092	-.269	4.269
	2	1	3.33E-016	.816	1.000	-2.269	2.269
		3	2.000	.816	.092	-.269	4.269
	3	1	-2.000	.816	.092	-4.269	.269
		2	-2.000	.816	.092	-4.269	.269
4	1	2	-.500	.816	1.000	-2.769	1.769
		3	1.500	.816	.273	-.769	3.769
	2	1	.500	.816	1.000	-1.769	2.769
		3	2.000	.816	.092	-.269	4.269
	3	1	-1.500	.816	.273	-3.769	.769
		2	-2.000	.816	.092	-4.269	.269

Based on estimated marginal means

*. The mean difference is significant at the .05 level.

a. Adjustment for multiple comparisons: Bonferroni.

Παρουσίαση των Αποτελεσμάτων 1

Η ANOVA έδειξε ότι **υπάρχουν** στατιστικά σημαντικές διαφορές, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, μεταξύ των 3 Ποικιλιών:

$$(F(2,12)=10,94, p=0,002<0,05)$$

Η ANOVA **δεν ανίχνευσε** στατιστικά σημαντικές διαφορές, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, μεταξύ των 4 Ομάδων:

$$(F(3,12)=2,42, p=0,117>0,05)$$

Η ANOVA **δεν ανίχνευσε** στατιστικά σημαντική αλληλεπίδραση, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, μεταξύ Ποικιλιών και Ομάδων (οι Ποικιλίες συμπεριφέρθηκαν κατά τον ίδιο περίπου τρόπο στις διάφορες ομάδες):

$$(F(6,12)=1,60, p=0,229>0,05)$$

Παρουσίαση των Αποτελεσμάτων 2

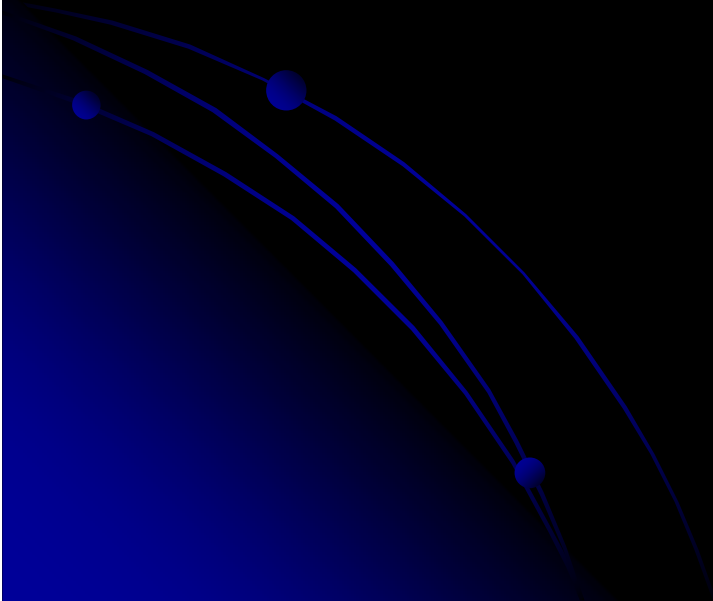
Report

Δείκτης Ποιότητας

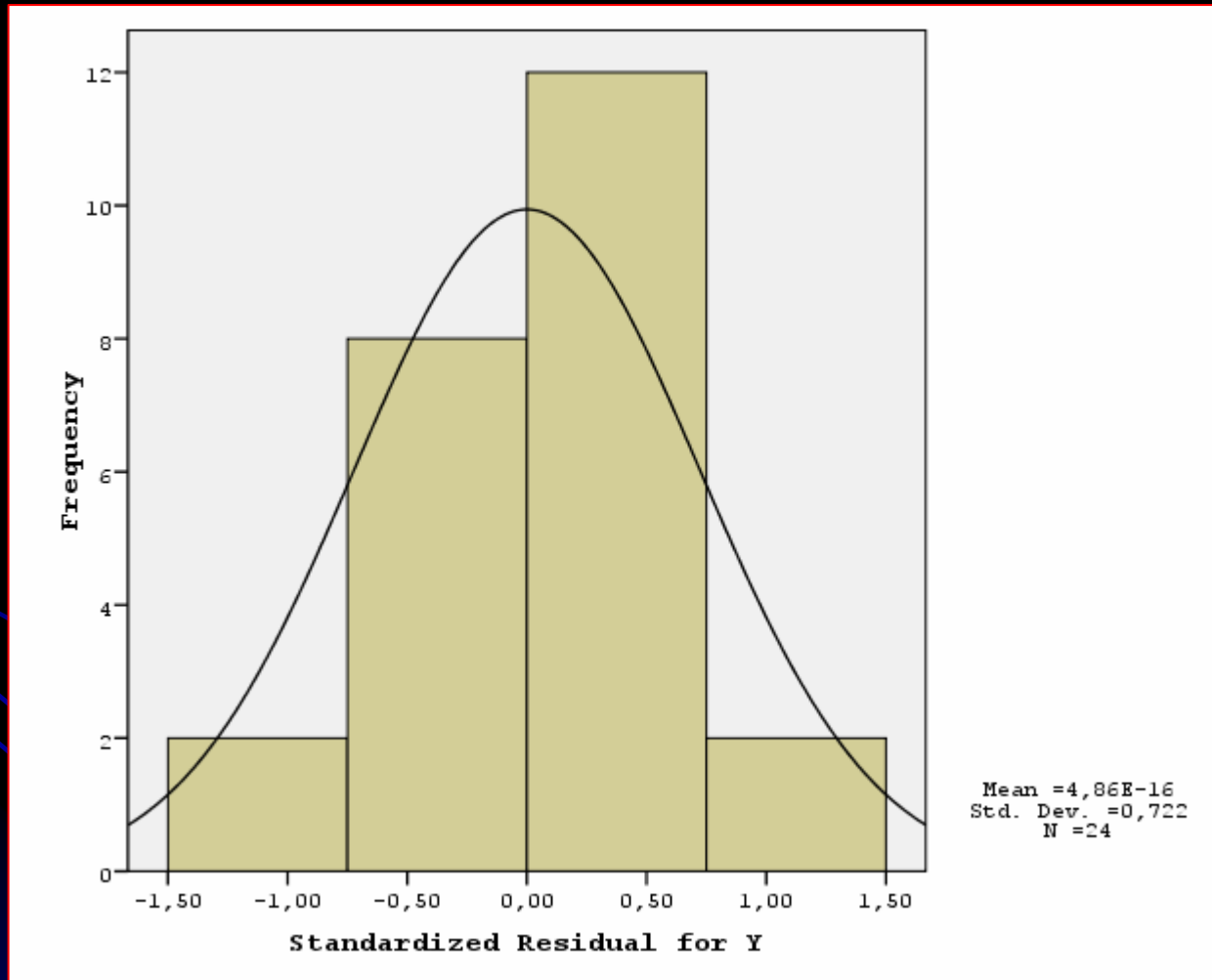
Ποικιλίες	Mean	Std. Deviation	N
1	3.875 b	1.246	8
2	5.125 a	.835	8
3	3.25 b	.707	8
Total	4.08	1.213	24

Μέσοι όροι που ακολουθούνται από διαφορετικό γράμμα διαφέρουν στατιστικά σημαντικά, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=0,05$, σύμφωνα με τα αποτελέσματα του ελέγχου **Tukey HSD**

Έλεγχοι Προϋποθέσεων



Έλεγχος Κανονικότητας Κατανομή των Σφαλμάτων (1)



Κατανομή των Σφαλμάτων (2)

Descriptive Statistics

	N	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Standardized Residual for Y	24	.000	.472	-1.101	.918
Valid N (listwise)	24				

Κατανομή των Σφαλμάτων (3)

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

			Standardized Residual for Y
N			24
Normal Parameters ^{a,b}	Mean		.0000
	Std. Deviation		.72232
Most Extreme Differences	Absolute		.218
	Positive		.218
	Negative		-.218
Kolmogorov-Smirnov Z			1.070
Asymp. Sig. (2-tailed)			.202
Monte Carlo Sig. (2-tailed)	Sig.		.178 ^c
	99% Confidence Interval	Lower Bound	.168
		Upper Bound	.188

a. Test distribution is Normal.

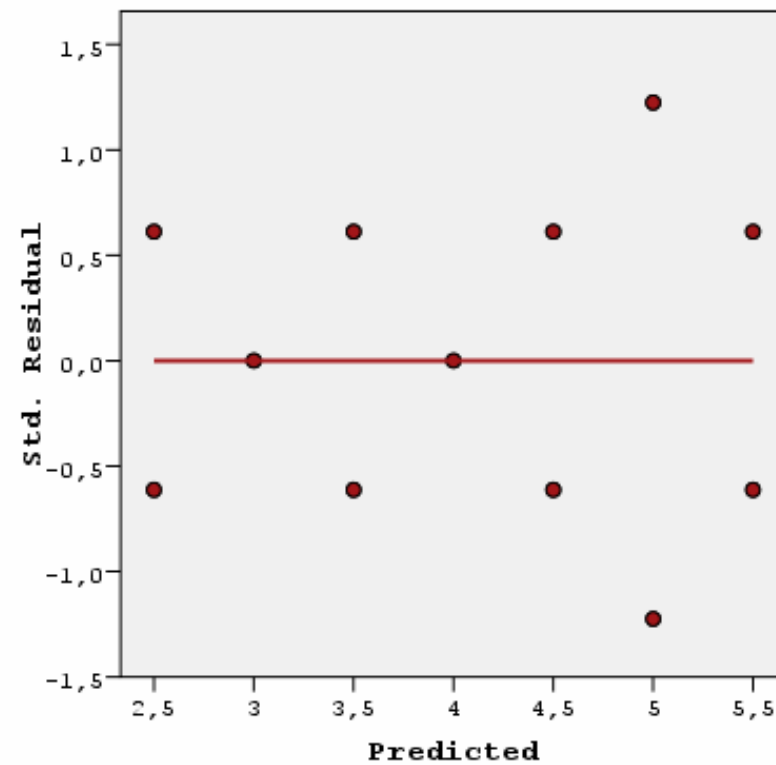
b. Calculated from data.

c. Based on 10000 sampled tables with starting seed 2000000.

Έλεγχος Ομοσκεδαστικότητας

Προσαρμογή Βέλτιστης Καμπύλης (Μέθοδος *Loess-90%*)

Dependent Variable: Δείκτης Ποιότητας



Model: Intercept + V + G + V * G

Διάφορες Μορφές Διαγραμμάτων Αλληλεπίδρασης

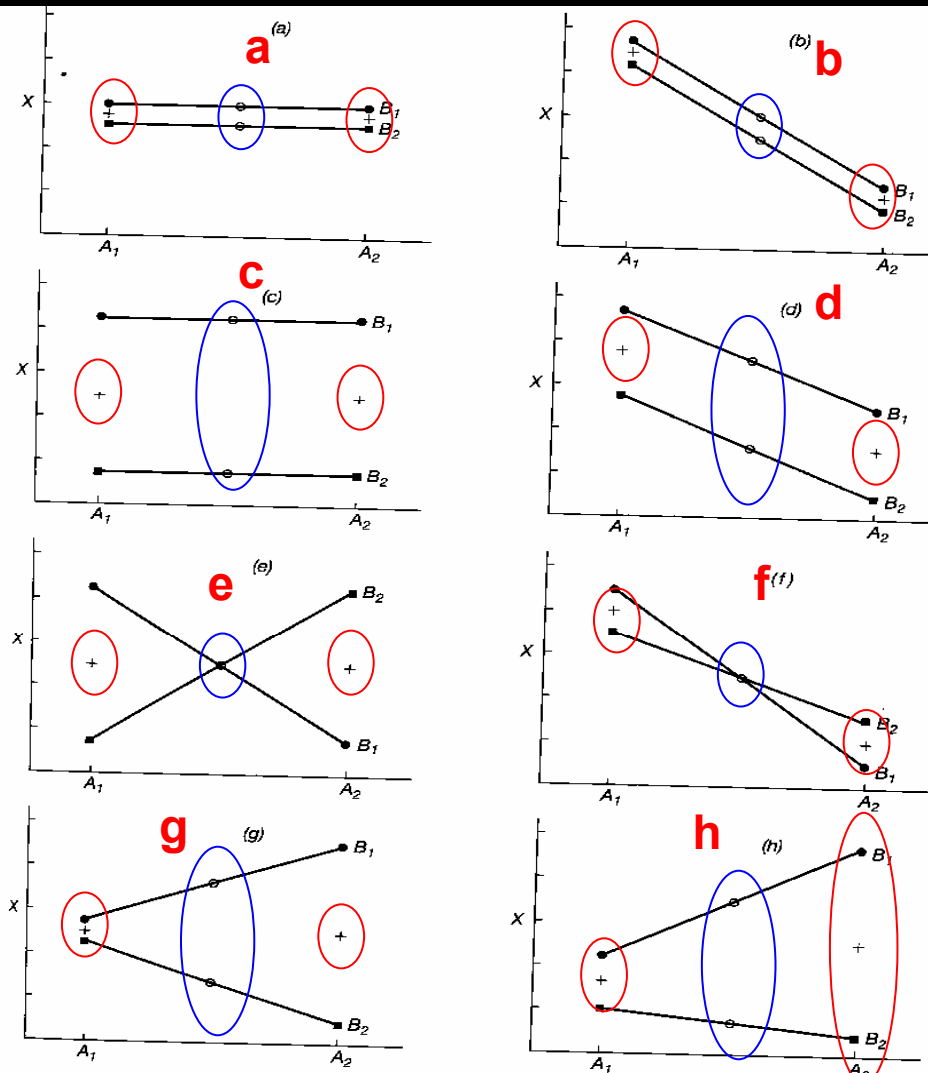


Figure 12.2 Means in a two-factor ANOVA, showing various effects of the two factors and their interaction. (a) No effect of factor A, small effect of factor B (and if there were no effect of B the two lines would coincide), and no interaction of A and B. (b) Large effect of factor A, small effect of factor B, and no interaction (which is the situation in Fig. 12.1). (c) No effect of A, large effect of B, and no interaction. (d) Large effect of A, large effect of B, and no interaction. (e) No effect of A, no effect of B, but interaction between A and B. (f) Large effect of A, no effect of B, with slight interaction. (g) No effect of A, large effect of B, with large interaction. (h) Effect of A, large effect of B, with large interaction.

a: Καθόλου Επίδραση του A, Μικρή Επίδραση του B, Χωρίς Αλληλεπίδραση

b: Μεγάλη Επίδραση του A, Μικρή Επίδραση του B, Χωρίς Αλληλεπίδραση

c: Καθόλου Επίδραση του A, Μεγάλη Επίδραση του B, Χωρίς Αλληλεπίδραση

d: Μεγάλη Επίδραση του A, Μεγάλη Επίδραση του B, Χωρίς Αλληλεπίδραση

e: Καθόλου Επίδραση του A, Καθόλου Επίδραση του B, Με Αλληλεπίδραση

f: Μεγάλη Επίδραση του A, Καθόλου Επίδραση του B, Μικρή Αλληλεπίδραση

g: Καθόλου Επίδραση του A, Μεγάλη Επίδραση του B, Ισχυρή Αλληλεπίδραση

h: Μέτρια Επίδραση του A, Μεγάλη Επίδραση του B, Ισχυρή Αλληλεπίδραση

Ειδική Περίπτωση (1)

- Δύο Παράγοντες με **ΜΙΑ επανάληψη** ανά συνδυασμό επεμβάσεων

Ανάλυση διασποράς για δύο παράγοντες και $r=1$

Θεωρητικό μοντέλο: $y_{ij} = \mu + \alpha_i + b_j + e_{ij}$

όπου μ = γενικός μέσος

α_i = η επίδραση του παράγοντα A στην i-στάθμη

b_j = η επίδραση του παράγοντα B στην j-στάθμη

e_{ij} = τυχαία σφάλματα από $N(0, \sigma^2)$ κατανομή

Υποθέσεις που ελέγχονται:

i) $H_{0A}: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$

$H_{1A}: \alpha_i \neq 0$ για κάποιο i

ii) $H_{0B}: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_l = 0$

$H_{1B}: \beta_i \neq 0$ για κάποιο i

ANOVA πίνακας για α.δ. με δύο παράγοντες χωρίς αλληλεπίδραση

Πηγή	Άθροισμα τετραγώνων	β.ε	Μέσα τετράγωνα	F
Παράγοντας A	$SSA = \lambda \sum_{i=1}^{\kappa} (\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$	$\kappa - 1$	$MSA = \frac{SSA}{\kappa - 1}$	$F_A = \frac{MSA}{MSE}$
Παράγοντας B	$SSB = \kappa \sum_{j=1}^{\lambda} (\bar{y}_{\cdot j} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$	$\lambda - 1$	$MSB = \frac{SSB}{\lambda - 1}$	$F_B = \frac{MSB}{MSE}$
Σφάλματα	$SSE = SST - SSA - SSB$	$(\kappa - 1)(\lambda - 1)$	$MSE = \frac{SSE}{(\kappa - 1)(\lambda - 1)}$	
Ολική μεταβολή	$SST = \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=1}^{\lambda} (y_{ij} - \bar{y}_{\cdot\cdot})^2$	$\kappa\lambda - 1$		

ANOVA ($r=1$)

όπου:

y_{ij} είναι η παρατήρηση στην i γραμμή και j στήλη του πίνακα των δεδομένων

κ είναι το πλήθος των γραμμών (στάθμες του παράγοντα A)

λ είναι το πλήθος των στηλών (στάθμες του παράγοντα B)

$n = \kappa \cdot \lambda$ το σύνολο των παρατηρήσεων

$$\bar{y}_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{\lambda} y_{ij} / \kappa \quad i = 1, 2, \dots, \kappa$$

$$\bar{y}_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{\kappa} y_{ij} / \lambda \quad j = 1, 2, \dots, \lambda$$

$$\bar{y}_{\cdot\cdot} \text{ είναι ο γενικός μέσος: } \bar{y}_{\cdot\cdot} = \sum_{i,j} y_{ij} / n$$

Απορριπτικές περιοχές:

$$\text{της } H_{0A}: R = \{F_A > F_{\kappa-1, (\kappa-1)(\lambda-1); \alpha}\}$$

$$\text{της } H_{0B}: R = \{F_B > F_{\lambda-1, (\kappa-1)(\lambda-1); \alpha}\}$$

ANOVA ($r > 1$)

Ανάλυση διασποράς για δύο παράγοντες και $r > 1$

Θεωρητικό μοντέλο: $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + e_{ijk}$

όπου μ , α_i , β_j , e_{ijk} είναι ίδια με την προηγούμενη περίπτωση και γ_{ij} είναι η αλληλεπίδραση της i στάθμης του παράγοντα A και της j του παράγοντα B.

- Υποθέσεις που ελέγχονται:
- i) H_{0A} : $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0$ (ο παράγοντας A δεν επιδρά)
 H_{1A} : $\alpha_i \neq 0$ για κάποιο i
 - ii) H_{0B} : $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_l = 0$ (ο παράγοντας B δεν επιδρά)
 H_{1B} : $\beta_j \neq 0$ για κάποιο j
 - iii) H_{0AB} : $\gamma_{ij} = 0$ για κάθε i και j (δεν υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ των παραγόντων A και B)
 H_{1AB} : $\gamma_{ij} \neq 0$ για κάποια i και j

Πίνακας Δεδομένων

Πίνακας δεδομένων

Παράγοντας A	Παράγοντας B			
	B ₁	B ₂	...	B _λ
A ₁	Y ₁₁₁	Y ₁₂₁	...	Y _{1λ1}
	Y ₁₁₂	Y ₁₂₂	...	Y _{1λ2}
	⋮	⋮	⋮	⋮
	Y _{11r}	Y _{12r}	...	Y _{1λr}
A ₂	Y ₂₁₁	Y ₂₂₁	...	Y _{2λ1}
	Y ₂₁₂	Y ₂₂₂	...	Y _{2λ2}
	⋮	⋮	⋮	⋮
	Y _{21r}	Y _{22r}	...	Y _{2λr}
⋮	⋮	⋮	⋮	
A _κ	Y _{κ11}	Y _{κ21}	...	Y _{κλ1}
	Y _{κ12}	Y _{κ22}	...	Y _{κλ2}
	⋮	⋮	⋮	⋮
	Y _{κ1r}	Y _{κ2r}	...	Y _{κλr}

Βοηθητικός Πίνακας Αθροισμάτων

Πίνακας αθροισμάτων

A	B	B ₁	B ₂	...	B _λ	Σύνολο
A ₁		T _{11.}	T _{12.}	...	T _{1λ.}	T _{1..}
A ₂		T _{21.}	T _{22.}	...	T _{2λ.}	T _{2..}
⋮		⋮	⋮		⋮	⋮
A _κ		T _{κ1.}	T _{κ2.}	...	T _{κλ.}	T _{κ..}
Σύνολο		T _{.1.}	T _{.2.}	...	T _{.λ.}	T _{...}

$$\bar{Y}_{i..} = \bar{T}_{i..} / \lambda, \quad \bar{Y}_{.j.} = T_{.j.} / \kappa, \quad \bar{Y}_{ij.} = T_{ij.} / \gamma, \quad \bar{Y}_{...} = T_{...} / \kappa\lambda\gamma$$

Πίνακας Ανάλυσης Παραλλακτικότητας

ANOVA πίνακας για α.δ. με δύο παράγοντες και αλληλεπίδραση

Πηγή	Αθροίσματα τετραγώνων	β.ε.	Μέση μεταβολή	F
Παράγοντας A	$SSA = \lambda r \sum_{i=1}^{\kappa} (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$	$\kappa - 1$	$MSA = \frac{SSA}{\kappa - 1}$	$F_A = \frac{MSA}{MSE}$
Παράγοντας B	$SSB = \kappa r \sum_{j=1}^{\lambda} (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2$	$\lambda - 1$	$MSB = \frac{SSB}{\lambda - 1}$	$F_B = \frac{MSB}{MSE}$
Αλληλεπίδραση A×B	$SSAB = r \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=1}^{\lambda} (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2$	$(\kappa - 1)(\lambda - 1)$	$MSAB = \frac{SSAB}{(\kappa - 1)(\lambda - 1)}$	$F_{AB} = \frac{MSAB}{MSE}$
Σφάλμα	$SSE = \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=1}^{\lambda} \sum_{\mu=1}^r (y_{ij\mu} - \bar{y}_{ij.})^2$	$\kappa\lambda(r - 1)$	$MSE = \frac{SSE}{\kappa\lambda(r - 1)}$	
Υπόλοιπο	$SST = \sum_{i=1}^{\kappa} \sum_{j=1}^{\lambda} \sum_{\mu=1}^r (y_{ij\mu} - \bar{y}_{...})^2$			

Απορριπτικές περιοχές:

$$\text{της } H_{0A}: R = \{F_A > F_{\kappa-1, \kappa\lambda(r-1); \alpha}\}$$

$$\text{της } H_{0B}: R = \{F_B > F_{\lambda-1, \kappa\lambda(r-1); \alpha}\}$$

$$\text{της } H_{0AB}: R = \{F_{AB} > F_{(\kappa-1)(\lambda-1), \kappa\lambda(r-1); \alpha}\}$$

Παράδειγμα 2 (εκτός βιβλίου)

Η Τυχαιοποίηση των επεμβάσεων έγινε σύμφωνα με το **RCBD**

Λιπάνσεις	Είδη									
	Ομάδες	Agrostis	Poa	Festuca	Prunella	Plantago	Fragaria	Galium	Trifolium	Dorigium
Μάρτυρας	1	34	25	29	27	26	19	48	80	60
Μάρτυρας	2	19	35	28	25	31	22	19	85	55
Μάρτυρας	3	20	16	37	56	45	37	49	93	60
Μάρτυρας	4	22	28	43	36	32	42	29	83	82
Μάρτυρας	5	18	18	35	39	41	43	30	94	73
Μάρτυρας	6	29	21	45	53	30	51	56	82	87
Μάρτυρας	7	26	48	38	23	25	22	46	79	80
Μάρτυρας	8	29	15	51	32	32	30	13	93	84
Προσθήκη N	1	15	19	31	10	22	62	66	98	95
Προσθήκη N	2	54	52	63	45	45	43	66	75	56
Προσθήκη N	3	25	19	37	60	53	37	51	96	85
Προσθήκη N	4	22	12	43	95	28	41	72	88	75
Προσθήκη N	5	52	44	59	79	55	32	94	97	72
Προσθήκη N	6	47	41	52	39	71	57	65	78	73
Προσθήκη N	7	31	25	35	44	53	29	80	81	71
Προσθήκη N	8	45	23	25	10	13	48	76	92	82
Προσθήκη P	1	4	17	7	39	23	17	42	96	85
Προσθήκη P	2	5	16	9	75	16	52	83	83	45
Προσθήκη P	3	2	15	6	51	27	16	83	75	70
Προσθήκη P	4	2	12	9	46	17	28	83	82	73
Προσθήκη P	5	10	16	8	10	22	37	73	74	67
Προσθήκη P	6	25	21	13	35	38	55	87	97	77
Προσθήκη P	7	13	23	15	37	41	15	53	89	92
Προσθήκη P	8	12	15	14	46	13	18	75	92	86

Πίνακας ΑΝΟΝΑ

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Response (Ποσοστό Ριζών με αποικισμό)

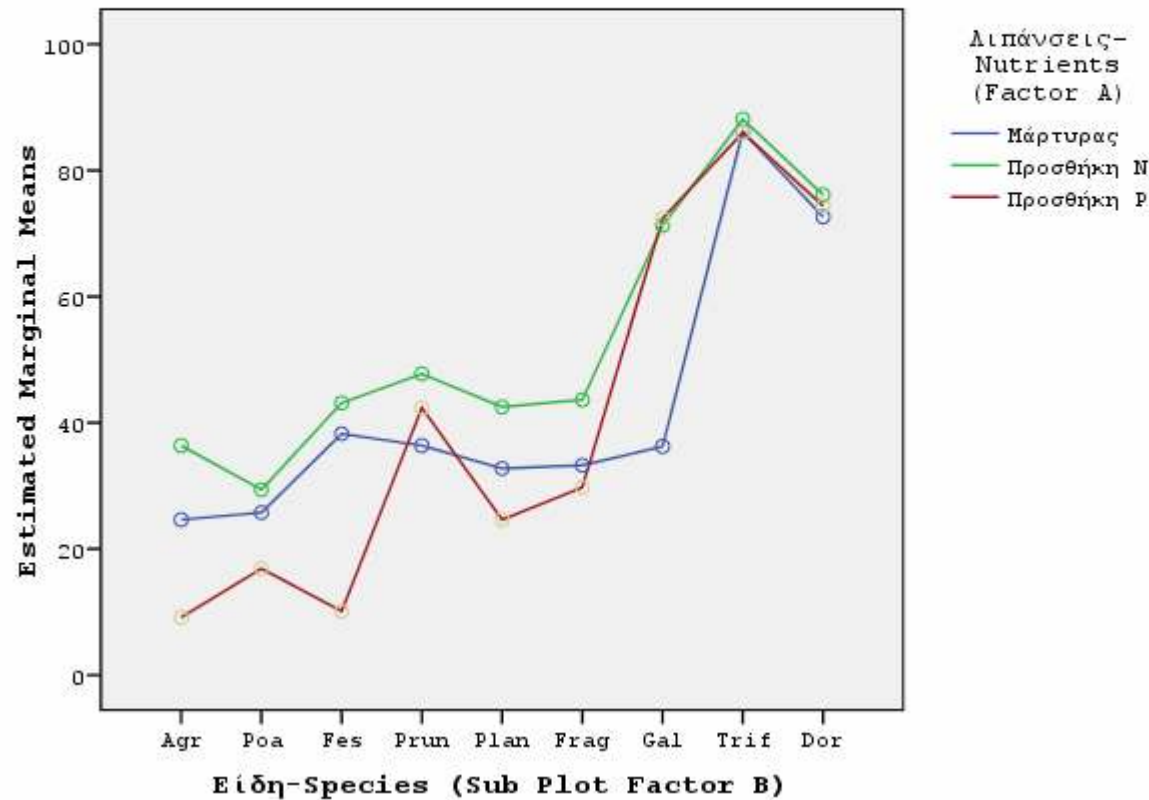
Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Partial Eta Squared	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	120932.079 ^b	33	3664.608	21.568	.000	.796	711.748	1.000
Intercept	448175.560	1	448175.560	2637.745	.000	.935	2637.745	1.000
blocks	2419.514	7	345.645	2.034	.053	.073	14.240	.778
nutrient	6402.843	2	3201.421	18.842	.000	.172	37.684	1.000
species	100330.481	8	12541.310	73.812	.000	.764	590.497	1.000
nutrient * species	11779.241	16	736.203	4.333	.000	.276	69.327	1.000
Error	30923.361	182	169.909					
Total	600031.000	216						
Corrected Total	151855.440	215						

a. Computed using alpha = .05

b. R Squared = .796 (Adjusted R Squared = .759)

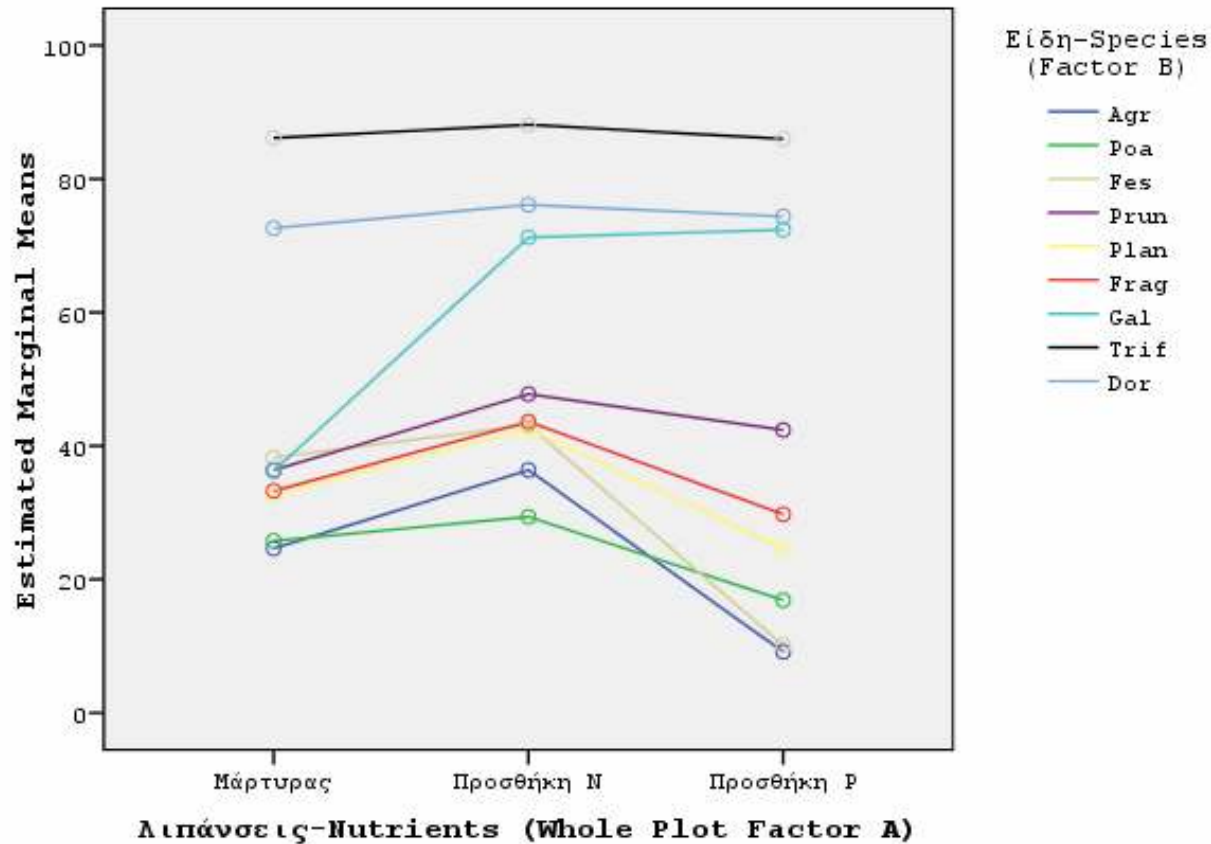
Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης Πρώτη Κατεύθυνση

Estimated Marginal Means of Response (Ποσοστό Ριζών με αποικισμό)



Διάγραμμα Αλληλεπίδρασης Δεύτερη Κατεύθυνση

Estimated Marginal Means of Response (Ποσοστό Ριζών με αποικισμό)



Συγκρίσεις Μέσων Όρων

Report

Response (Ποσοστό Ριζών με αποικισμό)

Λιπάνσεις-Nutrients	Είδη-Species (Sub)	Mean	Std. Deviation	N
Μάρτυρας	Agrostis	24.6	5.8	8
	Poa	25.8	11.2	8
	Festuca	38.3	7.9	8
	Prunella	36.4	12.4	8
	Plantago	32.8	6.9	8
	Fragaria	33.3	11.8	8
	Galium	36.3	15.7	8
	Trifolium	86.1	6.2	8
	Dorignium	72.6	12.6	8
	Total	42.9	22.7	72
Προσθήκη N	Agrostis	36.4	14.9	8
	Poa	29.4	14.3	8
	Festuca	43.1	13.7	8
	Prunella	47.8	30.0	8
	Plantago	42.5	19.6	8
	Fragaria	43.6	11.6	8
	Galium	71.3	12.7	8
	Trifolium	88.1	9.1	8
	Dorignium	76.1	11.5	8
	Total	53.1	24.6	72
Προσθήκη P	Agrostis	9.1	7.8	8
	Poa	16.9	3.5	8
	Festuca	10.1	3.4	8
	Prunella	42.4	18.2	8
	Plantago	24.6	10.2	8
	Fragaria	29.8	16.5	8
	Galium	72.4	16.3	8
	Trifolium	86.0	8.9	8
	Dorignium	74.4	14.7	8
	Total	40.6	30.5	72

ΕΣΔ (0,05)=12,9 (όλες οι συγκρίσεις ανά δύο)

Bonferroni (Family-Oικογένεια Συγκρίσεων)

ΕΣΔ (0,001)=21,8

Bonferroni (όλες οι συγκρίσεις ανά δύο)

ΕΣΔ (0,0001)=25,9

Γενικά Συμπεράσματα

- Υπάρχει στατιστικά σημαντική αλληλεπίδραση μεταξύ λιπάνσεων και φυτικών ειδών
- Άλλα είδη ευνοούνται από την παρουσία **P** ενώ σε άλλα είδη δρα μάλλον τοξικά.
- Η παρουσία **N** δρα ευνοϊκά στα περισσότερα είδη.

Βιβλιογραφία

- Φασούλας, Α. Κ. (ανατ. 2008). *Στοιχεία Πειραματικής Στατιστικής*. Θεσσαλονίκη: Άγις-Σάββας Δ. Γαρταγάνης.
- Καλτσίκης, Π. Ι. (1997). *Απλά Πειραματικά Σχέδια*. Αθήνα: Εκδόσεις Α. Σταμούλη.
- Μιχαηλίδης, Ζ. (2005). *Βιομετρία-Γεωργικός Πειραματισμός*. ΑΤΕΙ Θεσσαλονίκης.
- Steel, R. & Torrie, J. (1986). *Principles and Procedures of Statistics: A Biometrical Approach*. Singapore: McGraw-Hill Book Company.
- Gomez, K. & Gomez, A. (1984). *Statistical Procedures for Agricultural Research*. Singapore: John Wiley & Sons, Inc.
- Kuehl, R. (2000). *Designs of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis*. Pacific Grove: Duxbury Thomson Learning.
- Κολυβά, Φ. και Μπόρα-Σέντα, Ε. (1995). *Στατιστική: Θεωρία-Εφαρμογές*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις ΖΗΤΗ.
- Jacoby, W. (2000). *Loess: a nonparametric, graphical tool for depicting relationships between variables*. *Electoral Studies*, 19, 577-613

Σας ευχαριστώ για την προσοχή σας!!!

