

**ΧΡΗΣΤΟΣ Δ. ΤΖΙΜΟΠΟΥΛΟΣ**

ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ ΤΟΥ ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

# **ΣΤΡΑΓΓΙΣΕΙΣ - ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΦΡΕΑΤΩΝ**

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 1983

Κάθε γνήσιο αντίτυπο υπογράφεται από τό συγγραφέα

© Copyright 1983, Χ. Δ. Τζιμόπουλου

---

Φωτοστοιχειοθεσία-Έκτύπωση: Π. ΖΗΤΗ & Σια, Σόλωνος 81, τηλ. 825-453. Θεσ/νίκη

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

### Α΄ ΜΕΡΟΣ : ΣΤΡΑΓΓΙΣΕΙΣ

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

##### ΦΥΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

Σελ.

- |   |   |
|---|---|
| 1.1. Γενικότητες  | 1 |
| 1.2. Σχέσεις μεταξύ όγκου και μάζας                       | 2 |
| 1.3. Μηχανική σύσταση του εδάφους ( <i>soil texture</i> ) | 6 |

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

##### Η ΕΙΣΩΣΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ

- |   |    |
|---|----|
| 2.1. Ό πειραματικός νόμος του <i>Darcy</i>  | 9  |
| 2.2. Ύδραυλική αγωγιμότητα  | 13 |
| 2.3. Αποκλίσεις από τό νόμο του <i>Darcy</i>  | 28 |
| 2.4. Μετρήσεις τής υδραυλικής αγωγιμότητας <i>K</i> για κορεσμένη ροή               | 31 |
| 2.4.1. Έργαστηριακές μετρήσεις  | 31 |
| 2.4.1.1. Συσκευή μέ σταθερό φορτίο  | 31 |
| 2.4.1.2. Συσκευή μέ μεταβλητό φορτίο  | 32 |
| 2.4.2. Μετρήσεις τής υδραυλικής αγωγιμότητας στό ύπαιθρο                            | 33 |
| 2.4.2.1. Μέτρηση για τήν περίπτωση ύάρξεως ελεύθερης επιφάνειας                     | 33 |
| 2.4.2.2. Μέτρηση για τήν περίπτωση πού ό υπόγειος όρίζοντας είναι πολύ κατεβασμένος | 37 |

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

##### Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ

41

#### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

##### ΜΟΝΙΜΗ ΡΟΗ

45

- |                                  |    |
|----------------------------------|----|
| 4.1. Έξίσωση του <i>Laplace</i>  | 45 |
| 4.2. Ροή κάτω από φράγμα         | 49 |
| 4.3. Παραδοχές του <i>Dupuit</i> | 54 |
| 4.4. Στρωματοποιημένα εδάφη      | 59 |

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

## ΥΠΟΓΕΙΑ ΣΤΡΑΓΓΙΣΗ-ΙΣΑΠΟΧΗ ΤΩΝ ΣΤΡΑΓΓΙΣΤΙΚΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

5.1. Γενικότητες	63
5.2. Μόνιμη ροή	69
5.2.1. Παράλληλες τάφροι έδραζόμενες σέ άδιαπέρατο υπόστρωμα	69
5.2.2. Παράλληλες τάφροι πάνω από τό άδιαπέρατο υπόστρωμα	71
5.2.3. Τύπος του <i>Hooghoudt</i>	74
5.2.4. Άριθμητικές εφαρμογές	79
5.2.5. Περίπτωση δύο έδαφικών στρώσεων με υδραυλικές αγωγιμότητες $K_1$ και $K_2$	86
5.2.5.1. Παραδοχές του <i>Dupuit</i>	86
5.2.5.2. Έξίσωση και νομογραφήματα των <i>Toksöz</i> και <i>Kirkham</i>	88
5.2.5.3. Άριθμητικές εφαρμογές	97
5.3. Μή μόνιμη ροή	98
5.3.1. Έξίσωση του <i>Boussinesq</i>	98
5.3.2. Μή μόνιμη ροή, στράγγιση με σωληνωτά ντραίνα. Έξισώσεις των <i>Glover-Dumm</i>	101
5.3.3. Άριθμητική εφαρμογή—Συμπεράσματα	111

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

## ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ ΣΤΡΑΓΓΙΣΕΩΣ

6.1. Σωληνωτά ντραίνα	119
6.1.1. Γενικότητες	119
6.1.2. Έδραυλικός υπολογισμός των σωληνωτών ντραίνων	121
6.1.3. Είδη σωληνωτών ντραίνων	124
6.1.4. Περιβλήματα άγωγών στραγγίσεως ή φίλτρα	127
6.1.5. Τεχνικά έργα	130
6.1.6. Τοποθέτηση των ντραίνων	131
6.2. Στραγγιστικές τάφροι	132
6.2.1. Έδραυλικοί υπολογισμοί	132
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	138

***Β' ΜΕΡΟΣ : ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΦΡΕΑΤΩΝ***

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1. Γενικότητες	143
1.2. Έδροφόρα στρώματα	144

1.3. Τύποι υδροφόρων στρωμάτων	145
1.4. Μέθοδοι κατασκευής ενός πηγαδιού	148

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ

2.1. Ύδροφορείς υπό πίεση	153
2.2. Ύδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια	162

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

### ΜΟΝΙΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

3.1. Φρέατα υπό πίεση	165
3.2. Φρέατα με φρεατική επιφάνεια	168
3.3. Καμπύλες πτώσεως φορτίου-παροχής	170
3.3.1. Ύδροφορείς υπό πίεση	170
3.3.2. Ύδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια	173
3.4. Μέγιστη παροχή και κρίσιμη ταχύτητα	174
3.5. Αντληση από πολλά φρέατα	177
3.5.1. Ύδροφορείς από πολλά φρέατα	177
3.5.2. Ύδροφορείς με ελεύθερη επιφάνεια	178

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

### ΜΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΙΝΗΣΗ

4.1. Ύδροφορείς υπό πίεση, εξίσωση του <i>Thies</i>	179
4.2. Προσδιορισμός των υδρογεωλογικών παραμέτρων	183
4.2.1. Μέθοδοι του <i>Theis</i>	183
4.2.2. Μέθοδος του <i>Jacob</i>	188
4.3. Άκτινα επίρροής ή δράσεως	192
4.4. Διαρροή από ημιδιαπερατά υδροφόρα στρώματα	193
4.4.1. Προσδιορισμός των υδρογεωλογικών παραμέτρων	198
4.5. Έπαναφορά της πιεζομετρικής επιφάνειας μετά το σταμάτημα της άντλησεως	206
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	209

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΤΕΧΝΗΤΟΣ ΕΜΠΛΟΥΤΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΥΠΟΓΕΙΩΝ ΥΔΡΟΦΟΡΩΝ ΣΤΡΩΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΑ ΝΕΡΑ

5.1. Περίληψη	211
5.2. Θεωρία των υπογείων νερών	213
5.3. Τεχνητή τροφοδότηση διά μέσου δεξαμενών	215
5.4. Τεχνητή τροφοδότηση διά μέσου φρεάτων	217

## VI

5.5. Όρισμένα πρόσφατα παραδείγματα	221
5.5.1. Τροφοδότηση του υδροφόρου ορίζοντα <i>CHARF EL AKAB</i> στο Μαρόκο	221
5.5.2. Πειραματικός εμπλουτισμός στο υδροφόρο στρώμα του <i>Tournai</i>	222
5.5.3. Τροφοδότηση υδροφόρου στρώματος στο <i>MOULLE</i> (Διαμέρισμα <i>Pas-de Calais France</i> ) [5]	223
5.5.4. Άλλουθιακό στρώμα της <i>Durance</i> (Γαλλία) [5]	223
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	227

*Α΄ ΜΕΡΟΣ*  
*ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ*

# 1

## ΦΥΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

---

### 1.1. Γενικότητες

Ο όρος «έδαφος» αναφέρεται βασικά στην εξωτερική επιφάνεια της γης που διαμορφώθηκε με συνεχείς μεταβολές διά μέσου του χρόνου. Το έδαφος σήμερα αποτελεί τό αντικείμενο μελέτης πολλών κλάδων της επιστήμης :

- Έδαφολογία
- Έδαφομηχανική
- Τεχνική Γεωλογία
- Στραγγίσεις κ.λπ.

Ο έδαφολόγος εξετάζει τό έδαφος σάν ένα φυσικό σώμα και ενδιαφέρεται κυρίως για τά αποτελέσματα τών βιοχημικών διεργασιών τών πρωτογενών υλικών, τά έδαφικά προφίλ μέ τά διάφορα έδαφολογικά στρώματα ή όρίζοντες. Έξετάζει και ταξινομεί τά έδάφη, όπως βρίσκονται στή φυσική τους κατάσταση. Ο έδαφομηχανικός εξετάζει τίς μηχανικές ιδιότητες του έδάφους και τό θεωρεί σάν ύποδομή μιās φέρουσας κατασκευής.

Ο χημικός του έδάφους βλέπει τό έδαφος σάν ένα λεπτό υλικό, ως επί τό πλείστον χρωματισμένο μέ λεπτή ή χονδρή διαβάθμιση που έχει πεπλεγμένες χημικές και φυσικές ιδιότητες.

Ο γεωπόνος βλέπει τό έδαφος σάν ένα μέσο για τήν ανάπτυξη τών φυτών και ενδιαφέρεται γενικά για τίς συνθήκες του τμήματος που βρίσκεται κοντά στην έδαφική επιφάνεια.

Ο ειδικευμένος στίς στραγγίσεις έπωφελεΐται από τήν έμπειρία τών παραπάνω κλάδων, του έδαφομηχανικού, έδαφοφυσικού, γεωπόνου, έδαφολόγου κ.λπ. και ενδιαφέρεται βασικά για κείνες τίς ιδιότητες του έδάφους που επηρεάζουν τήν κίνηση του νερού προς τό έδαφος και μέσα στό έδαφος.



Μέ βάση τό παραπάνω σκεπτικό μπορούμε νά θεωρήσουμε τό έδαφος σάν ένα σύστημα πού αποτελείται από τρείς φάσεις :

- Στερεά φάση.
- Ύγρη φάση
- Άέρια φάση.

Ή στερεά φάση αποτελείται από τά σωματίδια του έδάφους και καλεΐται στερεό μητρῶο (*solid matrix*). Ή ύγρη φάση αποτελείται από τό νερό και από τόν άέρα του έδάφους.

Τό τμήμα του έδάφους πού αποτελείται από τήν ύγρη και τήν άερια φάση καλεΐται χῶρος τῶν κενῶν ἢ χῶρος τῶν πόρων (*void space or pore space*).

Τό σύνολο στερεᾶς, ύγρης και άερίου φάσης καλεΐται *πορώδες μέσο* (*porous medium*) και ἡ ροή τῶν ρευστῶν μέσα στό έδαφος καλεΐται ροή διά πορώδους μέσου.

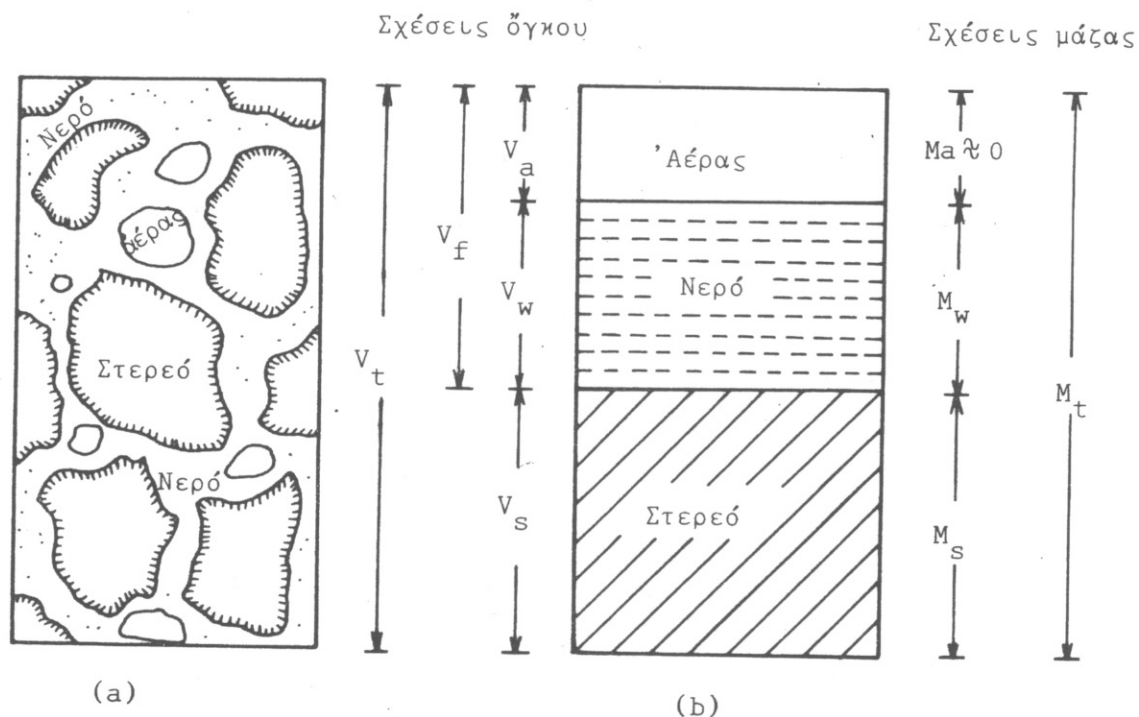
Τό έδαφος λοιπόν εΐναι ένα *πορώδες μέσο* και σάν τέτοιο αποτελείται από ένα άπειρο πλήθος πόρων, οί περισσότεροι από τούς όποιους άλληλοσυνδέονται και σχηματίζουν τόν αποτελεσματικό χῶρο τῶν πόρων (*effective pore space*). Σέ αντίθεση μέ αὐτούς, ύπάρχουν πόροι πού δέν άλληλοσυνδέονται ἢ άκόμη και άλλοι πού άλληλοσυνδέονται μέν, παρουσιάζουν ὁμως τό ένα άκρο φραγμένο (*blind pores*) και έτσι δέν εΐναι αποτελεσματικοί, γιατί δέν μπορεί νά γίνει ροή διά μέσου τέτοιων πόρων.

## 1.2. Σχέσεις μεταξύ ὄγκου και μάζας

Στό σχ. 1a δίνουμε μιά αντιπροσωπευτική εικόνα ενός πραγματικού έδαφικού δείγματος μέ τίς τρείς φάσεις του, ένῶ στό σχ. 1b δίνουμε μιά σχηματική παράσταση ενός ιδεατοῦ έδαφικού δείγματος, πού θά μᾶς βοηθήσει νά προσδιορίσουμε τίς σχέσεις μεταξύ του ὄγκου και τῆς μάζας τῶν τριῶν φάσεων. Στό δείγμα αὐτό οί τρείς φάσεις εΐναι σαφῶς χωρισμένες σέ τρία μέρη:

Στό κάτω μέρος εΐναι ἡ στερεά φάση, στό μεσαῖο ἡ ύγρη φάση και στό επάνω μέρος ἡ άερια φάση :

Μέ βάση τό σχ. 1 προσδιορίζουμε τίς παρακάτω σχέσεις μεταξύ μάζας και ὄγκου :



Σχ. 1. Σχηματική παράσταση εδαφικού δείγματος  
 (α) Πραγματικό έδαφος  
 (β) Ίδεατό έδαφος χωρισμένο σε τρεις φάσεις

α) Πυκνότητα του στερεού  $\rho_s$

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad (1.1)$$

Στά περισσότερα άλατοϋχα έδαφη ή μέση πυκνότητα των σωματιδίων μεταβάλλεται μεταξύ 2,6 και 2,7  $g/cm^3$ , ή δέ παρουσία οργανικών ουσιών μειώνει την τιμή του  $\rho_s$ . Πολλές φορές ή πυκνότητα εκφράζεται σε όρους του ειδικού θάρους δηλαδή σά λόγος της πυκνότητας των έδαφών και της πυκνότητας του νερού σε 4<sup>0</sup> C και υπό την ατμοσφαιρική πίεση. Τό ειδικό θάρος είναι άδιάστατο και έπειδή ή πυκνότητα του νερού παίρνεται ίση μέ 1 $g/cm^3$ , αριθμητικά τό ειδικό θάρος συμπίπτει μέ την πυκνότητα.

β) Φαινόμενη πυκνότητα σε ξερή κατάσταση  $\rho_b$

$$\rho_b = \frac{M_s}{V_t} = \frac{M_s}{V_s + V_a + V_w} \quad (1.2)$$

Είναι ο λόγος τῆς μάζας τῶν ξερῶν στερεῶν σωματιδίων (τεμαχίδια) πρὸς τὸν ὅλικό ὄγκο τοῦ ἐδάφους. Γιά ἐδάφη ἀμμώδη φθάνει τὴν τιμὴ  $1,6 \text{ g/cm}^3$  ἐνῶ γιά ἰλυώδη ἐδάφη καὶ ἀργιλώδη φθάνει τὴν τιμὴ  $1,1 \text{ g/cm}^3$ .

γ) Φαινόμενη πυκνότητα σέ ὑγρὴ κατάσταση  $\rho_t$

$$\rho_t = \frac{M_t}{V_t} = \frac{M_s + M_w}{V_s + V_a + V_w} \quad (1.3)$$

δ) Πορώδες  $n$

$$n = \frac{V_f}{V_t} = \frac{V_a + V_w}{V_s + V_a + V_w} \quad (1.4)$$

Τό πορώδες παρουσιάζει τὸν ὅλικό ὄγκο τῶν πόρων τοῦ ἐδάφους καὶ ἐκφράζεται σέ ποσοστὰ %. Ἡ δομὴ τοῦ ἐδάφους παίζει σπουδαῖο ρόλο στὸν προσδιορισμὸ τοῦ πορώδους, ἐπίσης δέ καὶ τὸ μέγεθος τῶν σωματιδίων. Ἐτσι τὰ ἐδάφη πού εἶναι χονδρόκοκκα (ἀμμώδη) εἶναι λιγώτερο πορώδη (35 μέχρι 50%) ἀπὸ τὰ λεπτόκοκκα (ἀργιλώδη, 40 μέχρι 60%).

Τό πορώδες ἐνῶ παρουσιάζει μεγάλο ἐνδιαφέρον γιά τὴν κίνηση τοῦ νεροῦ, δέν μᾶς πληροφορεῖ καθόλου γιά τὴν κατανομὴ τῶν πόρων μέσα στό ἐδαφικό δείγμα, γιατί ἀποτελεῖ μιά μακροσκοπικὴ ιδιότητα τοῦ ἐδάφους. Ἡ κατανομὴ τοῦ μεγέθους τῶν πόρων (*pore - size distribution*) ἐπηρεάζει οὐσιαστικά τὴν κίνηση τοῦ νεροῦ καὶ τοῦ ἀέρα διὰ μέσου τοῦ ἐδάφους καὶ γι' αὐτὸ ἔχουν ἀναπτυχθεῖ πολλές θεωρίες πάνω στό θέμα αὐτό, πού θά μᾶς ἀπασχολήσουν στό κεφάλαιο «Ἀκόρεστη ροή».

ε) Δείκτης κενῶν  $e$

$$e = \frac{V_a + V_w}{V_s} = \frac{V_f}{V_t - V_f} \frac{V_p}{V_s} \quad (1.5)$$

Ὁ δείκτης κενῶν  $e$  χρησιμοποιεῖται κυρίως στήν ἐδαφομηχανικὴ, ἐνῶ στίς στραγγίσεις προτιμοῦμε τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ πορώδους. Ὁ δείκτης κενῶν  $e$  συνδέεται μέ τὸ πορώδες  $n$  μέ τὴ σχέση

$$e = \frac{n}{1 - n}$$

στ) *Περιεκτικότητα σε νερό ή υγρασία*

Ἡ περιεκτικότητα σε νερό ή υγρασία ἐκφράζεται εἴτε σέ σχέση μέ τή στερεά μάζα (υγρασία κατά θάρος  $w$ ) εἴτε σέ σχέση μέ τόν ὅλικό ὄγκο τοῦ ἐδαφικοῦ δείγματος (υγρασία κατ' ὄγκο  $\theta$ )

στ 1) *Ἵγρασία κατά θάρος  $w$*

$$w = \frac{M_w}{M_s} \quad (1.6)$$

Εἶναι ἡ μάζα τοῦ νεροῦ σέ σχέση μέ τήν μάζα τῶν σωματιδίων τοῦ ξεροῦ ἐδάφους. Σάν ξερό ἐδαφος θεωροῦμε τό ἀποξηραμένο μέσα σ' ἕνα φοῦρνο καί σέ θερμοκρασία  $105^{\circ} \text{C}$ . Ἐκφράζεται σέ ποσοστά % καί γιά ἐδάφη ἀλατοῦχα κορεσμένα τό  $w$  κυμαίνεται ἀπό 25 μέχρι 60%.

στ 2) *Ἵγρασία κατ' ὄγκο  $\theta$*

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} = \frac{V_w}{V_s + V_f} \quad (1.7)$$

Εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ νεροῦ σέ σχέση μέ τόν ὅλικό ὄγκο τοῦ ἐδαφικοῦ δείγματος καί ἐκφράζεται σέ ποσοστά %. Γιά ἀμμώδη ἐδάφη καί σέ κατάσταση κορεσμοῦ ἔχουμε

$$\theta_s = 40 \sim 50 \%$$

ἐνῶ γιά ἀργιλώδη ἐδάφη καί σέ κατάσταση κορεσμοῦ ξεπερνᾶ πολλές φορές τήν τιμή 60%. Γιά τήν κατάσταση κορεσμοῦ ἰσχύει

$$\theta_s = n.$$

Ἀπό τίς σχέσεις (1.6) καί (1.7) προκύπτει ἡ παρακάτω

$$\frac{\theta}{w} = \left( \frac{M_s}{V_t} \right) / \left( \frac{M_w}{V_w} \right) = \frac{\rho_b}{\rho_w} \quad (1.8)$$

ζ) Ο βαθμός κορεσμού  $S$

$$S = \frac{V_w}{V_f} = \frac{V_w}{V_a + V_w} \quad (1.9)$$

Ο βαθμός κορεσμού ή κορεσμός εκφράζει τόν όγκο του νερού μέσα στους πόρους του έδαφικού δείγματος σέ ποσοστά %. Έτσι γιά ένα ξερό έδαφος έχουμε  $S = 0\%$  ένω γιά ένα έδαφος κορεσμένο έχουμε  $S = 100\%$ . Φυσικά στή φύση δέν άπαντούμε τίς δύο αυτές άκραιές περιπτώσεις.

Η ύγρασία, τό πορώδες και ό βαθμός κορεσμού συνδέονται μέ τήν παρακάτω σχέση :

$$\theta = \frac{V_w}{V_t} = \frac{V_w}{V_a + V_w} \cdot \frac{V_a + V_w}{V_t} = S \cdot n \quad (1.10)$$

### 1.3. Μηχανική σύσταση του έδάφους (soil texture)

Τό μέγεθος τών σωματιδίων ενός έδάφους μεταβάλλεται αισθητά από όρισμένα χονδρόκοκκα, πού είναι όρατά μέ γυμνό μάτι μέχρι άλλα λεπτόκοκκα, πού είναι κολλοειδή και είναι άδύνατο νά τά δοϋμε. Βασικά χωρίζουμε όλα τά σωματίδια πού περιέχονται μέσα στό έδαφος σέ τρείς κατηγορίες.

- Άμμος.
- Ίλύς.
- Άργιλος.

Έτσι ή σχετική αναλογία άμμου, ίλύος και άργίλου σέ ένα έδαφικό δείγμα προσδιορίζει τή μηχανική σύσταση του έδάφους. Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι γιά τήν ταξινόμηση τών έδαφών μέ βάση τόν παραπάνω διαχωρισμό τους. Έτσι στό παρακάτω σχήμα δίνουμε τήν ταξινόμηση του *U. S. Departm. of Agriculture, U. S. Bureau of Soils & U. S. Public Rds Ads* και τής *International Society of Soil Science*.

Ένα έδαφος πού άποτελείται έξ' όλοκλήρου ή σχεδόν έξ' όλοκλήρου από μία όρισμένη κατηγορία έδαφών καλείται όμοιόμορφο, ένω έν οι κόκκοι είναι διαφορετικών μεγεθών καλείται καλώς διαβαθμισμένο. Έτσι στό σχ. 3 φαίνονται όρισμένες τυπικές κοκκομετρικές καμπύλες τής κατανομής του μεγέθους τών κόκκων, πού τίς παίρνουμε σέ ήμιλογαριθμική κλίμακα μέ άξονα τών  $x$  τό μέγεθος τών κόκκων και άξονα τών  $y$  τό ποσοστό του θάρους πού περνά από κάθε κόσκινο σέ κάθε άνάλυση.

U.S. Department  
of Agriculture

Χαλίκια	"Άμμος		'Ιλύς	"Αργίλος	
2	5.10 <sup>-2</sup>		2.10 <sup>-3</sup>	(mm)	

U.S. Bureau of  
Soils & U.S.  
Public Rds Adms

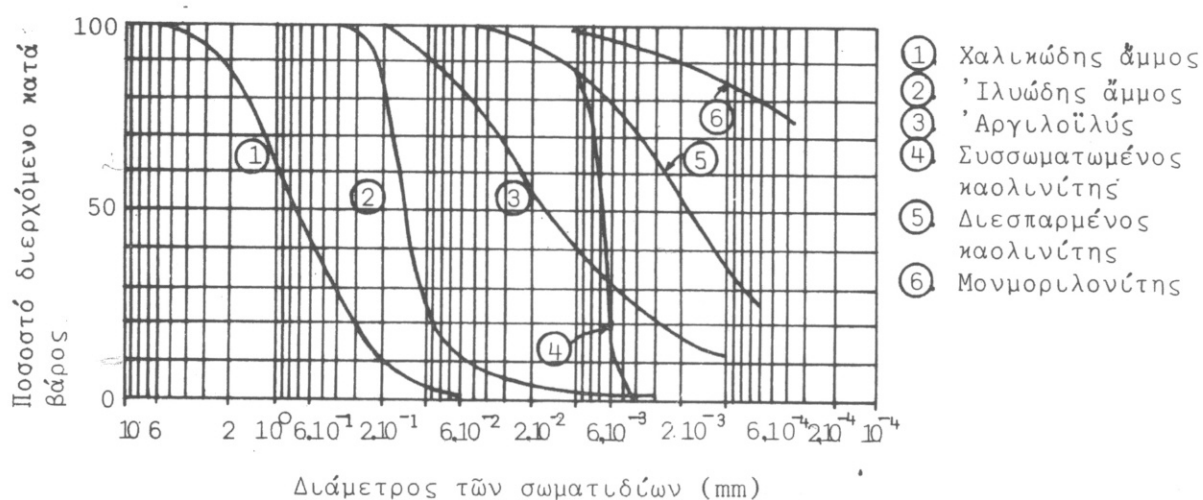
Χαλίκια	"Άμμος		'Ιλύς	"Αργίλος	
	Χονδρή	Λεπτή			
2	0.25	5.10 <sup>-2</sup>	5.10 <sup>-3</sup>	(mm)	

Intern. Society  
of Soil Science

Χαλίκια	"Άμμος		'Ιλύς	"Αργίλος	
	Χονδρή	Λεπτή			
2	2.10 <sup>-1</sup>	2.10 <sup>-2</sup>	2.10 <sup>-3</sup>	(mm)	

Σχ. 2. Μηχανική κατάταξη των εδαφών σύμφωνα με τα όρια διακυμάνσεως των διαμέτρων των σωματιδίων.

Οί κοκκομετρικές καμπύλες χρησιμεύουν επίσης για να δρίζουμε διάφορα μέσα μεγέθη κόκκων. Έτσι συχνά χρησιμοποιούμε τη διάμετρο  $d_{10}$  που σημαίνει τη διάμετρο εκείνη των κοσκίων που περνά από μέσα μικρότερο ποσοστό κόκκων από τό 10% σε βάρος. Η διάμετρος αυτή καλείται ενεργή διάμετρος των κόκκων.



Σχ. 3. Τυπικές κοκκομετρικές καμπύλες.

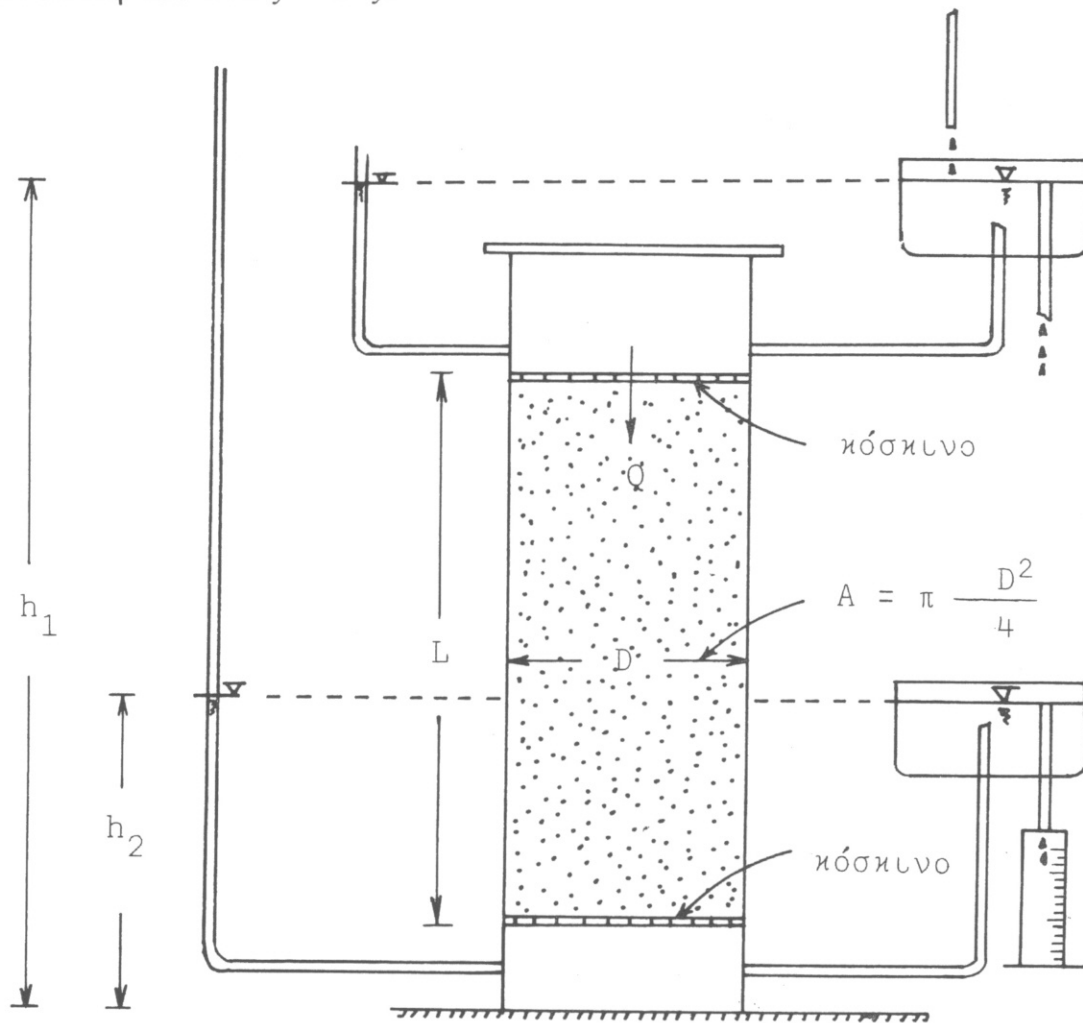
Μεταχειριζόμενοι τίς διαμέτρους  $d_{10}$  και  $d_{60}$  προσδιορίζουμε τον συντελεστή όμοιομορφίας του Hazen,  $C_u$

$$C_u = d_{60} / d_{10}$$



### 2.1. Ό πειραματικός νόμος του Darcy

Τό 1856 ό *Henry Darcy* [8] δημοσίευσε μία έργασία πάνω στή ροή τοῦ νεροῦ διά μέσου όμογενοῦς ἄμμου. Τό σχ. 5 δείχνει τήν πειραματική συσκευή τοῦ *Henry Darcy*.



Σχ. 5. Πειραματική συσκευή τοῦ *Darcy*



Ἀπό τὰ πειράματά του ὁ *Darcy* συμπέρανε ὅτι ἡ παροχὴ  $Q$ , πού περνᾷ μέσα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια  $A$  τῆς συσκευῆς ( $A = \pi D^2/4$ ) εἶναι ἀνάλογη πρὸς :

1. Τὴν ἐπιφάνεια  $A$ .
2. Τὴν διαφορά φορτίου  $h_1 - h_2$ .
3. Τὸ ἀντίστροφο τοῦ μήκους  $L$ .
4. Ἐνα συντελεστὴ ἀναλογίας  $K$  πού ὀνομάζεται ὑδραυλικὴ ἀγωγιμότητα καὶ θὰ τὸν ὀρίσουμε ἀμέσως παρακάτω.

Ἔτσι ἡ μαθηματικὴ διατύπωση τοῦ τύπου τοῦ *Darcy* εἶναι

$$Q = K \cdot A \cdot (h_1 - h_2) / L = -K \cdot A \cdot (h_2 - h_1) / L \quad (2.1)$$

Ἐάν καλέσουμε τὸ λόγος  $(h_2 - h_1) / L$  ὑδραυλικὴ κλίση  $i$  καὶ τὸ λόγος  $(Q/A)$  ταχύτητα *Darcy* ἢ εἰδικὴ παροχὴ  $q$ , δηλαδὴ παροχὴ ἀνά μονάδα ἐπιφανείας, ὁ τύπος τοῦ *Darcy* γίνεται

$$q = -K \cdot i \quad (2.2)$$

Μποροῦμε νὰ ἐπεκτείνουμε τὸ νόμο τοῦ *Darcy* καὶ γιὰ ροὴς διὰ μέσου μιᾶς κεκλιμένης στήλης μὲ ὁμογενές ὑλικό καὶ νὰ γράψουμε

$$Q = -K \cdot A (\varphi_2 - \varphi_1) / L, \quad (2.3)$$

ὅπως φαίνεται στό σχ. 6

Γιὰ τὴν περίπτωση αὐτὴ τὸ δυναμικὸ ἢ ὑδραυλικὸ φορτίο  $\varphi_i$  εἶναι

$$\varphi_i = z_i + p_i / (\rho \cdot g) \quad (2.4)$$

καὶ  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  εἶναι ἡ ἀπώλεια ἐνεργείας πού ὀφείλεται στὶς τριβὲς πού δημιουργοῦνται διὰ μέσου τοῦ πορώδους μέσου. Βέβαια ἡ ὀλικὴ μηχανικὴ ἐνέργεια περικλείει ἕναν ὄρο κινητικῆς ἐνεργείας. Ἐν τούτοις ὁ ὄρος αὐτός εἶναι τόσο μικρός ὡς πρὸς τὸ ὑδραυλικὸ φορτίο, ὥστε σ' ὄλα τὰ προβλήματα διὰ πορώδους μέσου παραλείπεται.

Ὅπως φαίνεται στό σχ. 6 ἔχουμε  $(p_1/\gamma) < (p_2/\gamma)$  καὶ ὁμοῦς ἡ ροὴ δημιουργεῖται πρὸς τὴ διευθύνση τῆς αὐξανόμενης πίεσεως, ἀλλὰ τοῦ μειουμένου φορτίου γιὰτὶ εἶναι  $\varphi_1 > \varphi_2$ .

Γιά μιά στήλη δριζόντια έχουμε  $z_1 = z_2$  και

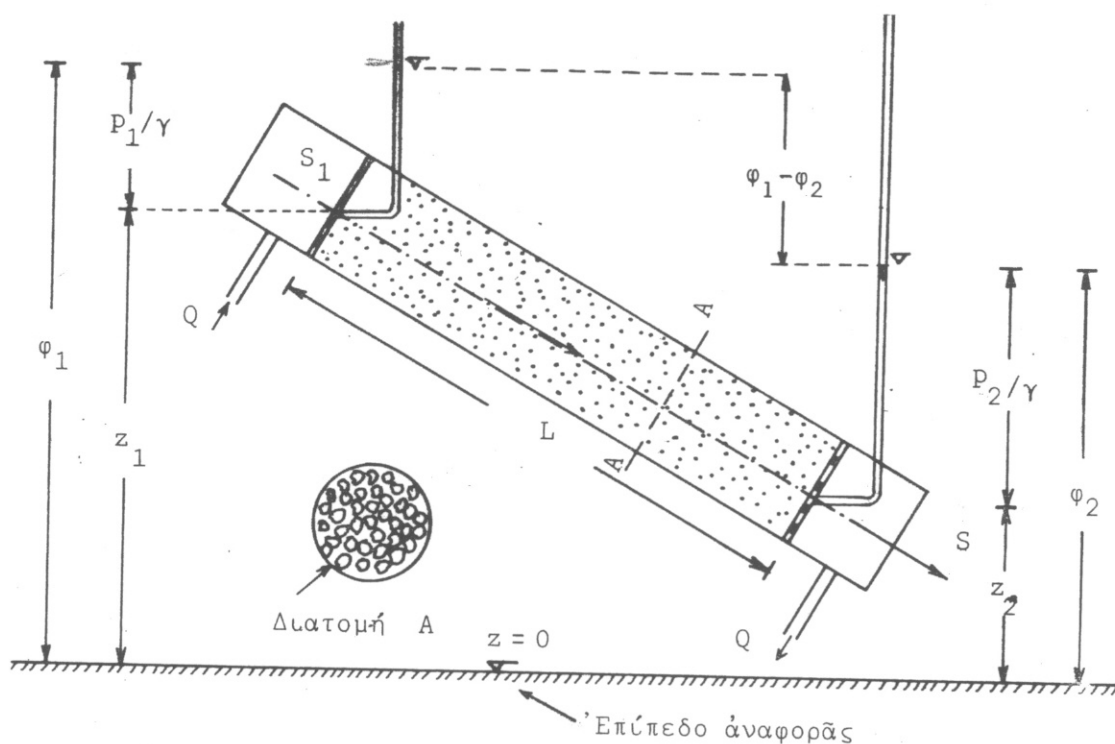
$$Q = K \cdot A \cdot (p_1 - p_2) / \gamma \cdot L,$$

ένω για στήλη κατακόρυφη έχουμε

$$\varphi_1 = z_1 + \frac{p_1}{\rho g} \quad \varphi_2 = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \quad L = z_1 - z_2$$

και

$$Q = K \cdot A \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) / L = K \cdot A \cdot [(p_1 - p_2) / \rho \cdot g L + 1]$$



Σχ. 6. Κεκλιμένη στήλη άμμου. ( $\gamma = \rho g$ )

Εάν τώρα θεωρήσουμε την πραγματική μέση ταχύτητα  $V$  διά μέσου των πόρων, τότε η πραγματική διατομή που συμμετέχει στην κίνηση είναι

$$A' = A \cdot n \quad (n = \text{τό πορώδες})$$

και η παροχή  $Q$  είναι ίση με

$$Q = V \cdot A' = V \cdot A \cdot n$$

ή

$$q = \frac{Q}{A} = V \cdot n \Rightarrow V = \frac{q}{n}. \quad (2.5)$$

Όστε ή πραγματική μέση ταχύτητα τών πόρων  $V$  συνδέεται μέ τήν ειδική παροχή  $q$  μέ τή σχέση (2.5). Πολλές φορές, όταν τό έδαφος σάν πορώδες μέσο περικλείει πολλούς πόρους νεκρούς, πού δέν συμμετέχουν δηλαδή στήν κίνηση του νερού, όρίζουμε ένα άλλο πορώδες  $n_e$ , τό καλούμενο *άποτελεσματικό πορώδες* ( $n_e < n$ ), πού περικλείει όλους τούς ένεργούς πόρους καί ή σχέση (2.5) γίνεται

$$V = \frac{q}{n_e}. \quad (2.6)$$

Έάν τώρα θέσουμε στή σχέση (2.3)  $\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$  καί  $L = s_2 - s_1 = \Delta s$ ,

$$q_s = (Q/A)$$

ή σχέση αὐτή γίνεται

$$q_s = -K \cdot \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = -K \cdot \frac{d\varphi}{ds} = -K \cdot i. \quad (2.7)$$

Ο νόμος του *Darcy* πού προήλθε από τά πειράματά του γιά μονοδιάστατη ροή μπορεί νά γενικευθεῖ καί γιά τριδιάστατη ροή μέ τή μορφή

$$\vec{q} = -K \text{grad } \varphi \quad (2.8)$$

όπου  $\vec{q}$  είναι τό διάνυσμα ειδική παροχή μέ συνιστώσες  $q_x, q_y, q_z$  καί  $\text{grad } \varphi$  είναι ή υδραυλική κλίση πού όρίζεται ως έξής :

$$\vec{\text{grad}} \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}$$

σ' ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων. Έτσι αν θεωρήσουμε ένα ομογενές ισότροπο μέσο έχουμε

$$q_x = -K \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad q_y = -K \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad q_z = -K \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (2.9)$$

Γιά την περίπτωση πάντοτε ενός ομογενούς ισοτρόπου μέσου ο τύπος του *Darcy* γράφεται

$$\vec{q} = -g \vec{r}ad (K\phi) = -g \vec{r}ad \Phi, \quad (2.10)$$

όπου  $\Phi = K \cdot \phi$  καλείται τό δυναμικό τής ταχύτητας. Πολλές φορές και μόνο για την περίπτωση ομογενούς ισοτρόπου μέσου ( $K = \text{σταθ.}$ ) ο τύπος του *Darcy* χρησιμοποιείται μέ τή μορφή (2.10).

Ο τύπος (2.8) ισχύει επίσης και για την περίπτωση ενός μή ομογενούς ισοτρόπου εδάφους  $K = K(x, y, z)$ . Για την περίπτωση δέ ενός ανισοτρόπου εδάφους γράφουμε

$$\vec{q} = -\bar{K} g \vec{r}ad \phi, \quad (2.11)$$

όπου όμως  $\bar{K}$  είναι ένας συμμετρικός τανυστής δευτέρας τάξεως. Ο νόμος του *Darcy* πού ξεκίνησε από μία πειραματική εργασία, αποτελεί σήμερα τό βασικό νόμο τής κινήσεως τών ρευστῶν σέ πορώδη μέσα. Η μαθηματική επεξεργασία *Navier-Stokes* οδηγεί επίσης στό νόμο αυτόν, κάνοντας όρισμένες άπλουστευτικές παραδοχές [2].

## 2.2. Ύδραυλική άγωγιμότητα

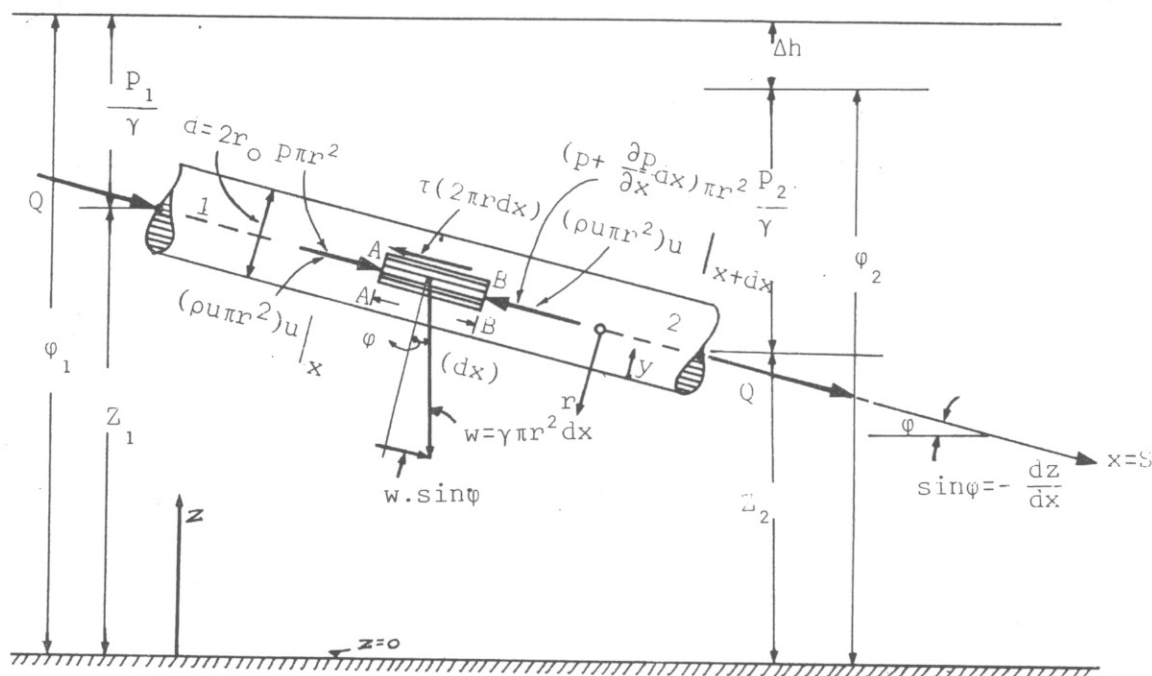
Ο συντελεστής άναλογίας  $K$  στό νόμο του *Darcy*.

$$q = -K \cdot i \quad (2.12)$$

καλείται όπως αναφέραμε ύδραυλική άγωγιμότητα. Έπειδή οί διαστάσεις του  $q$  είναι παροχή/μονάδα επιφανείας  $= [L^3 \cdot T^{-1} / L^2] = [L \cdot T^{-1}]$  και επειδή ή κλίση  $i$  είναι άδιάστατη, έπεται ότι οί διαστάσεις τής ύδραυλικής άγωγιμότητας είναι  $[L \cdot T^{-1}]$ . Μπορούμε λοιπόν νά πούμε ότι ή ύδραυλική άγωγιμότητα παριστάνει τήν ειδική παροχή ή ταχύτητα *Darcy* για μοναδιαία κλίση.

Ἡ ροή μέσα στους πόρους τοῦ ἐδάφους μπορεῖ νά συγκριθεῖ μέ τήν στρωτή ροή ἑνός ρευστοῦ μέσα σ' ἕνα σωλήνα κυκλικῆς διατομῆς μέ ἐσωτερική ἀκτίνα  $r_0$ . Πράγματι ἂν θεωρήσουμε τή σταθερή στρωτή ροή σ' ἕνα σωλήνα μέ σταθερή ἐσωτερική διάμετρο  $d=2R$  ἀποδεικνύεται [7] ὅτι ἡ παροχή στό σωλήνα αὐτόν εἶναι ἴση μέ

$$Q = - \left( \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot d^4}{128 \mu} \right) \frac{d\varphi}{ds} = - \left( \frac{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot d^4}{128 \mu} \right) i \quad (2.13)$$



Σχ. 7.

### Σημείωση

Ἡ σχέση (2.13) καλεῖται Νόμος τῶν *Hagen-Poiseuille* καί προκύπτει ἀπό τήν ἐφαρμογή τοῦ ἰσοζυγίου τῶν ποσοτήτων κινήσεως σ' ἕνα στοιχειώδη κύλινδρο μήκους  $dx$  (σχ. 7).

$$(\text{ποσότητα κινήσεως εἰσερχομένου}) - (\text{ποσότητα κινήσεως ἐξερχόμενου}) + \sum \vec{F} = 0.$$

— Ἡ ποσότητα κινήσεως πού εἰσέρχεται στή διατομή A-A εἶναι

$$(\rho u \pi r^2) u \Big|_x$$

— Ἡ ποσότητα κίνησης πού ἐξέρχεται ἀπό τή διατομή  $B-B$  εἶναι

$$(\rho u \pi r^2) u \Big|_{x+dx}$$

καί ἐπειδή ἡ ταχύτητα  $u$  εἶναι σταθερή (μόνιμη κίνηση) ἔχουμε

$$(\rho u \pi r^2) u \Big|_x - (\rho u \pi r^2) u \Big|_{x+dx} = 0.$$

Οἱ δυνάμεις πού ἐνεργοῦν στό στοιχειώδη κύλινδρο εἶναι :

— Δύναμη τῶν πιέσεων

$$p \pi r^2 - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \pi r^2 = - \frac{\partial p}{\partial x} dx \pi r^2.$$

— Δύναμη τῶν τριβῶν

$$\tau (2\pi r dx).$$

— Δύναμη πού ὀφείλεται στή βαρύτητα

$$\gamma \pi r^2 dx \cdot \sin \varphi.$$

Ἔτσι παίρουμε

$$\Sigma \vec{F} = - \frac{\partial p}{\partial x} dx \pi r^2 + \tau (2\pi r dx) + \gamma \pi r^2 dx \sin \varphi = 0,$$

ἢ διαιρώντας μέ  $\pi r dx$  καί θέτοντας  $\sin \varphi = - \frac{dz}{dx}$

$$\tau = - \frac{\gamma}{2} \cdot \frac{d}{dx} \left( \frac{p}{\gamma} + z \right) \cdot r = - \frac{\gamma}{2} \frac{d\varphi}{ds} \cdot r. \quad (x=s).$$

Ἡ διατμητική τάση ὁμως ἀκολουθεῖ τό νόμο τοῦ Νεύτωνα

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{du}{dr} \cdot \frac{dr}{dy} = - \mu \frac{du}{dr} \quad (r = r_0 - y)$$

καί ἡ παραπάνω σχέση γίνεται

$$-\mu \frac{du}{dr} = -\frac{\gamma}{2} \frac{d\varphi}{ds} r$$

ή

$$du = \frac{\gamma}{2\mu} \frac{d\varphi}{ds} r dr$$

ή

$$u = \frac{\gamma}{4\mu} \frac{d\varphi}{ds} r^2 + C.$$

Άλλά για  $r=r_0$ ,  $u=0$  και  $C = -\frac{\gamma}{4\mu} \frac{d\varphi}{ds} r_0^2$

Έτσι τελικά η ταχύτητα έχει την εξής κατανομή

$$u = -\frac{\gamma}{4\mu} \frac{d\varphi}{ds} (r_0^2 - r^2).$$

Η μέση ταχύτητα  $V$  βρίσκεται ως εξής :

$$V = \frac{Q}{E} = \frac{\int u dE}{\pi r_0^2} = \frac{-\int (\gamma/4\mu) (d\varphi/ds) (r_0^2 - r^2) 2\pi r dr}{\pi r_0^2} \quad (dE = 2\pi r dr)$$

$$= -\frac{\gamma}{8\mu} \frac{d\varphi}{ds} r_0^2 = -\left(\frac{\rho g d^2}{32\mu}\right) i \quad (i = \frac{d\varphi}{ds})$$

και

$$Q = V \cdot E = -\frac{\gamma}{8\mu} r_0^2 \pi r_0^2 \cdot \frac{d\varphi}{ds} = -\left(\frac{\pi \rho g d^4}{128\mu}\right) \cdot i,$$

δηλαδή βρίσκουμε τον τύπο (2.13). Εάν στον τύπο που δίνει τη μέση ταχύτητα θέσουμε

$$K = \frac{\rho g d^2}{32\mu}$$

παίρνουμε

$$V = -K \cdot i,$$

δηλαδή τύπο ανάλογο προς τον τύπο του *Darcy*.

Εάν υποθέσουμε τώρα ότι το πορώδες μέσο αποτελείται από άπει-

ρους τέτοιους σωληνες μέ μέση διάμετρο  $d$  και ότι σε μία διατομή ορθογωνική ( $a \cdot b$ ) υπάρχουν  $N$  τέτοιοι σωληνες, τότε ή ειδική παροχή διά τής πορώδους διατομής  $a \cdot b$  είναι

$$q_s = Q_s / a \cdot b = \frac{N \cdot Q}{a \cdot b} = \left( \frac{N \cdot \pi \rho g d^4}{a \cdot b \cdot 128 \mu} \right) i. \quad (2.14)$$

Συγκρίνοντας τίς εξισώσεις (2.12) και (2.14) παίρνουμε

$$K = \frac{N \cdot \pi \rho g d^4}{a \cdot b \cdot 128 \mu} = \left( \frac{N \cdot \pi \cdot d^4}{128 \cdot a \cdot b} \right) \frac{\rho g}{\mu} \quad (2.15)$$

Φυσικά ή θεώρηση του εδάφους σαν πορώδες μέσο πού αποτελείται από άπειρους σωληνες μέ διάμετρο  $d$  αποτελεί μία ιδανική περίπτωση. Παρ' όλη τήν απλότητα αυτού του μοντέλου, αποδεικνύεται ότι ή υδραυλική άγωγιμότητα μπορεί νά γραφεί μέ τή μορφή

$$K = k \frac{\rho g}{\mu} \quad (2.16)$$

όπου τό  $k [L^2]$  καλεϊται διαπερατότητα ή έσωτερική διαπερατότητα του πορώδους μέσου και εξαρτιέται από τίς ιδιότητες του στερεού μητρώου, δηλαδή τήν κατανομή των πόρων, τήν μορφή των πόρων, τήν ειδική επιφάνεια, τή στρεβλότητα τής διαδρομής (*tortuosity*) και τό πορώδες. Επίσης από τήν (2.16) διαπιστώνουμε ότι ή υδραυλική άγωγιμότητα είναι συνάρτηση και των ιδιοτήτων του ρευστου πού ρέει στό πορώδες μέσο (πυκνότητα, δυναμικό ιξώδες)

Κατά καιρούς αναπτύχθηκαν διάφορα μοντέλα για νά παραστήσουν τό πορώδες μέσο και ή έσωτερική διαπερατότητα μέ βάση τά μοντέλα αυτά μπορεί νά έκφραστεί μέ τή γενική μορφή

$$k = f_1(s) \cdot f_2(n) \cdot d^2, \quad (2.17)$$

όπου  $f_1(s)$  καλεϊται παράγοντας μορφής,  $f_2(n)$  καλεϊται παράγοντας του πορώδους και  $d$  είναι ή αποτελεσματική διάμετρος των κόκκων. Έτσι για τήν περίπτωση τής εξίσωσης (2.15) επειδή τό πορώδες είναι

$$\frac{N \cdot \pi \cdot d^2}{4 \cdot a \cdot b} = n$$

ή εξίσωση γίνεται



$$K = \frac{n \cdot d^2}{32} \cdot \frac{\rho \cdot g}{\mu}$$

καί

$$k = \frac{1}{32} \cdot n \cdot d^2$$

Ένα από τά μοντέλα πού έγιναν περισσότερο γνωστά καί παραδεκτά στά πορώδη μέσα είναι τοῦ Kozeny καί στή συνέχεια ἡ τροποποίησή του ἀπό τόν Carman τό (1937), πού εἶναι γνωστό σάν μοντέλο τῶν Kozeny-Carman. Αὐτοί εἰσήγαγαν τήν ἔννοια τῆς ὑδραυλικῆς ἀκτίνας στά πορώδη μέσα σάν τό λόγο τοῦ πορώδους  $n$  πρὸς τήν εἰδική ἐπιφάνεια τῶν πόρων. Ἡ ἐξίσωση τῶν Kozeny-Carman εἶναι

$$k = \frac{1}{180} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \cdot d_m^2, \quad (2.17a)$$

ὅπου  $d_m$  εἶναι κάποια μέση διάμετρος τῶν σωματιδίων.

Μέ βάση λοιπόν τήν ἐξίσωση (2.16) ἡ ἐξίσωση τοῦ Darcy γράφεται πλέον ὡς ἐξῆς :

$$\begin{aligned} q &= - \left( \frac{k \rho g}{\mu} \right) \frac{d\phi}{ds} = - \left( \frac{k \rho g}{\mu} \right) \left( \frac{d(p/\rho g)}{ds} + \frac{dz}{ds} \right) = \\ &= - \frac{k}{\mu} \frac{d}{ds} (p + \rho g z) \end{aligned} \quad (2.18)$$

καί γιά ὀριζόντια ροή

$$q = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{ds} \quad (2.18a)$$

(Ἡ παράγωγος  $\frac{d\phi}{ds}$  παίρνεται κατά μήκος μιᾶς καμπύλης  $s$ , βλ. σχέση (2.18)).

Ἡ ὑδραυλική ἀγωγιμότητα  $K$  ἔχει ὅπως εἶδαμε διαστάσεις ( $L T^{-1}$ ), δηλαδή, διαστάσεις ταχύτητας καί μετρεῖται ἀπό μέν τούς ὑδρολόγους σέ μέτρα ἀνά ἡμέρα ( $m/d$ ), ἀπό δέ τούς ἔδαφοφυσικούς σέ ἑκατοστά ἀνά δευτερόλεπτο ( $cm/s$ ).

Στήν Ἀμερική καί σέ ἄλλες χῶρες πού χρησιμοποιοῦν τό Ἀγγλοσαξονικό σύστημα μετρεῖται σέ  $gal/day \cdot ft^2$ , εἶναι δέ

$$1 \text{ US gal/day ft}^2 = 4,72 \cdot 10^{-5} \text{ cm/s} = 4,08 \cdot 10^{-2} \text{ m/d.}$$

Γιά τήν έσωτερική διαπερατότητα χρησιμοποιείται σά μονάδα μετρήσεως από τούς πετρελαιολόγους τό *darcy*. Τό *darcy* προσδιορίζεται από τήν εξίσωση (2.18) πού γράφεται σέ απόλυτη τιμή

$$k = \frac{\mu \cdot q}{\frac{dp}{ds}} = \frac{\mu \frac{Q}{A}}{\frac{dp}{ds}} \quad (2.19)$$

ή

$$1 \text{ darcy} = \frac{1 \text{ cP} \times 1 \text{ cm}^3/\text{s}}{1 \text{ cm}^2 \cdot 1 \text{ atm/cm}}$$

Τό *darcy* έχει σάν διαστάσεις  $(L)^2$  καί μπορεί νά έκφραστεί αν αντικαταστήσουμε στόν παραπάνω τύπο

$$1 \text{ centipoise} = 1 \text{ cP} = 0.01 \frac{\text{dyn} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2},$$

$$1 \text{ atmosphere} = 1 \text{ atm} = 1,032 \times 10^6 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2},$$

όποτε παίρνουμε

$$1 \text{ darcy} = 0.987 \times 10^{-8} \text{ cm}^2 \quad (2.20)$$

ή

$$1 \text{ darcy} = 1.062 \times 10^{-11} \text{ ft}^2. \quad (2.21)$$

Γιά νά βροῦμε τήν αντιστοιχία μεταξύ τής έσωτερικής διαπερατότητας  $k$  καί τής υδραυλικής αγωγιμότητας χρησιμοποιοῦμε τήν εξίσωση (2.16)

$$K = \frac{\rho \cdot g}{\mu} \cdot \frac{\gamma \cdot \mu}{\gamma \cdot \mu}$$

$\frac{\text{υδροστατική πίεση}}{\text{υδροστατική πίεση}} = \frac{\gamma \cdot h}{\gamma \cdot h}$

Έτσι θεωροῦμε γιά παράδειγμα ένα έδαφος πού έχει  $K = 5 \text{ cm/hr} = \frac{5}{3.600} \text{ cm/s}$  γιά νερό σέ  $10^0 \text{ C}$ . Ἡ έπιτάχυνση παίρνεται  $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

Τό κινηματικό ιξώδες είναι για  $10^0 \text{ C}$   $v = \frac{\mu}{\rho} = 1,131 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Από τα παραπάνω παίρνουμε

$$k = \frac{K}{\frac{\rho}{\mu} g} = \frac{v \cdot K}{g} = \frac{1,131 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \times \frac{5}{3.600} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}}{9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} =$$

$$= \frac{1,131 \cdot 10^{-6} \text{ m} \times 1,388 \times 10^{-3} \text{ cm}}{9,8} = 1,60 \times 10^{-8} \text{ cm}^2 = 1,621 \text{ darcy}.$$

Εάν επιθυμούμε την εύρεση της υδραυλικής αγωγιμότητας  $K$  για θερμοκρασία  $20^0 \text{ C}$  τότε ο ύπολογισμός γίνεται ως εξής :

$$K_{10} = \frac{g}{v_{10}} \cdot k \quad K_{20} = \frac{g}{v_{20}} \cdot k$$

καί

$$K_{20} = K_{10} \cdot \frac{v_{10}}{v_{20}} = 5 \cdot \frac{1 \cdot 131}{1.010} = 5,65 \text{ cm/hr.}$$

Στόν παρακάτω πίνακα δίνουμε ορισμένες τιμές της υδραυλικής αγωγιμότητας  $K$  για συνηθισμένες κατηγορίες έδαφών [28].

*υδραυλ. αγωγιμ.*

Έλικό	Άριθμός δειγμάτων	$K$ (cm/s)	Μέση τιμή του $K$ (cm/s)
Λεπτή άμμος	159	$(0.2 - 189) \times 10^{-4}$	$2.88 \times 10^{-3}$
Μέση άμμος	255	$(0.9 - 567) \times 10^{-4}$	$1.42 \times 10^{-2}$
Χονδρή άμμος	158	$(0.9 - 6610) \times 10^{-4}$	$5.2 \times 10^{-2}$
Χαλίκια	40	$(0.3 - 31.2) \times 10^{-1}$	$4.03 \times 10^{-1}$
Ίλύς	39	$(0.09 - 7090) \times 10^{-7}$	$2.83 \times 10^{-5}$
Άργιλος	19	$(0.1 - 47) \times 10^{-8}$	$9 \times 10^{-8}$

Παρατηρήσεις για τό μοντέλο τών Cozeny-Carman (έξ. 2.17α).

Γιά νά φτάσουμε στό μοντέλο τών Cozeny-Carman είναι σκόπιμο νά κάνουμε ορισμένες παρατηρήσεις [Κονάτσ]:

α) Οί δυνάμεις πού δροϋν επιβραδυντικά στήν κίνηση τοϋ νεροϋ μέσα στό έδαφος, είναι ή τριβή και ή πρόσφυση. Αϋτές θεωροϋνται ανάλογες πρός τήν επιφάνεια  $A$  έπαφής, μεταξύ τής στερεάς και υγρής φάσης τοϋ συστήματος. Ή δύναμη τής αδράνειας έπιταχϋνει τήν κίνηση τοϋ νεροϋ και είναι ανάλογη πρός τόν όγκο τοϋ νεροϋ, ή και πρός τόν όγκο τών κόκκων  $V_S$ .

Τελικά ό λόγος τής επιβραδυνόμενης πρός τήν έπιταχυνόμενη δύναμη πού χαρακτηρίζει τή ροή, μπορεϊ νά προσεγγιστεϊ μέ τό λόγο :

$$M_S = \frac{A_S}{V_S} = \frac{a_d}{D_h} \quad \left| \quad L^{-1} \right.$$

Ή λόγος αϋτός  $M_S$  καλεϊται ειδική επιφάνεια κατά τόν *Bear* [2] και μπορεϊ νά εκφραστεϊ σαν ό λόγος ενός αδιάστατου συντελεστή μορφής  $a_d$  και μιās χαρακτηριστικής διαμέτρου  $D_h$ , πού ό *Kozeny* αναφέρει σαν αποτελεσματική διάμετρο.

β) Σύμφωνα μέ τόν *Kozeny* ή διάμετρος αϋτή χαρακτηρίζει και περιγράφει τό έδαφικό δείγμα και θεωρεϊται ισοδύναμη μέ τή διάμετρο μιās σφαϊρας ενός όμογενοϋς δείγματος (δηλαδή ενός έδαφικοϋ δείγματος, στό όποϊο όλοι οϊ κόκκοι έχουν τήν ίδια διάμετρο). Ή προσδιορισμός τής αποτελεσματικής διαμέτρου γίνεται ως εξής (Σχ. 7α).

Στήν κοκκομετρική καμπϋλη τοϋ έδαφικοϋ δείγματος χωρίζουμε τήν απόσταση μεταξύ τής μέγιστης και τής έλάχιστης διαμέτρου σέ  $n$  ίσα διαστήματα. Ή μέση διάμετρος σέ κάθε διάστημα  $i1-i2$  δίνεται από τήν τιμή

$$D_i = \frac{3}{\frac{1}{D_{i1}} + \frac{2}{D_{i1}+D_{i2}} + \frac{1}{D_{i2}}}$$

Τό βάρος τών κόκκων στό διάστημα αϋτό δίνεται από τή σχέση

$$W_i = \Delta S_i \cdot W \quad (\delta\text{που } W \text{ τό συνολικό βάρος})$$

Δεχόμαστε ότι οϊ κόκκοι είναι σφαϊρες και στά δύο συστήματα (όμογενές και κανονικό), και ότι ό λόγος επιφάνεια πρός όγκο είναι ό ίδιος στό όμογενές και στό κανονικό δείγμα, δηλαδή :

$$\frac{A}{V} = \frac{N \cdot D_h^2 \pi}{N \cdot D_h^3 \pi / 6} = \frac{\sum \frac{\Delta S_i W}{\gamma_s} \cdot \frac{6}{D_i}}{\sum \frac{\Delta S_i}{\gamma_s} \cdot W}$$

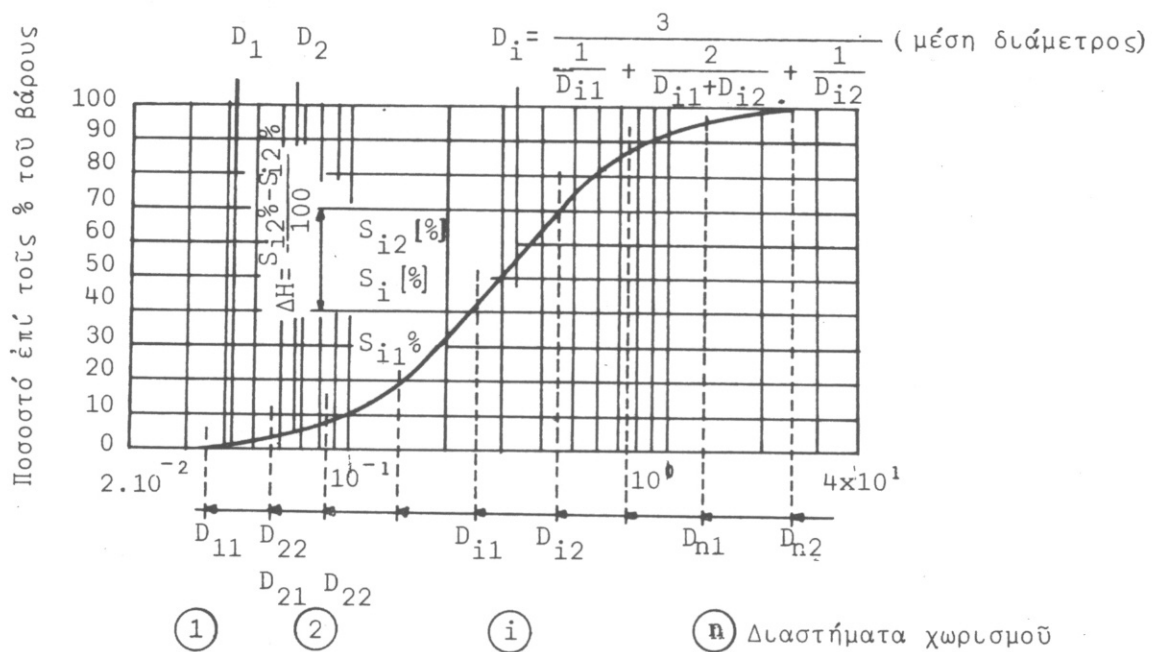
$$D_h = \frac{1}{\sum \frac{\Delta S_i}{D_i}}$$

όπου  $N$  είναι ο αριθμός των σφαιρών του όμογενους δείγματος.

Μιά ανάλογη σχέση προκύπτει για την περίπτωση, πού οι κόκκοι διαφέρουν στη μορφή από τις σφαίρες, και στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται ο συντελεστής μορφής  $a$  και η παραπάνω σχέση γίνεται

$$\frac{D_h}{\bar{a}} = \frac{1}{\sum \frac{a_i \Delta S_i}{D_i}}$$

Στόν πίνακα I δίνονται οι μέσες τιμές του συντελεστή μορφής  $\bar{a}$  για



Σχ. 7α. Υπολογισμός της αποτελεσματικής διαμέτρου.

τήν περίπτωση πού τό έδαφικό δείγμα προέρχεται από ποτάμιες έναποθέσεις.

γ) Ὁ *Kozeny* εἰσάγει τήν έννοια τῆς ισοδύναμης, υδροδυναμικά διαμέτρου ενός σωλήνα, δηλαδή δέχεται ότι τό μοντέλο του άποτελεῖται από  $N$  σωλήνες μέ διάμετρο  $d_0$ , πού έξασφαλίζουν τήν ἴδια παροχή μέ τό έδαφικό δείγμα. Ἀπέδειξε ότι ὁ λόγος έπιφάνεια πρὸς ὄγκο εἶναι ὁ ἴδιος στό έδαφικό δείγμα καί στό μοντέλο καί ὁ λόγος αὐτός εἶναι ἡ εἰδική έπιφάνεια πού εἶναι ἴση μέ  $(a_d/D_h)$ .

Γιά τόν προσδιορισμό τῆς μέσης διαμέτρου τοῦ σωλήνα τοῦ μοντέλου  $d_0$  καί τοῦ ἀριθμοῦ  $N$  τῶν σωλήνων πού περνοῦν από μιά διατομή μέ έπιφάνεια ἴση μέ τή μονάδα, κάθετη πρὸς τή ροή, γίνονται δύο ὑποθέσεις :

— Ἡ έπιφάνεια τοῦ τοιχώματος τοῦ σωλήνα πρὸς τόν ὄγκο του εἶναι ἴση πρὸς τό λόγο τῆς έπιφάνειας τῶν κόκκων  $A_S$  πρὸς τόν ὄγκο τῶν πόρων  $V_P$

$$\frac{A_S}{V_P} = \frac{l \cdot d_0 \pi}{l d_0^2 \pi / 4} = \frac{4}{d_0} = \frac{A_S}{V_P} = \frac{l-n}{n} \cdot \frac{A_S}{V_S} = \boxed{\frac{l-n}{n} \frac{a}{D_h}}$$

ἢ

$$d_0 = \frac{4n}{1-n} \frac{D_h}{a}$$

— Ἡ δεύτερη ὑπόθεση ἀναφέρει ότι ἡ κάθετη διατομή τῆς ροῆς πρέπει νά εἶναι ἡ ἴδια στό έδαφικό δείγμα καί στό μοντέλο :

$$N \cdot \frac{\pi d_0^2}{4} = n.$$

δ) Ἐάν τώρα θεωρήσουμε ότι ὁ τύπος τῶν *Hagen-Poiseuille*

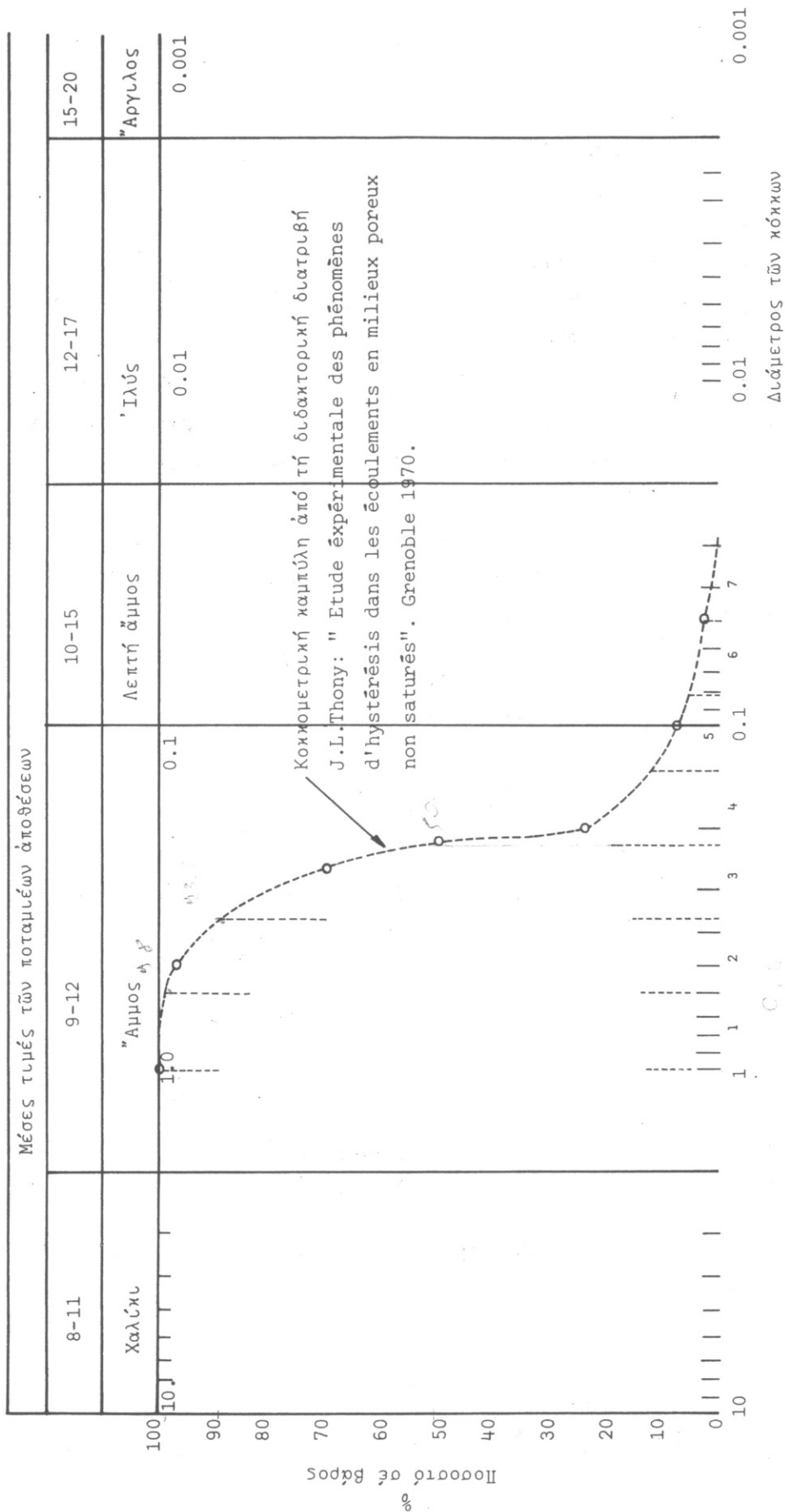
$$Q = - \left( \frac{\pi \rho g d^4}{128 \mu} \right) i$$

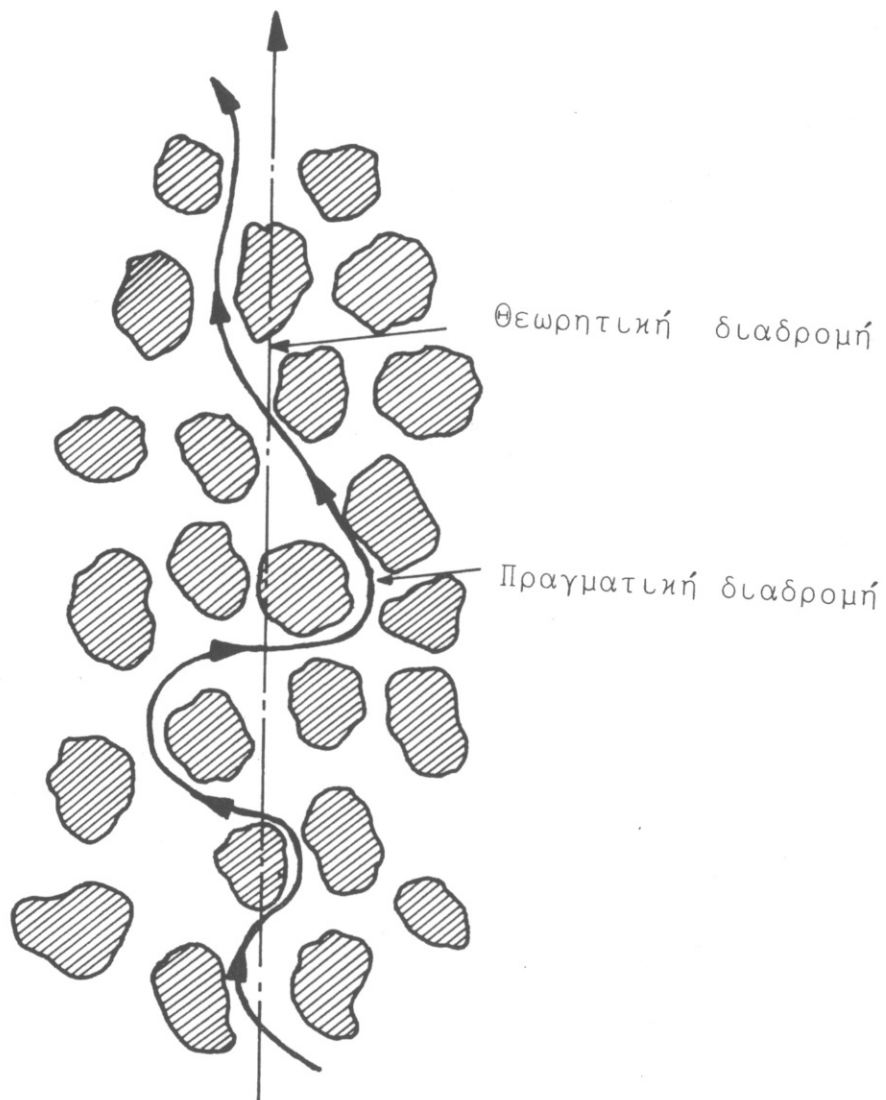
ἰσχύει γιά ένα σωλήνα μέ διάμετρο  $d_0$ , γιά τούς  $N$  σωλήνες πού περνοῦν από τή διατομή  $A = \langle 1 \rangle$  θά έχουμε

$$Q_{\delta\lambda} = Q \cdot N$$

καί ἡ ταχύτητα τοῦ *Darcy* θά εἶναι :

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι. Οί μέσες τιμές τών συντελεστών μορφής α.





Σχ. 7α. Θεωρητική και πραγματική διαδρομή του νερού μέσα στο έδαφος.

$$Q_s = \frac{Q_{\text{ολ}}}{A \approx \langle 1 \rangle} = Q \cdot N = \left[ - \left( \frac{\rho g}{32\mu} \cdot n \right) i \cdot d^2 \right]$$

Θέτουμε τώρα

$$d = d_0 = \frac{4n}{1-n} \cdot \frac{D_h}{a},$$

όποτε ή παραπάνω σχέση γίνεται

$$q_s = - \frac{\rho g}{\mu} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \cdot \left( \frac{D_h}{a} \right)^2 \cdot i$$



$$K = \frac{\rho g}{\mu} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \cdot \left(\frac{D_h}{a}\right)^2$$

καί

$$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{n^3}{(1-n)} \cdot \left(\frac{D_h}{a}\right)^2$$

Ἡ ὑδραυλική ἀγωγιμότητα πού προσδιορίζεται ἀπό τόν παραπάνω τύπο εἶναι περίπου 2,5 φορές μεγαλύτερη ἀπό τήν πραγματική ὅπως ἀναφέρει ὁ Κονάcs, γιά τούς παρακάτω λόγους :

- Ἡ κάθετη τομή τῶν κυκλικῶν σωλήνων δέν εἶναι κυκλική.
- Ἡ διαδρομή τῶν σωλήνων εἶναι μακρύτερη στό ἐδαφικό δείγμα ἀπό ὅ,τι στό μοντέλο (σχ. 7β) καί οἱ σωλήνες δέν διασταυρώνουν κάθετα τή διατομή.
- Ἡ διατομή τῶν σωλήνων δέν εἶναι σταθερή, ἀλλά μεταβάλλεται συνεχῶς.

Ἔτσι, σάν τελικό μοντέλο γιά τήν ἐσωτερική διαπερατότητα προτείνεται ἀπό τόν Κονάcs ὁ ἀκόλουθος τύπος :

$$k = \frac{1}{5} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \cdot \left(\frac{D_h}{a}\right)^2$$

Ὁ τύπος μοιάζει μέ τόν τύπο (2.17α), ἐνά θέσουμε  $\left(\frac{D_h}{a}\right) = dm$ .

#### Ἀριθμητική ἐφαρμογή

Παίρνουμε σάν παράδειγμα μιά ἰλυώδη ἄμμο [Thony] ἀπό τίς προσχώσεις τοῦ ποταμοῦ *Isère* τῆς Γαλλίας (Περιοχή *Grenoble*). Ἡ κοκκομετρική καμπύλη τοῦ ἐδαφικοῦ δείγματος φαίνεται στόν πίνακα I. Τό ὄλο διάστημα διαιρέθηκε σέ 7 ἴσα μέρη καί οἱ διάμετροι στά διαστήματα αὐτά δίνονται ὡς ἐξῆς :

$$D_1 = \frac{3}{\frac{1}{1} + \frac{2}{1+0,6} + \frac{1}{0,6}} = 0,765 \text{ mm.}$$

$$D_2 = \frac{3}{\frac{1}{0,6} + \frac{2}{0,6+0,37} + \frac{1}{0,37}} = 0,467 \text{ mm}$$

$$D_3 = \frac{3}{\frac{1}{0,37} + \frac{2}{0,37+0,22} + \frac{1}{0,22}} = 0,282 \text{ mm}$$

$$D_4 = \frac{3}{\frac{1}{0,22} + \frac{2}{0,22+0,135} + \frac{1}{0,135}} = 0,170 \text{ mm}$$

$$D_5 = \frac{3}{\frac{1}{0,135} + \frac{2}{0,135+0,082} + \frac{1}{0,082}} = 0,104 \text{ mm}$$

$$D_6 = \frac{3}{\frac{1}{0,082} + \frac{2}{0,082+0,05} + \frac{1}{0,05}} = 0,063 \text{ mm}$$

$$D_7 = \frac{3}{\frac{1}{0,05} + \frac{2}{0,05+0,03} + \frac{1}{0,03}} = 0,04 \text{ mm}$$

$$\sum \frac{\Delta S_i}{D_i} = \frac{2}{0,765} + \frac{4,5}{0,467} + \frac{43,5}{0,282} + \frac{36,5}{0,170} + \frac{5}{0,104} + \frac{5}{0,063} + \frac{3,5}{0,04} = 594$$

$$D_h = \frac{1}{\sum \frac{\Delta S_i}{D_i}} = 1,68 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 1,68 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$a = 12.$$

Γιά  $t = 20^\circ \text{C}$  (περιοχή όπου πραγματοποιήθηκαν τα πειράματα) έχουμε σαν τιμή του κινηματικού ιξώδους  $\nu = 1,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Η τιμή του πορώδους δίνεται ίση με  $n = \theta_s = 0,36$ . Η τιμή της εσωτερικής διαπερατότητας είναι :

$$k = \frac{1}{5} \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2} \left( \frac{D_h}{a} \right)^2 = \frac{1}{720} \cdot \frac{0,36^3}{0,64^2} 1,68^2 \cdot 10^{-12} = 12,3 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$$

$$4,45 \cdot 10^{-12}$$

$$K_S = \frac{g}{\nu} \cdot k = \frac{10}{1,01 \cdot 10^{-6}} 12,3 \cdot 10^{-12} = 12,23 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$K_S = 12,23 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s.}$$

Ἡ μετρηθεῖσα τιμὴ γιὰ τὸ  $K$  ὅπως προκύπτει ἀπὸ τὴν διδακτορικὴν διατριβὴν τοῦ *Thony* εἶναι  $K = 2,22 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$ .

### 2.3. Ἀποκλίσεις ἀπὸ τὸν νόμο τοῦ *Darcy*

Ὁ νόμος τοῦ *Darcy* παρ' ὅλο πὺ ἔχει τύχει εὐρείας ἐφαρμογῆς στὰ περισσότερα προβλήματα ροῆς σὲ πορώδη μέσα δὲν εἶναι παγκόσμιος, γιὰτὶ δὲν ἰσχύει γιὰ ὅλες τὶς συνθῆκες ροῆς. Ἐνῶ δηλαδὴ ὁ νόμος αὐτὸς ἐκφράζει μίαν γραμμικὴν σχέση μετὰξὺ τῆς εἰδικῆς παροχῆς  $q$  (ἢ ταχύτητας *Darcy*) καὶ τῆς ὑδραυλικῆς κλίσης, ἀπὸ καιρὸ ἔχει παρατηρηθεῖ ἀπὸ πολλοὺς ἐρευνητὲς ὅτι γιὰ μεγάλες ταχύτητες ροῆς ἡ σχέση αὐτὴ δὲν εἶναι πλέον γραμμικὴ, γιὰτὶ ἀρχίζουν οἱ δυνάμεις ἀδρανείας νὰ παίξουν κυρίαρχο ρόλο σὲ σχέση μετὰ τὶς δυνάμεις τριβῆς. Ἔτσι ὁ νόμος τοῦ *Darcy* μετὰ τὴν γραμμικὴν του μορφή ἐφαρμόζεται κυρίως γιὰ τὶς περιπτώσεις πὺ ἔχουμε στρωτὴ ροὴ μετὰ μικρὲς ταχύτητες καὶ τέτοιες συνθῆκες ροῆς θρῖσκουμε πάντα σὲ ἐδάφη ἰλυώδη μετὰ λεπτὰ ὑλικά. Γιὰ πῖο χονδρόκοκκα ἐδάφη ὅπως εἶναι τὰ ἀμμώδη καὶ τὰ χαλικώδη ἰσχύει ὁ νόμος τοῦ *Darcy* γιὰ τὴν περίπτωσιν μικρῶν ταχυτήτων. Εἶναι ὅμως δυνατό στὰ ἐδάφη αὐτὰ νὰ ἀναπτυχθοῦν τέτοιες συνθῆκες ροῆς, ὥστε νὰ μὴν ἐφαρμόζεται πλέον ὁ νόμος τοῦ *Darcy*.

Γιὰ νὰ ὀρίσουμε ἓνα κριτήριον γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τοῦ νόμου τοῦ *Darcy* εἰσάγουμε τὸν ἀριθμὸ τοῦ *Reynolds*  $Re$ , πὺ ἐκφράζει τὸν λόγον μετὰξὺ τῶν δυνάμεων ἀδρανείας καὶ τῶν δυνάμεων ἰξῶδους, ὅπως ἀκριβῶς γίνεται μετὰ τὴν ροὴ μέσα σὲ σωλῆνες ὑπὸ πίεσιν. Ἔτσι ὁ ἀριθμὸς τοῦ *Reynolds* γιὰ τὴν ροὴ σὲ πορώδη μέσα ὀρίζεται ἀπὸ τὴν σχέση

$$Re = \frac{q \cdot d}{\nu}$$

(2.19)

ὅπου  $q$  = ἡ εἰδικὴ παροχὴ,

$d$  = ἡ ἀποτελεσματικὴ διάμετρος τῶν πόρων,

$\nu$  = τὸ κινηματικὸ ἰξῶδες.

Συχνά σάν  $d$  παίρνεται ή μέση διάμετρος τῶν κόκκων ή ἄλλες φορές ή  $d_{10}$  ή καί ή  $d_{50}$ , ἐνῶ ὁ *Collins* [5] παίρνει  $d = (k/n)^{1/2}$  ὅπου  $k$  ή ἐσωτερική διαπερατότητα καί  $n$  τό πορώδες.

Γιά ὅλες τίς περιπτώσεις λοιπόν τῆς πράξεως ἀποδείχτηκε ἀπό πειράματα ὅτι ὁ νόμος τοῦ *Darcy* ἰσχύει ἐφ' ὅσον ὁ ἀριθμός τοῦ *Reynolds* δέν ξεπερνᾶ μιᾶ τιμή μεταξύ τοῦ 1 καί 10.

Σ' ὅλα τά πειράματα πού ἔγιναν μέχρι σήμερα ὀρίζεται μιᾶ σχέση μεταξύ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ *Reynolds*  $Re$  καί ἑνός συντελεστοῦ τριβῆς  $f$ . Γιά τή σχέση αὐτή χρησιμοποιεῖται ὁ τύπος τῶν *Darcy-Weisbach*.

$$\Delta\varphi = f \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{q^2}{2g} \Rightarrow f = 2gdi/q^2 \quad i = (\Delta\varphi/L)$$

Ὁ *Fanning* [2] εἰσάγει τήν ὑδραυλική ἀκτίνα  $R = d/4$  καί ὁ παραπάνω τύπος γίνεταί

$$\Delta\varphi = f \cdot \frac{L}{R} \cdot \frac{q^2}{2g} \Rightarrow f = \frac{1}{2} dgi/q^2$$

Στό σχ. 8 φαίνεται ή σχέση μεταξύ τοῦ συντελεστοῦ τριβῆς τοῦ *Fanning*  $f$  καί τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ *Reynolds*  $Re$ . Ἡ εὐθεία γραμμή ἔχει γιά ἐξίσωση  $f = \frac{c}{Re}$ , ὅπου  $c$  εἶναι ἕνας σταθερός ἀριθμός. Θέτοντας  $Re = (qd/\nu)$  καί συνδυάζοντας μέ τήν παραπάνω σχέση παίρνομε

$$\frac{\frac{1}{2}g \cdot i \cdot d}{q^2} = \frac{c \cdot \nu}{q \cdot d} \Rightarrow q = K \cdot i, \quad (K = \frac{1}{2} \frac{gd^2}{c\nu})$$

δηλαδή βρίσκουμε τόν γραμμικό νόμο τοῦ *Darcy*.

Ὅταν ὁ  $Re$  μεγαλώνει παρατηρεῖται μιᾶ ἀπόκλιση ἀπό τόν νόμο τοῦ *Darcy*. Ἡ ἀπόκλιση ὁμως ἀπό τόν νόμο τοῦ *Darcy* παρατηρεῖται ὄχι ὅταν ἀρχίζει νά ἐμφανίζεται ή τυρβώδης ροή, ἀλλά καί στήν περιοχή ἐκείνη ὅπου ἔχουμε μέν στρωτή ροή ἀλλά αὐξημένους ἀριθμούς *Reynolds*. Ἐτσι στό σχ. 8 διακρίνομε τρεῖς περιοχές [2].

α) *Περιοχή 1*. Ἡ ροή εἶναι στρωτή καί οἱ δυνάμεις ἰξώδους κυριαρχοῦν, ἰσχύει δέ ὁ γραμμικός νόμος τοῦ *Darcy*. Τό ἄνω ὄριο τῆς περιοχῆς αὐτῆς εἶναι μιᾶ τιμή τοῦ  $Re$  μεταξύ 1 καί 10.

β) *Περιοχή 2.* Ἡ ροή παραμένει στρωτή καί στό ἄνω ἄκρο ἔχουμε μετάβαση ἀπό τή στρωτή ροή στήν τυρβώδη. Οἱ δυνάμεις ἀδρανείας κυριαρχοῦν ὡς πρὸς τίς δυνάμεις ἰξώδους. Ὅρισμένοι θεωροῦν σάν ἄνω ἄκρο τήν τιμή  $Re = 100$ , ἡ περιοχή δέ αὐτή καλεῖται μὴ γραμμική στρωτή ροή, γιατί δέν ἰσχύει ὁ γραμμικός νόμος τοῦ *Darcy*.

γ) *Περιοχή 3.* Ἔχουμε ὑψηλούς ἀριθμούς  $Re$  καί τυρβώδη ροή. Δέν ἰσχύει ὁ νόμος τοῦ *Darcy*.

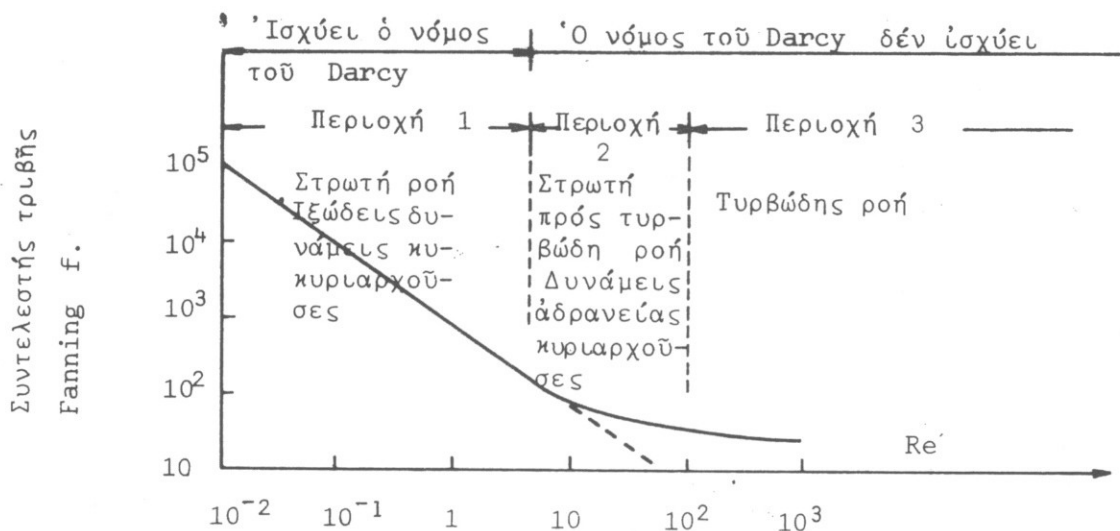
Γιά τίς περιοχές πού δέν ἰσχύει ὁ νόμος τοῦ *Darcy* ἔχουν ἀναπτυχθεῖ ἀπό διάφορους ἐρευνητές πολλά μοντέλα μὴ γραμμικά. Ὁ *Bear* [2] κάνει μιά λεπτομερῆ ἀνάλυση καί περιγραφή τῶν μοντέλων αὐτῶν. Τά περισσότερα ἔχουν τή μορφή

$$i = Aq + Nq^2 \quad (2.20)$$

καί ἔτσι γιά μικρές ταχύτητες τό  $q^2$  εἶναι ἀμελητέο καί καταλήγουμε πάλι στό νόμο τοῦ *Darcy*. Ἡ *Polubarinova - Kochina* [20] καί ὁ *Irmay* [2] προτείνουν

$$i = Aq + Bq^2 + C \frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.21)$$

ὅπου  $A$ ,  $B$  καί  $C$  εἶναι διάφορες συναρτήσεις τῶν παραμέτρων τοῦ στερεοῦ μητρώου.



Σχ. 8. Σχέση μεταξύ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ *Reynolds* καί τοῦ συντελεστῆ τριβῆς  $f$  τοῦ *Fanning*.