Στην εξέταση του Ιανουαρίου 2014 δόθηκε το ερώτημα:

Αν $f(x) = \frac{e^{x} - 2\,e^{-x}}{2}$ να υπολογιστούν οι τιμές $f(2ln3)$ και $f'(2ln3)$.

Το πόσες λανθασμένες λύσεις δόθηκαν από τους εξεταζόμενους δείχνει τη μεγάλη άγνοια των ιδιοτήτων των εκθετικών και λογαριθμικών συναρτήσεων.

Δίνεται παρακάτω η σωστή λύση και μια σταχυολόγηση λανθασμένων λύσεων με στόχο την αποφυγή τέτοιων λαθών στο μέλλον.

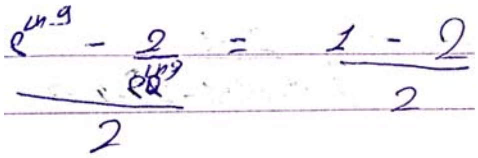
Σωστή λύση:

$$f(2ln3) = \frac{e^{2ln3} - 2\,e^{-2ln3}}{2} = \frac{e^{ln3^2} - 2\,e^{ln3^{-2}}}{2} = \frac{3^2 - 2\cdot 3^{-2}}{2} = \frac{9 - \frac{2}{9}}{2} = \frac{79}{18} = 4.39$$

$$f'(2ln3) = \left.\frac{e^{x} + 2\,e^{-x}}{2}\right|_{x=2ln3} = \frac{e^{2ln3} + 2\,e^{-2ln3}}{2} = \cdots = \frac{9 + \frac{2}{9}}{2} = \frac{83}{18} = 4.61$$

Μερικά από τα λάθη

- $e^{2ln3} = 2ln3$ κλπ
- $e^{2ln3} = e^{2}e^{ln3}$ κλπ
- $\frac{e^{2ln3} - 2\,e^{-2ln3}}{2} = \frac{e(2ln3 - (-2ln3))}{2} = \frac{4ln3}{2}$, κλπ
- $e^{ln3^{-2}} = \frac{3}{2}\cdot$
- $e^{2ln3} - 2\,e^{-2ln3} = 2e^{ln3} + 4\,e^{ln3} = 2\cdot 3 + 4\cdot 3 = 18$
- $f(2ln3) = \cdots = \frac{79}{18}$, *ενώ* $f'(2ln3) = \big(f(2ln3)\big)' = 0$ *ως παράγωγος σταθεράς*
- $e^{2ln3} + 2\,e^{-2ln3} = e^{2ln3} + 2\cdot \frac{1}{e}^{2ln3} = e^{2ln3} + \left(\frac{2}{e}\right)^{2ln3} = \left(e + \frac{2}{e}\right)^{2ln3}$*, κλπ*
- $\frac{e^{ln3^2} + 2\,e^{ln3^{-2}}}{2} = \frac{9 + 2(-9)}{2} = -\frac{9}{2}$ *(δηλ. άθροισμα εκθετικών αριθμών αρνητικό!!)*
- $\frac{e^{ln3^2} - 2\cdot e^{ln3^{-2}}}{2} = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{2} = 3 - \sqrt{3}$
- *και ένα μάλλον οπτικό λάθος*



όπου μάλλον ως σχήμα ο αριθμός 9 είναι «αντίστροφο» του e και άρα αποτέλεσμα 1