Ελληνικό Στατιστικό Ινστιτούτο
Πρακτικά 27ου Πανελληνίου Συνεδρίου Στατιστικής (2014), σελ.000-000

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΔΕΙΚΤΩΝ ΑΙΤΙΟΤΗΤΑΣ

***Παπάνα Αγγελική*[1], *Κύρτσου Κατερίνα*[1,2]**
[1]Πανεπιστήμιο Μακεδονίας, Θεσσαλονίκη
apapana@uom.edu.gr
[2]University of Strasbourg, BETA, University of Paris 10, ISC-Paris Ile-de-France & CAC IXXI-ENS Lyon
ckyrtsou@uom.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή εξετάζονται διαφορετικές μέθοδοι εύρεσης της στατιστικής σημαντικότητας δεικτών αιτιότητας που υπολογίζονται σε χρονοσειρές. Λόγω σφαλμάτων μεροληψίας, πρέπει να γίνεται έλεγχος αν μια θετική τιμή ενός δείκτη αιτιότητας υποδεικνύει μια ασθενή σύζευξη ή όχι. Αν η κατανομή του εκτιμητή ενός δείκτη αιτιότητας ακολουθεί γνωστή κατανομή, τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε κάποιον παραμετρικό έλεγχο. Διαφορετικά, πρέπει να εκτιμηθεί η εμπειρική κατανομή του με μη-παραμετρικές μεθόδους, δηλαδή με μεθόδους αναδειγματοληψίας. Ενδεικτικά περιγράφονται δύο δείκτες αιτιότητας: η δεσμευμένη αιτιότητα Granger (CGC) και η μερική εντροπία μεταφοράς (PTE). Η στατιστική σημαντικότητα του CGC εκτιμάται παραμετρικά, ενώ του PTE εξετάζεται με διάφορους ελέγχους αναδειγματοληψίας - με υποκατάστατα δεδομένα (surrogates) και επαναληπτική δειγματοληψία (bootstraps). Η αποτελεσματικότητα των CGC και PTE αξιολογείται σε ένα προσομοιωτικό σύστημα με μη-γραμμικές συζεύξεις. Με τη δημιουργία πιο ανεξάρτητων δεδομένων αναδειγματοληψίας φαίνεται ότι μειώνονται οι ψευδείς συζεύξεις και ο έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας γίνεται πιο συντηρητικός. Η μέθοδος αναδειγματοληψίας με ταυτόχρονη τυχαιοποίηση της κινητήριας και της μεταβλητής απόκρισης είναι αποτελεσματική. Τέλος, εφαρμόσαμε το CGC και PTE σε πραγματικά δεδομένα, με στόχο να προσδιορίσουμε το είδους του πληθωρισμού. Η μελέτη υποδεικνύει τη δημιουργία πληθωρισμού λόγω της αύξησης της τιμής του πετρελαίου (πληθωρισμός κόστους).

Λέξεις Κλειδιά: δείκτες αιτιότητας, στατιστική σημαντικότητα, μέθοδοι αναδειγματοληψίας, αιτιότητα Granger, εντροπία μεταφοράς.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η εκτίμηση της κατεύθυνσης των αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μεταβλητών ενός συστήματος μας επιτρέπει να κατανοήσουμε καλύτερα τη δομή του καθώς και να βελτιώσουμε τις προβλέψεις των μεταβλητών που το αποτελούν. Στην εργασία αυτή, πραγματοποιούμε μια συγκριτική μελέτη μεθόδων εκτίμησης της στατιστικής

σημαντικότητας δεικτών αιτιότητας. Η έννοια της αιτιότητας κατά Granger βασίζεται στη μελέτη του Wiener (1956), σύμφωνα με την οποία, αν η πρόβλεψη μιας χρονοσειράς βελτιώνεται με την ενσωμάτωση της πληροφορίας μιας δεύτερης, τότε η τελευταία ασκεί μια αιτιώδη επίδραση στην πρώτη. Ο Granger (1969) τυποποίησε την ιδέα αυτή στα πλαίσια της γραμμικής παλινδρόμησης. Αργότερα, αναπτύχθηκαν πολλοί διαφορετικοί δείκτες αιτιότητας, π.χ. βασισμένοι σε γραμμικά ή μη-γραμμικά μοντέλα, στη θεωρία πληροφορίας, στην ανακατασκευή του χώρου καταστάσεων των μεταβλητών (state-space measures) και στο συγχρονισμό.

Θεωρητικά, οι δείκτες αιτιότητας θα πρέπει να είναι μηδέν στην περίπτωση που δεν υπάρχουν αιτιώδεις αλληλεπιδράσεις, διαφορετικά λαμβάνουν θετικές τιμές. Ωστόσο συνήθως υπάρχει σφάλμα μεροληψίας το οποίο μπορεί να οφείλεται, για παράδειγμα, στη μέθοδο εκτίμησης και επιλογής των ελεύθερων παραμέτρων, στο πεπερασμένο μέγεθος του δείγματος καθώς και στο επίπεδο θορύβου των δεδομένων. Προκειμένου να καθοριστεί ο βαθμός κατά τον οποίο μια θετική τιμή ενός δείκτη υποδεικνύει μια ασθενή σύζευξη ή όχι, είναι απαραίτητη η διενέργεια ελέγχων σημαντικότητας.

Αν η κατανομή του εκτιμητή ενός δείκτη αιτιότητας είναι γνωστή, τότε μπορούμε να επιλέξουμε κάποιον παραμετρικό έλεγχο. Όταν όμως δεν γνωρίζουμε την κατανομή του, όπως συμβαίνει συνήθως με τους μη-γραμμικούς δείκτες αιτιότητας, τότε ενδείκνυται η υιοθέτηση μη-παραμετρικών ελέγχων σημαντικότητας. Σε αυτήν την περίπτωση, η στατιστική σημαντικότητα αξιολογείται με μεθόδους αναδειγματοληψίας (resampling methods), οι οποίες περιλαμβάνουν υποκατάστατα δεδομένα (surrogates) και επαναληπτική δειγματοληψία (bootstraps).

2. ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΙΤΙΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Σύμφωνα με την αιτιότητα κατά Granger, αν η πρόβλεψη των τιμών μιας χρονοσειράς X_1 βελτιώνεται με τη χρήση των τιμών της X_2, τότε η X_2 επιδρά στην X_1. Έστω δύο χρονοσειρές $\{x_1(t)\}$ και $\{x_2(t)\}$, t=1,...,n, στις οποίες προσαρμόζεται ένα διμεταβλητό αυτοπαλινδρομούμενο (VAR) μοντέλο τάξης P

$$x_1(t+1) = \sum_{j=0}^{P-1} a_{1,j} x_1(t-j) + \varepsilon_1(t+1) \qquad (1)$$

$$x_2(t+1) = \sum_{j=0}^{P-1} a_{2,j} x_1(t-j) + \sum_{j=0}^{P-1} b_{2,j} x_2(t-j) + \varepsilon_2(t+1) \qquad (2)$$

όπου $a_{i,j}$, $b_{i,j}$ είναι οι συντελεστές του μοντέλου και ε_1, ε_2 τα κατάλοιπα της προσαρμογής. Εάν η διασπορά των υπολοίπων του μοντέλου από την εξίσωση (2), Var(ε_2), είναι μικρότερη από αυτήν για το αντίστοιχο περιορισμένο μοντέλο (1) που δεν συμπεριλαμβάνει τη μεταβλητή X_2, Var(ε_1), τότε λέμε ότι η μεταβλητή X_2 επιδρά στην X_1 κατά Granger (Granger, 1969). Το μέγεθος της επίδρασης της X_2 στην X_1 δίνεται από το δείκτη αιτιότητας κατά Granger που ορίζεται ως $GC_{X_2 \to X_1} = \ln(\mathrm{Var}(\varepsilon_1)/\mathrm{Var}(\varepsilon_2))$. Θεωρώντας επιπλέον τις μεταβλητές X_3 =(Z_1, Z_2,...)' στο μοντέλο (1) και ορίζοντας το μη-περιορισμένο και το περιορισμένο μοντέλο κατά τον ίδιο τρόπο, ο δείκτης της δεσμευμένης αιτιότητας κατά Granger δίνεται ως

$CGC_{X_2 \to X_1 | X_3} = \ln(\mathrm{Var}(\varepsilon_1)/\mathrm{Var}(\varepsilon_2))$. Ο ορισμός των δεικτών GC και CGC αναφέρεται σε στάσιμες χρονοσειρές. Αν οι χρονοσειρές δεν είναι στάσιμες, απαιτείται να καταστούν στάσιμες πριν την διαδικασία προσδιορισμού του δείκτη (π.χ. παίρνοντας πρώτες διαφορές).

Η στατιστική σημαντικότητα του CGC εκτιμάται παραμετρικά. Θεωρώντας τον F-έλεγχο σημαντικότητας για κάθε έναν από τους P συντελεστές $b_{2,j}$ του μη-περιορισμένου μοντέλου και με την απαραίτητη διόρθωση λόγω πολλαπλών ελέγχων (π.χ. Bonferroni), ελέγχουμε τη μηδενική υπόθεση H_0 ότι η μεταβλητή X_2 δεν επιδρά στην X_1 (Granger, 1969). Έστω ότι P_1, P_2 είναι ο αριθμός των συντελεστών στο περιορισμένο και μη-περιορισμένο VAR μοντέλο ($P_2 > P_1$), n είναι το μήκος των χρονοσειρών και RSS_i το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων του μοντέλου i, *όπου* $i=1,2$. Η H_0 απορρίπτεται αν η τιμή της στατιστικής F είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της F-κατανομής

$$F = \frac{(RSS_1 - RSS_2)/(P_1 - P_2)}{RSS_2/(n - P_2)} \sim F_{P_2 - P_1, n - P_2}. \tag{2}$$

Η εντροπία μεταφοράς (transfer entropy) είναι ένα μη-γραμμικό μέτρο που προέρχεται από τη θεωρία πληροφορίας και ορίζει την αιτιότητα κατά Granger με τη χρήση εντροπιών. Θεωρώντας το διάνυσμα υστερήσεων P τιμών της X_1, $\boldsymbol{x}_{1,t}=[x(t), x(t-1)..., x(t-P+1)]'$ και αντίστοιχα για την X_2, η εντροπία μεταφοράς από τη μεταβλητή X_2 στην X_1 ορίζεται ως (Schreiber, 2000)

$$TE_{X_2 \to X_1} = H(\boldsymbol{x}_{1,t}, \boldsymbol{x}_{2,t}) - H(x_{1,t+1}, \boldsymbol{x}_{1,t}, \boldsymbol{x}_{2,t}) + H(x_{1,t+1}, \boldsymbol{x}_{1,t}) - H(\boldsymbol{x}_{1,t}) \tag{3}$$

όπου $H(x)$ είναι η εντροπία Shannon της μεταβλητής X, $H(x)=-\Sigma p(x)\ln p(x)$, όπου $p(x)$ είναι η συνάρτησης μάζας πιθανότητας της μεταβλητής X. Συμβολίζουμε με $H(x,y)$ την κοινή εντροπία δύο μεταβλητών, η οποία ορίζεται αντίστοιχα με την μονομεταβλητή περίπτωση: $H(x,y)=-\Sigma p(x,y)\ln p(x,y)$, όπου $p(x,y)$ είναι η κοινή συνάρτηση μάζας πιθανότητας. Αναλόγως εκτιμάται η εντροπία περισσοτέρων μεταβλητών. Η επέκταση της εντροπία μεταφοράς στην πολυμεταβλητή περίπτωση ονομάζεται μερική εντροπία μεταφοράς (partial transfer entropy) και εκτιμά την άμεση επίδραση της X_2 στη X_1 παρουσία των υπολοίπων μεταβλητών του συστήματος (Papana et al., 2012). Ορίζεται αντίστοιχα με τη διμεταβλητή περίπτωση και συμβολίζεται με PTE.

Καθώς η κατανομή του εκτιμητή του PTE δεν είναι γνωστή, η στατιστική του σημαντικότητα πρέπει να εξεταστεί με μεθόδους αναδειγματοληψίας, επαναληπτική δειγματοληψία (bootstrap) ή υποκατάστατα δεδομένα (surrogates). Στην πρώτη περίπτωση γίνονται παραδοχές σχετικά με τη διαδικασία παραγωγής των δεδομένων και χρησιμοποιούνται τυχαιοποιημένες χρονοσειρές που συλλαμβάνουν τη δομή της εξάρτησης της διαδικασίας παραγωγής δεδομένων. Στη δεύτερη περίπτωση, επιλέγεται μια διαδικασία που δεν είναι συνεπής με την παραγωγή των δεδομένων με σκοπό να αποδειχθεί ότι η εκτιμώμενη τιμή του στατιστικού μέτρου δεν είναι πιθανή υπό την H_0. Η εκτίμηση της εμπειρικής κατανομής γίνεται από την υποκατάστατη διαδικασία, ώστε

να αποδειχτεί ότι το παρατηρούμενο αποτέλεσμα δεν είναι συμβατό με την κατανομή της H_0, απορρίπτοντας έτσι την υποκατάστατη.

Μέθοδος 1. Θεωρούμε τη μέθοδο στάσιμης επαναληπτικής δειγματοληψίας (stationary bootstrap) (Politis & Romano, 1994), όπου γίνεται αναδειγματοληψία τμημάτων διαδοχικών παρατηρήσεων της χρονοσειράς, με μήκη τμημάτων από γεωμετρική κατανομή. Επιλέγουμε τυχαία την τιμή x_1^* από τις n παρατηρήσεις της χρονοσειράς, ώστε $x_1^* = x_{I_1}$. Έπειτα, επιλέγουμε τυχαία την τιμή x_2^* από τις n παρατηρήσεις, με πιθανότητα p. Θα ισχύει $x_2^* = x_{I_1+1}$, με πιθανότητα $1-p$. Γενικά, δεδομένου ότι το x_i^* καθορίζεται από την j-παρατήρηση x_j της αρχικής χρονοσειράς, το x_{i+1}^* θα ισούται με το x_{j+1} με πιθανότητα $1-p$ και επιλέγεται τυχαία από τις n παρατηρήσεις με πιθανότητα p.

Μέθοδος 2. Η μέθοδος χρονικά μετατοπισμένων υποκατάστατων δεδομένων (time-shifted surrogates) χρησιμοποιήθηκε αρχικά από τους Quian Quiroga et al., 2002. Έστω η χρονοσειρά $\{x_1, x_2, \dots x_n\}$. Επιλέγουμε τυχαία έναν ακέραιο αριθμό d $(d < n)$ και μετατοπίζουμε τις d πρώτες τιμές της χρονοσειράς στο τέλος: $\{x_{d+1},.., x_n,\ x_1,.., x_d\}$.

Για τον υπολογισμό της στατιστικής σημαντικότητας με βάση τις μεθόδους τυχαιοποίησης, δημιουργούμε M υποκατάστατες ή bootstrap χρονοσειρές ώστε να είναι συνεπείς ως προς την H_0: η X_2 δεν επιδρά στην X_1. Υπολογίζουμε το δείκτη αιτιότητας στην αρχική χρονοσειρά, έστω q_0, και σε κάθε μια από τις υποκατάστατες χρονοσειρές, έστω $q_1,q_2,\dots,q_M$. Αν το q_0 βρίσκεται στην ουρά της εμπειρικής κατανομής των $q_1,\dots,q_M$, τότε η H_0 απορρίπτεται. Για μονόπλευρο έλεγχο, η p-value του ελέγχου ισούται με $1-(r_0-0.326)/(M+1+0.348)$ (Yu and Huang, 2001), όπου r_0 είναι η τάξη του q_0 αφού διατάξουμε τα $q_0, q_1,q_2,\dots,q_M$ σε αύξουσα σειρά.

Για τις δυο μεθόδους αναδειγματοληψίας, εξετάζουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

- **Περίπτωση A**. Η κλασική μέθοδος αναδειγματοληψίας περιλαμβάνει τυχαιοποίηση μόνο της χρονοσειράς της κινητήριας μεταβλητής.
- **Περίπτωση B**. Τυχαιοποίηση (ανεξάρτητα) των χρονοσειρών της κινητήριας μεταβλητής (driving variable) και της μεταβλητής απόκρισης (response variable).
- **Περίπτωση C.** Τυχαιοποίηση (ανεξάρτητα) της χρονοσειράς της κινητήριας μεταβλητής και της μεταβλητής απόκρισης με παράλληλη τυχαιοποίηση του μέλλοντος της μεταβλητής απόκρισης σε σχέση με το διάνυσμα προηγούμενων τιμών της.
- **Περίπτωση D.** Ταυτόχρονη τυχαιοποίηση των χρονοσειρών της κινητήριας μεταβλητής και της μεταβλητής απόκρισης.

Στις τρεις πρώτες περιπτώσεις, οι υποκατάστατες χρονοσειρές είναι συνεπείς με την H_0. Στην τελευταία περίπτωση, οι τυχαιοποιημένες χρονοσειρές δεν είναι συνεπείς με την H_0, οπότε πρέπει να κεντράρουμε τις τιμές $q_1,\dots,q_M$ γύρω από το μηδέν. Έτσι εφαρμόζουμε μόνο τη μέθοδο στάσιμης επαναληπτικής δειγματοληψίας.

Συνολικά θεωρούμε επτά διαφορετικές μεθόδους αναδειγματοληψίας συνδυάζοντας τις δυο μεθόδους και τις τέσσερις παραπάνω περιπτώσεις.

3. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΤΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Οι δείκτες CGC και PTE υπολογίζονται από 100 πραγματοποιήσεις από το συζευγμένο σύστημα απεικονίσεων Henon με μη-γραμμικές συζεύξεις $X_1 \rightarrow X_2$ και $X_2 \rightarrow X_3$

$$\begin{aligned} x_{1,t} &= 1.4 - x_{1,t-1}^2 + 0.3x_{1,t-2} \\ x_{2,t} &= 1.4 - (cx_{1,t-1}x_{2,t-1} + (1-c)x_{2,t-1}^2) + 0.3x_{2,t-2} \\ x_{3,t} &= 1.4 - (cx_{2,t-1}x_{3,t-1} + (1-c)x_{3,t-1}^2) + 0.3x_{3,t-2} \end{aligned} \quad (4)$$

με ισχύ σύζευξης c = 0 (ασύζευκτες μεταβλητές), 0.3, 0.5 (ισχυρά συζευγμένες).

Θεωρούμε τα μήκη χρονοσειρών n = 512 και 2048. Η τάξη του αυτοπαλινδρομούμενου μοντέλου για τον υπολογισμό του CGC είναι $P=2$. Η διάσταση ανακατασκευής για το PTE είναι m = 2, η υστέρηση τ = 1 και το βήμα h = 1. Για το CGC πραγματοποιείται παραμετρικός έλεγχος ενώ για το PTE γίνεται έλεγχος σημαντικότητας με τις παραπάνω επτά μεθόδους τυχαιοποίησης, όπου M=100 τυχαιοποιημένες χρονοσειρές. Υπολογίζουμε τα ποσοστά απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης H_0 της μη-ύπαρξης αιτιότητας (p-value < 0.05), από τις τιμές των δύο μέτρων για όλα τα ζεύγη μεταβλητών.

Για λόγους συντομίας, στα αποτελέσματα που παρατίθενται παρακάτω δεν αναγράφονται οι μεταβλητές ως προς τις οποίες γίνεται δέσμευση. Για παράδειγμα, η επίδραση της μεταβλητής X_1 στη X_2 δεσμευμένη ως προς τη X_3 θα συμβολίζεται με $X_1 \rightarrow X_2$ αντί του πλήρους συμβολισμού $X_1 \rightarrow X_2 | X_3$.

Για c=0, δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μεταβλητών. Το CGC, βάσει του παραμετρικού στατιστικού ελέγχου σημαντικότητας, δίνει μεγαλύτερα ποσοστά απόρριψης της H_0 σε σχέση με τους μη-παραμετρικούς ελέγχους με βάση το PTE (δες Πίνακα 1). Και οι επτά μέθοδοι αναδειγματοληψίας είναι αποτελεσματικοί, καθώς τα ποσοστά στατιστικά σημαντικών PTE τιμών παραμένουν χαμηλά (κοντά στο επίπεδο σημαντικότητας α = 5%).

Για c=0.3, το CGC εντοπίζει σωστά τις μη-γραμμικές συζεύξεις, αλλά υποδεικνύει και τη ψευδή αλληλεπίδραση $X_3 \rightarrow X_2$ (δες Πίνακα 2). Οι άμεσες συζεύξεις $X_1 \rightarrow X_2$ και $X_2 \rightarrow X_3$ παρατηρούνται με όλες τις μεθόδους αναδειγματοληψίας με βάση το PTE. Δημιουργώντας πιο ανεξάρτητες τυχαιοποιημένες χρονοσειρές (θεωρώντας τις περιπτώσεις A έως C), τα ποσοστά απόρριψης της H_0 στις κατευθύνσεις που δεν υπάρχουν συζεύξεις μειώνονται. Στις περιπτώσεις A και B εμφανίζεται η ψευδής σύζευξη $X_2 \rightarrow X_1$, ενώ στην A παρατηρείται η έμμεση αιτιότητα $X_1 \rightarrow X_3$. Οι περιπτώσεις C και D αναδεικνύονται ως οι βέλτιστες μέθοδοι αναδειγματοληψίας.

Όταν υπάρχουν ισχυρές μη-γραμμικές συζεύξεις μεταξύ των μεταβλητών του προσομοιωτικού συστήματος (c=0.5), η μέθοδος 2D αποτελεί τη βέλτιστη μέθοδο αναδειγματοληψίας για το σωστό εντοπισμό των συζεύξεων (δες Πίνακα 3). Και οι δύο

δείκτες αιτιότητας εντοπίζουν τις άμεσες συζεύξεις με ποσοστό απόρριψης της H_0 ίσο με 100%, αλλά παρατηρούνται ψευδείς και έμμεσες συζεύξεις. Η πιο αποτελεσματική μέθοδος αναδειγματοληψίας για το PTE είναι η 2D.

Πίνακας 1. *Ποσοστά απόρριψης της H_0 για το συζευγμένο σύστημα απεικονίσεων Henon με c=0. Όταν προκύπτει το ίδιο ποσοστό για n=512 και 2048, ένας ενιαίος αριθμός εμφανίζεται στο κελί.*

n=512 / 2048		$X_1 \rightarrow X_2$	$X_2 \rightarrow X_1$	$X_2 \rightarrow X_3$	$X_3 \rightarrow X_2$	$X_1 \rightarrow X_3$	$X_3 \rightarrow X_1$
CGC		19 / 11	13 / 12	13 / 10	7 / 11	10	10 / 14
PTE	**1A**	2 / 3	3 / 9	3 / 5	3 / 5	6 / 4	4 / 10
	1B	4 / 1	5 / 12	4 / 5	3 / 4	4 / 6	5 / 10
	1C	1 / 0	0	2 / 0	0	1 / 0	1 / 0
	2A	2 / 1	3 / 7	3 / 5	1 / 2	6 / 5	3 / 12
	2B	2 / 0	1	1 / 0	1 / 0	4 / 1	1 / 3
	2C	0	0	0	0	2 / 0	0
	2D	0	0	0	0	0	0

Πίνακας 2. *Ομοίως με τον Πίνακα 1, αλλά για c=0.3.*

n=512 / 2048		$X_1 \rightarrow X_2$	$X_2 \rightarrow X_1$	$X_2 \rightarrow X_3$	$X_3 \rightarrow X_2$	$X_1 \rightarrow X_3$	$X_3 \rightarrow X_1$
CGC		100	9 / 14	96 / 100	31 / 43	7 / 9	10 / 8
PTE	**1A**	100	11 / 30	100	14 / 13	15 / 36	5 / 4
	1B	100	9 / 31	100	3 / 2	8 / 7	3 / 4
	1C	100	3 / 0	100	0 / 0	1 / 0	0
	2A	100	9 / 26	87 / 100	8 / 11	9 / 27	4 / 3
	2B	100	3 / 11	100	1 / 0	2 / 2	2 / 0
	2C	100	2 / 0	100	0	0	0
	2D	100	2 / 0	100	0	1 / 0	0

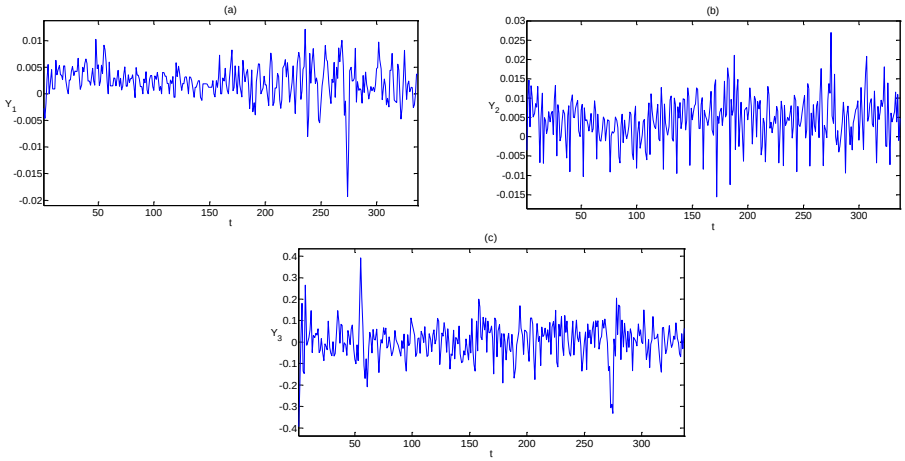
Πίνακας 3. *Ομοίως με τον Πίνακα 1, αλλά για c=0.5.*

n=512 / 2048		$X_1 \rightarrow X_2$	$X_2 \rightarrow X_1$	$X_2 \rightarrow X_3$	$X_3 \rightarrow X_2$	$X_1 \rightarrow X_3$	$X_3 \rightarrow X_1$
CGC		100	9 / 65	100	21 / 52	5 / 8	6 / 7
PTE	**1A**	100	8 / 32	100	11 / 14	32 / 95	8
	1B	100	2 / 25	100	3 / 0	6 / 68	8 / 1
	1C	100	0 / 0	100	0	2 / 32	0
	2A	100	4 / 24	100	9 / 11	23 / 93	6 / 4
	2B	100	1 / 9	100	1 / 0	4 / 57	2 / 1
	2C	100	0	100	0	1 / 33	0
	2D	100	0	100	0	1 / 14	0

4. ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Ο στόχος της εφαρμογής αυτής είναι να εξετάσουμε το είδος του πληθωρισμού, δηλαδή την ύπαρξη πληθωρισμού κόστους ή ζήτησης. Τα δεδομένα είναι μηνιαίες παρατηρήσεις για την περίοδο 01-01-1986 έως 01-02-2014 από τις Η.Π.Α.. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε το δείκτη τιμών καταναλωτή (Consumer Price Index for All Urban Consumers), την προσφορά χρήματος (M2 Money Stock, Billions of Dollars) και τις τιμές του αργού πετρελαίου (Crude Oil Prices: West Texas Intermediate - Cushing, Oklahoma, Dollars per Barrel). Για την εφαρμογή, υπολογίζουμε τις αποδόσεις (πρώτες λογαριθμικές διαφορές) του δείκτη τιμών καταναλωτή, δηλ. τον πληθωρισμό (Y_1), του M2 και του πετρελαίου (Y_2 και Y_3, αντίστοιχα) (δες Εικόνα 1).

Εικόνα 1. *Χρονοσειρά του πληθωρισμού Y_1 (α), και των πρώτων λογαριθμικών διαφορών των μεταβλητών Y_2, ποσότητα χρήματος (β) και Y_3, τιμές αργού πετρελαίου (γ), αντίστοιχα.*



Υπάρχουν δύο πιθανές πηγές εμφάνισης πληθωρισμού. Πρώτον, εξαιτίας της μεταβολής της ζήτησης π.χ. της ποσότητας χρήματος και δεύτερον εξαιτίας των σοκ προσφοράς όπως είναι η περίπτωση της μεταβολής στην τιμή του πετρελαίου. Για τη διερεύνηση της πηγής εμφάνισης του πληθωρισμού, εκτιμούμε τις άμεσες συζεύξεις μεταξύ των μεταβλητών Y_1, Y_2 και Y_3, με τους δείκτες αιτιότητας CGC και PTE. Για τον υπολογισμό της στατιστικής σημαντικότητας του PTE ανατρέχουμε στις επτά μεθόδους αναδειγματοληψίας που αναφέραμε παραπάνω. Ορίζουμε την τάξη του αυτοπαλίνδρομου μοντέλου για τον υπολογισμό του CGC ίση με P=1, σύμφωνα με το Bayesian Information Criterion Schwartz, (1978), ενώ οι ελεύθεροι παράμετροι για τον υπολογισμό του PTE ορίζονται ως m=1 (θέτουμε m=P), τ=1, h=1.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης με τους δείκτες CGC και PTE δείχνουν με συνέπεια τη σύζευξη $Y_3 \rightarrow Y_1$, γεγονός που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η επιβάρυνση του κόστους που προέρχεται από μια αύξηση της τιμής του πετρελαίου έχει μεγαλύτερη

συνεισφορά στη δημιουργία πληθωριστικών τάσεων. Πρόκειται δηλαδή για πληθωρισμό κόστους. Στον Πίνακα 4 παρατίθενται αναλυτικά τα αποτελέσματα των ελέγχων, όπου σημειώνουμε (με *) τις στατιστικά σημαντικές συζεύξεις (p-value < 0.05). Εκτός από τη σύζευξη $Y_3 \rightarrow Y_1$, εμφανίζονται επιπλέον σχέσεις οι οποίες μπορεί να οφείλονται είτε στην επιλογή του δείκτη αιτιότητας (CGC ή PTE) ή της μεθόδου υπολογισμού της στατιστικής σημαντικότητας του PTE, καθώς δεν έχουμε κάποια συνέπεια. Σημειώνουμε ότι με τον υπολογισμό πολυμεταβλητών δεικτών αιτιότητας και όχι διμεταβλητών, λαμβάνεται υπόψη ταυτόχρονα η επίδραση των σοκ ζήτησης και προσφοράς στον πληθωρισμό.

Πίνακας 4. *P-values από τους δείκτες αιτιότητας CGC και PTE για τις μεταβλητές των αποδόσεων της οικονομικής εφαρμογής για P=1 και m=1.*

p-τιμές		$Y_1 \rightarrow Y_2$	$Y_2 \rightarrow Y_1$	$Y_2 \rightarrow Y_3$	$Y_3 \rightarrow Y_2$	$Y_1 \rightarrow Y_3$	$Y_3 \rightarrow Y_1$
CGCI		0.1291	0.6268	0.7639	**0.0402***	0.2439	**0.0000***
PTE	**1A**	0.4211	0.3323	0.2533	0.0560	**0.0363***	**0.0067***
	1B	0.0757	**0.0165***	0.3816	**0.0165***	0.9933	**0.0165***
	1C	0.5296	0.2928	0.2435	0.2139	**0.0363***	**0.0067***
	2A	0.1744	0.1152	0.2040	0.2435	0.0856	**0.0067***
	2B	0.2928	0.2237	0.2336	0.3323	0.1053	**0.0165***
	2C	0.1645	0.1053	0.3224	0.3224	0.0659	**0.0067***
	2D	0.2237	0.1349	0.1843	0.2435	0.0757	**0.0461***

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην εργασία αυτή μελετήθηκαν διάφοροι μέθοδοι υπολογισμού της στατιστικής σημαντικότητας ενός δείκτη αιτιότητας. Για δείκτες των οποίων οι εκτιμητές δεν ακολουθούν γνωστή κατανομή, προτείνονται συνολικά επτά μη-παραμετρικοί έλεγχοι εκτίμησης της στατιστικής σημαντικότητας. Ενδεικτικά χρησιμοποιούνται σε ένα προσομοιωτικό παράδειγμα ο δεσμευμένος γραμμικός δείκτης αιτιότητας Granger, για τον οποίο εκτιμούμε τη στατιστική σημαντικότητα με F-test και η δεσμευμένη εντροπία μεταφοράς, για την οποία εφαρμόζουμε τους μη-παραμετρικούς ελέγχους. Με τη δημιουργία πιο ανεξάρτητων δεδομένων αναδειγματοληψίας (περιπτώσεις A έως C), παρατηρούμε ότι μειώνονται οι ψευδείς συζεύξεις, βελτιώνεται το μέγεθος και η ισχύς του ελέγχου, ενώ ο έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας γίνεται πιο συντηρητικός. Αποτελεσματική είναι η μέθοδος αναδειγματοληψίας με ταυτόχρονη τυχαιοποίηση της κινητήριας και της μεταβλητής απόκρισης (περίπτωση D).

Στα πλαίσια της εφαρμογής, χρησιμοποιώντας τους δύο δείκτες αιτιότητας με όλες τις μεθόδους υπολογισμού στατιστικής σημαντικότητας του PTE, επιβεβαιώνουμε τη βαρύτητα της συμμετοχής των μεταβολών του πετρελαίου στο σχηματισμό πληθωριστικών διαδικασιών.

ABSTRACT

In the present study, we examine different methods for assessing the statistical significance of causality indices estimated on time series. In theory, a causality measure should be zero if there are no interactions, and otherwise take positive values. Due to estimation bias, one should further examine whether a positive value of a causality measure indicates a weak coupling or not. If the distribution of the estimator follows a known distribution, a parametric test can be utilized. Otherwise, the empirical distribution of the estimator is approximated using non-parametric methods, i.e. resampling methods. Two representative causality measures are employed, namely the conditional Granger causality (CGC) and the partial transfer entropy (PTE). The statistical significance of CGC is estimated using F-test, while for the PTE seven resampling methods are examined based on surrogates and bootstraps. The effectiveness of CGC and PTE is evaluated on a simulation system with nonlinear couplings. By creating more independent resampled data, the percentage of false couplings is reduced and the test of statistical significance becomes more conservative. The method of resampling with contemporaneous randomization of the driving and response variable is also effective. Finally, we apply the CGC and PTE on three economic variables in order to determine the source of inflationary dynamics. We conclude that oil prices drive inflation.

Ευχαριστίες: Η πρόταση υλοποιείται στο πλαίσιο της Δράσης «Ενίσχυση Μεταδιδακτόρων Ερευνητών/τριών» του ΕΠΕΔΒΜ με Δικαιούχο την Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας και συγχρηματοδοτείται από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο (ΕΚΤ) και από Εθνικούς Πόρους.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Granger C.W.J. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica,* **37** (3), 424-438.

Papana A., Kugiumtzis D. and P.G. Larsson. (2012). Detection of Direct Causal Effects and Application to Epileptic Electroencephalogram Analysis. *International Journal of Bifurcation and Chaos,* **22** (9), 1250222.

Politis D. and J.P. Romano. (1994). The stationary bootstrap. *Journal of American Statistical Association,* **89** (428), 1303–1313.

Quian Quiroga R., Kraskov A., Kreuz T. and P. Grassberger. (2002). Performance of different synchronization measures in real data: A case study on electro-encephalographic signals. *Physical Review E,* **65**, 041903.

Schreiber T. (2000). Measuring information transfer. *Physical Review Letters,* **85** (2), 461-464.

Schwartz G. (1978). Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics,* **5**, 461–464.

Wiener N. (1956). *The theory of prediction*. In Modern Mathematics for Engineers, vol. 1 (ed. E.F. Beckenbach). New York: McGraw-Hill.

Yu G.H. and C.C. Huang. (2001). A distribution free plotting position. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment,* **15** (6), 462–476.