

ΣΥΜΒΟΛΗ ΣΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ "ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 1950-2000"

ΑΦΙΕΡΩΜΑ ΤΟΥ ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΥ
«ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΔΙΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»
ΣΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
Πρόσκληση για υποβολή εργασιών

3-2-2002

Αγαπητοί συνάδελφοι

Η Ιστορία της Μαθηματικής Εκπαίδευσης είναι ένα πεδίο ερευνών που αποκτά τα τελευταία χρόνια ολοένα και μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τους ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών. Το ενδιαφέρον αυτό προκαλείται τόσο από την ανάπτυξη των ερευνών για την Ιστορία της Εκπαίδευσης γενικά (που αποτελεί παραδοσιακό κλάδο της Παιδαγωγικής) όσο και από τα ερωτήματα που θέτουν ειδικότερα οι έρευνες για τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών. Ενδεικτικό στοιχείο αυτού του ενδιαφέροντος αποτελεί, μεταξύ άλλων, η επικείμενη έκδοση του δίτομου έργου "A History of School Mathematics" με επιμέλεια των G. Stanic και J. Kilpatrick.

Η Ιστορία της Ελληνικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης έχει γίνει επίσης αντικείμενο συστηματικής έρευνας τα τελευταία χρόνια, κυρίως μέσω της εκπόνησης, από Έλληνες ερευνητές, ενός ικανού αριθμού διδακτορικών διατριβών αφιερωμένων ολικά ή μερικά σ' αυτό το ζήτημα. Έχουν δημοσιευτεί επίσης σχετικές εργασίες σε περιοδικά και πρακτικά συνεδρίων καθώς και δύο τουλάχιστον βιβλία, στα οποία εξετάζονται από μια ιστορική προοπτική διάφορες όψεις της Ελληνικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Παράλληλα βέβαια πρέπει να τονιστεί το γενικότερο ενδιαφέρον για την Ιστορία της Ελληνικής Εκπαίδευσης, που εκδηλώνεται με τη διδασκαλία του αντίστοιχου μαθήματος στα Παιδαγωγικά Τμήματα, αλλά και την επικείμενη ίδρυση της Ελληνικής Εταιρείας Ιστορικών της Εκπαίδευσης.

Η ύπαρξη αυτού του ενδιαφέροντος, αλλά και ενός σημαντικού πλέον αριθμού Ελλήνων ερευνητών, οδήγησε τη Συντακτική Επιτροπή του περιοδικού «Ερευνητική Διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών», που εκδίδεται από το Παράρτημα Κεντρικής Μακεδονίας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, να αφιερώσει ένα τεύχος στην Ιστορία της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Για να δοθεί ένας πιο συγκεκριμένος προσανατολισμός στο αφιέρωμα, αποφασίστηκε αυτό να εξειδικευθεί στην Ιστορία της Ελληνικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης την περίοδο 1950 – 2000 και να συμπεριλάβει ζητήματα γενικού – μεθοδολογικού χαρακτήρα όσο και μελέτες περιπτώσεων. Η πρωτοβουλία αυτή αναμένεται ότι θα ωθήσει και θα συμβάλλει στη διατήρηση του ενδιαφέροντος. Θα αναδείξει βασικά ζητήματα και προβλήματα του ερευνητικού πεδίου και θα δημιουργήσει τις προϋποθέσεις αλληλεπίδρασης και συνεργασίας όλων των ενδιαφερομένων.

Το αφιέρωμα θα δημοσιευτεί στο 6^ο τεύχος του περιοδικού το οποίο προγραμματίζεται να κυκλοφορήσει στα τέλη του 2002 ή στις αρχές του 2003. Οι εργασίες που θα υποβληθούν θα κριθούν, σύμφωνα με τον κανονισμό του περιοδικού, από δύο κριτές και η έκθεση των κριτών θα κοινοποιηθεί στους συγγραφείς.

Προθεσμία υποβολής των εργασιών είναι η 30^η Σεπτεμβρίου 2002. Για τον καλύτερο συντονισμό και προγραμματισμό του αφιερώματος παρακαλούνται οι ενδιαφερόμενοι συγγραφείς να επικοινωνήσουν με τους επιμελητές του αφιερώματος στις παρακάτω διευθύνσεις:

Γιάννης Θωμαΐδης
Τ.Θ. 40029
560 00 Θεσσαλονίκη
Τηλ.
0310662605
0310587149
gthom@otenet.gr

Νίκος Καστάνης
Τμήμα Μαθηματικών Α. Π. Θ.
540 06 Θεσσαλονίκη
Τηλ.
0310851450
0310997957
nioka@auth.gr

ΟΙ ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΣΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΙΣΟ ΤΟΥ 20^{ου} ΑΙΩΝΑ ΕΝΑ ΠΛΑΙΣΙΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΥ[⊗]

Γ. Θωμαΐδη*, Ν. Καστάνη**

18-6-2002

ΜΙΑ ΕΚΚΙΝΗΣΗ

1950-2000: πενήντα χρόνια που συγκλόνισαν την ελληνική μαθηματική παιδεία. Ίσως έτσι να έθετε το θέμα των μαθηματικών αλλαγών στην ελληνική πραγματικότητα, κατά το δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα, ο John Reed (1887-1920)¹. Αν και ο χαρακτηρισμός “συγκλόνισαν” είναι υπερβολικός, ωστόσο προκαλεί έναν δεισδυτικό προβληματισμό για το είδος της μεταπολεμικής πορείας των Μαθηματικών στην Ελλάδα. Ήταν ριζοσπαστική; ή βαθμιαία; Υπήρχαν δηλαδή βαθιές αλλαγές; ανατροπές; ή εξελίχθηκαν όλα κλιμακωτά; γραμμικά; Ενδεικτικός, για το συγκεκριμένο προβληματισμό, είναι ο τίτλος του άρθρου “We Need Another Revolution in Secondary School Mathematics” (Χρειαζόμαστε μια Άλλη Επανάσταση στα Σχολικά Μαθηματικά της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης) του αμερικάνου διδακτολόγου Zalman Usiskin, που δημοσιεύτηκε στην Ετήσια Επετηρίδα του 1985 του Εθνικού Συμβουλίου των Μαθηματικών της Εκπαίδευσης.²

[⊗] Το πρώτο μέρος αυτού του άρθρου το πραγματεύτηκε ο Ν. Καστάνης και την τελευταία ενότητα ο Γ. Θωμαΐδης. Η τελική του διαμόρφωση οφείλει πολλά στις κριτικές παρατηρήσεις και τις παρεμβάσεις του ενός στο κείμενο του άλλου. Η σύνθεσή του, λοιπόν, είναι αποτέλεσμα μιας αρμονικής συνεργασίας με κοινό στόχο την ανάπτυξη και την εδραίωση της ιστοριογραφίας της ελληνικής μαθηματικής παιδείας στην Ελλάδα.

* Πειραματικό Σχολείο Πανεπιστημίου Μακεδονίας, ηλεκτρ. διεύθυνση: gthom@otenet.gr.

** Τμήμα Μαθηματικών Α.Π.Θ., ηλεκτρ. διεύθυνση: nioka@auth.gr.

¹ Αμερικάνος δημοσιογράφος και συγγραφέας του πολύκροτου βιβλίου *Ten days that shook the world*, στο Hirsch, Ch.R. & Zweng, M.J.(eds.): *The Secondary School Mathematics Curriculum, 1985 Yearbook*, National Council of Teachers

Από τη σκοπιά αυτή μπορεί να φωτιστούν οι “αθέατες” πτυχές της ανέλιξης των τύπων ορθολογικότητας της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας στην Ελλάδα. Με άλλα λόγια μπορούν να αναδειχθούν οι αναμορφώσεις του μαθηματικού λόγου και των μαθηματικών ιδεωδών στην ελληνική συγκυρία, την τελευταία πενήκονταετία πριν τη νέα χιλιετία. Έτσι θα δοθεί η δυνατότητα να συνειδητοποιηθούν οι ελληνικές μεταλλαγές της μαθηματικής σκέψης και νοοτροπίας, τη συγκεκριμένη περίοδο, όπως και οι σχετικές εθνομαθηματικές αναστολές.

Γίνεται φανερό ότι μια τέτοια προδιάθεση για να ενεργοποιηθεί και να αποδώσει προαπαιτεί ένα πλαίσιο γονιμοποιητικών ιδεών και μεθοδολογικών εφοδίων. Για το σκοπό αυτό θα επισημανθούν κάποια κεντρικά ζητήματα της ανέλιξης της μαθηματικής παιδείας, διεθνώς και στην Ελλάδα ειδικότερα, παράλληλα θα φωτιστούν κάποιες όψεις της σύγχρονης ιστοριογραφίας της μαθηματικής κουλτούρας.

ΟΙ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟΤΕΡΕΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΘΕΜΑΤΟΣ

Οποιαδήποτε ιστορική προσέγγιση στη μαθηματική παιδεία μιας χώρας, ή γενικότερα μιας εποχής, θα σκοντάψει, από την αρχή-αρχή, στο διφορούμενο περιεχόμενο της έννοιας “παιδεία”. Είναι, επομένως, απαραίτητη κάποια σχετική διευκρίνιση. Το πρώτο που μπορεί να σημειωθεί είναι ότι ο όρος “παιδεία” συνήθως χρησιμοποιείται με τη σημασία της εκπαίδευσης, δηλαδή της μόρφωσης στα πλαίσια θεσμοποιημένων δομών, όπου οι σχετικές επιλογές, εγκυρότητες και διαδικασίες αξιολόγησης αποτυπώνουν, εν πολλοίς, το επίσημο (ή γραφειοκρατικό) περιεχόμενο και μηχανισμό της παιδείας. Αυτή η άποψη είναι, αναμφισβήτητη, η επικρατέστερη και η πιο προσιτή. Δεν είναι όμως το μοναδικό και πλήρες νόημα του όρου, γιατί η παιδεία, γενικότερα, σηματοδοτεί τα πολιτισμικά χαρακτηριστικά του τρόπου σκέψης και της νοητικής συμπεριφοράς σ’ ένα εθνικό περιβάλλον και / ή σε μια συγκεκριμένη ιστορική περίοδο. Διαφαίνεται, μάλιστα, ότι η πολιτισμική αυτή πλευρά της παιδείας προσδιορίζει το βαθύτερο περιεχόμενό της, ενώ η “γραφειοκρατική” εκδοχή της αντιπροσωπεύει την επιφανειακή έκφασή της. Και αυτό γιατί η “επίσημη” παιδεία δεν μπορεί να είναι σπορά της τύχης, ούτε αυθαίρετες επιβολές, αλλά αντανάκλαση του “πολιτισμικού κεφαλαίου” και της πολιτισμικής δυναμικής. Από την άλλη πλευρά τα πολιτισμικά ερείσματα της παιδείας δεν “αιωρούνται” αόριστα, αλλά διαπλέκονται, με τον ένα ή άλλο τρόπο, με τη θεσμοθετημένη παιδεία. Θα μπορούσε λοιπόν να θεωρηθούν οι δύο αυτές πλευρές της παιδείας ως συμπληρωματικές συνιστώσες του περιεχομένου της.

Μέσα απ’ αυτή την οπτική γωνία για την παιδεία, η ιστορική προσέγγιση στη σύγχρονη ελληνική μαθηματική παιδεία προσβλέπει σε μια σφαιρική αναπαράσταση της ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης και συμπεριφοράς, όπου η ανάλυση των μαθηματικών καταστάσεων θα συνδυάζεται με τις εκάστοτε εθνο-πολιτισμικές ιδιαιτερότητες και τις εξωτερικές επιδράσεις. Στην κατεύθυνση αυτή δύο θεματικές “αρτηρίες” παίζουν καθοριστικό ρόλο. Η πρώτη αποσκοπεί στην ανάδειξη των αλλαγών στις γνωστικές δομές της μαθηματικής μόρφωσης και η δεύτερη στην αποκάλυψη των φορέων ανανέωσης και συντηρητισμού της μαθηματικής παιδείας.

Ο διαφωτισμός των γνωστικών αλλαγών στη μαθηματική παιδεία δεν αποκαλύπτει απλά τις μεταβολές των μαθηματικών περιεχομένων και τις συναινέσεις ή τις αντιδράσεις, αλλά τις υπερβάσεις στο εννοιολογικό και μεθοδολογικό υπόβαθρο της μαθηματικής γνώσης, τις αναμορφώσεις του μαθηματικού τρόπου σκέψης, τις ανανεώσεις της μαθηματικής ορθολογικότητας, τα επιστημολογικά και ιδεολογικά εμπόδια και τα πλαίσια κατανόησης και

στήριξης του νέου μαθηματικού λόγου. Στο πνεύμα αυτό αναπτύχθηκε, για παράδειγμα, ένα ερευνητικό πρόγραμμα για την *Κατάρτιση και την Επιμόρφωση των Μαθηματικών της Εκπαίδευσης*³ στο Κέντρο Διδακτικής των Μαθηματικών του Πανεπιστημίου του Bielefeld της Γερμανίας, τη χρονική περίοδο 1974-1981, όπου προσεγγίζεται το θέμα μέσα από την οπτική γωνία των ανακαινιστικών τάσεων της εκπαίδευσης σε συνδυασμό με τη δυναμική της μαθηματικής παιδείας και τις γνωστικές αλλαγές των σχολικών Μαθηματικών. Επισημαίνεται, στην προκειμένη περίπτωση, η σημασία της συσχέτισης των εκπαιδευτικών μεταρρυθμίσεων με τις επιστημολογικές αλλαγές στα περιεχόμενα και τις μεθόδους των Μαθηματικών ως επιστημονικός κλάδος και ως σχολικό μάθημα, η οποία υποδεικνύει το χαρακτήρα και τη βάση των αναδομήσεων της μόρφωσης και επιμόρφωσης των μαθηματικών της εκπαίδευσης.⁴ Προβάλλεται έτσι η σπουδαιότητα της κατανόησης των ριζοσπαστικών αλλαγών του μαθηματικού τρόπου σκέψης στα πλαίσια των μεταρρυθμίσεων της μαθηματικής εκπαίδευσης, για να εκτιμηθούν και να αναπροσαρμοστούν οι διδακτικές προϋποθέσεις, όπως της μόρφωσης, κατάρτισης και επιμόρφωσης των μαθηματικών της εκπαίδευσης, των αναλυτικών προγραμμάτων, των θεωρητικών και μεθοδολογικών υποδομών της διδασκαλίας και της μάθησης, των σχολικών εγχειριδίων και των παιδαγωγικών κριτηρίων αξιολόγησης των θεσμικών επιλογών και του εκπαιδευτικού έργου.

Ανάλογες παρατηρήσεις έκανε η Anna Krygowska (1904-1988), το 1976, στο 3^ο Παγκόσμιο Συνέδριο της Διδακτικής των Μαθηματικών. Συγκεκριμένα υπογράμμισε τα χαρακτηριστικά και τα μειονεκτήματα του “πρώτου κύματος” της μεταρρύθμισης των “Μοντέρνων Μαθηματικών” ως εφόδια στην προοπτική των αναπροσαρμοστικών τάσεων του “δευτέρου κύματος” των μεταρρυθμίσεων εκείνης της εποχής.⁵ Πιο διεισδυτικός ήταν ο Michael Otte σε μια δημοσίευση του, το 1982, για την εξέλιξη του αναλυτικού προγράμματος των Μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Διέκρινε, στην ιστορική εξέλιξη της μαθηματικής παιδείας κατά τον 19^ο και τον 20^ο αιώνα, δύο τύπους μεταρρυθμίσεων : τον θεμελιωτικό τύπο (ή φουνταμενταλιστικό τύπο, *Fundamentalistische Typus*) και τον εργαλειακό τύπο (ή ινστρουμενταλιστικό τύπο, *Instrumentalistische Typus*). Ο πρώτος χαρακτηρίζεται από την έμφαση που δίνει στο γνωστικό περιεχόμενο της μαθηματικής μόρφωσης και ιδιαίτερα στις βασικές μαθηματικές έννοιες οι οποίες διαρθρώνουν τη διδασκόμενη ύλη των σχολικών μαθημάτων. Σ’ αυτό τον τύπο κατατάσσεται η μεταρρύθμιση των “Μοντέρνων Μαθηματικών”. Από την άλλη μεριά, ο εργαλειακός τύπος μεταρρυθμίσεων επικεντρώνει την προσοχή του στην ιδιαιτερότητα των διδακτικών διαδικασιών, όπως αυτών της εξήγησης, της διασαφήνισης και της παραστατικότητας (*Darstellung*). Μια τέτοια περίπτωση θεωρείται η μεταρρυθμιστική προσπάθεια του G. Monge (1746-1818), στη Γαλλία, αμέσως μετά τη Γαλλική Επανάσταση.⁶

Στο πλαίσιο της προσέγγισης αυτής έγιναν κάποιες σχετικές επισημάνσεις για την ελληνική μαθηματική παιδεία. Θίγονται, στην προκειμένη περίπτωση, οι ελληνικές επιστημολογικές συμπεριφορές για τη νέα γεωμετρική σκέψη του Hilbert, όπως και οι γνωστικές ασυμβατότητες

³ “Mathematikalehrerausbildung und –weiterbildung”.

⁴ Βλ. Mies, T. et al. : *Tendencies and Problems of the Training of Mathematics Teachers*, Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, 1975, και Bromme, R. et al. : *Perspektiven für die Ausbildung der Mathematiklehrer*, Aulis Verlag Deubner, 1981.

⁵ Βλ. Krygowska, A. Z.: *Mathematics Education at Upper Primary and Junior High School Level (Ages 10-16)*, στο *Proceedings of Third International Congress of Mathematical Education*, ed. by H. Athen and H. Kunle, ICMI, Karlsruhe, 1976, σελ. 158-163, ειδ. σελ. 158, και Krygowska, A.Z. : *Mathematics Education at the First Level in Post-Elementary and Secondary Schools*, στο *New Trends in Mathematics Teaching*, Vol. IV, UNESCO, σελ. 31-46, ειδ. σελ. 33-34. Επίσης βλ. βοηθητικά Τουμάση Μ.: Μια Ανασκόπηση του Παγκόσμιου Σκηνικού της Δευτεροβάθμιας Μαθηματικής Εκπαίδευσης τα Τελευταία 200 χρόνια, *Ευκλείδης γ’*, 16, 1987, σελ. 17-60.

⁶ Βλ. Otte, M.: *Zum Problem des Lehrplans und der Lehrplanentwicklung in der Sekundarstufe I*, στο *Vonhoff, H.-P.: Bericht zur Lehrplankonferenz Mathematik Sekundarstufe I*, Institut für Bildungsmedien e.V., Frankfurt/Main, 1982, σελ. 13-24, ειδ. σελ. 13-15.

που αναδείχθηκαν στην ελληνική γεωμετρική παιδεία την περίοδο των “Μοντέρνων Μαθηματικών”.⁷ Μέσα στο πνεύμα αυτό ανακύπτουν αρκετά ερωτήματα για τα επιστημολογικά παρασκήνια της ελληνικής μαθηματικής παιδείας και τη σημασία τους στις εκπαιδευτικές αλλαγές και τις διδακτικές συμπεριφορές, όπως π.χ.

1. Σε ποιο βαθμό είναι διαποτισμένη η σύγχρονη μαθηματική εκπαίδευση στην Ελλάδα από τον πλατωνισμό και την τυποκρατία;
2. Ποια διείσδυση είχε και έχει, στην ελληνική μαθηματική παιδεία, το ρεύμα του δορισμού; της γενετικής επιστημολογίας του Piaget; της επιστημολογίας του Kuhn; του Lakatos; της γνωστικής προσέγγισης; του κονστρουκτιβισμού;
3. Υπήρχε κάποια συσχέτιση αυτών των ρευμάτων με τις μεταρρυθμιστικές πρωτοβουλίες των σχολικών Μαθηματικών ή με τα πλαίσια μόρφωσης και επιμόρφωσης των μαθηματικών της εκπαίδευσης στην Ελλάδα;
4. Τι είδους γνωστικές αλλαγές αναπτύχθηκαν στην ελληνική μαθηματική παιδεία το 2^ο μισό του 20^{ου} αιώνα; Και ποιο ήταν το εκάστοτε επίπεδο συνειδητοποίησης των επιστημολογικών και διδακτικών αλλαγών;

Αυτού του τύπου ερωτήματα προσανατολίζουν τον προβληματισμό και τη σκέψη προς τα παρασκήνια των γνωστικών επιλογών και συμπεριφορών των αρμόδιων θεσμικών οργάνων και παραγόντων της ελληνικής μαθηματικής παιδείας, πρώτα και κύρια, αλλά και όλων των εμπλεκόμενων στη διαμόρφωσή της. Και είναι αλήθεια ότι σχετικές νύξεις και αναφορές καταγράφονται στην αντίστοιχη ελληνική βιβλιογραφία.⁸

Η δεύτερη σημαντική διάσταση του προβληματισμού και των προσεγγίσεων στην ιστορία της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας είναι οι φορείς της ανανέωσής της και αυτοί των αποδοκιμασιών και των αναστολών. Μια τέτοια νύξη έγινε στις *Μελέτες στη Μαθηματική Διαπαιδαγώγηση*, που προώθησε η UNESCO. Συγκεκριμένα ο János Surányi έθιξε, με το άρθρο του για τους *Συνδέσμους των Μαθηματικών της Εκπαίδευσης*, το ρόλο και τη συμβολή τριών σχετικών *Ενώσεων*, της Ουγγαρίας, των Η.Π.Α. και της Νιγηρίας, στην ζωογόνηση και ανανέωση της μαθηματικής παιδείας στα αντίστοιχα εθνικά πλαίσια.⁹ Μια σχετική αναφορά στις δραστηριότητες της γαλλικής *Ένωσης Καθηγητών των Μαθηματικών της Δημόσιας Εκπαίδευσης (A.P.M.E.P.)* παρουσιάζονται στο επίσημο βιβλιαράκι της διδασκαλίας των Μαθηματικών στη Γαλλία.¹⁰ Όμοια και ο Geoffrey Howson επισήμανε τον καταλυτικό ρόλο του *Συνδέσμου των Μαθηματικών Δασκάλων της Αγγλίας*, όπως και άλλων χωρών, π.χ. της Γκάνα, στη διάχυση των νέων ιδεών. Παράλληλα υπογράμμισε τη συμβολή των *Προγραμμάτων Εκπαιδευτικών Σχεδιασμών και Δραστηριοτήτων (Projects)* στην προώθηση και υλοποίηση των αλλαγών στη σχολική μαθηματική παιδεία.¹¹ Όσον αφορά τις συλλογικές λειτουργίες και το δημιουργικό έργο των “*Μαθηματικών Projects*”, στις μεταρρυθμιστικές

⁷ Βλ. Καστάνη, Ν.: Η Υποδοχή των *Θεμελίων της Γεωμετρίας* του Hilbert στην Ελλάδα, *Διάσταση*, 1-2, 1999, σελ. 68-89, ειδ. σελ. 82-89.

⁸ Βλ. π.χ. Κλαουδάτου, Ν.: Ιδεολογικές Τοποθετήσεις των Καθηγητών-Μαθηματικών Μ.Ε. για το Ρόλο του Μαθήματος και οι Ενδεχόμενες Επιδράσεις τους στο Σχολικό Βιβλίο των Μαθηματικών, *Ευκλείδης γ'*, 13, 1986, σελ. 43-96, Οικονόμου, Α.: *IMRE LAKATOS. Μεθοδολογία των Προγραμμάτων Επιστημονικής Έρευνας*, μεταπτυχιακή εργασία στο Τμήμα Φιλοσοφίας-Παιδαγωγικής-Ψυχολογίας, Α.Π.Θ., 1988, Λευκοπούλου, Μ.: Η “Αρχιτεκτονική των Μαθηματικών” και η επίδρασή της στη διδασκαλία της, *Διάσταση*, 1, 1994, σελ. 12-20, Τουμάση, Μ.: *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*, εκδ. Gutenberg, 1994, σελ. 81-161, Καστάνη, Ν.: Ένα γεγονός που δεν πρέπει να περάσει απαρατήρητο [Η αναγόρευση του Thomas Kuhn σε επίτιμο διδάκτορα του Παν. Αθηνών], *Διάσταση*, 3-4, 1995, σελ. 65-68, Καστάνη, Ν.: Η Υποδοχή των *Θεμελίων της Γεωμετρίας* του Hilbert στην Ελλάδα, *Διάσταση*, 1-2, 1999, σελ. 68-89.

⁹ Βλ. Surányi, J.: Mathematics Teachers Associations, *Studies in Mathematics Education*, Vol. 4, ed. By R. Morris, UNESCO, 1985, σελ. 133-140.

¹⁰ Βλ. *Keep up with Teaching Mathematics in France*, 1988, σελ. 28 κ.ε.

¹¹ Βλ. Howson, A.G.: The Diffusion of New Ideas, στο *Wain, G.T.(ed.): Mathematical Education*, Van Nostrand, 1978, σελ. 124-139.

καταστάσεις, πολύ ενδιαφέρον είναι το βιβλίο *Curriculum Development in Mathematics* των G. Howson, Chr. Keitel και J. Kilpatrick, όπου εξετάζονται σε έκταση αντίστοιχα Προγράμματα της Ευρώπης και των Η.Π.Α., αναδεικνύοντας τη σημασία τους στην ανάπτυξη της μαθηματικής εκπαίδευσης.¹² Στην κατεύθυνση αυτή αξιοσημείωτος είναι ο ρόλος των Ερευνητικών Κέντρων της Διδακτικής των Μαθηματικών και των Μαθηματικών Τμημάτων των Πανεπιστημίων. Πολύ χαρακτηριστική είναι η περίπτωση των *Ινστιτούτων για την Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών (I.R.E.M.)* της Γαλλίας. Ο Guy Brousseau έδειξε την πολύπλευρη δραστηριότητα των *I.R.E.M.* στην μόρφωση και επιμόρφωση των μαθηματικών δασκάλων, στη μελέτη, την ανάλυση και τον πειραματισμό των διδακτικών καταστάσεων και των προγραμμάτων της μαθηματικής εκπαίδευσης, στην ποιοτική ανάπτυξη των διαδικασιών μάθησης και διδασκαλίας, όπως και την ανύψωση της επαγγελματικής κατάρτισης των μαθηματικών δασκάλων.¹³ Μια σχετική με τα *I.R.E.M.* περίπτωση είναι και το *Ινστιτούτο Διδακτικής των Μαθηματικών (IDM)* της Γερμανίας. Και αυτό ανάπτυξε μια αξιολογη δυναμική σ' ένα ευρύ φάσμα της διδακτικής έρευνας στα Μαθηματικά και προώθησε τα ζητήματα αυτά, όπως και τη μαθηματική διαπαιδαγώγηση γενικότερα, τόσο στη γερμανική μαθηματική παιδεία όσο και στις αντίστοιχες διεθνείς οργανώσεις και συναντήσεις.¹⁴ Σχετικά με τα πανεπιστημιακά Μαθηματικά, θα ήταν λάθος να θεωρούνται μόνο ως θεσμικά έγκυρες σπουδές, όπου δεσπόζει η μύηση σε μια ερευνητικού τύπου, ή ερευνητικίζουσα, μαθηματική μόρφωση και νοοτροπία. Και αυτό γιατί έχουν έναν ευρύτερο ρόλο στη διαμόρφωση της μαθηματικής παιδείας. Πιο συγκεκριμένα, αποτελούν έναν ισχυρότατο κανονιστικό παράγοντα, αν και τις περισσότερες φορές είναι αφανής. Στην περίπτωση της σχολικής μαθηματικής παιδείας, συνιστούν μια καθοριστική πηγή τροφοδοσίας, «επίβλεψης» και άμεσης ή έμμεσης παρέμβασης στο χαρακτήρα και την υποδομή της. Και είναι αλήθεια ότι η επίδρασή τους δεν έμεινε απαρατήρητη. Αρκετά ενδεικτική είναι η συσχέτιση του ρόλου των πανεπιστημιακών μαθηματικών σπουδών με τη μόρφωση και την επαγγελματική προετοιμασία των μαθηματικών δασκάλων.¹⁵ Γενικότερα, έχουν εξεταστεί και άλλες όψεις της κατάστασης και του αντίκτυπου της πανεπιστημιακής εκπαίδευσης των μαθηματικών.¹⁶

Μέσα στους φορείς που επηρέασαν και επηρεάζουν την εξέλιξη της μαθηματικής παιδείας είναι οι διεθνείς οργανισμοί, όπως ο OECD (Οργανισμός Οικονομικής Συνεργασίας και Ανάπτυξης) και το Συμβούλιο Πολιτιστικών Υποθέσεων της Ενωμένης Ευρώπης. Το σχετικό ενδιαφέρον και οι παρεμβάσεις του πρώτου είναι ευρύτατα γνωστές¹⁷, λιγότερο όμως είναι γνωστή η στάση της ΕΟΚ ή της ΕΕ. Αξίζει να αναφερθεί ενδεικτικά, για τη δεύτερη περίπτωση, μια μελέτη για την κατάσταση της μαθηματικής εκπαίδευσης των μελών της ΕΟΚ, με σκοπό να φανούν τα χαρακτηριστικά των προϋποθέσεων και των απαιτήσεων από τα Μαθηματικά στις εισαγωγικές εξετάσεις στα πανεπιστήμιο. Πρόκειται για τη συγκριτική έρευνα που

¹² Βλ. Howson, G., Keitel, Chr., & Kilpatrick, J.: *Curriculum Development in Mathematics*, Cambridge Univ. Press, 1981.

¹³ Βλ. Brousseau, G.: The IREM's Role in Helping Elementary-School Teachers, στο Morris, R.(ed.): *Studies in Mathematics Education*, Vol. 3, UNESCO, 1984, σελ. 235-251.

¹⁴ Βλ. Griesel, H. & Steiner, H.-G.: The Organization of Didactics of Mathematics as a Professional Field, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 24(7), 1992, σελ. 287-295, ειδ. σελ. 293-294.

¹⁵ Βλ. Bromme, R. et al. πρ. υπ. 4, σελ. 153 κ.ε.

¹⁶ Βλ. Kline, M.: *Why the Professor Can't Teach. Mathematics and the Dilemma of University Education*, St. Martin's Press, 1977, Van Lint, J.H.: *Mathematics Education at University Level, New Trends in Mathematics Teaching*, Vol. 4, UNESCO, 1979, σελ. 66-84, Fiala, F.: *The Teaching of Mathematics at University Level*, Council of Europe, George G. Harrap, 1970, McLone, R.R.: *The Training of Mathematicians-A Research Report*, Social Science Research Council Report, 1973, Artigue, M.: The Teaching and Learning of Mathematics at the University Level. Crucial Questions for Contemporary Research in Education, *Notices of American Mathematical Society*, 46 (11), 1999, σελ. 1377-1385.

¹⁷ Βλ. π.χ. Βαϊνά, Κ.: *Ανάλυση της Διδακτικής των Μαθηματικών στην Ελλάδα*, εκδ. Γρηγόρη, 1997, σελ. 93.

πραγματοποιήθηκε, το 1967-68, στο Παιδαγωγικό Τμήμα του Πανεπιστημίου της Οξφόρδης.¹⁸ Μέσα στο πλαίσιο των διεθνών επιδράσεων δεν θα πρέπει να αγνοηθούν και οι αντίστοιχες δραστηριότητες και εκδόσεις της UNESCO και ICMI (δηλ. της Παγκόσμιας Ένωσης για τη Μαθηματική Εκπαίδευση), αν και αυτές είχαν, ως επί το πλείστον, απήχηση μόνο στο ερευνητικό κλίμα της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Απ' αυτή την οπτική γωνία θα πρέπει να φωτιστούν και οι εξελίξεις της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας στην Ελλάδα. Κάποια ερωτήματα τα οποία μπορούν να τεθούν, στην προκειμένη περίπτωση, είναι τα εξής:

1. Ο κύκλος του Παπανούτσου είχε προετοιμάσει και έπαιξε ρόλο στη μεταρρύθμιση των σχολικών Μαθηματικών στις αρχές της δεκαετίας του 1960;
2. Τι στάση είχε η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία στην πορεία της μαθηματικής παιδείας;
3. Η ΟΛΜΕ και η ΟΙΛΜΕ έδειξαν κάποιο σχετικό ενδιαφέρον;
4. Το Διδασκαλείο Μέσης Εκπαίδευσης πως συμπεριφέρθηκε σ' αυτό το χρονικό διάστημα;
5. Ποιος ήταν ο ρόλος των Μαθηματικών Τμημάτων;
6. Το ΚΕΜΕ (Κέντρο Εκπαιδευτικών Μελετών και Επιμόρφωσης) και το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο τι παρεμβάσεις έκαναν και πως χειρίστηκαν τα ζητήματα της μαθηματικής παιδείας;

Τα ερωτήματα αυτά δημιουργούν, όπως φαίνεται, ένα συγκεκριμένο ιστορικό ενδιαφέρον, είναι όμως σε πρωτογενή κατάσταση, δηλ. δεν καλλιεργήθηκε ιστοριογραφικά παρά μόνο περιστασιακά έγιναν κάποιες σχετικές νύξεις σε ευρύτερες ιστορικές προσεγγίσεις. Για το λόγο αυτό αξίζει να επισημανθούν κάποια ερείσματα τους που θα βοηθήσουν στην εξέταση και διαμόρφωση των απαντήσεων τους. Έτσι, αναφορικά με τον κύκλο του Παπανούτσου είναι πολύ σημαντικό να διερευνηθεί η συμμετοχή του Ν. Σωτηράκη, ο οποίος ήταν ο σημαντικότερος παράγοντας της μεταρρύθμισης των «Μοντέρνων Μαθηματικών» στην Ελλάδα. Μάλιστα, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αρθρογραφία του, όπως και των άλλων μαθηματικών, στα περιοδικά *Παιδεία* και *Παιδεία και Ζωή* του Παπανούτσου, που χρονολογούνται από τα τέλη της δεκαετίας του 1940.¹⁹ Σχετικά με τις παρεμβάσεις της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, υπάρχει πολύ πλούσιο υλικό.²⁰ Ενδεικτικά να αναφερθούν: τα Συνέδρια που οργάνωσε μετά την «είσοδο» των «Μοντέρνων Μαθηματικών» στην Ελλάδα, όπως τις προστριβές της με το ΚΕΜΕ,²¹ ή τη σύνταξη Αναλυτικών Προγραμμάτων για τα Σχολικά Μαθηματικά.²² Για την ΟΛΜΕ, αξιοσημείωτο είναι το υλικό των εισηγήσεων στα Εκπαιδευτικά Συνέδρια που οργάνωσε.²³ Όσον αφορά το Διδασκαλείο Μέσης Εκπαίδευσης, είναι ιδιαίτερης ιστορικής αξίας η εξέλιξη της Διδακτικής των Μαθηματικών, όπως και τα Μαθηματικά που διδάσκονταν.²⁴ Για τα Μαθηματικά Τμήματα,

¹⁸ Βλ. Halls, W.D. & Humphreys, D.: *European Curriculum Studies (In the Academic Secondary School)*, Council for Cultural Co-operation, 1968.

¹⁹ Βλ. π.χ. Κριτικού, Ν.: Νίκος Σωτηράκης. Ο Μαθηματικός και ο Δάσκαλος, *Εκπαίδευση & Επιστήμη*, 2, 1980, σελ. 11-15, Μενδωνίδη, Γ.: Σωτηράκης ο Χίος. Η Ζωή και το έργο του, *στο ίδιο*, σελ. 16-23, Βαϊνά, Κ.: Η Προσφορά του Ν. Σωτηράκη στην Ελληνική Μαθηματική Παιδεία, *Σχολείο και Ζωή*, 1, 1996, σελ. 23-27.

²⁰ Βλ., βοηθητικά, Ωραιόπουλου, Γ.: *ΕΜΕ 1918-1988. Τα Πρώτα Εβδομήντα Χρόνια*, ΕΜΕ, 1988. Επίσης βλ. *Ενημέρωση από το Διοικητικό Συμβούλιο της ΕΜΕ*, 15-16, 1982, σελ. 5-40, *στο ίδιο*, 19, 1982, σελ. 4 κ.ε. *στο ίδιο*, 22-23, 1984, σελ. 60-79, *στο ίδιο*, 28, 1986, σελ. 10-15.

²¹ Βλ. π.χ. *Ενημέρωση από το Διοικητικό Συμβούλιο της ΕΜΕ*, 4, 1977-78, σελ. 7-11.

²² Βλ. π.χ. *Ενημέρωση από το Διοικητικό Συμβούλιο της ΕΜΕ*, 12, 1980, σελ. 2 κ. ε., 13, 1980, σελ. 8 κ.ε., 14, 1981, σελ. 8 κ.ε.

²³ Βλ. π.χ. *Α' Εκπαιδευτικό Συνέδριο Καθηγητών Μέσης Εκπαίδευσης*, ΟΛΜΕ, 1982, σελ. 283-294.

²⁴ Βλ. π.χ. Τουμάση, Χ.: *Τάσεις και Χαρακτηριστικά των Σχολικών Μαθηματικών Β'μιας Εκπαίδευσης στη Νεώτερη Ελλάδα...*, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Πατρών, 1989, σελ. 171 κ.ε. Για

χρήσιμες είναι οι Επετηρίδες και οι Οδηγοί Σπουδών όπου περιέχονται τα προγράμματα σπουδών, τα οποία, μαζί με τα εγχειρίδια Μαθηματικών, καθρεπτίζουν αρκετά καλά την κατάσταση και το πνεύμα της ανώτατης μαθηματικής μόρφωσης στην Ελλάδα.²⁵ Σχετικά με το ΚΕΜΕ και το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο υπάρχουν αρκετές δημοσιεύσεις που απεικονίζουν τις επιλογές τους.²⁶

Η ΙΣΤΟΡΙΟΓΡΑΦΙΑ ΤΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΠΟ ΜΙΑ ΕΥΡΥΤΕΡΗ ΣΚΟΠΙΑ

Είναι γεγονός ότι η έμφαση στις αλλαγές των γνωστικών δομών της θεσμοθετημένης μόρφωσης και στους φορείς της δυναμικής της παιδείας, ή αναχαίτισής της, αποτελεί ένα σύγχρονο άξονα της ιστοριογραφίας της παιδείας.²⁷ Έναν ιστοριογραφικό προσανατολισμό που σε καμιά περίπτωση δεν μπορεί να μονοδρομήσει τις ιστορικές αναζητήσεις και μελέτες της παιδείας. Πολύ περισσότερο δεν μπορεί να περιστείλει ή να εξουδετερώσει τις άλλες ιστοριογραφικές προσεγγίσεις. Και αυτό γιατί η κάθε ιστορική αναπαράσταση έχει τη δική της αξία και μόνο ο πολύπλευρος φωτισμός ενός ιστορικού θέματος μπορεί να αναδείξει όλες τις πτυχές του. Μέσα απ' αυτό το πρίσμα γίνεται φανερή η ανάγκη εμπλουτισμού του ιστοριογραφικού παρασκήνιου της ανέλιξης της μαθηματικής παιδείας γενικά και στην Ελλάδα ειδικότερα.

Στην ευρύτερη διεθνή βιβλιογραφία για την ιστορία ή την κατάσταση της μαθηματικής παιδείας, στο δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα, δύο είδη προσεγγίσεων είναι αρκετά διαδομένα. Το πρώτο είδος χαρακτηρίζεται από μια συνθετική, περιγραφική, παρουσίαση του θέματος. Το δεύτερο είδος, από την άλλη μεριά, δίνει έμφαση στις πολιτικό-οικονομικές και/ή ιδεολογικές ερμηνείες των σχετικών εξελίξεων.

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα περιγραφικής ιστοριογραφίας της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας αποτελεί το 14^ο και το 21^ο κεφάλαιο της *Ιστορίας της Μαθηματικής Παιδείας στις ΗΠΑ και τον Καναδά*. Εδώ παρουσιάζονται οι πληροφορίες της εξέλιξης της μαθηματικής εκπαίδευσης στις δύο αυτές χώρες, με άξονα τις ενέργειες των σχετικών επιτροπών και αντίστοιχων πανεπιστημιακών ερευνητικών προγραμμάτων (projects).²⁸ Η αξία αυτής της ιστορικής έκθεσης βρίσκεται στη γνωστοποίηση των επίσημων πρωτοβουλιών και προσανατολισμών που επηρέασαν την εξέλιξη της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας στις εν λόγω χώρες. Και είναι αλήθεια ότι αυτό το πρότυπο είναι αρκετά διαδομένο στα εγχειρίδια Διδακτικής των Μαθηματικών των ΗΠΑ.²⁹ Ανάλογες ιστορικές προσεγγίσεις υπάρχουν και για

το ζήτημα της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών βλ. επίσης τις βιβλιογραφικές παραπομπές στην υποσημείωση 103.

²⁵ Βλ., βοηθητικά, Καστάνη, Ν.: *Η 70χρονη Πορεία του Τμήματος Μαθηματικών του Α.Π.Θ.*, εκδ. Ζήτη, 1999.

²⁶ Βλ. π.χ. Βαρουχάκη, Ν.: Απόψεις του ΚΕΜΕ για τα Α.Π. στα Μαθηματικά, *Πρακτικά 2ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, ΕΜΕ, 1985, σελ. 122-131, Αδαμόπουλου, Λ.: Οι Απόψεις του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο, *Πρακτικά 4^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, ΕΜΕ, 1985, σελ.243-251. Επίσης βλ. Καστάνη, Ν.: «Να φύγει ο Ευκλείδης-Δεν θα γίνουμε εθνικοί μειοδότες». Μια ιστορικο-διδακτική εξέταση της αντίφασης στη σχολική μας Γεωμετρία, *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 31, 1986, σελ. 3-18.

²⁷ Βλ. Léon, A. : *The History of Education Today*, UNESCO, 1985, σελ. 55-65, Goodson, I.F.: Social Histories of Educational Change, *Journal of Educational Change*, 2, 2001, σελ. 45-63.

²⁸ Βλ. *A History of Mathematics Education in the United States and Canada*, Thirty-second Yearbook, National Council of Teachers of Mathematics, 1970, σελ. 235-297, 426-450.

²⁹ Βλ. Butler, C.H., Wren, F.L. & Banks J.H.: *The Teaching of Secondary Mathematics*, 5th ed., McGraw-Hill, 1970, σελ. 30-38, Willoughby, S.S.: *Contemporary Teaching of Secondary School Mathematics*, John Wiley, 1967, σελ. 29-57, Sherman, H.: *Common Elements in New Mathematics Programs: Origins & Evolution*, Teachers College Press, Columbia University, 1972, σελ. 9-29.

άλλες χώρες, π.χ. στην Αγγλία³⁰, στη Γαλλία³¹, στη Γερμανία³², στην Ιταλία³³. Διαπιστώνεται ότι η συντριπτική πλειοψηφία των σχετικών δημοσιεύσεων έχει ως επίκεντρο την μεταρρύθμιση των «Μοντέρνων Μαθηματικών» και τις αντίστοιχες αντιδράσεις. Αυτό έχει ως συνέπεια να είναι δύσκολο, έως αδύνατο, να βρεθεί κάποια εργασία που να καλύπτει τις εξελίξεις της μαθηματικής παιδείας σ' όλη τη διάρκεια της περιόδου 1950-2000. Υπάρχουν ωστόσο κάποιες συλλογές άρθρων για τα σχολικά Μαθηματικά συγκεκριμένων χωρών σε διαφορετικές χρονικές στιγμές από το 1960 και μετά.³⁴

Κάποιοι συγγραφείς, που γενικά έχουν την ίδια μεθοδολογική σκοπιά, διείσδυσαν, λίγο, στους θεωρητικούς παράγοντες ή σε άλλες παραμέτρους της συγκυρίας του θέματος. Για παράδειγμα ο Bruce R. Vogeli έδωσε έμφαση στο ρόλο των ενοποιητικών εννοιών στην εξέλιξη των διδακτικών επιλογών και συμπεριφορών³⁵ και ο Robert W. Hayden, στη διατριβή του για την *Ιστορία του Κινήματος των "Νέων Μαθηματικών" στις ΗΠΑ*, έθιξε³⁶ τη νοοτροπία του «προοδευτισμού» και τις μαθηματικές καινοτομίες που προέκυψαν από το Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο ως δύο ερμηνευτικές διαστάσεις του θέματός του.

Στη σχετική ελληνική βιβλιογραφία περιλαμβάνονται δημοσιεύσεις συνθετικού, περιγραφικού, τύπου. Συγκεκριμένα ο Θεόδωρος Εξαρχάκος στο βιβλίο του *Διδακτική των Μαθηματικών* παρουσίασε κάποιες ιστορικές πληροφορίες για τα επιφαινόμενα των σύγχρονων σχολικών Μαθηματικών σε κάποιες χώρες και στην Ελλάδα.³⁷ Στο ίδιο πνεύμα, εμπλουτισμένο και με κάποιες πολιτικές νύξεις, ήταν και η εισήγηση της Μαρίας Νικολακάκη, για την πρωτοβάθμια μαθηματική εκπαίδευση, στο 13^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας.³⁸ Από την άλλη

³⁰ Βλ. Assistant Masters Association: *The Teaching of Mathematics in Secondary Schools*, Cambridge Univ. Press, 1973, σελ. 14-29, Griffiths, H.B. & Howson, A.G.: *Mathematics: Society and Curricula*, Cambridge Univ. Press, 1974, σελ. 179 κ.ε., Pinner, M.T.: *Mathematics: Its Challenge to Primary School Teachers from 1930 to 1980*, στο Floyd, A.(ed.): *Developing Mathematical Thinking*, Addison-Wesley, 1981, σελ. 12-25.

³¹ Βλ. Magnier, A.: *Changes in Secondary School Mathematical Education in France over the Last Thirty Years*, στο *Comparative Studies of Mathematics Curricula-Change and Stability 1960-1980*, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1980, σελ. 123-166, *Keep Up with Teaching Mathematics in France*, 1988, σελ. 3-8, Revuz, A.: *La prise de conscience bourbakiste, 1930-1960*, στο Belhoste, B. et al. (eds.): *Les sciences au lycée*, Librairie Vuibert, 1996, Armatte, M.: *Mathématiques "modernes" et sciences humaines*, στο *ίδιο*, σελ. 77-88, Kahane, J.-P.: *Les mathématiques, hier et demain*, στο *ίδιο*, σελ. 89-98, Trouche, L.: *Teaching of Mathematics in France: A Still Unfinished Counter-Reform, a Questioned Field. Some Conditions to be able to Manage the Crisis of Mathematics Teaching*, <http://web.ccr.jussieu.fr/iremParis7/ARTICLE/TROUCHE.HTML>.

³² Βλ. Weidig, I.: *On the School System in Germany and the Regulation of Mathematics Teaching*, *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 24(7), 1992, σελ. 214-219.

³³ Βλ. Barra, M. et al.(eds.): *Italian Research in Mathematics Education: Common Roots and Present Trends*, Progetto Strategico del C.N.R. Technologie e Innovazioni Didattiche, Quaderno n. 12, 1992, σελ. 27-43.

³⁴ Βλ. π.χ. Freudenthal, H.(ed.): *Change in Mathematics Education since the late 1950's: Ideas and Realisation*, *Educational Studies in Mathematics*, 9, (2/3), Special Issue, 1978, Swetz, F.J.(ed.): *Socialist Mathematics Education*, Burgundy Press, 1978, El Tom, M.E.A.(ed.): *Developing Mathematics in Third World Countries*, North-Holland Publ., 1979, Morris R.(ed.): *Studies in Mathematics Education*, Vol. 1, 1980, Unesco, Wirzup, I. / Streit, R.(eds.): *Developments in School Mathematics Education Around the World*, National Council of Teachers of Mathematics, 1987, (Vol.2, 1990), Howson, G.(ed.): *Natinal Curricula in Mathematics*, The Mathematical Association, 1991, Morris, R. / Arora, M.S.(eds.): *Moving into the Twenty-first Century*, *Studies in Mathematics Education*, Vol. 8, 1992, UNESCO.

³⁵ Βλ. Vogeli, B.R.: *The Rise and Fall of the "New Math"*, Teachers College, Columbia University, 1976. Βλ. επίσης Bruner, J.: *Η Διαδικασία της Παιδείας*, εκδ. Καραβία, [1969] και Tietze, U.-P.: *Mathematical Curricula and the underlying goals*, στο R. Biehler et al (eds.): *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, Kluwer, 1994, σελ.41-53.

³⁶ Βλ. Hayden, R.W.: *A History of the "New Math" Movement in the United States*, PhD, Iowa State University, 1981.

³⁷ Βλ. Εξαρχάκου, Θ.Γ.: *Διδακτική των Μαθηματικών*, Ελληνικά Γράμματα, 1988, σελ. 64-76.

³⁸ Βλ. Νικολακάκη, Μ.: *Εκσυγχρονισμός του Μαθήματος των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση της Ελλάδας (1964-1996)*, *Πρακτικά 13^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1996, σελ. 302-315.

μεριά, αρκετά κριτική (ή επικριτική) ήταν η προσέγγιση του Μπάμπη Τουμάση στην εισήγηση, για την εξέλιξη των μαθηματικών προγραμμάτων στην ελληνική μέση εκπαίδευση, που έκανε στο 1^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας.³⁹ Ακόμη πιο ανάγλυφα παρουσιάζεται η αντιπαράθεση και η μεταρρυθμιστική δυστοκία της ελληνικής σχολικής Γεωμετρίας στο άρθρο του Γ. Θωμαΐδη για την εξέλιξη του σχετικού μαθήματος την περίοδο 1960-1990.⁴⁰ Αρκετά επίσης ιστορικά στοιχεία για την εξέλιξη της ελληνικής σχολικής Γεωμετρίας είναι διαθέσιμα και σ' ένα σχετικό ξενόγλωσσο άρθρο του Τουμάση.⁴¹ Αξίζει να σημειωθούν εδώ και τρεις, επί πλέον, ξενόγλωσσες εργασίες, αυτού του είδους, για τη σύγχρονη ελληνική μαθηματική παιδεία. Είναι η αμερικάνικη διατριβή της Stavroula E. Kostaki, που επικεντρώνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα και τα σχολικά εγχειρίδια της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στις αρχές της δεκαετίας του 1970,⁴² όπως και τα αγγλικά μεταπτυχιακά δοκίμια της Elmira Kanellorou⁴³ και της Elena Nardi⁴⁴, που αναφέρονται σε κάποιες πλευρές της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης στο δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα.

Παράλληλα υπάρχουν ευρύτερες συνθετικές μελέτες για την ελληνική μαθηματική παιδεία, όπου περιέχονται αρκετές πληροφορίες και κριτικά σχόλια για τη σύγχρονη ελληνική πραγματικότητα. Αξιοσημείωτο είναι, στην περίπτωση αυτή, το βιβλίο *Ανάλυση της Διδακτικής των Μαθηματικών στην Ελλάδα* του Κώστα Βαϊνά, όπου παρουσιάζεται η διεθνής και η ελληνική εξέλιξη των σχολικών Μαθηματικών από το 1960 και μετά.⁴⁵ Επίσης μια συμβολή στην αποτύπωση των αντίστοιχων εκπαιδευτικών καταστάσεων και των αναλυτικών προγραμμάτων αποτελούν οι διατριβές της Αγγελικής Μητρογιαννοπούλου⁴⁶ και της Αικατερίνης Κασιμάτη⁴⁷.

Βλ. επίσης Μαραγκουδάκη, Γ.Π.: Εκπαιδευτική Μεταρρύθμιση 1964-67. Πρώτες Προσπάθειες Θεωρητικής Θεμελίωσης Νέου Αναλυτικού Προγράμματος (Μαθηματικών) για τα Σχολεία της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, *Το Σχολείο του Μέλλοντος*, 10, 1994, σελ. 26-28.

³⁹ Βλ. Τουμάση, Μ.: Εξελίξεις στην Ανάπτυξη Μαθηματικών Προγραμμάτων στη Μέση Εκπαίδευση. Η Ελληνική Πραγματικότητα, *Πρακτικά 1^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1984, σελ. 139-155. Βλ. επίσης Καρανάσιου, Σ. & Παντελίδη, Γ.: Η Μαθηματική Παιδεία στο Λύκειο και οι Απαιτήσεις του Ε.Μ.Πολυτεχνείου, *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 51, 1999, σελ. 45-53, Κερασαρίδη, Γ.: Τρία Ερωτήματα για τη «Μεταρρύθμιση», *στο ίδιο*, σελ. 87-102, Παπαντωνίου, Β.Ι.: Αναλυτικά Προγράμματα και οι Ανάγκες της τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης, *στο ίδιο*, σελ. 103-112.

⁴⁰ Βλ. Θωμαΐδη, Γ.: Οι Συντεταγμένες της Σχολικής Γεωμετρίας στην Ελλάδα (1960-1990), *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 61, 1991, σελ. 27-38.

⁴¹ Βλ. Toumasis, Ch.: The Epos of Euclidean Geometry in Greek Secondary Education (1836-1985): Pressure for Change and Resistance, *Educational Studies in Mathematics*, 21(6), 1990, σελ. 491-508.

⁴² Βλ. Kostaki, S.E.: *The Mathematics Program of the Greek High School in Terms of International Acceptable Patterns and Practices in Mathematics Education*, PhD, University of North Carolina at Greensboro, 1978, σελ. 65 κ.ε.

⁴³ Βλ. Kanellorou, E.: *Recent International Developments in Mathematics Teaching in Secondary Schools and their Implications for Greece*, Master Educ. University of Hull, 1975.

⁴⁴ Βλ. Nardi, E.: *A Concise Historical Review of the Mathematics Curriculum in Greece (1830-1985): A Story of Hope and Frustration*, Wolfson College, University of Cambridge, 1992.

⁴⁵ Βλ. Βαϊνά, Κ., πρ. παρ. 17, σελ. 73 κ.ε. Βλ. επίσης Αδαμόπουλου, Λ.: Το Νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, *Τα Εκπαιδευτικά*, 25-26, 1992, σελ. 128-142, του ίδιου : Τα Αναθεωρημένα Βιβλία Μαθηματικών των Δ', Ε', ΣΤ' Τάξεων του Δημοτικού Σχολείου, *Τα Εκπαιδευτικά*, 31-32, 1993, σελ. 168-175, του ίδιου: Η Διδασκαλία της Στατιστικής και της Θεωρίας Πιθανοτήτων στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, *Διάσταση*, 2-3, 1994, σελ. 47-71.

⁴⁶ Βλ. Μητρογιαννοπούλου, Α.: *Η Θέση των Μαθηματικών στη Μέση Γενική Εκπαίδευση στο Β' μισό του 20^{ου} αιώνα*, Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Αθηνών, 2001.

⁴⁷ Βλ. Κασιμάτη, Αικ.: *Τα Αναλυτικά Προγράμματα του μαθήματος των Μαθηματικών στην Ελλάδα, (1961-1987) σε συνάρτηση με την επίδοση των μαθητών ηλικίας 12-15 ετών*. Διδακτορική Διατριβή, Πανεπιστήμιο Αθηνών, 1994.

Οι ιστορικές αυτές περιγραφές επικεντρώνονται σε επιμέρους χρονικές ή θεματικές περιπτώσεις και κατά συνέπεια δεν παρουσιάζουν ολοκληρωμένα την εξέλιξη των στοιχείων που αποτελούν τις μαρτυρίες της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Από ιστοριογραφική λοιπόν άποψη, είναι ανοικτά κάποια σχετικά θέματα. Με τη μορφή ερωτημάτων, μερικά από αυτά τα θέματα είναι τα εξής:

1. Ποια ήταν η εξέλιξη των αναλυτικών προγραμμάτων της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας μαθηματικής εκπαίδευσης στην Ελλάδα, την περίοδο 1950-2000;
2. Ποιοι ήταν οι εκάστοτε επίσημοι στόχοι της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης;
3. Τι είδους σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών εμφανίστηκαν;
4. Τι διδακτικές οδηγίες για τα Μαθηματικά δόθηκαν στους δασκάλους και τους καθηγητές, στο διάστημα 1950-2000;
5. Τι θεσμική και θεματολογική εξέλιξη είχαν οι εισαγωγικές εξετάσεις στα ΑΕΙ, όσον αφορά τα Μαθηματικά;

Ταυτόχρονα και πολλές φορές σε συνδυασμό με τις συνθετικές ιστορικές αναπαραστάσεις της σύγχρονης μαθηματικής εκπαίδευσης, αναπτύχθηκαν διάφορες πλαισιοκρατικές (contextual) προσεγγίσεις των καταστάσεων και των εξελίξεων της μαθηματικής παιδείας στο δεύτερο μισό του 20^{ου} αιώνα. Χαρακτηριστική περίπτωση είναι η κοινωνιολογική ανάλυση της δευτεροβάθμιας μαθηματικής εκπαίδευσης στην Αγγλία του Barry Cooper, ο οποίος εξέτασε το υπόβαθρο του επαναπροσδιορισμού των σχολικών Μαθηματικών έχοντας ως υποκείμενο άξονα τις επαγγελματικές ανάγκες και προοπτικές στην αγορά εργασίας, τις επιστημονικές απαιτήσεις των πανεπιστημιακών Μαθηματικών και τις διαφοροποιήσεις των μαθητικών ικανοτήτων.⁴⁸ Και ο Bob Moon παρουσίασε τις διεθνείς εξελίξεις και τις αντιπαραθέσεις κατά τη μεταρρύθμιση των “μοντέρνων” Μαθηματικών έχοντας ως παρακείμενη διάσταση τις συμπεριφορές και τα ενδιαφέροντα των επαγγελματικών ομάδων.⁴⁹ Στην κατεύθυνση αυτή πιο ριζοσπαστικός είναι ο Bernard Charlot, ο οποίος έκανε μια ανάλυση της μεταρρύθμισης των “μοντέρνων” Μαθηματικών στη Γαλλία με κοινωνικο-οικονομικούς όρους.⁵⁰ Και ακόμη πιο προωθημένες είναι οι σχετικές κριτικές θεωρήσεις μέσα από ιδεολογικές επισημάνσεις.⁵¹

Για την ελληνική πραγματικότητα, η διατριβή του Τουμάση αποτελεί την πιο αντιπροσωπευτική περίπτωση αυτής της ιστοριογραφικής κατηγορίας.⁵² Και αυτό γιατί διατέμνεται από έναν κοινωνικο-πολιτικό άξονα, ο οποίος επισημαίνει τα χαρακτηριστικά του

⁴⁸ Βλ. Cooper, B.: *Renegotiating Secondary School Mathematics. A Study of Curriculum Change and Stability*, The Falmer Press, 1985, του ίδιου : *Secondary School Mathematics Since 1950: Reconstructing Differentiation*, στο Goodson, I.(ed.): *Social Histories of the Secondary Curriculum: Subjects for Study*, The Falmer Press, 1985, σελ. 89-119. Μια ανάλογη σκοπιά έχει η Christine Keitel στην εργασία της : *Διδασκαλία και Μάθηση των Μαθηματικών σε Διεπιστημονικό Πλαίσιο: τα Μαθηματικά και η Κοινωνική Πρακτική τους Μέσα στην Τάξη, Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών V*, εκδ. Gutenberg, 2000, σελ. 157-189. Όμοια και η δημοσίευση του Peter Damerow: *Mathematikunterricht und Gesellschaft*, στο Heymann, H.W.(ed.): *Mathematikunterricht zwischen Tradition und neuen Impulsen*, Aulis Verlag Deubner, 1984, σελ. 9-48.

⁴⁹ Βλ. Moon, B.: *The “New Maths” Curriculum Controversy. An International Story*, The Falmer Press, 1986.

⁵⁰ Βλ. Charlot, B.: *Histoire de la Reforme des “Maths Modernes”; Idées Directrices et Contexte Institutionnel et Socio-économique*, Commission INTER-IREM Epistemologie : *Actes de l’ Université d’ Ete sur l’ Histoire des Mathématique*, Université du Maine, Publ. N° 3, 1984, σελ. 249-270. Βλ. Επίσης Bkouche R. et al. : *Faire des mathématiques : le plaisir du sens*, Armand Colin, 1991, σελ. 25-56, και βοηθητικά βλ. Charlot, B.: *Το Σχολείο Αλλάζει. Κρίση του Σχολείου και Κοινωνικοί Μετασχηματισμοί*, εκδ. Προτάσεις, 1992.

⁵¹ Βλ. Μπικους, Ρ.: *Σχετικά με τη διδασκαλία των μοντέρνων μαθηματικών*, στο Ζωμπέρ, Α. κ.ά. (επ.): *(Αυτο)κριτική της Επιστήμης*, εκδ. Βέργος, σελ. 282-285 [επαναδημοσιεύτηκε στο τεύχος 2 της *Εκπαίδευσης και Επιστήμης*, ΕΜΕ, 1980, σελ. 131-134] , Bkouche, R.: *La place de la géométrie dans l’ enseignement des mathématiques en France: de la réforme de 1902 à réforme des mathématiques modernes*, στο Belhoste, B. et al. (eds.), πρ. παρ. 31, σελ. 121-137, ειδ. σελ. 125 κ.ε. Βλ. επίσης Neander, J.: *Mathematik und Ideologie. Zur politischen Ökonomie des Mathematikunterrichts*, Warner Raith Verlag Starnberg, 1974, σελ. 63 κ.ε.

⁵² Βλ. Τουμάση, Χ., πρ. παρ. 24.

κοινωνικού και πολιτικού πλαισίου των μεταρρυθμίσεων της δευτεροβάθμιας μαθηματικής εκπαίδευσης στην Ελλάδα. Από ένα ανάλογο πνεύμα διαπνέεται και η διατριβή της Μητρογιαννοπούλου.⁵³ Θα πρέπει, επίσης, να αναφερθεί και μια σχετική παρέμβαση από έναν πολιτικο-ιδεολογικό φορέα. Πρόκειται για την ιδεολογική κριτική στη σύγχρονη μαθηματική εκπαίδευση του Κέντρου Μαρξιστικών Ερευνών, που δημοσιεύτηκε το 1982 και το 1985.⁵⁴

Είναι αλήθεια ότι οι προσεγγίσεις αυτές φωτίζουν κάποιες πλευρές της πλαισιοκρατικής ιστορίας των μαθηματικών συμπεριφορών στη σύγχρονη Ελλάδα και έτσι αναδεικνύουν το συγκεκριμένο ιστοριογραφικό πεδίο. Πυροδοτούν, όμως, και έναν ευρύτερο ή διεισδυτικότερο προβληματισμό. Οπότε μπορεί να δημιουργηθεί ένα φάσμα αναζήτησης, το οποίο θα τροφοδοτείται από μια σειρά ερωτημάτων. Ένα δείγμα από αυτά τα ερωτήματα είναι το εξής:

1. Πως επηρεάζονταν η ελληνική μαθηματική παιδεία από την εκάστοτε εκπαιδευτική πολιτική;
2. Τι εκπαιδευτικο-ιδεολογικές θέσεις και αντιπαραθέσεις διατύπωσαν και πρόβαλαν οι πολιτικοί φορείς και οι θεσμικοί παράγοντες στην Ελλάδα για τη μαθηματική παιδεία;
3. Τι εξέλιξη είχαν οι άμεσες ή έμμεσες επιδράσεις και παρεμβάσεις διαφόρων ξένων πολιτικών και οικονομικών παραγόντων στις αλλαγές της ελληνικής μαθηματικής παιδείας;
4. Τι αλλαγές έγιναν στις πεποιθήσεις και τις αξίες των ελλήνων μαθηματικών για τα Μαθηματικά και τη μαθηματική παιδεία;
5. Βελτίωσαν ή επιδείνωσαν οι μαθηματικές μεταρρυθμίσεις την κατανόηση των μαθητών σχετικά με την κοινωνική σημασία και τον κοινωνικό ρόλο των Μαθηματικών, όπως και την ικανότητα τους να χρησιμοποιούν τη μαθηματική σκέψη και πρακτική στην αντιμετώπιση καταστάσεων της επαγγελματικής και καθημερινής πραγματικότητας;

Από τη μέχρι τώρα επισκόπηση των ιστορικών μελετών για τη σύγχρονη μαθηματική παιδεία, όπως και ο αντίστοιχος προβληματισμός, αναδεικνύεται μια έμφαση, ένας προσανατολισμός, σε εθνικές επιλογές. Αυτή η “εθνοκεντρική” προτίμηση είναι, μάλλον, συνέπεια της προτεραιότητας να κατανοηθούν οι τοπικές συνθήκες και συμπεριφορές όσον αφορά την εξέλιξη της μαθηματικής παιδείας, παρά μια εθνικιστική, ρατσιστική, προσήλωση. Ωστόσο υπάρχουν κάποιες υπερβάσεις από τις θεματικές απομονώσεις αυτού του είδους, είτε για λόγους ιστοριογραφικής σχετικοποίησης, είτε για τις ανάγκες διεθνών οργανισμών και επιτροπών. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της πρώτης περίπτωσης είναι η συγκριτική μελέτη της μαθηματικής εκπαίδευσης και της αντίστοιχης εκπαιδευτικής έρευνας μεταξύ ΗΠΑ και ΕΣΣΔ που έκανε η Christine Keitel.⁵⁵ Στη δεύτερη κατηγορία μπορούν να ενταχθούν οι συστηματικές αναφορές και συσχετίσεις των σχολικών Μαθηματικών σε διάφορες χώρες που

⁵³ Βλ. Μητρογιαννοπούλου, Α., πρ. παρ. 46. Βλ. επίσης Καλαβάσης, Φ.: Προϋποθέσεις για τη Βελτίωση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης, *Η Λέσχη των Εκπαιδευτικών*, 13, 1996, σελ. 31-34, Χασάπης, Δ.Ν.: Η Οργάνωση του Περιεχομένου ενός Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών και οι Υπονοούμενες Αντιλήψεις για τη Γνώση, την Επιστήμη και την Εκπαίδευση, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, τευχ. 28, Μαΐ-Ιουν. 1986, σελ. 28-35, του ίδιου : Τα Πλαίσια Αναφοράς των Μαθηματικών Εννοιών κατά τη Διδασκαλία τους στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση και οι Ιδεολογικοί τους Προσανατολισμοί, Τα Μαθηματικά στην Εκπαίδευση και την Κοινωνία, Πρακτικά 1ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Αθήνα, 1996, σελ. 113-123.

⁵⁴ Βλ. Κέντρο Μαρξιστικών Ερευνών: *Θέματα Παιδείας 4*, εκδ. Σύγχρονη Εποχή, 1982, σελ. 56-171, ειδ. σελ. 166 κ. ε., του ίδιου: *Θέματα Παιδείας 5*, εκδ. Σύγχρονη Εποχή, 1985, σελ. 165-177.

⁵⁵ Βλ. Keitel, Ch.: *Comparative Studies on Mathematical Education and Educational Research in the USA and the USSR*, Occasional Paper 13, März 1980, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

έγιναν στα πλαίσια του ΟΟΣΑ, της UNESCO⁵⁶ και της ΕΟΚ (τώρα Ενωμένη Ευρώπη)⁵⁷, όπως και του Διεθνούς Συνδέσμου για την Αξιολόγηση των Εκπαιδευτικών Καταστάσεων (ΙΕΑ)⁵⁸ ή της Διεθνούς Επιτροπής για τη Μαθηματική Εκπαίδευση (ICMI)⁵⁹.

Είναι γεγονός ότι οι ιστορικο-συγκριτικές μελέτες της μαθηματικής παιδείας έχουν ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τις περιπτώσεις πολιτικών και οικονομικών συγκλίσεων, όπως π.χ. η Ενωμένη Ευρώπη, ή ανάλογων προβλημάτων ανάπτυξης, όπως π.χ. οι αναπτυσσόμενες χώρες, ή γεωπολιτικών συνεργασιών και συνυπάρξεων, όπως π.χ. οι χώρες των Βαλκανίων. Τέτοιου είδους προσπάθειες, δυστυχώς, δεν αναπτύχθηκαν στην Ελλάδα, παρ' όλο που η ευρωπαϊκή σύγκλιση και η βαλκανική πολιτική τις ευνοούν και, σε κάποιο βαθμό, τις προϋποθέτουν.

Στο ιστοριογραφικό φάσμα της μαθηματικής παιδείας περιλαμβάνεται και μια δέσμη ειδικών θεμάτων από την οπτική γωνία της Διδακτικής των Μαθηματικών, όπως π.χ. η ανάπτυξη των διδακτικών στόχων, των αναλυτικών προγραμμάτων, των σχολικών εγχειριδίων και της επαγγελματικής μόρφωσης και κατάρτισης των καθηγητών της μαθηματικής εκπαίδευσης, αλλά και ειδικών περιπτώσεων (case studies) του περιεχομένου της μαθηματικής μόρφωσης, για παράδειγμα η εξέλιξη κάποιων μαθηματικών εννοιών, θεωριών, μεθόδων και τρόπων σκέψης. Οι σχετικές ιστορικές απεικονίσεις, στην κατεύθυνση αυτή μπορούν, να ομαδοποιηθούν σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη χαρακτηρίζεται από μια σφαιρική εξέταση της μαθηματικής διδασκαλίας, π.χ. τα *Μαθηματικά ως Σχολικό Μάθημα*⁶⁰ των Willi Dörffler, Ron R. McLone, η *Κριτική Ανάλυση της Ανάπτυξης του Προγράμματος (Curriculum) στη Διδακτική των Μαθηματικών*⁶¹ του Geoffrey Howson και οι *Σκοποί της Μαθηματικής Διδασκαλίας*⁶² του Mogens Niss. Στο πλαίσιο αυτό αξιοσημείωτη είναι η μελέτη με θέμα: *Μια Ιστορία της Έρευνας στη Διδακτική των Μαθηματικών*⁶³ του Jeremy Kilpatrick, τα βιβλία για τη *Φιλοσοφία της Διδακτικής των Μαθηματικών*⁶⁴ του Paul Ernest και τα *Πρακτικά του Συμποσίου της Εθνικής Ακαδημίας Επιστημών των ΗΠΑ με θέμα: Reflecting on Sputnik: Linking the Past, Present, and Future of Educational Reform*⁶⁵. Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει εξειδικευμένα ζητήματα, όπως η σύγχρονη εξέλιξη κάποιων σχολικών μαθημάτων, π.χ. της Γεωμετρίας⁶⁶, της

⁵⁶ Βλ. π.χ. Vesselo, I.R.(ed.): *The Further Training of Mathematics Teachers at Secondary Level*, UNESCO, 1969.

⁵⁷ Βλ. π.χ. Halls, W.D. and Humphreys, D., πρ. παρ. 18.

⁵⁸ Βλ. π.χ. Steiner, H.-G.(ed.): *Comparative Studies of Mathematics Curricula-Change and Stability 1960-1980-*, Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld, 1980.

⁵⁹ Βλ. π.χ. Discussion Document, ICMI: The Thirteenth Study on Mathematics Education in Different Cultural Traditions. A Comparative Study of East Asia and the West, *Educational Studies in Mathematics*, 43, 2000, σελ. 95-116.

⁶⁰ Βλ. Christiansen, B. et al.(eds.): *Perspective on Mathematics Education*, D. Reidel Publ., 1986, σελ. 49-97.

⁶¹ Βλ. *New Trends in Mathematics Teaching IV*, UNESCO, 1979, σελ. 134-161.

⁶² Βλ. Bishop, A.J. et al.(eds.): *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers, 1996, σελ. 11-47.

⁶³ Βλ. Kilpatrick, J.: A History of Research in Mathematics Education, στο Grouws, D.A.(ed.): *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan Publ., 1992, σελ. 3-38.

⁶⁴ Βλ. Ernest, P.: *Philosophy of Mathematics Education*, The Falmer Press, 1991, του ίδιου: *Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics*, State University of New York Press, 1998. Βλ. επίσης Toumasis, Ch.: The NCTM Standards and the Philosophy of Mathematics, *Studies in Philosophy and Education*, 16, 1997, σελ. 317-330.

⁶⁵ Βλ. <http://www.nas.edu/sputnik/index.htm>.

⁶⁶ Βλ. Bkouche, R., πρ. παρ. 51, Boudden, F.J. & Wormell, C.P.: *Mathematics through Geometry*, Pergamon Press, 1964, *Geometry in the Mathematics Curriculum*, 36th Yearbook, National Council of Teachers of Mathematics, 1973, Mammana, C. & Villani, V.(eds.): *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, Kluwer, 1998, Vollrath, H.-J.: The Role of Mathematical Background Theories in Mathematics Education, στο Steiner, H.-G. & Vermandel, A.(eds.): *Foundations and Methodology of the Discipline Mathematics Education (Didactics of Mathematics)*, Bielefeld-Antwerpen, 1988, σελ. 120-137, ειδ. σελ. 121-127.

Άλγεβρας⁶⁷, του Απειροστικού Λογισμού⁶⁸, της Στατιστικής⁶⁹ και της Γραμμικής Άλγεβρας⁷⁰, ή κάποιων μαθηματικών εννοιών, π.χ. της συνάρτησης⁷¹, των κλασμάτων⁷², των αρνητικών αριθμών⁷³ και των διανυσμάτων⁷⁴, ή κάποιων μαθηματικών μεθόδων, π.χ. της αξιωματικής μεθόδου⁷⁵, της απόδειξης⁷⁶ και της ευρετικής⁷⁷, ή ακόμη της μαθηματικής γλώσσας⁷⁸.

Σχετικές μελέτες παρουσιάστηκαν και στην ελληνική γλώσσα. Αν και, στις περισσότερες απ' αυτές, οι αναφορές στα ιστορικο-διδακτικά πλαίσια της εποχής είναι περιορισμένες ή απουσιάζουν, ωστόσο δίνουν μια εικόνα κάποιων διδακτικών περιπτώσεων της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας στην Ελλάδα. Στην κατηγορία αυτή εντάσσεται το άρθρο του Πάνου Πολυχρονόπουλου για τη *Μορφωτική Αξία των Μαθηματικών της Μέσης Εκπαίδευσης*⁷⁹, αυτό της Σταθούλας Καπετάνου-Μακρινού για την *Αισθητική Σημασία της Μαθηματικής Παιδείας*⁸⁰ και οι σκέψεις του Χρόνη Στράντζαλου για τον *Παιδευτικό Ρόλο της Σχολικής Γεωμετρίας*⁸¹. Αξιοσημείωτη είναι, επίσης, η εμπειρική έρευνα του Πέτρου Οικονόμου για τη *Μεθόδευση της Διδασκαλίας των Μαθηματικών και την Αξιολόγηση της Αντίστοιχης Σχολικής Επίδοσης στο*

⁶⁷ Βλ. Wagner, S. & Kieran, C.(eds.): *Research Issues in the Learning and Teaching of Algebra*, National Council of Teachers of Mathematics, 1989, Bednarz, N. & Lee, L.(eds.): *Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching*, Kluwer, 1996.

⁶⁸ Βλ. Artigue, M.: Réformes et contre-réformes dans l' enseignement de l' analyse au lycée (1902-1994), στο Belhoste, B. et al. (eds.), πρ. παρ. 31, σελ. 197-217.

⁶⁹ Βλ. Morris, R.(ed.): Teaching of Statistics, *Studies in Mathematics Education*, 7, UNESCO, 1989.

⁷⁰ Βλ. Sierpinska, A.: The Diachronic Dimension in Research on Understanding in Mathematics-Usefulness and Limitations of the Concept of Epistemological Obstacle, στο Jahnke, H.N. et al.(eds.): *History of Mathematics and Education: Ideas and Experiences*, Vandenhoeck & Ruprecht, 1996, σελ. 289-318.

⁷¹ Βλ. Harel, G. & Dubinsky, E.(eds.): *The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy*, Mathematical Association of America, 1992.

⁷² Βλ. Carraher, D.W. : Learning about Fractions, στο Steffe, L.P. et al.(eds.):*Theories of Mathematical Learning*, Lawrence Erlbaum Associates Publ., 1996, σελ. 241-266, Behr, M.J. et al.: Rational-Number Concepts, στο Lesh, R. & Landau, M.(eds.): *Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*, Academic Press, 1983, σελ. 91-126, Vollrath, H.-J., πρ. παρ. 66, ειδ. σελ. 128-135.

⁷³ Βλ. Muller, L.: *Reserches sur la comprehension des règles algébriques chez l' enfant*, Delachaux & Niestlé, 1956, Hitchcock, G. : Teaching the Negatives, 1870-1970 : A Medley of Models, *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 1997, σελ. 17-25, 42.

⁷⁴ Βλ. Athen, H.: The Teaching of Vectors in the German Gymnasium I, II, *The Mathematics Teacher*, 59 (3), 1966, σελ. 382-393 και 59 (4), 1966, σελ. 485-495. Επίσης βλ. Szabo, S.: A Vector Approach to Euclidean Geometry, στο *Geometry in the Mathematics Curriculum*, πρ. παρ. 66, σελ. 232-302.

⁷⁵ Βλ. Villiers de M.: The Role of Axiomatisation in Mathematics and Mathematics Teaching, 1986, <http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/axiom.pdf> .

⁷⁶ Βλ. Hanna, G.: Changes to the Importance of Proof, *For the Learning of Mathematics*, 15(3), 1995, σελ. 42-49, Herbst, P.G.: On Proof, the Logic of Practice of Geometry Teaching and the two-column Proof Format, *Proof Newsletter*, Janvier/Fevrier, 1999. Διαθέσιμο στην ιστοσελίδα <http://www-didactique.imag.fr/preuve/Resumes/Herbst/Herbst99.html>,

του ίδιου: The Role of the Teacher: What do the Practices Associated with two-column Proofs Say about the Possibilities for Argumentation?, *Proof Newsletter*, Mai/Juin, 1999. Διαθέσιμο στην ιστοσελίδα <http://www-didactique.imag.fr/preuve/Resumes/Herbst/Herbst99a.html>.

⁷⁷ Βλ. Easley, J.A.Jr.: Logic and Heuristic in Mathematics Curriculum Reform, στο Lakatos, I.(ed.): *Problems in the Philosophy of Mathematics*, North Holland Publ., 1967, σελ. 208-241, Higgins, J.L.: A New Look at Heuristic Teaching, *The Mathematics Teacher*, 64(6), 1971, σελ. 487-495.

⁷⁸ Βλ. *Interactions Between Linguistics and Mathematical Education*, UNESCO, 1974, Austin, J.L. & Howson, A.G.: Language and Mathematical Education, *Educational Studies in Mathematics*, 10, 1979, σελ. 161-197.

⁷⁹ Βλ. Πολυχρονόπουλου, Π.: Το Πρόβλημα της Μορφωτικής Αξίας των Διδασκομένων Μαθηματικών στην Μ.Ε. Συμβολή στην Πληρέστερη Διερεύνησή του, *Νέα Παιδεία*, 37, 1986, σελ. 38-56.

⁸⁰ Βλ. Καπετάνου-Μακρινού, Σ.: Μαθηματικά και Αισθητική, *Νέα Παιδεία*, 34, 1985, σελ. 169-179.

⁸¹ Βλ. Στράντζαλου, Χ.: Γενικές Σκέψεις για τη Μέση Παιδεία και τον Παιδευτικό Ρόλο της Γεωμετρίας, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 15, 1984, σελ. 72-78.

Γυμνάσιο και το Λύκειο⁸². Παράλληλα τρεις διατριβές φωτίζουν κάποια ειδικά θέματα του περιεχομένου της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Πρόκειται για την ιστορικο-επιστημολογική και εμπειρική εξέταση της *Απόλυτης Τιμής στην Ελληνική Σχολική Πραγματικότητα* του Γιάννη Θωμαΐδη⁸³, η ιστορικο-γνωστική και εμπειρική έρευνα για την *Ανάπτυξη της Έννοιας του Κλάσματος στην Ελληνική Παιδεία* της Σταματίας Σταφυλίδου⁸⁴ και η ιστορική και εμπειρική μελέτη της *Διδασκαλίας και Μάθησης των Διανυσμάτων στην Ελληνική και Κυπριακή Εκπαίδευση* της Ελένης Δημητριάδου⁸⁵. Ανάλογη είναι και η συμβολή της Μαρίας Καλδρυμίδου με τον Ανδρέα Οικονόμου στη *Διδασκαλία της Συνάρτησης*⁸⁶, της Μαρίας Τζεκάκη με τον Πέτρο Οικονόμου στη *Διδακτική Ανάλυση των Προγραμμάτων Σπουδών*⁸⁷, όπως και του Κωνσταντίνου Τζανάκη με τον Μιχάλη Κούρκουλο για την *Παιδευτική Αξία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στο Ελληνικό Δημοτικό Σχολείο*⁸⁸. Όσον αφορά τη σχέση της μαθηματικής γλώσσας με την ελληνική μαθηματική παιδεία είναι ενδιαφέροντα τα άρθρα του Κωνσταντίνου Βαϊνά με τη Μαρία Βαϊνά⁸⁹, του Αθανάσιου Γαγάτση⁹⁰ και της Ελένης Δελγιάννη με τον Τάσο Πατρώνη και τον Μπάμπη Πολυδέρα⁹¹.

⁸² Βλ. Οικονόμου, Π.: Μεθοδευση της Διδασκαλίας και Αξιολόγηση της Σχολικής Επίδοσης στο Γυμνάσιο και Λύκειο. ΙΙΙ. Μαθηματικά, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 27, 1986, σελ. 17-31. Επίσης βλ. Οικονόμου, Π.: Η «Επίλυση Προβλήματος» στην Ελληνική Μαθηματική Εκπαίδευση, στο Καλαβάσης, Φ. & Μειμάρης, Μ.(επ.): *Θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών ΙΙΙ*, εκδ. Gutenberg, 1997, σελ. 275-289.

⁸³ Βλ. Θωμαΐδη, Γ.: *Διδακτική Μετατόπιση Μαθηματικών Έννοιών και Εμπόδια Μάθησης (Η Περίπτωση της Απόλυτης Τιμής)*, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Μαθηματικών, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσ/νίκης, 1995.

⁸⁴ Βλ. Σταφυλίδου, Σ.Θ.: *Μαθηματικές Έννοιες και Διαδικασίες Μάθησης: Η Ανάπτυξη της Έννοιας του Κλάσματος*, Διδακτορική Διατριβή, Τμήμα Μεθοδολογίας, Ιστορίας και Θεωρίας της Επιστήμης, Πανεπιστήμιο Αθηνών, 2001.

⁸⁵ Βλ. Δημητριάδου, Ε.Χ.: *Διδασκαλία και Μάθηση Βασικών Διανυσματικών Έννοιών και Πράξεων στο Γυμνάσιο: Μια Διδακτική Προσέγγιση Βασισμένη σε Έννοιες και Καταστάσεις από τη Φυσική και τη Γεωμετρία*, Διδακτορική Διατριβή, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 2002.

⁸⁶ Βλ. Καλδρυμίδου, Μ. & Οικονόμου, Α.: Πρόταση Αναλυτικού Προγράμματος Συναρτήσεων. Οι Βασικοί άξονες, *Πρακτικά 10^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1993, σελ.469-475.

⁸⁷ Βλ. Τζεκάκη, Μ. & Οικονόμου, Π.: Διδακτική Ανάλυση Προγραμμάτων Σπουδών, στο Τζεκάκη, Μ. & Δελγιωργάκος, Ι.(επ.): *Παρουσίαση του Έργου «Έρευνα για Εναλλακτικές Διδακτικές Προσεγγίσεις στη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, Επιχειρησιακό Πρόγραμμα Εκπαίδευσης και Αρχικής Επαγγελματικής Κατάρτισης (Ενέργεια 3.2β Κέντρου Εκπαιδευτικής Έρευνας ΥΠΕΠΘ), Αριστοτέλειο Παν. Θεσ/νίκης, [2000], σελ.83-96, των ιδίων: Σχέδιο Α.Π. για τα Μαθηματικά: Γενικές Αρχές. Το Παράδειγμα της Γεωμετρίας, στα *Πρακτικά 10^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1993, σελ. 442-452. Βλ. επίσης Ξανθόπουλου, Ν.Μ.: Σύγχρονη Διδακτικομαθησιακή Προσέγγιση των Μαθηματικών στην Γ', Δ', Ε', ΣΤ' τάξεις του Σημερινού Δημοτικού Σχολείου, *Σχολείο και Ζωή*, 7-8-9, 1998, σελ.259-272 και Potari, D.: Primary Mathematics Teacher Education in Greece: Reality and Vision, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4, 2001, σελ. 81-89.

⁸⁸ Βλ. Τζανάκη, Κ. & Κούρκουλο, Μ.: Η Παροχή Μαθηματικής Παιδείας και τα Χαρακτηριστικά του Μαθηματικού Σκέπτεσθαι: Η Περίπτωση της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, (*1^ο Μέρος*), *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 111, 2000, σελ. 66-73, (*2^ο Μέρος*), *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 112, 2000, σελ. 61-74. Επίσης βλ. Τζανάκη, Κ.: Η Παιδευτική Αξία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στο Δημοτικό Σχολείο, στο Κούρκουλο, Μ. κ.ά.(επιμ.): *Πρακτικά 1^{ης} Διημερίδας Διδακτικής των Μαθηματικών*, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Κρήτης, 1998, σελ. 100-109, Κούρκουλο, Μ., Τζανάκη Κ. & Θεολογίτου, Κ.: Η Ευκλείδεια Γεωμετρία στο Δημοτικό Σχολείο. Παραδείγματα και Πειραματική Διερεύνηση, (*1^ο Μέρος*), *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 113, 2000, σελ. 64-76, (*2^ο Μέρος*), στο ίδιο, 114, 2000, σελ. 75-81, Αδαμόπουλου, Λ.: Η Θέση της Γεωμετρίας στη Δευτεροβάθμια Εκπ/δευση, *Τα Εκπαιδευτικά*, 37-38, 1995, σελ. 228-249. Ακόμη βλ. Patronis, T. & Thomaidis, Y.: On the Arithmetization of School Geometry in the Setting of Modern Axiomatics, *Science & Education*, 6(3), 1997, σελ. 273-290.

⁸⁹ Βλ. Βαϊνά, Κ. & Βαϊνά, Μ.: Μαθηματική Γλώσσα και Γλώσσα του Μαθήματος των Μαθηματικών, (*1^ο Μέρος*), *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 48, 1989, σελ. 42-52, (*2^ο Μέρος*), στο ίδιο, 49, 1989, σελ. 53-62.

⁹⁰ Βλ. Γαγάτση, Α.: Η Αναγνωσιμότητα των Σχολικών Βιβλίων των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 20, 1985, σελ.40-48.

⁹¹ Βλ. Δελγιάννη, Ε., Πατρώνη, Τ. & Πολυδέρα, Μ.: Η Γλώσσα στη Διδασκαλία των Μαθηματικών, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 20, 1985, σελ. 31-40.

Χωρίς αμφιβολία οι δημοσιεύσεις αυτές θίγουν διάφορες διδακτικές πτυχές της σύγχρονης ελληνικής μαθηματικής παιδείας. Όμως διέπονται, ως επί το πλείστον, από έναν παροντισμό, δηλ. μια προσήλωση στην πρόσφατη πραγματικότητα, με αποτέλεσμα να υποβαθμίζονται οι διαχρονικές μεταβολές των συστατικών στοιχείων του περιεχομένου της μαθηματικής εκπαίδευσης **σε συνάρτηση** με τις εκάστοτε αναθεωρήσεις του υπόβαθρου της Διδακτικής των Μαθηματικών. Έτσι ανακύπτει ένα ευρύτατο φάσμα ιστορικών αναζητήσεων για τις διδακτικές αναπλάσεις όλων των πλευρών του περιεχομένου της διδασκαλίας των Μαθηματικών, όπως π.χ. η εξέλιξη των κλασμάτων [ή των αρνητικών αριθμών ή της Άλγεβρας ή της Γεωμετρίας ή της απόδειξης] από τη Διδακτική των Μαθηματικών “παραδοσιακού” τύπου στη Διδακτική “νέου” τύπου [δηλ. δομικο-γνωστικής φύσης] και στη Διδακτική του “κατασκευαστικού” είδους ή ακόμη στη Διδακτική με “ηλεκτρονικό υπόβαθρο”. Διαφαίνεται λοιπόν ότι οι σχετικές ιστορικές προσεγγίσεις θα απεικονίσουν τις “αθέατες” διαστάσεις των διδακτικών επιδράσεων στην ανέλιξη της σύγχρονης μαθηματικής εκπαίδευσης στην Ελλάδα.

Γίνεται φανερό ότι η κάθε μια από τις ιστορικές διεισδύσεις που επισημάνθηκαν έχει τη δική της συμβολή στην αναπαράσταση των αναμορφώσεων της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας στην Ελλάδα. Και όλες μαζί μπορούν να προωθήσουν μια πολύπλευρη κατανόηση της κατάστασης και της δυναμικής της. Έτσι καλλιεργείται και διαμορφώνεται η επίγνωση του συγκεκριμένου πολιτισμικού και θεσμικού πεδίου.

ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΝΟΣ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ ΓΙΑ ΤΗ ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΙΣΤΟΡΙΚΩΝ ΠΗΓΩΝ ΤΗΣ ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 1950 - 2000

Η μέχρι τώρα «περιήγηση» στο ιστορικό τοπίο της σύγχρονης μαθηματικής εκπαίδευσης ανέδειξε ορισμένες σημαντικές **διαστάσεις**, καθώς και τις διαφορετικές ιστοριογραφικές **προσεγγίσεις** του θέματος. Παράλληλα, έφερε στο προσκήνιο ένα μεγάλο αριθμό συναφών ερωτημάτων που αφορούν την ιστορία της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης και αναδεικνύουν την αναγκαιότητα συστηματικής διερεύνησης αυτού του πεδίου. Τα προηγούμενα ζητήματα θέτουν βέβαια επί τάπητος το ζωτικής σημασίας, για την έρευνα, πρόβλημα των ιστορικών πηγών, τόσο από την «πρακτική» σκοπιά του εντοπισμού και της καταγραφής, όσο και από τη «θεωρητική» σκοπιά της μελέτης και ερμηνείας.

Οι ερευνητές που ασχολήθηκαν με την ιστορία της ελληνικής μαθηματικής (και όχι μόνο) εκπαίδευσης έχουν τονίσει με ιδιαίτερη έμφαση τις μεγάλες δυσκολίες ανεύρεσης και προσέγγισης των ιστορικών πηγών, ιδιαίτερα αυτών που φυλάσσονται (όταν αυτό συμβαίνει!) στα αρχεία των υπηρεσιών του Υπουργείου Παιδείας και των δημόσιων βιβλιοθηκών.⁹² Το «πρακτικό» πρόβλημα λοιπόν αναδεικνύεται σε πρωταρχικής σημασίας εμπόδιο για τη διεξαγωγή των αναγκαίων ιστορικών ερευνών. Δεν θα ήταν επομένως άσκοπο από μεθοδολογική σκοπιά και στο πλαίσιο μιας **περιγραφικής προσέγγισης**, να τεθεί ως αφετηρία των σχετικών αναζητήσεων η σύνταξη μιας βιβλιογραφίας για την ιστορία της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης που καλύπτει την περίοδο 1950 – 2000. Οι βιβλιογραφικές αναφορές που υπάρχουν σ’ αυτό το κείμενο προβληματισμού και οι συνακόλουθες «βιβλιογραφικές συνθέσεις» μπορούν να λειτουργήσουν ως ένα σημείο εκκίνησης προς αυτή την κατεύθυνση. Στο ίδιο πλαίσιο ανήκουν επίσης οι βιογραφικές

⁹² Βλ. Τουμάση, Μ. : Η έρευνα στην ιστορία της νεοελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης: προβλήματα – επισημάνσεις – προοπτικές. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση* 16, 2000, σελ.59-73, Χρόνη, Σ. : *Διδακτική πράξη και κοινωνικός έλεγχος*, εκδ. Εκδοτικός Όμιλος Συγγραφέων Καθηγητών, 1993, σελ. 39 κ.ε.

μελέτες για προσωπικότητες που έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην ελληνική μαθηματική εκπαίδευση κατά την περίοδο 1950-2000.⁹³

Διαφορετικής υφής, αλλά ιδιαίτερα σημαντικό και πολύπλοκο, είναι το πρόβλημα της μεθοδολογίας με την οποία θα γίνει η επεξεργασία και η ερμηνεία του τεράστιου όγκου των ακατέργαστων πληροφοριών που παρέχουν οι ιστορικές πηγές. Οι ερευνητές που μελέτησαν τις τελευταίες δεκαετίες την ιστορία της μαθηματικής εκπαίδευσης σε ορισμένες ευρωπαϊκές χώρες, ασχολήθηκαν ιδιαίτερα με το ζήτημα της μεθοδολογίας και προχώρησαν στη θέσπιση θεωρητικών κατηγοριών και στην ανάπτυξη εννοιολογικών εργαλείων ανάλυσης και ερμηνείας των ευρημάτων. Επισημαίνοντας τις ανεπάρκειες της παραδοσιακής ιστοριογραφίας, η οποία αρκείται συνήθως στην (αντι)παράθεση των ντοκουμέντων χωρίς να εξετάζει βαθύτερες επιστημολογικές ή κοινωνικές διαστάσεις της μαθηματικής γνώσης και εκπαίδευσης, οι ερευνητές αυτοί τοποθέτησαν το ζήτημα μέσα στο ευρύτερο πλαίσιο των **κοινωνιολογικών προσεγγίσεων** της λειτουργίας του εκπαιδευτικού συστήματος.⁹⁴

Μέσα από μια τέτοια προοπτική, ο G. Schubring σκιαγράφησε ένα θεωρητικό πλαίσιο το οποίο στηρίζεται σε τρεις βασικές παραδοχές:

α) Η μαθηματική γνώση και εκπαίδευση δεν είναι «ουδέτερες» (με την έννοια ότι η εξέλιξή τους υπακούει αποκλειστικά σε μια «εσωτερική» λογική), αλλά αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα της ευρύτερης κοινωνικής λειτουργίας που ασκούν η επιστημονική γνώση και το εκπαιδευτικό σύστημα γενικά.

β) Τα Μαθηματικά ασκούν μια διπλή λειτουργία, που τα κατατάσσει ταυτόχρονα στις ανθρωπιστικές και τις θετικές επιστήμες. Αυτό συμβαίνει επειδή αποτελούν, από τη μια μεριά, ένα μορφωτικό αγαθό που συμβάλλει στην καλλιέργεια μιας ευρύτερης παιδείας και από την άλλη, ένα βασικό στοιχείο για την απόκτηση επαγγελματικής κατάρτισης και εξειδίκευσης υψηλού επιπέδου.

γ) Η παραγωγή και το νόημα της μαθηματικής γνώσης, η οργάνωση και λειτουργία της μαθηματικής εκπαίδευσης καθώς και τα ζητήματα διδασκαλίας και μάθησης δεν προσδιορίζονται με στατικό τρόπο (π.χ. με αναφορά σε εμπνεύσεις χαρισματικών ατόμων, ή σε έμφυτες ικανότητες) αλλά ακολουθούν μια διαδικασία σταδιακής ανάπτυξης.

Οι παραδοχές αυτές διευρύνουν σημαντικά την προβληματική των ερευνών στην ιστορία της μαθηματικής εκπαίδευσης, καθώς φέρνουν στο προσκήνιο την **εξέλιξη** και την **αλληλεπίδραση** των παραγόντων που επηρεάζουν τη λειτουργία του εκπαιδευτικού συστήματος. Προβάλλουν έτσι αθέατες πλευρές και νέα ζητήματα που δεν είχαν απασχολήσει την παραδοσιακή ιστοριογραφία. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα για την αλήθεια αυτού του ισχυρισμού αποτελούν οι ιστορικές έρευνες των αναλυτικών προγραμμάτων. Οι έρευνες αυτές, ακόμη και όταν δεν καταπιάνονται με απλές καταγραφές ή συγκρίσεις, αλλά εισχωρούν στην εμπειριστατωμένη ανάλυση κοινωνικών παραμέτρων ⁹⁵, στηρίζονται αποκλειστικά στα

⁹³ Αν εξαιρέσουμε κάποιες μελέτες για τον Ν. Σωτηράκη (βλ. πρ. παρ. 19), υπάρχει ένα μεγάλο κενό στις γνώσεις μας για τη ζωή και το έργο των πρωταγωνιστών αυτής της περιόδου.

⁹⁴ Βλ. Schubring, G.: *Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse. Recherches en Didactique des Mathématiques* 5, 1984, σελ.343-385, του ίδιου: *L'histoire de l'enseignement des mathématiques comme sujet de recherche en didactique des mathématiques. Cahier de Didactique des Mathématiques*, no 26, ed. IREM Université Paris VII, 1986 (ελληνική μετάφραση των παραπάνω στο Γαγάτση, Α.: *Στοιχεία ιστορίας της μαθηματικής εκπαίδευσης*, Θεσσαλονίκη, 1993). Του ίδιου: Θεωρητικές κατηγορίες ερευνών για την κοινωνική ιστορία της μαθηματικής εκπαίδευσης και μερικά χαρακτηριστικά υποδείγματα, *Ζητήματα Ιστορίας των Μαθηματικών*, no 23, εκδ. Όμιλος για την Ιστορία των Μαθηματικών, 1989, σελ. 52-70. Βλ. επίσης Cooper, B.: *Innovation in English Secondary School mathematics: a sociological account with special reference to S.M.P. and M.M.E.*, unpublished Dphil thesis, University of Sussex, 1982, του ίδιου: On Explaining Change in School Subjects, *British Journal of Sociology of Education*, Vol 4, No 3, 1983 (επίσης πρ. παρ. 48).

⁹⁵ Βλ. π.χ. Νούτσου, Χ.: *Προγράμματα μέσης εκπαίδευσης και κοινωνικός έλεγχος (1931 – 1973)*, εκδ. Θεμέλιο, 1979.

επίσημα κρατικά έγγραφα (π.χ., Προεδρικά Διατάγματα) που εκφράζουν τις κυβερνητικές και – κατ’ επέκταση – τις κυρίαρχες ιδεολογικές και πολιτικές (προ)θέσεις για την εκπαίδευση. Έχει όμως επισημανθεί πολλές φορές ότι ανάμεσα στο επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα και τη διδακτική πράξη παρεμβάλλεται συνήθως ένα «κρυμμένο» πρόγραμμα ή «παραπρόγραμμα».⁹⁶ Το τελευταίο μάλιστα προκύπτει αρκετές φορές ως επίσημο «τέκνο της ανάγκης», καθώς η εκπαιδευτική πολιτική μετακινείται από τα ασφαλή μετόπισθεν του επιτελικού σχεδιασμού στο αβέβαιο και επικίνδυνο μέτωπο της διδακτικής πράξης. Στο χώρο της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης, η γνωστή και οξεία (σ’ ολόκληρο το φάσμα της περιόδου 1950 – 2000) διαφοροποίηση ανάμεσα σε διδακτέα, διδαχθείσα και εξεταστέα ύλη - η οποία μέσω των εισαγωγικών εξετάσεων επηρεάζει καταλυτικά τη διδασκαλία των Μαθηματικών στον ανώτερο κύκλο της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης - αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα διαρκούς και σταθερής απόκλισης από το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα, που οδηγεί τελικά στην επιβολή ενός «παραπρογράμματος». Υπάρχουν μάλιστα περιπτώσεις όπου ένα «παραπρόγραμμα» αναβαθμίζεται σε επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα, επειδή το περιεχόμενό του θεωρείται σημαντικό όχι με επιστημολογικά ή διδακτικά κριτήρια, αλλά για λόγους που σχετίζονται με το ρόλο των Μαθηματικών στο πλαίσιο της επιλεκτικής λειτουργίας του εκπαιδευτικού συστήματος. Το διαβόητο κεφάλαιο «περί απολύτων τιμών» της σχολικής Άλγεβρας στην Ελλάδα αποτελεί μια τέτοια περίπτωση, που είχε επισημανθεί από παλιά αλλά πρόσφατα έγινε αντικείμενο συστηματικής έρευνας.⁹⁷ Οι επιπτώσεις αυτού του ζητήματος γίνονται φανερές σε ορισμένες βασικές παραδοχές των κοινωνιολογικών αναλύσεων για τη λειτουργία του εκπαιδευτικού συστήματος, όπως είναι π.χ. η εκτίμηση της «προοδευτικότητας» των αναλυτικών προγραμμάτων ανάλογα με την **έκταση** που παραχωρούν στη διδασκαλία των Μαθηματικών, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η σημασία κρίσιμων παραμέτρων **ποιοτικού** χαρακτήρα.⁹⁸

Η έρευνα επομένως των αναλυτικών προγραμμάτων δεν μπορεί να αγνοήσει τους μηχανισμούς παραγωγής «παραπρογραμμάτων», αν θέλει να ερμηνεύσει με έγκυρο τρόπο τη λειτουργία και τα αποτελέσματα της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Αυτό σημαίνει, από μεθοδολογική άποψη, ότι εκτός από τα επίσημα αναλυτικά προγράμματα, ο ερευνητής πρέπει να λάβει υπόψη το πλέγμα των οδηγιών, εγκυκλίων, κλπ, που διαμορφώνουν τη συγκεκριμένη απόκλιση, καθώς αλληλεπιδρούν με τα θέματα των εξετάσεων και τις διδακτικές πρακτικές που αυτά παράγουν.

Τα προηγούμενα κάνουν φανερό το εύρος των παραμέτρων που εισάγει στην έρευνα η θέσπιση ενός θεωρητικού πλαισίου για την ιστορία της μαθηματικής εκπαίδευσης, ενταγμένου μέσα στο ευρύτερο πλαίσιο της κοινωνιολογίας της εκπαίδευσης. Οι μεθοδολογικές προσεγγίσεις, που σχετίζονται με τη μελέτη και την ερμηνεία των ιστορικών πηγών μέσα στο συγκεκριμένο πλαίσιο, μπορούν να καταταγούν σε τρεις βασικές κατηγορίες.

Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι **επιστημολογικές προσεγγίσεις**, οι οποίες εμπλουτίζουν την παραδοσιακή καταγραφή των αναλυτικών προγραμμάτων και διδακτικών βιβλίων με την ανάλυση των μηχανισμών παραγωγής και διάδοσης της σχολικής μαθηματικής γνώσης, ενώ στη μελέτη του περιεχομένου τους συμπεριλαμβάνονται ζητήματα όπως είναι η

⁹⁶ Βλ. Μαυρογιώργου, Γ. : Σχολικό πρόγραμμα και παραπρόγραμμα, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 13, 1983, σελ.74-81, Μελά – Παπαδοπούλου, Β. : Το παρα-πρόγραμμα: Η αθέατη πλευρά του σχολικού προγράμματος, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 106, 1999, σελ.69-77, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 107, 1999, σελ. 51-58, Adda, J. : The hidden curriculum, στο Warbecq, A. (ed.) : *Role and conception of mathematics curricula* (Proceedings of the C.I.E.A.E.M. 41 Conference), 1991, σελ.67-74.

⁹⁷ Βλ. Κακλαμάνη, Γ. : *Ανάλυση της Νεοελληνικής Αστικής Ιδεολογίας*, Β΄ έκδοση, εκδ. Ροές, 1989, σελ. 211, 263 υποσημ. 154, Θωμαΐδη, Γ. : *Διδακτική μετατόπιση μαθηματικών εννοιών και εμπόδια μάθησης* (Η περίπτωση της απόλυτης τιμής), Διδακτορική διατριβή, Τμήμα Μαθηματικών Α.Π.Θ., 1995.

⁹⁸ Μια τέτοια αντίληψη περί «προοδευτικότητας» είναι π.χ. διάχυτη στην εξαιρετικά διεισδυτική ανάλυση του Χ. Νούτσου, πρ. παρ. 62 (βλ. π.χ. σελ.271-72, 287 κ.ε.). Την ορθότητα αυτής της αντίληψης έχει αμφισβητήσει ο Π. Πολυχρονόπουλος στο *Παιδεία και πολιτική στην Ελλάδα*, τόμος Β΄, εκδ. Καστανιώτης, 1980, σελ. 606.

διαφοροποίηση ανάμεσα στη σχολική και επιστημονική μαθηματική γνώση και οι διαδικασίες στοιχειοποίησης της τελευταίας.⁹⁹

Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι **θεσμικές προσεγγίσεις**, οι οποίες διευρύνουν τις μελέτες που αφορούν την ιστορική διάσταση της επιστημονικής εκπαίδευσης και επιμόρφωσης των καθηγητών με την εξέταση ζητημάτων όπως είναι η οριοθέτηση ανάμεσα στη δευτεροβάθμια και τριτοβάθμια εκπαίδευση, η επαγγελματική υπόσταση των εκπαιδευτικών, η ανάπτυξη νοοτροπιών και συγκεκριμένων διδακτικών πρακτικών.¹⁰⁰

Τέλος, στην τρίτη κατηγορία υπάγονται οι **πολιτιστικές προσεγγίσεις**, οι οποίες συναρτούν άμεσα τη διερεύνηση των διεθνών μεταρρυθμιστικών κινήσεων και των συγκριτικών μελετών για την αποτελεσματικότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης με την ανάλυση της επίδρασης που ασκούν οι ιδιαίτερες πολιτιστικές, κοινωνικές και εκπαιδευτικές παραδόσεις κάθε χώρας.¹⁰¹

Η εισαγωγή όλων αυτών των παραμέτρων προσδίδει εξαιρετικό ενδιαφέρον στην έρευνα, αλλά ταυτόχρονα αναδεικνύει τις δυνατότητες και τους περιορισμούς των μεθοδολογικών και ερμηνευτικών εργαλείων που θα χρησιμοποιηθούν.

Για να συνδεθούν όλα τα προηγούμενα με το ιστορικό πλαίσιο της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης κατά την πεντηκονταετία 1950 – 2000, θα επιχειρήσουμε στη συνέχεια να συγκροτήσουμε ένα «ιστορικό περίγραμμα», το οποίο περιλαμβάνει τις βασικές ιστορικές πηγές που αφορούν τη **δευτεροβάθμια** εκπαίδευση αυτής της περιόδου.¹⁰²

Αναλυτικά προγράμματα και διδακτικά βιβλία Μαθηματικών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στην Ελλάδα κατά την περίοδο 1950 – 2000

1950 – 1959

(Παραδοσιακά Μαθηματικά και μεταπολεμική απραξία)

Νομοθετικό πλαίσιο - Αναλυτικά Προγράμματα

Ισχύουν τα προπολεμικά αναλυτικά προγράμματα για τα εξατάξια (αργότερα οκτατάξια) κλασικά Γυμνάσια και τα Πρακτικά Λύκεια

Η εποπτεία και η καθοδήγηση των εκπαιδευτικών ανήκει στην αρμοδιότητα των Επιθεωρητών Μέσης Εκπαίδευσης

Η επιμόρφωση των καθηγητών διεξάγεται στο Διδασκαλείο Μέσης Εκπαιδευσεως, που είχε ιδρυθεί το 1910¹⁰³

⁹⁹ Βλ. Chevallard, Y. : *La Transposition Didactique*, Editions La Pensée Sauvage, 1985, Schubring, G. : On the Methodology of Analyzing Historical Textbooks : Lacroix as Textbook Author, *For the Learning of Mathematics* 7, 3 (November 1987), σελ.41-51.

¹⁰⁰ Βλ. π.χ., Schubring, G: Factors determining theoretical developments of mathematics education as a discipline – Comparative historical studies of its institutional and social contexts, στο Steiner, H.-G. & Vermandel, A. (eds.): *Foundations and Methodology of the Discipline Mathematics Education (Didactics of Mathematics)*, Bielefeld - Antwerpen, 1988, σελ. 161-173.

¹⁰¹ Βλ. π.χ., Howson, G.: On writing a history of mathematics education, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 5, No 2, 1984, σελ. 238-252. Στο άρθρο αυτό ο συγγραφέας περιγράφει τις πολλαπλές επιδράσεις του ιδιαίτερου κοινωνικού και εκπαιδευτικού περιβάλλοντος στη διαμόρφωση του βιβλίου του *A History of Mathematics Education in England*, Cambridge University Press, 1982. Βλ. επίσης, Bishop, A. : Mathematics Education in its Cultural Context, *Educational Studies in Mathematics*, 19 (2), 1988, σελ. 180-191.

¹⁰² Το υλικό για τη σύνταξη ενός αντίστοιχου «περιγράμματος» για την Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση βρίσκεται διάσπαρτο σε πολλές πηγές. Βλ. π.χ., Ανδρέου, Α. & Τζήκα, Χ. : *Προγράμματα Δημοτικού Σχολείου. Αναλυτικά και Ωρολόγια. Βιβλιογραφία – Αρθρογραφία*. εκδ. Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης Α.Π.Θ., 1988. Βλ. επίσης τις βιβλιογραφικές παραπομπές στην υποσημείωση 38.

¹⁰³ Για την επιμόρφωση των καθηγητών σ' όλη τη διάρκεια της περιόδου 1950-2000, βλ. Νεστορή, Γ. : Επιμόρφωση – μετεκπαίδευση του μαθηματικού της Μ.Ε. Περιγραφή της ελληνικής πραγματικότητας, *Πρακτικά του Συνεδρίου για την Αξιολόγηση του Εκπαιδευτικού Έργου – Μετεκπαίδευση και Επιμόρφωση του Μαθηματικού*, Ε.Μ.Ε. (Παράρτημα Κεντρικής Μακεδονίας), 1989, σελ.233-244, Ωραιόπουλου, Γ. : Ιστορικό της επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών Μ.Ε., *Πρακτικά 6ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε.,

Οι εξετάσεις για την εισαγωγή στην τριτοβάθμια εκπαίδευση, που είχαν καθιερωθεί το 1926-27, διεξάγονται στην Αθήνα και Θεσσαλονίκη με ευθύνη των αντίστοιχων ιδρυμάτων¹⁰⁴

Διδακτικά Βιβλία

Στις αρχές αυτής της περιόδου εκδίδονται από τον Ο.Ε.Σ.Β., κατά χρονολογική σειρά, τα εξής νέα βιβλία:

1. Π. Τόγκα, κ.α.: *Αριθμητική δια τας κατωτέρας τάξεις των Γυμνασίων*. 1949
2. Ν. Νικολάου: *Πρακτική Γεωμετρία δια τας κατωτέρας τάξεις των Γυμνασίων*. 1949
3. Ν. Σακελλαρίου: *Άλγεβρα δια τας ανωτέρας τάξεις των Γυμνασίων*. 1950
4. Ν. Νικολάου: *Θεωρητική Γεωμετρία δια τας ανωτέρας τάξεις των Γυμνασίων*. 1950
5. Ν. Νικολάου: *Τριγωνομετρία δια την Η' τάξιν των Γυμνασίων*. 1950

1959 – 1967

(Μοντέρνα Μαθηματικά, πολιτική αλλαγή και εκπαιδευτική μεταρρύθμιση)

Νομοθετικό πλαίσιο - Αναλυτικά Προγράμματα

Το 1959 δημοσιεύεται το πόρισμα της Επιτροπής Παιδείας που είχε συγκροτήσει η κυβέρνηση της Ε.Ρ.Ε., με το οποίο επιχειρείται μια αλλαγή προσανατολισμού προς την Τεχνική-Επαγγελματική εκπαίδευση και στη συνέχεια ψηφίζεται ο νόμος

3971/1959 περί τεχνικής και επαγγελματικής εκπαίδευσης, οργανώσεως της Μέσης Παιδείας και Διοικήσεως της Παιδείας

Διαιρείται το εξατάξιο Γυμνάσιο σε δύο βαθμίδες και καθιερώνεται απολυτήριο της πρώτης βαθμίδας

Τη διετία 1961-62 δημοσιεύονται νέα αναλυτικά προγράμματα για τις τρεις τελευταίες τάξεις των Γυμνασίων Πρακτικής Κατευθύνσεως

Το 1961 δημοσιεύεται νέο αναλυτικό πρόγραμμα για την πρώτη βαθμίδα του Γυμνασίου¹⁰⁵

Το 1961 συγκροτείται η «Επιτροπή πειραματικής μελέτης και διδασκαλίας των Μαθηματικών εις την Μ. Εκπαίδευσιν», με την οποία αρχίζει η εισαγωγή της μεταρρύθμισης των «Μοντέρνων Μαθηματικών»¹⁰⁶

Η κυβέρνηση της Ένωσης Κέντρου ψηφίζει το

Ν.4379/1964 περί οργανώσεως και διοικήσεως της Γενικής Εκπαίδευσης (Στοιχειώδους και Μέσης)

Διαιρείται η δευτεροβάθμια εκπαίδευση σε Γυμνάσιο και Λύκειο

1989, σελ. 59-61, Αδαμόπουλου, Λ. Οι απόψεις του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για την επιμόρφωση, στο *ίδιο*, σελ.176-181, Κοθάλη – Κολοκούρη, Ε. : Η επιμόρφωση των εκπαιδευτικών κατά το τελευταίο μισό του αιώνα μας, *Ευκλείδης γ'*, 33-34-35, 1992, σελ. 111-121, Κυριαζή, Α. – Πέτρου, Α. : Το όραμα της επιμόρφωσης για τον εκπαιδευτικό, *Πρακτικά 16^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1999, σελ. 208-220, Τουμάση, Μ. Η διδασκαλία στα Π.Ε.Κ. των μαθημάτων ειδικότητας των μαθηματικών, στο *Εισηγήσεις σε επιμορφωτικό σεμινάριο για τους Σχολικούς Συμβούλους όλων των βαθμίδων*, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο-Ο.Ε.Δ.Β., 1996, σελ.274-282. Βλ. επίσης βοηθητικά Δημαρά, Α. : Διδασκαλείον Μέσης Εκπαίδευσης, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 72, 1993, σελ.21-41.

¹⁰⁴ Για μια ιστορική επισκόπηση των εξεταστικών συστημάτων βλ. π.χ. Σιπητάνου, Α. : Οι μηχανισμοί επιλογής στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα από το 1834 έως το 1985. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση* 27, 1998, σελ.119-139. Νούτσου, Χ. : Η ιστορικότητα των γενικών εξετάσεων, στο *Μηχανισμοί και Όροι Επιλογής για την Τριτοβάθμια Εκπαίδευση*, Εταιρεία Σπουδών Νεοελληνικού Πολιτισμού και Γενικής Παιδείας, 1995, σελ.105-114, Τσουντα, Κ. & Χρονοπούλου, Μ. : Η πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. *Τα Εκπαιδευτικά*, 37-38, 1995, σελ.250-263.

¹⁰⁵ Βλ. τη συζήτηση επί του αναλυτικού προγράμματος και της προκήρυξης συγγραφής διδακτικού βιβλίου για την Α' τάξη στα *Χρονικά του Επιστημονικού-Παιδαγωγικού Συνεδρίου των υπηρετούντων εις την Ήπειρον Ελλήνων Μαθηματικών*, Ε.Μ.Ε., 1962, σελ.118 κ.ε.

¹⁰⁶ Βλ. Σωτηράκη, Ν. : Η εννοιακή διδασκαλία των Μαθηματικών, *Μαθηματική Επιθεώρησης*, 1, 1974 (ιδιαίτερα τον πρόλογο), Μιχαλόπουλου, Ν. : Ανάγκη και ουσία της αναπροσαρμογής των Μαθηματικών της Μέσης Παιδείας, *Χρονικά του Επιστημονικού-Παιδαγωγικού Συνεδρίου των υπηρετούντων εις την Ήπειρον Ελλήνων Μαθηματικών*, Ε.Μ.Ε., 1962, σελ.93-101. Βλ. επίσης τη συζήτηση επί των συμπερασμάτων του συνεδρίου του Rougemont στα *Χρονικά του Επιστημονικού-Παιδαγωγικού Συνεδρίου των εν Κρήτη Ελλήνων Μαθηματικών*, Ε.Μ.Ε., 1960, σελ.100 κ.ε.

Ιδρύεται το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

Καθιερώνεται ο θεσμός του Ακαδημαϊκού Απολυτηρίου για την πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση. Οι εξετάσεις διεξάγονται με ευθύνη του Υπουργείου Παιδείας¹⁰⁷

Το 1964 δημοσιεύεται νέο αναλυτικό πρόγραμμα για την Α΄ τάξη του Γυμνασίου

Το 1966 δημοσιεύονται νέα αναλυτικά προγράμματα για τις τρεις πρώτες τάξεις του Γυμνασίου και τις δύο πρώτες τάξεις του Λυκείου

Διδακτικά Βιβλία

Στο πλαίσιο της μεταρρύθμισης των «Μοντέρνων Μαθηματικών» κυκλοφορούν την τριετία 1962-64 τρία βιβλία για την πειραματική διδασκαλία των Μαθηματικών στις τρεις πρώτες τάξεις του Γυμνασίου.

Από το σχολικό έτος 1964-65 επιτρέπεται στις τρεις πρώτες τάξεις του Γυμνασίου η ελεύθερη επιλογή και χρήση βιβλίων του εμπορίου που είχαν συγγραφεί σύμφωνα με τα νέα αναλυτικά προγράμματα

1967 – 1974

(Η μαθηματική εκπαίδευση ανάμεσα στη δικτατορία και τη μεταρρύθμιση)

Νομοθετικό πλαίσιο - Αναλυτικά Προγράμματα

Η κυβέρνηση της δικτατορίας ψηφίζει τους εξής

A.N.59/1967 για την κατάργηση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

A.N.129/1967 περί οργάνωσης της Γενικής Παιδείας

Επαναφέρεται το εξαετές Γυμνάσιο

Καταργείται το Ακαδημαϊκό Απολυτήριο αλλά διατηρείται η διεξαγωγή των εισαγωγικών εξετάσεων για τα Α.Ε.Ι. με ευθύνη του Υπουργείου Παιδείας

Ιδρύεται το Ανώτατο Εκπαιδευτικό Συμβούλιο

Τη διετία 1968-69 δημοσιεύονται νέα αναλυτικά προγράμματα για τις τρεις πρώτες τάξεις του Γυμνασίου, τις τρεις τάξεις του Γυμνασίου Θεωρητικής Κατεύθυνσης και τις τρεις τάξεις του Γυμνασίου Θετικής Κατεύθυνσης, με έντονα στοιχεία «συμπηφισμού» ανάμεσα σε παραδοσιακά και μοντέρνα Μαθηματικά

Διδακτικά Βιβλία

Το 1967 ανατυπώνονται με ορισμένες τροποποιήσεις και αρκετές περικοπές τα βιβλία που είχαν συγγραφεί για την πειραματική διδασκαλία των Μαθηματικών στις τρεις πρώτες τάξεις του Γυμνασίου.

Τα αμέσως επόμενα χρόνια συγγράφονται, με αναθέσεις από το Υπουργείο Παιδείας και εκδίδονται από τον Ο.Ε.Δ.Β., κατά χρονολογική σειρά, τα εξής νέα βιβλία:

1. Γ. Μπούσγου & Ι. Ταμβακλή: *Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου*. Τόμος 1ος (Άλγεβρα). 1968
2. Ι. Ιωαννίδη: *Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου*. Τόμος 2ος (Γεωμετρία). 1968
3. Ι. Ιωαννίδη: *Μαθηματικά Δ΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.)* Τόμος 2ος (Γεωμετρία). 1968
4. Ι. Πανάκη: *Μαθηματικά Ε΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.)* Τόμος 2ος (Γεωμετρία). 1968
5. Σ. Κατσαρλίνου & Μ. Μπαϊμπά: *Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου*. 1969
6. Γ. Γραφάκου, κ.α.: *Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου. Αριθμητική και Άλγεβρα – Γεωμετρία*. 1969
7. Θ. Βαβαλέτσκου & Γ. Μπούσγου: *Μαθηματικά Δ΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.)* Τόμος 1ος (Άλγεβρα). 1969
8. Η. Ντζιώρα: *Μαθηματικά Ε΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.)* Τόμος 1ος (Άλγεβρα). 1969
9. Π. Λαδόπουλου: *Στοιχεία Παραστατικής Γεωμετρίας Ε΄ - ΣΤ΄ Γυμνασίου*. 1969
10. Β. Στάικου: *Μαθηματικά ΣΤ΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.)* Τόμος 1ος (Ανωτέρα Άλγεβρα – Ανάλυσις). 1969

¹⁰⁷ Βλ. Παπαδάτου, Ι. : Αναλυτικόν και ωρολόγιον πρόγραμμα των Μαθηματικών, *Χρονικά του Πανελληνίου Επιστημονικού-Παιδαγωγικού Συνεδρίου των Ελλήνων Μαθηματικών*, Ε.Μ.Ε., 1964, σελ.152-160, Σπηλιώτη, Φ. : Διάρθρωσις της Παιδείας, στο ίδιο, σελ. 281-287.

11. Ε. Παπατριανταφύλλου: *Μαθηματικά ΣΤ΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.) Τριγωνομετρία*. 1969
12. Ι. Πανάκη: *Μαθηματικά Ε΄ Γυμνασίου (Θετικής Κατευθ.) Τόμος 3ος (Τριγωνομετρία)*. 1972

Παράλληλα χρησιμοποιείται ως ελεύθερο βοήθημα και το βιβλίο Ν. Βαρουχάκη: *Συμπλήρωμα Γεωμετρίας δια την ΣΤ΄ Γυμνασίου*
Τα βιβλία των Ν. Σακελλαρίου (Άλγεβρα) και Ν. Νικολάου (Γεωμετρία και Τριγωνομετρία) χρησιμοποιούνται στην Δ΄, Ε΄ και ΣΤ΄ Γυμνασίου Θεωρητικής Κατεύθυνσης

1974 – 1986

(Μεταπολίτευση, πολιτική αλλαγή και μαθηματική εκπαίδευση)

Νομοθετικό πλαίσιο - Αναλυτικά Προγράμματα

Από την κυβέρνηση της Νέας Δημοκρατίας ψηφίζονται οι εξής νόμοι:¹⁰⁸

Ν.186/1975 για την κατάργηση του Ανώτατου Εκπαιδευτικού Συμβουλίου και την ίδρυση του Κέντρου Εκπαιδευτικών Μελετών και Επιμόρφωσης

Ν.309/1976 για την οργάνωση και διοίκηση της Γενικής Εκπαίδευσης

Επαναφέρεται η διαίρεση της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε Γυμνάσιο και Λύκειο και καθιερώνονται εισαγωγικές εξετάσεις από το πρώτο στο δεύτερο

Εισάγεται το σύστημα των μαθημάτων κορμού και επιλογής στη Β΄ και Γ΄ Λυκείου και αλλάζει η διαδικασία των εξετάσεων για πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση

Ν.576/1977 για την οργάνωση και διοίκηση της Τεχνικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης

Την περίοδο 1977-1980 δημοσιεύονται νέα αναλυτικά προγράμματα για τις τρεις τάξεις του Γυμνασίου και τις τρεις τάξεις του Λυκείου Γενικής Κατεύθυνσης, τα οποία επιχειρούν μια γενική εισαγωγή των «Μοντέρνων Μαθηματικών»

Καταργείται το Διδασκαλείο Μέσης Εκπαιδευσεως και ιδρύονται οι Σχολές Επιμόρφωσης Λειτουργών Μέσης Εκπαίδευσης

Από την κυβέρνηση του ΠΑ.ΣΟ.Κ. καταργούνται οι εισαγωγικές εξετάσεις στο Λύκειο και ψηφίζονται οι εξής νόμοι:

Ν.1304/1982 για την επιστημονική – παιδαγωγική καθοδήγηση και τη διοίκηση στη Γενική και τη Μέση Τεχνική – Επαγγελματική Εκπαίδευση

Καταργείται ο θεσμός του επιθεωρητή και εισάγεται ο θεσμός του σχολικού συμβούλου

Ν.1351/1983 την εισαγωγή σπουδαστών στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση

Εισάγεται το σύστημα των δεσμών προπαρασκευαστικών μαθημάτων στη Γ΄ Λυκείου και αλλάζει η διαδικασία των εξετάσεων για πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση¹⁰⁹

Δημοσιεύονται αναλυτικά προγράμματα για τη Γ΄ Λυκείου

Ν.1566/1985 για τη δομή και λειτουργία της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης

Καταργείται το Κέντρο Εκπαιδευτικών Μελετών και Επιμόρφωσης και επανιδρύεται το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο

Ιδρύονται τα Περιφερειακά Επιμορφωτικά Κέντρα

Ιδρύονται τα Ενιαία Πολυκλαδικά Λύκεια στα οποία διαφοροποιείται η διδασκαλία των Μαθηματικών¹¹⁰

Διδακτικά Βιβλία

¹⁰⁸ Βλ. Χοντολίδου, Ε. : *Η συζήτηση για την εκπαιδευτική μεταρρύθμιση (1976-1981)*, Εκδοτικός Οίκος Αδελφών Κυριακίδη, 1987.

¹⁰⁹ Βλ. Αχτσαλιωτίδη, Χ., Μαρκέτου, Α. & Τζεκάκη, Μ. : Αξιολόγηση του εκπαιδευτικού έργου μέσα από τα θέματα των εξετάσεων για τα Α.Ε.Ι. έτους 1985, *Πρακτικά του Συνεδρίου για την Αξιολόγηση του Εκπαιδευτικού Έργου – Μετεκπαίδευση και Επιμόρφωση του Μαθηματικού*, Ε.Μ.Ε. (Παράρτημα Κεντρικής Μακεδονίας), 1989, σελ.96-109.

¹¹⁰ Βλ. Ευαγγελίου, Γ. : Αξιολόγηση Αναλυτικού Προγράμματος Α΄ Τάξης Ε.Π.Λ., *Πρακτικά του Συνεδρίου για την Αξιολόγηση του Εκπαιδευτικού Έργου – Μετεκπαίδευση και Επιμόρφωση του Μαθηματικού*, Ε.Μ.Ε. (Παράρτημα Κεντρικής Μακεδονίας), 1989, σελ.141-149.

Την περίοδο αυτή εκδίδονται, κατά χρονολογική σειρά, τα επόμενα νέα διδακτικά βιβλία:

1. Χ. Παπανικολάου: *Ευκλείδειος Γεωμετρία Γ΄ Γυμνασίου και Δ΄, Ε΄ ΣΤ΄ Γυμνασίου Θεωρητικής Κατευθύνσεως*. 1975 (από το 1979 χρησιμοποιείται μόνο στη Β΄ Λυκείου)
2. Σ. Κανέλλου: *Ευκλείδειος Γεωμετρία Δ΄, Ε΄ ΣΤ΄ Γυμνασίου Θετικής Κατευθύνσεως*. 1975
3. Δ. Παπαμιχαήλ, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου*. 1977
4. Δ. Παπαμιχαήλ, Α. Σκιαδά: *Θεωρητική Γεωμετρία. Τεύχος 1^ο, Γ΄ Γυμνασίου*. 1977 (από το 1979 χρησιμοποιείται στην Α΄ Λυκείου)
5. Δ. Παπαμιχαήλ, κ.α.: *Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου*. 1978
6. Σ. Παπαδόπουλου: *Μαθηματικά Α΄ Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου*. 1978 (από το 1979 χρησιμοποιείται στη Γ΄ Γενικού Λυκείου ως ύλη Κορμού)
7. Κ. Ιορδανίδη, κ.α.: *Μαθηματικά Β΄ Λυκείου. Ύλη Επιλογής*. 1978 ¹¹¹
8. Α. Πατεράκη, κ.α.: *Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου*. 1979
9. Γ. Τσάνκα: *Στοιχεία Αναλυτικής Γεωμετρίας Γ΄ Λυκείου. Ύλη Επιλογής*. 1979
10. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Μαθηματικά. Άλγεβρα Α΄ Λυκείου*. 1979 ¹¹²
11. Γ. Βαβάλιарου, κ.α.: *Ευκλείδειος Γεωμετρία Β΄ Λυκείου. Ασκήσεις και λύσεις των ασκήσεων*. 1983 (συνοδεύει το βιβλίο του Χ. Παπανικολάου)
12. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Μαθηματικά. Άλγεβρα, Β΄ Λυκείου*. 1983
13. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Μαθηματικά Ι Γ΄ Λυκείου. Άλγεβρα (1^{ης} Δέσμης)*. 1983 ¹¹³
14. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Μαθηματικά Ι Γ΄ Λυκείου. Ανάλυση (1^{ης} Δέσμης)*. 1983
15. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Μαθηματικά Ι Γ΄ Λυκείου. Αναλυτική Γεωμετρία (1^{ης} Δέσμης)*. 1983
16. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Μαθηματικά ΙΙ Γ΄ Λυκείου (2^{ης} & 4^{ης} Δέσμης)*. 1983
17. Μ. Λάμπρου, κ.α.: *Μαθηματικά Α΄ Ενιαίου Πολυκλαδικού Λυκείου. Άλγεβρα*. 1984
18. Δ. Καραγεώργου, κ.α.: *Μαθηματικά Β΄ Ενιαίου Πολυκλαδικού Λυκείου. Κύκλος: Άνθρωπος και Κοινωνία*. 1985 ¹¹⁴
19. Θ. Γκάγκαρης, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου (χωρίς δέσμες)*. 1986
20. Ν. Βαρουχάκη, κ.α.: *Θεωρητική Γεωμετρία Β΄ Λυκείου*. 1986

Την περίοδο 1979 – 1982 χρησιμοποιούνται τα βιβλία των Η. Ντζιώρα και Ι. Πανάκη (Άλγεβρα – Τριγωνομετρία, σε ενιαίο τεύχος) ως ύλη κορμού στη Β΄ Λυκείου και το βιβλίο του Β. Στάϊκου ως ύλη επιλογής στη Γ΄ Λυκείου

Από το 1978 καθιερώνεται από το Κ.Ε.Μ.Ε. η ετήσια έκδοση οδηγιών για τη διδακτέα ύλη και διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο και το Γενικό Λύκειο

Από το 1982 καθιερώνεται και η διανομή στους μαθητές ιδιαίτερων τευχών με τις λύσεις των ασκήσεων των διδακτικών βιβλίων ¹¹⁵

Το 1983 προκηρύχθηκε διαγωνισμός για τη συγγραφή βιβλίου Θεωρητικής Γεωμετρίας αλλά δεν εγκρίθηκε κανένα από τα βιβλία που υποβλήθηκαν

¹¹¹ Βλ. Καζαντζή, Θ.: Τα Μαθηματικά και η ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα, *Πρακτικά 1^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1984, σελ. 438-447, ιδιαίτερα σελ. 445-447.

¹¹² Βλ. Θωμαΐδη, Γ.: Προβλήματα διδασκαλίας της Άλγεβρας στην Α΄ Λυκείου (και κάποιες προτάσεις επίλυσής τους), *Ευκλείδης γ΄*, 7, 1985, σελ. 4-11, Πόταρη, Δ.: Κριτική του βιβλίου της Άλγεβρας της Α΄ Λυκείου, *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 45, 1989, σελ.55-62.

¹¹³ Βλ. Παπασταυρίδη, Σ.: Η Γραμμική Άλγεβρα στο Λύκειο και τα Νέα Βιβλία, *Ευκλείδης γ΄*, 3, 1984, σελ. 3-17, του ίδιου: Γραμμική Άλγεβρα. Τι γίνεται αλλού και τι γίνεται εδώ, *Πρακτικά 2^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1985, σελ. 96-102, Εξαρχάκου, Θ., κ.α.: Παρατηρήσεις – προτάσεις πάνω στα βιβλία Μαθηματικών της Γ΄ Λυκείου, *Ευκλείδης γ΄*, 4, 1984, σελ.2-21, *Ευκλείδης γ΄*, 6, 1985, σελ.7-13.

¹¹⁴ Βλ. Καραγεώργου, Δ. & Κατσουλάκη, Α.: Ένα σχολικό βιβλίο. *Ευκλείδης γ΄*, 8, 1985, σελ.1-7.

¹¹⁵ Βλ. Ντίνα, Α. & Οικονόμου, Π.: Η χρησιμοποίηση του διδακτικού βιβλίου και του βιβλίου λύσεων των Μαθηματικών. Έρευνα σε μαθητές Λυκείου, *Πρακτικά του Συνεδρίου για την Αξιολόγηση του Εκπαιδευτικού Έργου – Μετεκπαίδευση και Επιμόρφωση του Μαθηματικού*, Ε.Μ.Ε. (Παράρτημα Κεντρικής Μακεδονίας), 1989, σελ.179-220.

1986 – 1997

(Η μαθηματική εκπαίδευση στην τροχιά μιας αυτορρύθμισης)

Νομοθετικό πλαίσιο - Αναλυτικά Προγράμματα

Δημοσιεύονται νέα αναλυτικά προγράμματα για το Γυμνάσιο και το Λύκειο με τα οποία επιχειρείται μια αποδέσμευση από το πνεύμα των «Μοντέρνων Μαθηματικών»¹¹⁶

Δεν μεταβάλλεται η διαδικασία των εξετάσεων για πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση¹¹⁷

Από την κυβέρνηση του ΠΑ.ΣΟ.Κ. ψηφίζεται ο

N.2327/1995 για την ίδρυση του Κέντρου Εκπαιδευτικής Έρευνας

Δημοσιεύεται νέο αναλυτικό πρόγραμμα Ευκλείδειας Γεωμετρίας¹¹⁸

Διδακτικά Βιβλία

Την περίοδο αυτή εκδίδονται, κατά χρονολογική σειρά, τα επόμενα νέα διδακτικά βιβλία:

1. Α. Αλιμπινίση, κ.α.: *Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου*. 1987¹¹⁹

2. Α. Αλιμπινίση, κ.α.: *Μαθηματικά Β΄ Γυμνασίου*. 1988

3. Α. Αλιμπινίση, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ Γυμνασίου*. 1989

4. Σ. Ανδρεαδάκη, κ.α.: *Άλγεβρα Α΄ Λυκείου*. 1990¹²⁰

5. Α. Αλιμπινίση, κ.α.: *Γεωμετρία Α΄ Λυκείου*. 1990¹²¹

6. Σ. Ανδρεαδάκη, κ.α.: *Άλγεβρα Β΄ Λυκείου*. 1991

7. Α. Αλιμπινίση, κ.α. *Θεωρητική Γεωμετρία Β΄ Λυκείου*. 1991

8. Σ. Ανδρεαδάκη, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ Λυκείου (Άλγεβρα – Αναλυτική Γεωμετρία – Πιθανότητες)*. 1992

9. Β. Κατσαργύρη, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ Λυκείου (Ανάλυση)*. 1992

10. Σ. Ανδρεαδάκη, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ Λυκείου (2^{ης} και 4^{ης} δέσμης)*. 1993

11. Ε. Δαλιεράκη, κ.α.: *Μαθηματικά Γ΄ τάξης Τεχνικών Επαγγελματικών Λυκείων*. 1997

1997 – σήμερα

(Τα Μαθηματικά στο πλαίσιο μιας νέας εκπαιδευτικής μεταρρύθμισης)

Νομοθετικό πλαίσιο - Αναλυτικά Προγράμματα

¹¹⁶ Βλ. Αδαμόπουλου, Λ.: Το νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, *Ευκλείδης γ΄*, 28, 1991, σελ. 1-14.

¹¹⁷ Βλ. Σπηλιώτη, Γ.: Οι Γενικές Εξετάσεις και τα Θέματα των Μαθηματικών, *Ευκλείδης γ΄*, 14, 1987, σελ. 82-86, Παπασταυρίδη, Σ.: Κεντρική Επιτροπή των Γενικών Εξετάσεων: Η Μοναξιά του Τερματοφύλακα Μπροστά στο Πέναλτυ, στο Καλαβάσης, Φ. & Μειμάρης, Μ. (επιμ.) *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών*, εκδ. Προτάσεις, 1992, σελ.65-73, Παπασταυρίδη, Σ. & Τυρλή, Ι.: Η κανονικοποίηση των βαθμών των Γενικών Εξετάσεων (ή, μία μαθηματική λύσις για ένα κοινωνικό – εκπαιδευτικό πρόβλημα). *Πρακτικά 10^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1993, σελ. 147-151, Γεωργακάκου, Η.: Τα θέματα των Γενικών Εξετάσεων και «η τύχη» των βιβλίων, στο Καλαβάσης, Φ. & Μειμάρης, Μ. (επιμ.) *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών II*, εκδ. Πανεπιστήμιο Αιγαίου, 1994, σελ.291-302, Παπασταυρίδη, Σ.: Σκέψεις για το σύστημα Γενικών Εξετάσεων, για το υπάρχον εκπαιδευτικό σύστημα, στις συγκεκριμένες κοινωνικές συνθήκες, στο Καλαβάσης, Φ. & Μειμάρης, Μ. (επιμ.) *Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών IV*, εκδ. Πανεπιστήμιο Αιγαίου-Gutenberg, 2000, σελ.15-37.

¹¹⁸ Βλ. Θωμαΐδη, Γ.: Η διδασκαλία της Θεωρητικής Γεωμετρίας στην Ελλάδα και το νέο Αναλυτικό Πρόγραμμα από τη σκοπιά της Διδακτικής των Μαθηματικών, *Ερευνητική Διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών*, 1, 1996, σελ.72-92.

¹¹⁹ Βλ. Κλαουδάτου, Ν.: Μερικές βασικές αρχές της συγγραφής του μαθηματικού βιβλίου της Α΄ Γυμνασίου, *Πρακτικά 4^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1987, σελ. 185-190, Κασσιμάτη, Κ.: Σύνδεση των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης με τα Μαθηματικά της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης (συγκριτική μελέτη των βιβλίων των Μαθηματικών του Δημοτικού και της Α΄ Γυμνασίου), στο *ίδιο*, σελ. 201-208, Ευσταθόπουλου, Ε.: Οι αριθμητικές δραστηριότητες στο βιβλίο Μαθηματικών της Α΄ Γυμνασίου, *Ευκλείδης γ΄*, 24, 1990, σελ. 38-43.

¹²⁰ Βλ. Τουμάση, Μ.: Τα νέα βιβλία Μαθηματικών της Α΄ και Β΄ Λυκείου ως μέσα επικοινωνίας, *Πρακτικά 9^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1992, σελ. 217-233.

¹²¹ Βλ. Πούλου, Α.: Κριτική στο σχολικό βιβλίο Γεωμετρίας Α΄ Λυκείου (έκδοση 1990), *Ευκλείδης γ΄*, 28, 1991, σελ. 15-21, Μακρή, Κ.Ν.: Κάποια ερωτήματα στη Θεωρητική Γεωμετρία του Λυκείου, *Ευκλείδης γ΄*, 42, 1995, σελ. 1-15.

Από την κυβέρνηση του ΠΑ.ΣΟ.Κ. ψηφίζονται οι εξής νόμοι:¹²²

N.2525/1997 για το Ενιαίο Λύκειο, πρόσβαση των αποφοίτων του στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση και αξιολόγηση του εκπαιδευτικού έργου

Καθιερώνεται ο θεσμός του Εθνικού Απολυτηρίου και αλλάζει η διαδικασία των εξετάσεων για πρόσβαση στην τριτοβάθμια εκπαίδευση

N.2649/1998 για τη δευτεροβάθμια τεχνική – επαγγελματική εκπαίδευση

N.2986/2002 για την οργάνωση των περιφερειακών υπηρεσιών της Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, αξιολόγηση του εκπαιδευτικού έργου και των εκπαιδευτικών και επιμόρφωση των εκπαιδευτικών

Εισάγεται ο θεσμός του «πολλαπλού βιβλίου» και το 1998 προκηρύσσεται διαγωνισμός για τη συγγραφή βιβλίων Ευκλείδειας Γεωμετρίας για την Α΄ και Β΄ Λυκείου και Μαθηματικών για την Α΄ Γυμνασίου.¹²³

Το 1999 δημοσιεύεται το νέο αναλυτικό πρόγραμμα Μαθηματικών Γυμνασίου και Ενιαίου Λυκείου, σύμφωνα με το Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών που είχε εισηγηθεί το 1998 το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο¹²⁴

Το 2001 αναστέλλεται η εφαρμογή του θεσμού του «πολλαπλού βιβλίου»

Διδακτικά Βιβλία

Την περίοδο αυτή εκδίδονται, κατά χρονολογική σειρά, τα επόμενα νέα βιβλία ¹²⁵

1. Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας: *Αξιολόγηση των μαθητών της Α΄ Λυκείου στα Μαθηματικά*. 1997
2. Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας: *Αξιολόγηση των μαθητών της Β΄ Λυκείου στα Μαθηματικά*. 1998
3. Λ. Αδαμόπουλος, κ.α. : *Μαθηματικά Β΄ Ενιαίου Λυκείου Θετικής Κατεύθυνσης*. 1998
4. Ε. Δαλιεράκη, κ.α. : *Μαθηματικά Β΄ Ενιαίου Λυκείου Τεχνολογικής Κατεύθυνσης*. 1998
5. Γ. Θωμαΐδης, κ.α. : *Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου*. 1999
6. Γ. Θωμαΐδης, κ.α. : *Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου. Βιβλίο του Καθηγητή*. 1999
7. Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας: *Αξιολόγηση των μαθητών της Γ΄ Λυκείου στα Μαθηματικά Γενικής Παιδείας*. 1999
8. Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας: *Αξιολόγηση των μαθητών της Γ΄ Λυκείου στα Μαθηματικά Θετικής Κατεύθυνσης*. 1999
9. Κέντρο Εκπαιδευτικής Έρευνας: *Αξιολόγηση των μαθητών της Γ΄ Λυκείου στα Μαθηματικά Τεχνολογικής Κατεύθυνσης*. 1999
10. Λ. Αδαμόπουλος, κ.α. : *Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής Γ΄ Ενιαίου Λυκείου*. 1999
11. Σ. Ανδρεαδάκης, κ.α. : *Μαθηματικά Γ΄ Ενιαίου Λυκείου Θετικής Κατεύθυνσης*. 1999
12. Ε. Δαλιεράκη, κ.α. : *Μαθηματικά Γ΄ Ενιαίου Λυκείου Τεχνολογικής Κατεύθυνσης*. 1999
13. Φ. Γεωργιακώδης, κ.α. : *Στατιστική Γ΄ Ενιαίου Λυκείου. Μάθημα Επιλογής*. 1999
14. Π. Βλάμος, κ.α. : *Μαθηματικά Α΄ Τάξης 2ου Κύκλου Τεχνικών Επαγγελματικών Εκπαιδευτηρίων*. 1999

¹²² Βλ. Εξαρχάκου, Θ. : Εκπαιδευτική Μεταρρύθμιση, Αναγκαιότητα και Γενικές Αρχές, *Ευκλείδης γ΄*, 47-48-49-50 (Ειδική Έκδοση), 1998, σελ. 7-21.

¹²³ Βλ. Αδαμόπουλου, Λ. : Αντικείμενο και διαδικασίες του έργου «αναδιατύπωση και εκσυγχρονισμός των προγραμμάτων σπουδών των Μαθηματικών», *Ευκλείδης γ΄*, 47-48-49-50 (Ειδική Έκδοση), 1998, σελ. 85-88.

¹²⁴ Βλ. Καραγεώργου, Δ. : Το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Ε.Π.Π.Σ.) και τα Προγράμματα Σπουδών (Π.Σ.) για τα Μαθηματικά της Γενικής Εκπαίδευσης, *Ευκλείδης γ΄*, 47-48-49-50 (Ειδική Έκδοση), 1998, σελ. 89-94, του ίδιου: Το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Ε.Π.Π.Σ.), τα Προγράμματα Σπουδών (Π.Σ.), τα Διδακτικά Βιβλία (Δ.Β.) και το Συνοδευτικό Διδακτικό Υλικό (Δ.Υ.) για τα Μαθηματικά της Γενικής Εκπαίδευσης (Γ.Ε.), *Πρακτικά 15ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1998, σελ. 229-250.

¹²⁵ Βλ. Μαντά, Ι. Η διδασκαλία των Μαθηματικών στα Λύκεια μετά τη μεταρρύθμιση, *Πρακτικά 16ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ε.Μ.Ε., 1999, σελ. 221-233.

15. Στατεράς, Χ., κ.α. : *Μαθηματικά Β΄ Τάξης 1^{ου} Κύκλου Τεχνικών Επαγγελματικών Εκπαιδευτηρίων*. 2000
16. Η. Αργυρόπουλος, κ.α. : *Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου*. 2001
17. Η. Αργυρόπουλος, κ.α. : *Ευκλείδεια Γεωμετρία Α΄ και Β΄ Ενιαίου Λυκείου. Βιβλίο του Καθηγητή*. 2001

Από το σχολικό έτος 2000-2001 καταργούνται τα βιβλία Μαθηματικών τεχνολογικής κατεύθυνσης Β΄ και Γ΄ Λυκείου και το μάθημα διδάσκεται από τα αντίστοιχα βιβλία της θετικής κατεύθυνσης.

Το προηγούμενο «ιστορικό περίγραμμα», παρά το γεγονός ότι αφορά μόνο τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση της περιόδου 1950 – 2000 (και προφανώς δεν διεκδικεί την απόλυτη πληρότητα της βιβλιογραφικής ενημέρωσης), δείχνει το μεγάλο εύρος των δυνατών ερευνητικών προσεγγίσεων στην πρόσφατη ιστορία της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης. Το περίγραμμα αυτό, τα 20 ανοικτά ζητήματα που διατυπώθηκαν στις δύο πρώτες ενότητες αυτού του κειμένου καθώς και η σκιαγράφηση των μεθοδολογικών προσεγγίσεων που χρησιμοποιεί η σύγχρονη ιστορική έρευνα, συνθέτουν ένα πυρήνα ιδεών και προβληματισμού για τη συστηματική ανάλυση και ερμηνεία του παρελθόντος. Ο σκοπός ενός τέτοιου προγράμματος είναι βέβαια η κατανόηση των προβλημάτων του παρόντος και η συμβολή στο σχεδιασμό του μέλλοντος της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης.