



ΤΑΤΜ ΑΠΘ



ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε.

**ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ
ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΗΕΡΟΣ (ΗΤΡS07)
ΚΑΙ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΟΥ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ (ΕΓSΑ87)**

Βασική μεθοδολογία και αριθμητικά παραδείγματα

Σύνταξη τεύχους

Χ. Κωτσάκης, Επίκ. Καθηγητής ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

Κ. Κατσάμπαλος, Καθηγητής ΤΑΤΜ/ΑΠΘ

Μ. Γιαννίου, Τεχνικός Σύμβουλος ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε

Οκτώβριος 2008

Πρόλογος

Η χρήση του Ελληνικού Συστήματος Εντοπισμού HEPOS για την παραγωγή συντεταγμένων στο ΕΓΣΑ87 προϋποθέτει την ύπαρξη ενός μοντέλου μετασχηματισμού συντεταγμένων μεταξύ του συστήματος αναφοράς του HEPOS (HTRS07) και του ΕΓΣΑ87. Η ανάπτυξη και ο υπολογισμός αυτού του μοντέλου μετασχηματισμού αποτελεί μέρος της σύμβασης Τεχνικής Βοήθειας για το HEPOS, η οποία ανατέθηκε από την ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε. σε ερευνητική ομάδα του Τμήματος Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του ΑΠΘ.

Ο αμφίδρομος μετασχηματισμός υλοποιείται μέσω λογισμικού το οποίο θα διατίθεται δωρεάν από την ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε. Με το λογισμικό αυτό οι χρήστες θα μπορούν να εισάγουν συντεταγμένες σημείων στο ένα ΓΣΑ και να λαμβάνουν τις συντεταγμένες τους μετασχηματισμένες στο άλλο σύστημα. Διευκρινίζεται ότι για τον προσδιορισμό ορθομετρικών υψομέτρων μέσω του HEPOS έχει προβλεφθεί εντός του 2009 ο υπολογισμός και η διάθεση σχετικού μοντέλου γεωειδούς.

Προς διευκόλυνση των χρηστών του HEPOS, οι κατασκευαστές τοπογραφικού εξοπλισμού (συστημάτων GNSS και λογισμικού) μπορούν να ενσωματώσουν το μοντέλο μετασχηματισμού στα συστήματα που διαθέτουν στην Ελληνική αγορά. Η ενσωμάτωση μπορεί να γίνει τόσο στα λογισμικά γραφείου όσο και στα λογισμικά των χειριστηρίων που χρησιμοποιούνται για εφαρμογές πραγματικού χρόνου στο πεδίο (π.χ. εφαρμογές RTK). Με τον τρόπο αυτό ο μετασχηματισμός θα γίνεται αυτόματα και χωρίς παρέμβαση του χρήστη.

Το παρόν τεύχος περιγράφει λεπτομερώς τη μεθοδολογία εφαρμογής του μοντέλου μετασχηματισμού, ώστε να μπορέσει αυτό να ενσωματωθεί σε υφιστάμενα λογισμικά. Περισσότερες διαδικαστικές λεπτομέρειες διατίθενται στον ιστοχώρο του HEPOS (www.hepos.gr). Σε σύντομο χρόνο προβλέπεται επίσης η δημοσίευση ενός εκτενούς Τεύχους που θα περιλαμβάνει την αναλυτική τεκμηρίωση του τρόπου υπολογισμού του μοντέλου μετασχηματισμού και τη λεπτομερή αξιολόγηση της ακρίβειας του με πραγματικά δεδομένα στην Ελλάδα. Τονίζεται πάντως ότι το εκτενές αυτό Τεύχος δεν είναι αναγκαίο για την υλοποίηση του μοντέλου μετασχηματισμού, καθώς η απαιτούμενη μεθοδολογία για την εφαρμογή του περιγράφεται πλήρως στο παρόν Τεύχος.



Το έργο της Τεχνικής Βοήθειας για το HEPOS εντάσσεται στο μέτρο 5.3 του Ε.Π. «Κοινωνία της Πληροφορίας» και συγχρηματοδοτείται σε ποσοστό 80% από το Ευρωπαϊκό Ταμείο Περιφερειακής Ανάπτυξης και 20% από εθνικούς πόρους.

Γενική Ορολογία

Οι παρακάτω όροι και συντμήσεις περιγράφουν τα συστήματα και τα πλαίσια αναφοράς συντεταγμένων που σχετίζονται με τη λειτουργία του HEPOS στην Ελλάδα και την εφαρμογή των μοντέλων μετασχηματισμού που περιγράφονται στο τεύχος αυτό.

HTRS07 *Hellenic Terrestrial Reference System (2007).*

Το γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς του HEPOS που υλοποιείται από τις επίσημες 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες των 98 μόνιμων σταθμών GPS που λειτουργούν υπό την επίβλεψη της ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε σε όλη την Ελλάδα.

Το HTRS07 βασίζεται στο επίσημο Ευρωπαϊκό γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς και χρησιμοποιεί τα ακόλουθα πρότυπα:

Ευρωπαϊκό Σύστημα Αναφοράς Συντεταγμένων	ETRS89
Ευρωπαϊκό Πλαίσιο Αναφοράς Συντεταγμένων	ETRF05
Ελλειψοειδές Αναφοράς	GRS80
Χαρτογραφικό Προβολικό Σύστημα	TM07

ETRS89 *European Terrestrial Reference System (1989).*

Το Ευρωπαϊκό γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς το οποίο έχει οριστεί και υιοθετηθεί από την επιτροπή EUREF της Διεθνούς Ένωσης Γεωδαισίας.

ETRF05 *European Terrestrial Reference Frame (2005).*

Το Ευρωπαϊκό γεωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς συντεταγμένων το οποίο αποτελεί την πιο πρόσφατη και επίσημη υλοποίηση του ETRS89 σε πανευρωπαϊκή κλίμακα.

Ορίζεται με βάση τις 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες (σε δεδομένη χρονική εποχή αναφοράς) και τις ταχύτητες μεταβολής τους για ένα σύνολο μόνιμων σταθμών που βρίσκονται στην Ευρωπαϊκή πλάκα (EUREF stations), συμπεριλαμβανομένων και τριών μόνιμων σταθμών στην Ελλάδα: AUT1, NOA1, TUC2.

GRS80 *Geodetic Reference System (1980).*

Το επίσημο γήινο μοντέλο ελλειψοειδούς-εκ-περιστροφής (ΕΕΠ) που έχει υιοθετηθεί από την Διεθνή Ένωση Γεωδαισίας. Χρησιμοποιείται για την μετατροπή 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X, Y, Z) σε 3Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ, λ, h), και αντίστροφα.

Οι βασικές γεωμετρικές παράμετροι ορισμού του GRS80 είναι:

Μήκος μεγάλου ημιάξονα $a = 6378137.00$ m
Επιπλάτυση $f = 1/298.257222101$

TM07 *Transverse Mercator Projection (2007).*

Εγκάρσια μερκατορική προβολή ενιαίας ζώνης για την Ελλάδα (εκτός Καστελόριζου) που εφαρμόζεται για την μετατροπή 2Δ καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ, λ) ως προς το HTRS07 σε 2Δ προβολικές συντεταγμένες (E, N), και αντίστροφα.

Οι βασικές παράμετροι για την εφαρμογή της χαρτογραφικής προβολής TM07 είναι:

$\lambda_0 = 24^\circ$ (κεντρικός μεσημβρινός)
 $m_0 = 0.9996$ (μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης στον κεντρ. μεσημβρινό)
 $\varphi_0 = 0$ (γεωγραφικό πλάτος αναφοράς)
False Easting $E_0 = 500000$ m (προσθετική σταθερά στις τετημημένες)
False Northing $N_0 = -2000000$ m (προσθετική σταθερά στις τεταγμένες)

Για τις τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση του Καστελόριζου, βλέπε Παράρτημα 1.

ΕΓΣΑ87 *Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (1987).*

Το επίσημο γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς της Ελλάδας που υλοποιείται από τις γνωστές συντεταγμένες στα τριγωνομετρικά σημεία του Κρατικού Τριγωνομετρικού Δικτύου. Χρησιμοποιεί ως ΕΕΠ αναφοράς το GRS80 και ως προβολικό σύστημα την Εγκάρσια Μερκατορική Προβολή ενιαίας ζώνης TM87.

TM87 *Transverse Mercator Projection (1987).*

Εγκάρσια μερκατορική προβολή ενιαίας ζώνης για την Ελλάδα (εκτός Καστελόριζου) που εφαρμόζεται για την μετατροπή 2Δ καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ, λ) ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 2Δ προβολικές συντεταγμένες (E, N), και αντίστροφα.

Οι βασικές παράμετροι για την εφαρμογή της χαρτογραφικής προβολής TM87 είναι:

$\lambda_0 = 24^\circ$	(κεντρικός μεσημβρινός)
$m_0 = 0.9996$	(μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης στον κεντρ. μεσημβρινό)
$\varphi_0 = 0$	(γεωγραφικό πλάτος αναφοράς)
False Easting $E_0 = 500000$ m	(προσθετική σταθερά στις τετημημένες)
False Northing $N_0 = 0$ m	(προσθετική σταθερά στις τεταγμένες)

Για τις τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων που χρησιμοποιούνται στην περίπτωση του Καστελόριζου, βλέπε *Παράρτημα 1*.

(*) Σημείωση σχετικά με τη χρονική εποχή αναφοράς των συντεταγμένων στο σύστημα HTRS07

Οι χρήστες του HEPOS και των μοντέλων μετασχηματισμού που περιγράφονται στο παρόν τεύχος θα πρέπει να θεωρούν τις συντεταγμένες ως προς το σύστημα HTRS07 **σταθερές** σε σχέση με τον χρόνο.

Ανεξάρτητα από τη χρονική εποχή των μετρήσεων, οι χρήστες **δεν** πρέπει να εφαρμόζουν μοντέλα ταχυτήτων για την αναγωγή των συντεταγμένων (ως προς το σύστημα HTRS07) σε κάποια συμβατική εποχή αναφοράς.

Για λόγους πληρότητας και μόνο σημειώνεται ότι οι επίσημες συντεταγμένες των 98 μόνιμων σταθμών αναφοράς του HEPOS αναφέρονται στη χρονική εποχή $t = 2007.5$. Ομοίως, οι συντεταγμένες ως προς το σύστημα αναφοράς HTRS07 που υπολογίζονται μέσω των μοντέλων μετασχηματισμού που περιγράφονται στο παρόν τεύχος, αναφέρονται επίσης στη χρονική εποχή $t = 2007.5$.

Υλοποίηση Ευθύ Μετασχηματισμού (HTRS07 → ΕΓΣΑ87)

Δεδομένα θέσης

(X, Y, Z): 3Δ γεωκεντρικές Καρτεσιανές συντεταγμένες ως προς το HTRS07.

Δεδομένα μοντέλου μετασχηματισμού

α) Επίσημες τιμές για τις επτά παραμέτρους του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας που συνδέει το HTRS07 με το Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς ΕΓΣΑ87.

Οι τιμές των παραμέτρων αυτών αντιστοιχούν σε τρεις συνιστώσες μετάθεσης (t_x, t_y, t_z), τρεις γωνίες στροφής ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$) και ένα συντελεστή κλίμακας δs , που χρησιμοποιούνται μέσω της σχέσης:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ87}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{HTRS07}} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta s & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \delta s & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \delta s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{HTRS07}} \quad (1)$$

για τον υπολογισμό των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X', Y', Z') ως προς το ΕΓΣΑ87, από τις αντίστοιχες γνωστές 3Δ γεωκεντρικές Καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z) ως προς το HTRS07.

Οι επίσημες αριθμητικές τιμές των παραμέτρων του παραπάνω μετασχηματισμού ομοιότητας είναι:

$$\begin{aligned} t_x &= 203.437 \text{ m} & \varepsilon_x &= -0.170 \text{ arcsec} & \delta s &= -0.294 \text{ ppm} \\ t_y &= -73.461 \text{ m} & \varepsilon_y &= -0.060 \text{ arcsec} \\ t_z &= -243.594 \text{ m} & \varepsilon_z &= -0.151 \text{ arcsec} \end{aligned}$$

β) Κάνναβοι ‘διορθώσεων’ (correction/shift grids) που περιέχουν τιμές δE_{ij} και δN_{ij} , σε cm, οριζόμενες πάνω σε επίπεδο 2Δ ορθογωνικό πλέγμα το οποίο καλύπτει ολόκληρη την Ελλάδα, εκτός Καστελόριζου (για την εφαρμογή του ευθύ μετασχηματισμού HTRS07 → ΕΓΣΑ87 στο Καστελόριζο, βλέπε *Παράρτημα I*). Η δομή των αρχείων των καννάβων διορθώσεων περιγράφεται αναλυτικά στο *Παράρτημα II*.

Η διακριτική ανάλυση του ορθογωνικού πλέγματος είναι 2 km επί 2 km, ενώ το γεωγραφικό/προβολικό του υπόβαθρο ορίζεται ως εξής:

<i>Datum:</i>	HTRS07
<i>Προβολή:</i>	TM07
<i>E_{min}:</i>	41600.00 m
<i>N_{min}:</i>	1845619.00 m
<i>Grid resolution:</i>	2 km
<i>Grid size:</i>	408 γραμμές × 422 στήλες (172166 node values for δE_{ij})
	408 γραμμές × 422 στήλες (172166 node values for δN_{ij})

Τελικά αποτελέσματα

Προβολικές συντεταγμένες ή/και 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87.



Διαδικασία – Αλγόριθμος του ευθύ μετασχηματισμού

Βήμα 1: $(X, Y, Z) \rightarrow (X', Y', Z')$

Μετασχηματισμός των γνωστών 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X, Y, Z) ως προς το HTRS07 σε 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες (X', Y', Z') ως προς το ΕΓΣΑ87, μέσω της εξίσωσης (1).

Βήμα 2: $(X', Y', Z') \rightarrow (\varphi', \lambda', h')$

Μετατροπή των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X', Y', Z') ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 3Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ', λ', h') ως προς το ίδιο σύστημα.

Βήμα 3: $(\varphi', \lambda') \rightarrow (E', N')$

Μετατροπή των 2Δ καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ', λ') ως προς το ΕΓΣΑ87 σε προβολικές συντεταγμένες (E', N') ως προς το ίδιο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές εξισώσεις και τις αντίστοιχες παραμέτρους της προβολής TM87.

Βήμα 4

Υπολογισμός των διορθωτικών τιμών δE και δN που αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο σημείο όπου εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται μέσω 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους αντίστοιχους καννάβους διορθώσεων, με τη χρήση κατάλληλου μαθηματικού αλγορίθμου (προτείνεται η χρήση της 2Δ διγραμμικής παρεμβολής από τους 4 κοντινότερους κόμβους του καννάβου στο εκάστοτε σημείο υπολογισμού). Για την εφαρμογή του βήματος αυτού, βλέπε και το σχόλιο που δίνεται παρακάτω στην παρατήρηση (5).

Βήμα 5

Υπολογισμός των τελικών τιμών για τις προβολικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87, σύμφωνα με τις σχέσεις

$$E'_{\text{τελικό}} = E' + \delta E$$

$$N'_{\text{τελικό}} = N' + \delta N$$

Βήμα 6 (προαιρετικό): $(E'_{\text{τελικό}}, N'_{\text{τελικό}}) \rightarrow (\varphi'_{\text{τελικό}}, \lambda'_{\text{τελικό}})$

Μετατροπή των τελικών προβολικών συντεταγμένων ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ως προς το ίδιο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές εξισώσεις και τις αντίστοιχες παραμέτρους της προβολής TM87.



Παρατηρήσεις για τον ευθύ μετασχηματισμό

- 1) Ο 3Δ μετασχηματισμός ομοιότητας που εφαρμόζεται στο βήμα 1, με τη χρήση των επίσημων τιμών για τις 3 συνιστώσες μετάθεσης, τις 3 γωνίες στροφής και τον συντελεστή κλίμακας, πρέπει απαραίτητα να γίνει μέσω της εξίσωσης (1). Οι επίσημες τιμές των παραμέτρων μετασχηματισμού είναι συμβατές **μόνο** με το μοντέλο αυτό και όχι με άλλα εναλλακτικά μοντέλα του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας για Καρτεσιανές συντεταγμένες.
- 2) Η τιμή του γεωμετρικού υψόμετρου h' που υπολογίζεται στο βήμα 2 δίνει μόνο κατά προσέγγιση το γεωμετρικό υψόμετρο του σημείου σε σχέση με το σύστημα αναφοράς συντεταγμένων του ΕΓΣΑ87 και το ελλειψοειδές αναφοράς GRS80. Στη γενική περίπτωση, η ακρίβεια του υψόμετρου αυτού δεν πρέπει να θεωρείται καλύτερη του 1 m.
- 3) Οι διορθωτικές τιμές αναφοράς δE_{ij} και δN_{ij} που παρέχονται μέσω των καννάβων διορθώσεων αναφέρονται στους κόμβους του 2Δ ορθογωνικού πλέγματος (grid nodes) και όχι στα κέντρα των κελιών του 2Δ ορθογωνικού πλέγματος (grid cells).
- 4) Τα αρχεία που περιέχουν τους καννάβους με τις διορθωτικές τιμές αναφοράς δE_{ij} και δN_{ij} πάνω στο 2Δ ορθογωνικό πλέγμα που περιγράφηκε προηγουμένως έχουν δημιουργηθεί από την ερευνητική ομάδα TE-BO HEPOS/ΑΠΘ σε ψηφιακή μορφή ASCII. Οι τιμές στα αρχεία αυτά είναι γραμμένες σε μορφή πίνακα, αρχίζοντας από τον νοτιοδυτικότερο κόμβο του καννάβου και ακολουθώντας τη διεύθυνση Δύση \rightarrow Ανατολή (για κάθε γραμμή του αρχείου) και Νότο \rightarrow Βορρά (για κάθε στήλη του αρχείου).
- 5) Για τον υπολογισμό των τιμών δE και δN στο βήμα 4, η εφαρμογή της 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους καννάβους διορθώσεων δE_{ij} και δN_{ij} θα πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας ως 'θέση υπολογισμού της παρεμβολής' τη θέση που αντιστοιχεί στις **προβολικές συντεταγμένες** που προκύπτουν από την ακόλουθη σειρά βημάτων:
 $(X, Y, Z)_{\text{HTRS07}} \rightarrow \text{με χρήση του GRS80} \rightarrow (\varphi, \lambda, h)_{\text{HTRS07}} \rightarrow \text{με χρήση της TM07} \rightarrow \boxed{(E, N)}$
- 6) Επισημαίνεται το γεγονός ότι οι τιμές των διορθώσεων δE και δN που υπολογίζονται μέσω 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους γνωστούς καννάβους διορθώσεων πρέπει να προστεθούν στο βήμα 5 του ευθύ μετασχηματισμού.
- 7) Επισημαίνεται το γεγονός ότι οι κάρτες διορθώσεων δE_{ij} και δN_{ij} που παρέχονται από την ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε. είναι συμβατοί **μόνο** με τις επίσημες τιμές των επτά παραμέτρων του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας που δόθηκαν αναλυτικά προηγουμένως. Η χρήση των καννάβων αυτών σε συνδυασμό με άλλες τιμές για τις παραμέτρους $t_x, t_y, t_z, e_x, e_y, e_z, \delta s$ θα δώσει λανθασμένα αποτελέσματα.

Αριθμητικό παράδειγμα

Δίνεται σημείο με γνωστές συντεταγμένες

$$X = 4382064.771 \text{ m}, \quad Y = 2023782.319 \text{ m}, \quad Z = 4155326.131 \text{ m}$$

ως προς το σύστημα αναφοράς του HEPOS (HTRS07). Να υπολογιστούν οι συντεταγμένες (*Easting, Northing*) του σημείου αυτού στο σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ87.

Η αναλυτική εφαρμογή της προηγούμενης διαδικασίας για την υλοποίηση του ευθύ μετασχηματισμού δίνει τα εξής αριθμητικά αποτελέσματα.

Αποτέλεσμα βήματος 1

$$X' = 4382266.647 \text{ m}$$

$$Y' = 2023708.046 \text{ m}$$

$$Z' = 4155081.709 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βημάτων 2 & 3

$$E' = 566296.660 \text{ m}$$

$$N' = 4529332.491 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βήματος 4

$$\delta E = -0.122 \text{ m}$$

$$\delta N = -0.184 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βήματος 5

$$E'_{\text{τελικό}} = 566296.538 \text{ m}$$

$$N'_{\text{τελικό}} = 4529332.307 \text{ m}$$

Τελικές προβολικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87 (όπως προκύπτουν από την εκτέλεση των βημάτων 1-5)

Αποτέλεσμα βήματος 6

$$\varphi'_{\text{τελικό}} = 40^{\circ} 54' 44''.68247$$

$$\lambda'_{\text{τελικό}} = 24^{\circ} 47' 14''.08874$$

(*) Σύμφωνα με την παρατήρηση (5) που αναφέρθηκε προηγουμένως σχετικά με τον υπολογισμό των τιμών δE και δN κατά την εκτέλεση του βήματος 4 του ευθύ μετασχηματισμού, η εφαρμογή της 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους καννάβους διορθώσεων δE_{ij} και δN_{ij} θα πρέπει να γίνει στο συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιώντας ως 'θέση υπολογισμού της παρεμβολής' τη θέση που αντιστοιχεί στις συντεταγμένες:

$$E = 566446.108 \text{ m}$$

$$N = 2529618.096 \text{ m}$$

Οι παραπάνω συντεταγμένες προκύπτουν από την μετατροπή των αρχικών γνωστών συντεταγμένων (X, Y, Z) ως προς το HTRS07 σε προβολικές συντεταγμένες σύμφωνα με την προβολή TM07.

(*) Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, το γεωμετρικό υψόμετρο του σημείου ως προς το ΕΓΣΑ87 που υπολογίζεται από το βήμα 2 του ευθύ μετασχηματισμού θα έχει την τιμή $h = 6.501 \text{ m}$

Υλοποίηση Αντίστροφου Μετασχηματισμού

(ΕΓΣΑ87 → HTRS07)

Δεδομένα θέσης

(φ, λ) ή (E, N) : 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ή προβολικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87.

h : Γεωμετρικό υψόμετρο ως προς το ΕΓΣΑ87.

Σημείωση

Στο πλαίσιο υλοποίησης του αντίστροφου μετασχηματισμού, η τιμή του γεωμετρικού υψόμετρου h ως προς το ΕΓΣΑ87 μπορεί να υπολογιστεί στη γενική περίπτωση ως εξής:

$$h = H + N$$

όπου H είναι το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου υπολογισμού και N είναι η αποχή του γεωειδούς στο ίδιο σημείο (με βάση κάποιο μοντέλο γεωειδούς που πρέπει να αναφέρεται ήδη στο ΕΓΣΑ87 και το ΕΕΠ αναφοράς GRS80).

Σε περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμο τέτοιο μοντέλο γεωειδούς, το γεωμετρικό υψόμετρο h μπορεί να ληφθεί προσεγγιστικά ίσο με το ορθομετρικό υψόμετρο H .

Σε περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμη τιμή ούτε για το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου, τότε το γεωμετρικό υψόμετρο h μπορεί να τεθεί απλά ίσο με μηδέν.

Σημειώνεται ότι η αβεβαιότητα στην τιμή του γεωμετρικού υψόμετρου h ως προς το ΕΓΣΑ87 έχει αμελητέα επίδραση (για όλες τις συνήθεις τοπογραφικές εργασίες) στην ποιότητα του τελικού αποτελέσματος του αντίστροφου μετασχηματισμού (βλέπε αριθμητικό παράδειγμα, σελίδες 11-12).

Δεδομένα μοντέλου μετασχηματισμού

α) Επίσημες τιμές για τις επτά παραμέτρους του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας που συνδέει το HTRS07 με το Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς ΕΓΣΑ87. Οι παράμετροι αυτοί περιγράφηκαν προηγουμένως στην περίπτωση του ευθύ μετασχηματισμού, όπου και δόθηκαν αναλυτικά οι αριθμητικές τιμές τους.

Για τη χρήση των παραμέτρων αυτών στον αντίστροφο μετασχηματισμό μπορεί να εφαρμοστεί αντίστοιχη αλγεβρική σχέση με αυτή που δόθηκε προηγουμένως, ως εξής:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}_{\text{HTRS07}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ87}} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta s & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \delta s & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \delta s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ87}} \quad (2)$$

όπου όμως οι επίσημες τιμές των παραμέτρων μετασχηματισμού θα πρέπει να εισαχθούν με αντίθετο πρόσημο. Με τον τρόπο αυτό, μέσω της εξίσωσης (2), μπορούμε να μετασχηματίσουμε τις 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z) ως προς το ΕΓΣΑ87 στις αντίστοιχες 3Δ γεωκεντρικές Καρτεσιανές συντεταγμένες (X', Y', Z') ως προς το HTRS07.

β) Κάνναβοι ‘διορθώσεων’ (correction/shift grids) που περιέχουν τιμές δE_{ij} και δN_{ij} , σε cm, οριζόμενες πάνω σε επίπεδο 2Δ ορθογωνικό πλέγμα το οποίο καλύπτει ολόκληρη την Ελλάδα, εκτός Καστελόριζου (για την εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού ΕΓΣΑ87 → HTRS07 στο Καστελόριζο, βλέπε Παράρτημα 1). Πρόκειται για τους ίδιους ακριβώς καννάβους που χρησιμοποιήθηκαν προηγουμένως στον ευθύ μετασχηματισμό.

Τελικά αποτελέσματα

Προβολικές συντεταγμένες ή/και 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ως προς το HTRS07.

Διαδικασία – Αλγόριθμος του αντίστροφου μετασχηματισμού

Βήμα 1: $(E, N) \rightarrow (\varphi, \lambda)$

Σε περίπτωση που τα αρχικά δεδομένα για την οριζοντιογραφική θέση του σημείου αντιστοιχούν στις προβολικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87, εκτελείται η μετατροπή τους σε 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες μέσω της χρήσης των μαθηματικών εξισώσεων και των αντίστοιχων παραμέτρων της προβολής TM87.

Βήμα 2: $(\varphi, \lambda) \& h \rightarrow (X, Y, Z)$

Μετατροπή των γνωστών καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες ως προς το ίδιο σύστημα.

Βήμα 3: $(X, Y, Z) \rightarrow (X', Y', Z')$

Μετασχηματισμός των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X, Y, Z) ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες (X', Y', Z') ως προς το HTRS07 με τη χρήση της εξίσωσης (2).

Σημειώνεται ότι οι επίσημες τιμές των παραμέτρων του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας που δόθηκαν προηγουμένως (βλέπε την περίπτωση του ευθύ μετασχηματισμού) θα πρέπει να αντικατασταθούν στην εξίσωση (2) με αντίθετο πρόσημο.

Βήμα 4: $(X', Y', Z') \rightarrow (\varphi', \lambda', h')$

Μετατροπή των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X', Y', Z') ως προς το HTRS07 σε καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ', λ', h') ως προς το ίδιο σύστημα.

Βήμα 5: $(\varphi', \lambda') \rightarrow (E', N')$

Μετατροπή των 2Δ καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ', λ') ως προς το HTRS07 σε προβολικές συντεταγμένες (E', N') ως προς το ίδιο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές εξισώσεις και τις αντίστοιχες παραμέτρους της προβολής TM07.

Βήμα 6

Υπολογισμός των διορθωτικών τιμών δE και δN που αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο σημείο όπου εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται μέσω 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους αντίστοιχους καννάβους διορθώσεων, με τη χρήση κατάλληλου μαθηματικού αλγορίθμου (προτείνεται η χρήση της 2Δ διγραμμικής παρεμβολής από τους 4 κοντινότερους κόμβους του καννάβου στο εκάστοτε σημείο υπολογισμού). Για την εφαρμογή του βήματος αυτού, βλέπε και το σχόλιο που δίνεται παρακάτω στην παρατήρηση (5).

Βήμα 7

Υπολογισμός των τελικών τιμών για τις προβολικές συντεταγμένες ως προς το HTRS07, σύμφωνα με τις σχέσεις

$$E'_{\text{τελικό}} = E' - \delta E$$

$$N'_{\text{τελικό}} = N' - \delta N$$



Βήμα 8 (προαιρετικό): $(E'_{\text{τελικό}}, N'_{\text{τελικό}}) \rightarrow (\varphi'_{\text{τελικό}}, \lambda'_{\text{τελικό}})$

Μετατροπή των τελικών προβολικών συντεταγμένων ως προς το HTRS07 σε 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ως προς το ίδιο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές εξισώσεις και τις αντίστοιχες παραμέτρους της προβολής TM07.

Παρατηρήσεις για τον αντίστροφο μετασχηματισμό

- 1) Η ακρίβεια του γεωμετρικού υψομέτρου h ως προς το σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ87 και το ΕΕΠ αναφοράς GRS80 (όταν εισάγεται ως αρχικό δεδομένο θέσης κατά τον αντίστροφο μετασχηματισμό) δεν επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια του τελικού αποτελέσματος. Μία διακύμανση, για παράδειγμα, στην τιμή του h κατά 200 m θα επιφέρει μία αντίστοιχη **μέγιστη** διακύμανση στις τελικές μετασχηματισμένες συντεταγμένες $(E'_{\text{τελικό}}, N'_{\text{τελικό}})$ ως προς το HTRS07 της τάξης των 1-2 cm.
- 2) Τονίζεται ότι οι επίσημες τιμές για τις επτά παράμετρους του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας μεταξύ του HTRS07 και του ΕΓΣΑ87 (όπως δόθηκαν στη σελίδα 4 του παρόντος τεύχους) πρέπει να αντικατασταθούν με αντίθετο πρόσημο κατά την εφαρμογή της εξίσωσης (2).
- 3) Η τιμή του γεωμετρικού υψομέτρου h' που υπολογίζεται στο *βήμα 4* δίνει μόνο κατά προσέγγιση το γεωμετρικό υψόμετρο του σημείου σε σχέση με το σύστημα αναφοράς του HEPOS (HTRS07). Στη γενική περίπτωση, η ακρίβεια του υψομέτρου αυτού δεν πρέπει να θεωρείται καλύτερη του 1 m.
- 4) Σχετικά με τη δομή των καννάβων διορθώσεων και των ψηφιακών αρχείων που τους περιέχουν ισχύουν οι παρατηρήσεις που δόθηκαν ήδη στην περίπτωση του ευθύ μετασχηματισμού.
- 5) Για τον υπολογισμό των τιμών δE και δN στο *βήμα 6* του αντίστροφου μετασχηματισμού, η εφαρμογή της 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους καννάβους διορθώσεων δE_{ij} και δN_{ij} θα πρέπει να γίνει χρησιμοποιώντας ως 'θέση υπολογισμού της παρεμβολής' τη θέση που αντιστοιχεί στις προβολικές συντεταγμένες (E', N') που υπολογίστηκαν από το αμέσως προηγούμενο *βήμα 5*.
- 6) Επισημαίνεται το γεγονός ότι οι τιμές των διορθώσεων δE και δN που υπολογίζονται μέσω 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους γνωστούς καννάβους διορθώσεων πρέπει να αφαιρεθούν στο *βήμα 7* του αντίστροφου μετασχηματισμού.
- 7) Επισημαίνεται το γεγονός ότι οι κάρτα διορθώσεων δE_{ij} και δN_{ij} που παρέχονται από την ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε. είναι συμβατοί **μόνο** με τις επίσημες τιμές των επτά παραμέτρων του 3Δ μετασχηματισμού ομοιότητας που δόθηκαν αναλυτικά προηγουμένως. Η χρήση των καννάβων αυτών σε συνδυασμό με άλλες τιμές για τις παραμέτρους $t_x, t_y, t_z, e_x, e_y, e_z, \delta s$ θα δώσει λανθασμένα αποτελέσματα.

Αριθμητικό παράδειγμα

Δίνεται σημείο με γνωστές συντεταγμένες

$$E = 566296.538 \text{ m}, \quad N = 4529332.307 \text{ m}, \quad h = 6.501 \text{ m}$$

ως προς το σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ87. Να υπολογιστούν οι συντεταγμένες (*Easting*, *Northing*) του σημείου αυτού στο σύστημα αναφοράς του HEPOS (HTRS07).

Η αναλυτική εφαρμογή της προηγούμενης διαδικασίας για την υλοποίηση του αντίστροφου μετασχηματισμού δίνει τα εξής αριθμητικά αποτελέσματα.

Αποτέλεσμα βημάτων 1 & 2

$$X = 4382266.810 \text{ m}$$

$$Y = 2023707.984 \text{ m}$$

$$Z = 4155081.570 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βήματος 3

$$X' = 4382064.931 \text{ m}$$

$$Y' = 2023782.257 \text{ m}$$

$$Z' = 4155325.993 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βημάτων 4 & 5

$$E' = 566445.986 \text{ m}$$

$$N' = 2529617.912 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βήματος 6

$$\delta E = -0.122 \text{ m}$$

$$\delta N = -0.184 \text{ m}$$

Αποτέλεσμα βήματος 7

$$E'_{\text{τελικό}} = 566446.108 \text{ m}$$

$$N'_{\text{τελικό}} = 2529618.096 \text{ m}$$

Τελικές προβολικές συντεταγμένες ως προς το HTRS07 (όπως προκύπτουν από την εκτέλεση των βημάτων 1-7)

Αποτέλεσμα βήματος 8

$$\varphi'_{\text{τελικό}} = 40^{\circ} 54' 53''.90608$$

$$\lambda'_{\text{τελικό}} = 24^{\circ} 47' 20''.59229$$

(*) Σύμφωνα με την παρατήρηση (5) που αναφέρθηκε προηγουμένως σχετικά με τον υπολογισμό των τιμών δE και δN κατά την εκτέλεση του βήματος 6 του αντίστροφου μετασχηματισμού, η εφαρμογή της 2Δ σημειακής παρεμβολής από τους καννάβους διορθώσεων δE_{ij} και δN_{ij} θα πρέπει να γίνει στο συγκεκριμένο παράδειγμα χρησιμοποιώντας ως 'θέση υπολογισμού της παρεμβολής' τη θέση που αντιστοιχεί στις συντεταγμένες που υπολογίζονται από το προηγούμενο βήμα 5 του αντίστροφου μετασχηματισμού, δηλαδή:

$$E' = 566445.986 \text{ m}$$

$$N' = 2529617.912 \text{ m}$$

(*) Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, το γεωμετρικό υψόμετρο του σημείου ως προς το HTRS07 που υπολογίζεται από το βήμα 4 του αντίστροφου μετασχηματισμού θα έχει την τιμή $h = 51.610 \text{ m}$.

Αριθμητικό παράδειγμα (συνέχ.)

Σε περίπτωση που για το γεωμετρικό υψόμετρο του ίδιου σημείου (ως προς το ΕΓΣΑ87) χρησιμοποιήσουμε την τιμή $h = 200$ m, θα πάρουμε τα εξής τελικά αποτελέσματα από την εφαρμογή του αντίστροφου μετασχηματισμού:

$$E'_{\text{τελικό}} = 566446.104 \text{ m}$$

$$N'_{\text{τελικό}} = 2529618.087 \text{ m}$$

ενώ αν θέσουμε το γεωμετρικό υψόμετρο του σημείου στην τιμή $h = 500$ m, τα τελικά αποτελέσματα του αντίστροφου μετασχηματισμού θα μεταβληθούν ως εξής:

$$E'_{\text{τελικό}} = 566446.097 \text{ m}$$

$$N'_{\text{τελικό}} = 2529618.074 \text{ m}$$

Παράρτημα Ι

Μετασχηματισμός μεταξύ HTRS07 και ΕΓΣΑ87 για την περιοχή του Καστελόριζου

Σε αντίθεση με τα διευρυμένα μοντέλα του ευθύ και αντίστροφου μετασχηματισμού που περιγράφηκαν στις προηγούμενες ενότητες, ο μετασχηματισμός συντεταγμένων μεταξύ του HTRS07 και του ΕΓΣΑ87 για την περιοχή του Καστελόριζου υλοποιείται **αποκλειστικά** μέσω ενός μοντέλου 3Δ μετάθεσης. Στην περίπτωση αυτή δεν παρέχονται κάρναβοι διορθώσεων, δE_{ij} και δN_{ij} , και ο μετασχηματισμός υλοποιείται απλά μέσω του παρακάτω μοντέλου:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}_{\text{ΕΓΣΑ87}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{HTRS07}} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (3)$$

όπου οι τρεις παράμετροι μετάθεσης έχουν τις εξής επίσημες τιμές:

$$t_x = -5.020 \text{ m}$$

$$t_y = -19.885 \text{ m}$$

$$t_z = -12.244 \text{ m}$$

Αναλυτικά, η υλοποίηση του ευθύ και αντίστροφου μετασχηματισμού μεταξύ του HTRS07 και του ΕΓΣΑ87, για την περιοχή του Καστελόριζου, ακολουθεί την παρακάτω διαδικασία.

Υλοποίηση Ευθύ Μετασχηματισμού (HTRS07 → ΕΓΣΑ87)

Δεδομένα θέσης

(X, Y, Z): 3Δ γεωκεντρικές Καρτεσιανές συντεταγμένες ως προς το HTRS07.

Δεδομένα μοντέλου μετασχηματισμού

Οι επίσημες τιμές για τις τρεις συνιστώσες μετάθεσης που δόθηκαν προηγουμένως.

Τελικά αποτελέσματα

Προβολικές συντεταγμένες ή/και 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87.

Διαδικασία – Αλγόριθμος του ευθύ μετασχηματισμού

Βήμα 1: $(X, Y, Z) \rightarrow (X', Y', Z')$

Μετασχηματισμός των γνωστών 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X, Y, Z) ως προς το HTRS07 σε 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες (X', Y', Z') ως προς το ΕΓΣΑ87, μέσω της εξίσωσης (3).

Βήμα 2: $(X', Y', Z') \rightarrow (\varphi', \lambda', h')$

Μετατροπή των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X', Y', Z') ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 3Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ', λ', h') ως προς το ίδιο σύστημα.

Βήμα 3: $(\varphi', \lambda') \rightarrow (E', N')$

Μετατροπή των 2Δ καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ', λ') ως προς το ΕΓΣΑ87 σε προβολικές συντεταγμένες (E', N') ως προς το ίδιο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές εξισώσεις και τις αντίστοιχες παραμέτρους της προβολής TM87 (ΠΡΟΣΟΧΗ: βλέπε παρακάτω σχόλιο).

Σχόλιο 1. Η εφαρμογή της χαρτογραφικής προβολής **TM87** (στο σύστημα ΕΓΣΑ87) για την περιοχή του Καστελόριζου γίνεται με διαφορετική τιμή για το γεωγραφικό μήκος του κεντρικού μεσημβρινού (λ_0) από αυτό που χρησιμοποιείται για την υπόλοιπη Ελλάδα. Πιο συγκεκριμένα, οι βασικές παράμετροι για την εφαρμογή της TM87 στο Καστελόριζο είναι:

$\lambda_0 = 27^\circ$	(κεντρικός μεσημβρινός)
$m_0 = 0.9996$	(μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης στον κεντρ. μεσημβρινό)
$\varphi_0 = 0$	(γεωγραφικό πλάτος αναφοράς)
False Easting $E_0 = 500000$ m	(προσθετική σταθερά στις τεταγμένες)
False Northing $N_0 = 0$ m	(προσθετική σταθερά στις τεταγμένες)

Υλοποίηση Αντίστροφου Μετασχηματισμού (ΕΓΣΑ87 \rightarrow HTRS07)

Δεδομένα θέσης

(φ, λ) ή (E, N) : 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ή προβολικές συντεταγμένες ως προς το ΕΓΣΑ87.

h : Γεωμετρικό υψόμετρο ως προς το ΕΓΣΑ87.

Σημείωση

Στο πλαίσιο υλοποίησης του αντίστροφου μετασχηματισμού, η τιμή του γεωμετρικού υψόμετρου h ως προς το ΕΓΣΑ87 μπορεί να υπολογιστεί στη γενική περίπτωση ως εξής:

$$h = H + N$$

όπου H είναι το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου υπολογισμού και N είναι η αποχή του γεωειδούς στο ίδιο σημείο (με βάση κάποιο μοντέλο γεωειδούς που πρέπει να αναφέρεται ήδη στο ΕΓΣΑ87 και το ΕΕΠ αναφοράς GRS80).

Σε περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμο τέτοιο μοντέλο γεωειδούς, το γεωμετρικό υψόμετρο h μπορεί να ληφθεί προσεγγιστικά ίσο με το ορθομετρικό υψόμετρο H .

Σε περίπτωση που δεν υπάρχει διαθέσιμη τιμή ούτε για το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου, τότε το γεωμετρικό υψόμετρο h μπορεί να τεθεί απλά ίσο με μηδέν.

Σημειώνεται ότι η αβεβαιότητα στην τιμή του γεωμετρικού υψομέτρου h ως προς το ΕΓΣΑ87 έχει αμελητέα επίδραση (για όλες τις συνήθεις τοπογραφικές εργασίες) στην ποιότητα του τελικού αποτελέσματος του αντίστροφου μετασχηματισμού (βλέπε αριθμητικό παράδειγμα, σελίδες 11-12).

Δεδομένα μοντέλου μετασχηματισμού

Οι επίσημες τιμές για τις τρεις συνιστώσες μετάθεσης που δόθηκαν προηγουμένως.

Τελικά αποτελέσματα

Προβολικές συντεταγμένες ή/και 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες ως προς το HTRS07.

Διαδικασία – Αλγόριθμος του αντίστροφου μετασχηματισμού

Βήμα 1: $(E, N) \rightarrow (\varphi, \lambda)$

Σε περίπτωση που τα αρχικά δεδομένα για την οριζοντιογραφική θέση του σημείου αντιστοιχούν στις προβολικές συντεταγμένες ως προς ΕΓΣΑ87, εκτελείται η μετατροπή τους σε 2Δ καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες μέσω της χρήσης των μαθηματικών εξισώσεων και των αντίστοιχων παραμέτρων της προβολής TM87 (ΠΡΟΣΟΧΗ: βλέπε το προηγούμενο Σχόλιο 1).

Βήμα 2: $(\varphi, \lambda) \& h \rightarrow (X, Y, Z)$

Μετατροπή των γνωστών καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες ως προς το ίδιο σύστημα.

Βήμα 3: $(X, Y, Z) \rightarrow (X', Y', Z')$

Μετασχηματισμός των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X, Y, Z) ως προς το ΕΓΣΑ87 σε 3Δ Καρτεσιανές συντεταγμένες (X', Y', Z') ως προς το HTRS07 με τη χρήση της εξίσωσης (3).

Βήμα 4: $(X', Y', Z') \rightarrow (\varphi', \lambda', h')$

Μετατροπή των 3Δ Καρτεσιανών συντεταγμένων (X', Y', Z') ως προς το HTRS07 σε καμπυλόγραμμες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ', λ', h') ως προς το ίδιο σύστημα.

Βήμα 5: $(\varphi', \lambda') \rightarrow (E', N')$

Μετατροπή των 2Δ καμπυλόγραμμων γεωδαιτικών συντεταγμένων (φ', λ') ως προς το HTRS07 σε προβολικές συντεταγμένες (E', N') ως προς το ίδιο σύστημα, χρησιμοποιώντας τις μαθηματικές εξισώσεις και τις αντίστοιχες παραμέτρους της προβολής TM07 (ΠΡΟΣΟΧΗ: βλέπε παρακάτω σχόλιο).



Σχόλιο 2. Η εφαρμογή της χαρτογραφικής προβολής **TM07** (στο σύστημα HTRS07) **για την περιοχή του Καστελόριζου** γίνεται με διαφορετικές τιμές για το γεωγραφικό μήκος του κεντρικού μεσημβρινού (λ_0) και το μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης (m_0) από αυτές που χρησιμοποιούνται για την υπόλοιπη Ελλάδα. Πιο συγκεκριμένα, οι βασικές παράμετροι για την εφαρμογή της TM07 στο Καστελόριζο είναι:

$\lambda_0 = 30^\circ$	(κεντρικός μεσημβρινός)
$m_0 = 1$	(μέτρο γραμμικής παραμόρφωσης στον κεντρ. μεσημβρινό)
$\varphi_0 = 0$	(γεωγραφικό πλάτος αναφοράς)
False Easting $E_0 = 500000$ m	(προσθετική σταθερά στις τεταγμένες)
False Northing $N_0 = -2000000$ m	(προσθετική σταθερά στις τεταγμένες)

Παράρτημα II

Δομή των αρχείων των καννάβων διορθώσεων

Τα αρχεία των καννάβων διορθώσεων είναι μορφής ASCII. Το αρχείο dE_2km_V1-0.grd περιέχει τις τιμές δE_{ij} και το αρχείο dN_2km_V1-0.grd τις τιμές δN_{ij} .

Κάθε αρχείο αρχίζει με μία επικεφαλίδα (header) η οποία περιέχει:

Τον αριθμό των γραμμών του καννάβου (408)

Τον αριθμό των στηλών του καννάβου (422)

Το βήμα του καννάβου (2000 μέτρα)

Τις συντεταγμένες (N,E) του νοτιοδυτικού κόμβου του καννάβου στην TM07

Αμέσως μετά την επικεφαλίδα κάθε αρχείου ακολουθούν οι τιμές των διορθώσεων σε cm, οι οποίες είναι γραμμένες σε μορφή πίνακα, αρχίζοντας από τον νοτιοδυτικότερο κόμβο του καννάβου και ακολουθώντας τη διεύθυνση Δύση → Ανατολή (για κάθε γραμμή του αρχείου) και Νότο → Βορρά (για κάθε στήλη του αρχείου).

Για παράδειγμα, οι 6 πρώτες γραμμές του αρχείου dE_2km_V1-0.grd είναι:

```
408
422
2000.00
1845619.000
41600.000
-33.20 -33.14 -33.08 -33.02 -32.95 -32.89 -32.83 -32.76 .....
```

Συνεπώς η διόρθωση δE στο νοτιοδυτικό κόμβο του καννάβου είναι -33.20 cm.