VII ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

$$e^{\int P(x)dx}\frac{dy}{dx} + P(x)e^{\int P(x)dx}y = e^{\int P(x)dx}Q(x)$$

$$\frac{d}{dy}\left(e^{\int P(x)dx}y\right) = Q(x)e^{\int P(x)dx}$$

$$e^{\int P(x)dx}y = \int dx\, Q(x)e^{\int P(x)dx} + c$$

$$\boxed{y = e^{-\int P(x)dx}\left(\int dx\, Q(x)e^{\int P(x)dx} + c\right)}$$

SOS Δεν θυμώμαστε τον τύπο απ' έξω αλλά την διαδικασία

VIII Δ.Ε. Bernoulli

$$\boxed{\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n}$$

$$u = y^{1-n} \qquad \frac{du}{dx} = (1-n)y^{-n}\frac{dy}{dx}$$

$$(1-n)y^{-n}\frac{dy}{dx} + (1-n)y^{-n}yP(x) = (1-n)y^{-n}y^nQ(x)$$

$$\boxed{\frac{du}{dx} + (1-n)P(x)u = (1-n)Q(x)}$$

Γραμμική Δ.Ε. πρώτου βαθμού

IX Δ.Ε. Ricatti

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = P(x)\,y^2 + Q(x)\,y + R(x)}$$

Αν $\varphi(x)$ είναι μια (μερική) λύση

$$y = \varphi + \frac{1}{z}$$

$$\frac{dz}{dx} + \big(2P(x)\varphi(x) + Q(x)\big)z = -P(x)$$

Γραμμική Δ.Ε. πρώτου βαθμού

Γραμμικές Δ.Ε. 1ου βαθμού

$$y' + P(x)y = Q(x)$$

"Αναλυτική λύση"

$$y = e^{-\int P(x)dx}\left(\int dx\, Q(x)\, e^{\int P(x)dx} + c\right)$$

Δ.Ε. Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

$$u = y^{1-n}$$

$$\frac{du}{dx} + (1-n)P(x)u = (1-n)Q(x)$$

Δ.Ε. Ricatti

$$\frac{dy}{dx} = P(x)y^2 + Q(x)y + R(x)$$

$$u = \phi + \frac{1}{z}$$

μερική λύση

$$\frac{dz}{dx} + \big(2P(x)\phi(x) + Q(x)\big)z = -P(x)$$

Γραμμική ΔΕ. 2ου βαθμού ομογενής

$$u'' + u'\left(g - \frac{h'}{h}\right) - k\,h\,u = 0$$

$$u(x) = \exp\left(\int h(x)\,y(x)\,dx\right)$$

$$y' + g(x)y + h(x)y^2 = k(x)$$

Logistic Growth Model

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right)$$

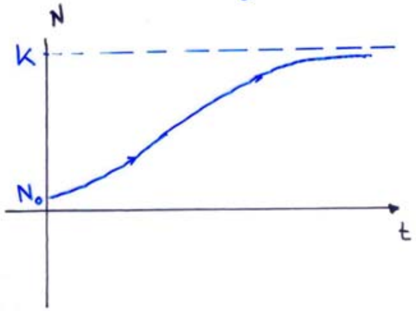
γεννησιμότητα - θνησιμότητα

"οροφή" ecosystem carrying

χωρισμός μεταβλητών

$$\frac{dN}{N(1 - N/K)} = \alpha \, dt$$

$$N(t) = \frac{K}{1 + \frac{K}{D} e^{-\alpha t}} \qquad N(0) = \frac{K}{1 + \frac{K}{D}}$$



αρπακτικό

λεία

ΟΙΚΟΣΥΣΤΗΜΑ ΜΕ 2 ΕΙΔΗ

Predator - Prey Model

Lotka - Volterra

y = Predator (ψαράκι!)

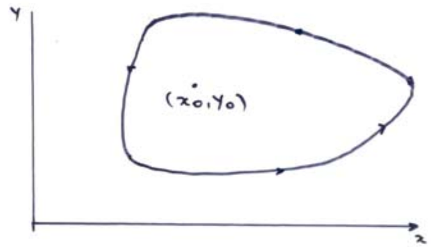
x = Prey (γαριδούλα!)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= (-\gamma + \delta x) y \\ \frac{dx}{dt} &= (\alpha - \beta y) x \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(-\gamma + \delta x) y}{(\alpha - \beta y) x}$$

χωρισμός μεταβλητών

$$\frac{\alpha - \beta y}{y} \, dy = \frac{-\gamma + \delta x}{x} \, dx$$

$$\alpha \ln y - \beta y = -\gamma \ln x + \delta x + c$$



$$x_0 = \frac{\gamma}{\delta} \qquad y_0 = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$x_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, dt \qquad y_0 = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)\, dt$$

mean value stability